

MÉTODO DA SOMA DE POTÊNCIAS PARA SOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA EM REDES DE DISTRIBUIÇÃO TRIFÁSICAS E DESBALANCEADAS

Autores: Edivan Q. P. Regis*. Jonatas Boas Leite**

*Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”,
(e-mail: e.regis@unesp.br)*.*

*(e-mail: jb.leite@unesp.br)**.*

Abstract: the power sum method (PSM) is very accurate for solving the power flow and has a fast convergence in radial networks. Its formulation represents the power balance in terms of the power flows in the lines. This facilitates its application in the optimal power flow model by composing part of the set of equality constraints. As the conventional PSM uses a positive sequence representation and the distribution networks are three-phase and unbalanced, then, in this work, an expansion of its fundamental equation of the PSM is proposed to calculate the three-phase nodal voltages. The process of evaluating the accuracy of the proposed formulation is comparatively carried out through the solution of the power flow under an unbalanced three-phase distribution network of 135 buses.

Keywords: Distribution networks, Power flow, Power sum method

Resumo: o método da soma de potências (MSP) é bastante preciso na solução do fluxo de potência e possui uma rápida convergência em redes radiais. Sua formulação, com uma equação biquadrada, representa o balanço de potência em termo dos fluxos de potência nas linhas. Isso facilita sua aplicação no modelo do fluxo de potência ótimo compondo parte do conjunto das restrições de igualdade. Como o MSP convencional utiliza uma representação em sequência positiva e as redes de distribuição são trifásicas e desbalanceadas, então, neste trabalho, é proposta uma expansão da equação biquadrada fundamental do MSP para calcular as tensões trifásicas nodais. O processo de avaliação da precisão da formulação proposta é realizado comparativamente através da solução do fluxo de potência em uma rede de distribuição trifásica desbalanceada de 135 barras.

Palavras-chaves: Redes de distribuição, Fluxo de potência, Método da soma de potências

1. INTRODUÇÃO

O principal objetivo do cálculo do fluxo de potência em redes de distribuição de energia elétrica é determinar o estado da rede, como magnitudes das tensões dos nós e das correntes de linha, por meio das equações de balanço de potência (SHEBLÉ, et al., 2013). Uma análise comum é, por exemplo, uma solução anual de 8760 horas usando perfil de carga para classificar cargas em risco de não serem atendidas em caso de falha de algum componente da *smart grid* (DUGAN & MCDERMOTT, 2011). A análise de comportamento da automação avançada usa técnicas híbridas para simular transitórios em sistemas de distribuição (REIZ & LEITE, 2021) exigindo algoritmos mais rápidos e eficientes para calcular o fluxo de potência.

Métodos de cálculo de fluxo de potência tradicionais consideram o sistema trifásico de energia elétrica balanceado e condutores em transposição

completa usando, assim, uma representação em sequência positiva. Devido às características específicas das redes de distribuição, como o desbalanceamento da rede trifásica (SCHNEIDER et al., 2018), a convergência dos métodos tradicionais não é garantida.

Mais recentemente, Richter e Carvalho, (2017) apresentaram o estudo do desenvolvimento de um algoritmo de fluxo de potência trifásico. Foi utilizado o método de soma das correntes baseado na técnica de varredura direta/reversa, considerando sua aplicação em redes assimétricas e desequilibradas. Foram consideradas as impedâncias mútuas dos cabos, os limites de potência ativa e reativa, as magnitudes de tensão nas barras, os ajustes dos *taps* de reguladores de tensão e limites de transmissão de potência ativa.

Em (OUALI & CHERKAoui, 2020), apresenta-se um algoritmo de fluxo de potência baseado na técnica de varredura direta/reversa, flexível com

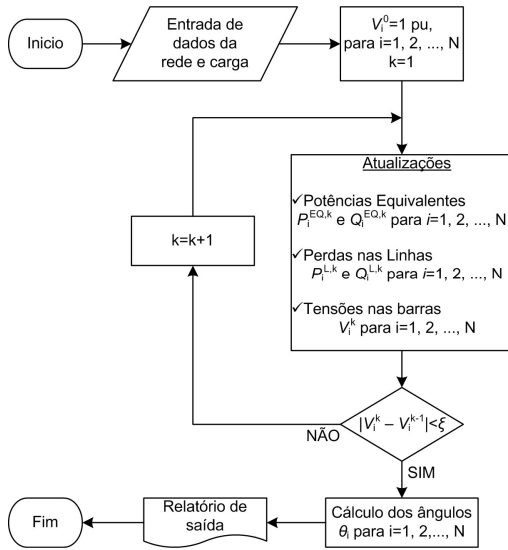


Fig. 02: Fluxograma do algoritmo de cálculo do fluxo de potência pelo MSP.

No algoritmo, k é o contador de iteração e ζ é o valor da tolerância de tensão predefinida antes da realização do algoritmo iterativo. Quando o módulo da diferença entre a tensão na iteração atual e a interação anterior for menor que a tolerância dada, significa que o algoritmo convergiu, ou seja, obteve o que se espera em tal processo.

3. DISCUSSÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO.

Muitos problemas de planejamento e operação em redes de distribuição de energia elétrica tem utilizado o FPO (DAS, 2017), um problema matemático de larga escala, não convexo e não linear, que pode ser expresso matematicamente por (10).

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f(\mathbf{x}) \\ & \text{Sujeito a } \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (10)$$

em que $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo a ser minimizada, \mathbf{x} é o vetor das variáveis de otimização, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ é o vetor composto pelas restrições de igualdade e $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ é o vetor composto pelas restrições de desigualdade.

Particularmente, as restrições de igualdade são tipicamente modeladas pelas equações de balanço de potência, garantindo que, ao final da solução do problema de FPO, as demandas de potência ativa e reativa, além das perdas nas linhas de distribuição, sejam totalmente supridas pela fonte do sistema. Desta forma, a equação biquadrada (01), que é fundamental ao MSP, representa explicitamente o balanço de potência podendo ser utilizada como o conjunto de

restrições de igualdade do FPO para uma rede elétrica com N barras.

Embora a formulação do MSP possibilite a resolução do FPO, as redes de distribuição são trifásicas. Outras características são: operação com topologia radial ou fracamente malhada; alimentadores com baixa relação X/R; e cargas desequilibradas (MOMOH, 2017). Na literatura, a modificação do MSP para redes trifásicas aplica o método das fontes fictícias de tensão (TRINDADE, 2005), que é originalmente desenvolvido para a análise transitória ou em regime permanente de circuitos elétricos com elementos não-lineares e/ou com parâmetros variantes no tempo. Este procedimento faz a correção da tensão usando um algoritmo iterativo externo sem modificar a equação biquadrada fundamental do MSP, mantendo-a na forma monofásica original como em (01).

Neste trabalho, por outro lado, propõe-se expansão da equação biquadrada do MSP para calcular a tensão trifásica nodal. Essa expansão da formulação possibilita sua aplicação direta à resolução do FPO em redes de distribuição formando o conjunto de restrições de igualdade que representa o balanço de potência trifásico.

4. MSP COM FORMULAÇÃO TRIFÁSICA

A expansão do MSP consiste em incluir o acoplamento magnético entre as fases da rede de distribuição para o cálculo das tensões trifásicas nodais. Nesta formulação, somente a forma da equação biquadrada fundamental do MSP é preservada assim, sua expansão permite determinar o módulo da tensão nodal em cada uma das p fases (a, b e c, respectivamente, para $p = 0, 1$ e 2) conforme (11).

$$V_{i,p}^4 + A_{i,p} V_{i,p}^2 + B_{i,p} = 0, \quad p = 0, 1, 2 \quad (11)$$

Sendo:

$$A_{i,p} = 2 \left(\sum_{q=0}^2 (P_{i,q}^{EQ} R_{i,pq} + Q_{i,q}^{EQ} X_{i,pq}) \delta_{pq} \right) - V_{i-1,p}^2 \quad (12)$$

$$B_{i,p} = \sum_{q=0}^2 \left((P_{i,q}^{EQ})^2 + (Q_{i,q}^{EQ})^2 \right) Z_{i,pq} \quad (13)$$

$$Z_{i,pq} = \sum_{t=0}^2 (R_{i,pt} R_{i,tq} + X_{i,pt} X_{i,tq}) \quad (14)$$

$$P_{i,p}^{EQ} = P_{i,p} + \sum_{j=1}^{n_i} (P_{j,p}^{EQ} + P_{j,p}^L) \quad (15)$$

$$Q_{i,p}^{EQ} = Q_{i,p} + \sum_{j=1}^{n_i} (Q_{j,p}^{EQ} + Q_{j,p}^L) \quad (16)$$

$$P_{i,p}^L = \sum_{q=0}^2 \frac{R_{i,pq} \left((P_{i,q}^{EQ})^2 + (Q_{i,q}^{EQ})^2 \right) \delta_{pq}}{V_{i,q}^2} \quad (17)$$

$$Q_{i,p}^L = \sum_{q=0}^2 \frac{X_{i,pq} \left((P_{i,q}^{EQ})^2 + (Q_{i,q}^{EQ})^2 \right) \delta_{pq}}{V_{i,q}^2} \quad (18)$$

$$\delta_{pq} = \cos((p-q)2\pi/3) \quad (19)$$

A raiz da equação biquadrada para determinar as tensões nodais trifásicas é dada por (20).

$$V_{i,p} = \sqrt{\frac{-A_{i,p}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A_{i,p}}{2}\right)^2 - B_{i,p}}}, \quad p = 0, 1, e 2 \quad (20)$$

Após a convergência pode-se calcular a abertura angular do trecho através de (21).

$$tg\theta_{i,i-1,p} = \frac{\sum_{q=0}^2 (P_{i,q}^{EQ} X_{i,pq} - Q_{i,q}^{EQ} R_{i,pq}) \delta_{pq}}{\left(\sum_{q=0}^2 (P_{i,q}^{EQ} R_{i,pq} + Q_{i,q}^{EQ} X_{i,pq}) \delta_{pq} \right) + V_i} \quad (21)$$

Como a forma do equacionamento do MSP é preservada, o algoritmo apresentado na Fig. 02 pode ser utilizado no cálculo do fluxo de potência trifásico com poucas modificações. Por exemplo, na rotina de atualização, as grandezas elétricas calculadas, tais como potência equivalente, perdas nas linhas e tensões nodais, são todas trifásicas exigindo um contador p de fase.

No processo de expansão da formulação do MSP, as linhas de distribuição são representadas por uma matriz de impedância quadrada de dimensão 3, i.e. \bar{Z}_i , em que a diagonal principal contém a impedância própria dos condutores e fora da diagonal as mútuas entre os condutores de cada fase. Dessa forma, em (13), os valores $Z_{i,pq}$ são os elementos da matriz $Z_i^2 = \bar{Z}_i (\bar{Z}_i^*)^T$ calculados conforme (14). Essa expansão trifásica é consistente com a formulação convencional (03) em que $R_i^2 + X_i^2 = Z_i^2$.

Adicionalmente, o efeito do acoplamento magnético entre as fases é realizado através do valor de δ_{pq} que projeta a corrente fluindo na fase q para a fase p . Os índices p e q correspondem às fases a, b e c. Assumindo na barra de referência uma tensão trifásica simétrica, os valores de δ_{pq} são determinados por (19) e representam os elementos de uma matriz Δ quadrada de dimensão 3 em que os elementos da diagonal principal são iguais a 1,0 e fora da diagonal principal são iguais a -0,5.

Essas observações indicam a possibilidade da determinação de uma forma compacta para a expansão trifásica do MSP. Na forma compacta as variáveis e parâmetros associados às fases são agrupados em

vetores coluna, tais como V_i , \bar{S}_i^{EQ} e \bar{S}_i^L , e matrizes quadrada, tais como \bar{Z}_i e Δ , de dimensão 3. De (22) à (26), apresenta-se a formulação compacta.

$$(\mathbf{IV}_i)^3 V_i + (\mathbf{IV}_i)^2 \mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i = \mathbf{0} \quad (22)$$

Sendo:

$$\mathbf{A}_i = 2\Delta \Re \left\{ \bar{Z}_i (\bar{S}_i^{EQ})^* \right\} - (\mathbf{IV}_{i-1}) V_{i-1} \quad (23)$$

$$\mathbf{B}_i = \bar{Z}_i (\bar{Z}_i^*)^T (\mathbf{IS}_i^{EQ}) (\bar{S}_i^{EQ})^* \quad (24)$$

$$\bar{S}_i^{EQ} = \bar{S}_i + \mathbf{M}_i (\bar{S}_i^{EQ} + \bar{S}_i^L) \quad (25)$$

$$\bar{S}_i^L = \Delta [(\mathbf{IV}_i)^2]^{-1} \bar{Z}_i (\mathbf{IS}_i^{EQ}) (\bar{S}_i^{EQ})^* \quad (26)$$

Na forma compacta, \mathbf{I} é a matriz identidade, \mathbf{M}_i é a i -ésima linha da matriz de incidência barra-ramo à jusante e $\Re\{\cdot\}$ é o operador para obter a parte real de um número complexo.

5. RESULTADOS NUMÉRICOS: SISTEMA TESTE DE 135 BARRAS

Primeiramente, o método computacional para resolver o fluxo de potência é implementado na linguagem de programação de uso geral, C#. O algoritmo implementado é então avaliado sob um sistema de distribuição de teste de 135 barras da literatura (LAPSEE, 2022) com topologia conforme apresentado na Fig. 3. Trata-se de um sistema trifásico, desbalanceado, com tensão nominal de 13,8kV de linha sendo a barra de referência aquela na subestação. O algoritmo implementado é executado em um sistema computacional Intel® Core™ i7 8700 CPU @ 3,20GHz com 6 processadores físicos e 12 lógicos.

Os valores de tensão calculados pelo MSP são comparados com os resultados obtidos usando o algoritmo de varredura de *forward/backward* (GIRARDI & LEITE, 2021) bastante conhecido e reconhecido pela comunidade especializada para o cálculo do fluxo de potência. A análise numérica é, então, realizada em dois casos comparativos de estudo. No primeiro, verifica-se a precisão do MSP em relação ao método de referência no cálculo de um fluxo de potência monofásico e outro trifásico. No segundo, somente o fluxo de potência trifásico é calculado para diferentes condições de desbalanceamento de carga, variando de 0% a 80% o desequilíbrio entre as fases.

5.1 Caso I: Fluxo Monofásico e Trifásico

Figura 04 apresenta os perfis de tensão para o sistema teste na fase a obtidos usando o algoritmo de varredura *forward/backward* (VFB) de soma de correntes, e MSP. A não consideração do acoplamento

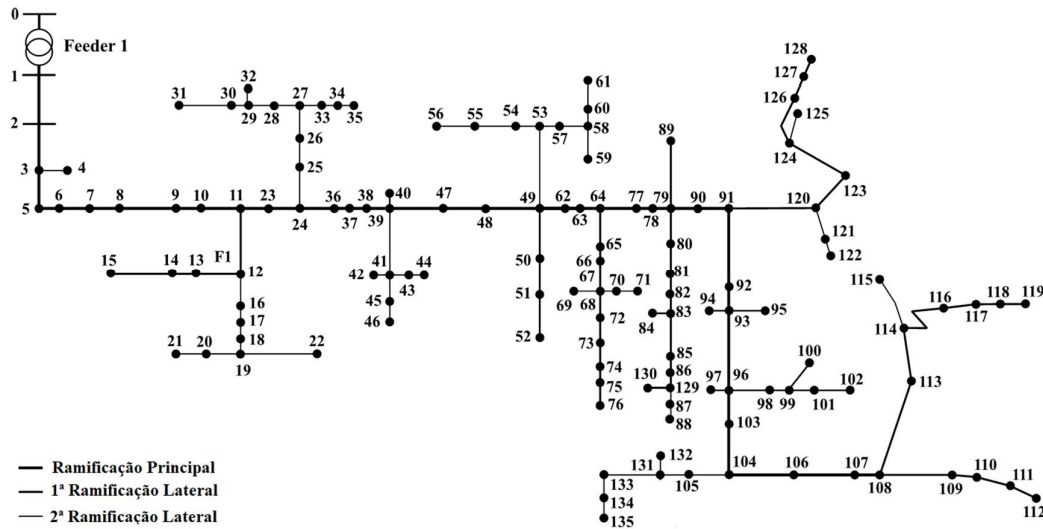


Fig. 03: Topologia do sistema teste de 135 barras radial para aplicações do MSP.

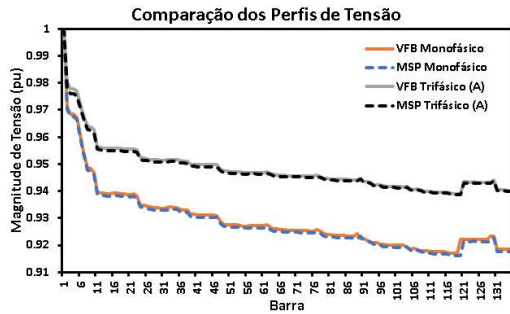


Fig. 04: Perfil de tensão ao longo do sistema teste na fase a.

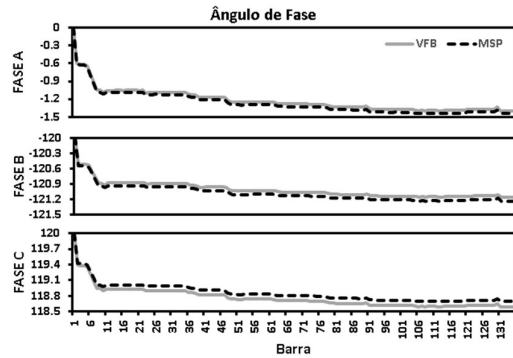


Fig. 05: Ângulos de fase das tensões nodais ao longo do sistema teste nas fases a, b e c.

magnético, formulação monofásica, leva a um perfil de tensão com valores menores quando comparados aos obtidos pela formulação trifásica. Em ambas as condições, monofásico e trifásico, os gráficos de linha representando os resultados do VFB e MSP estão sobrepostos indicando a similaridade dos valores calculados.

Como o MSP convencional é reconhecidamente eficiente na resolução do fluxo de potência monofásico, é somente verificada a diferença numérica para o trifásico. Assumindo o VFB trifásico como a referência, a diferença absoluta média das magnitudes de tensão é $5,8257 \times 10^{-4}$ pu. Em adição, a Fig. 05 demonstra uma comparação entre os ângulos de fase das tensões nodais obtidos pelo algoritmo VFB e MSP trifásico proposto.

Em uma análise qualitativa dos gráficos de linha, verifica-se uma sobreposição nos ângulos das tensões nodais para a fase a. Na fase b, os ângulos obtidos pelo algoritmo VFB são ligeiramente maiores que aqueles obtidos pelo MSP trifásico. Na fase c, o oposto é verificado, os ângulos obtidos pelo MSP trifásico são

ligeiramente maiores. Em termos quantitativos, as médias das diferenças absolutas para os ângulos das tensões nodais são $0,0421^\circ$, $0,0689^\circ$ e $0,0893^\circ$ para as fases a, b e c, respectivamente. A precisão no cálculo dos ângulos de fase é um pouco menor, pois essas grandezas são calculadas usando os valores das magnitudes de tensão acumulando, assim, a pequena imprecisão do MSP trifásico proposto.

5.2 Caso II: Carga Desbalanceada

Na primeira coluna da Tabela 01 é apresentado o máximo desbalanço percentual das cargas. No caso base, as cargas são equilibradas, i.e. desbalanço de 0%. Um desbalanço máximo de 10%, por exemplo, indica uma carga na fase a 5% maior que na fase b e 10% maior que na fase c. As métricas incluem o erro médio percentual da magnitude de tensão, μ_V , o desvio médio do erro, σ_V , e o máximo erro percentual, $Max(\delta_V)$, calculados usando os resultados do algoritmo de VFB como referência. Em adição, para as magnitudes de

referência é calculado o fator de desequilíbrio de tensão, $FD\%$, através de (27) como definido pela ANEEL no módulo 8 dos procedimentos de distribuição (ANEEL, 2022).

$$FD\% = (V_-/V_+) \times 100 \quad (27)$$

em que V_- é a magnitude da tensão eficaz de sequência negativa e V_+ é de sequência positiva.

Tabela 01. Desempenho do MSP trifásico.

Desbalanço	Valor das Métricas		FD
Base (0%)	μ_V	0,3482%	0,2551%
	σ_V	0,0238%	
	$Max(\delta_V)$	0,3844%	
10%	μ_V	0,3177%	0,3948%
	σ_V	0,0063%	
	$Max(\delta_V)$	0,3253%	
20%	μ_V	0,3166%	0,9808%
	σ_V	0,0063%	
	$Max(\delta_V)$	0,3243%	
40%	μ_V	0,5893%	2,1559%
	σ_V	0,0618%	
	$Max(\delta_V)$	0,6735%	
80%	μ_V	1,4901%	4,4600%
	σ_V	0,1722%	
	$Max(\delta_V)$	1,7251%	

Para carga equilibrada, o fator de desequilíbrio é de 0,2551% decorrente do desbalanceamento da rede de distribuição. As impedâncias mútuas entre as fases são diferentes devido a disposição geométrica dos condutores. O erro médio é de 0,3482% bem próximo do máximo erro de 0,3844%. Até 20% de desequilíbrio o erro médio está próximo de 0,3% indicando a capacidade do MSP trifásico em obter resultados precisos independente do desbalanço de carga.

O erro percentual médio aumenta para os casos de 40% e 80% de desequilíbrio e atinge, respectivamente os valores de 0,5893% e 1,4901%. Esses dois casos representam pontos de operação fora dos limites operacionais estabelecidos pela ANEEL, pois o máximo valor do fator de desequilíbrio de tensão para o nível de 13,8 kV é de 2,0%. De fato, a expansão da formulação do MSP trifásicas é capaz de obter com boa precisão as magnitudes de tensão nodais trifásicas mesmo em condições de desbalanceamento, que é uma característica das redes de distribuição.

6. CONCLUSÕES

A expansão da equação biquadrada do MSP preserva sua forma e permite o cálculo do módulo das tensões trifásicas nodais, i.e. do vetor coluna com as magnitudes de tensão para cada fase. A proposta dá suporte às redes de distribuição que são trifásicas e desbalanceadas. Para o limite operacional de desequilíbrio de tensão estabelecido pela ANEEL, o MSP trifásico é eficaz na solução do fluxo de potência com erro percentual médio próximo de 0,3%. No futuro, a equação biquadrada expandida para sistemas trifásicos deve compor as restrições de igualdade do balanço de potência em um modelo do FPO para resolver problemas de operação e planejamento em redes de distribuição desbalanceadas.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com suporte financeiro através dos processos nºs 2015/21972-6 e 2019/07436-5 concedido pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), e com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de financiamento 001.

REFERÊNCIAS

- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ANEEL, *Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional – PRODIST, Módulo 8 – Qualidade da Energia Elétrica*, Revisão 13, vigente a partir de 01/01/2022.
- BARAN, M. E. e WU, F. F. (1989) Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 4 (2), 1401-1407.
- CHEN, T. -H, CHEN, M. -S., HWANG, K. -J., KOTAS, P. e CHEBLI, E. A. (1991) Distribution system power flow analysis-a rigid approach. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 6 (3), 1146-1152.
- CHENG, C. S. e SHIRMOHAMMADI, D. (1995) A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis, *IEEE Transactions on Power Systems*, 10 (2), 671-679.
- DAS, J. C. (2017) *Load Flow Optimization and Optimal Power Flow*, Reino Unido: CRC Press.
- DUGAN, R. C. e MCDERMOTT, T. E. (2011) *An open source platform for collaborating on smart grid research, Proc. IEEE PES General Meeting*, 1–7.

- FALCÃO, D. M. (2003) *Fluxo de Potência em Redes de Distribuição Radiais*, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro.
- GIRARDI, M. F. e LEITE, J. B. (2021) Performance Analysis of Three-Phase Power Flow Algorithms in Power Distribution Networks, *2021 IEEE URUCON*, 12-15.
- LABORATÓRIO DE PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA - LAPSEE. Sistema Prático 135 barras. Disponível em: https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/lapsee/system_135_distribuition_feeder.rar, Acessado em 14/02/2022.
- MOMOH, J. (2017) *Electric Power Distribution, Automation, Protection and Control*, Estados Unidos: CRC Press.
- OUALI, S., CHERKAOUI, A. (2020) An Improved Backward/Forward Sweep Power Flow Method Based on a New Network Information Organization for Radial Distribution Systems, *Journal of Electrical and Computer Engineering*, 1-11.
- PAIVA, R. R. C. (2006) Fluxo de Potência Ótimo em Redes de Distribuição de Energia com a Presença de Geração Distribuída: Um Novo Algoritmo para Auxiliar a Análise do Perfil de Tensão, *Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — UFSC, Florianópolis-SC*.
- REIZ, C. e LEITE, J. B. (2021) Hardware-In-the-Loop Simulation to Test Advanced Automation Devices in Power Distribution Networks, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 36 (4), 2194-2203.
- RICHTER, J. L., TONIELO, G., CARVALHO, O. (2017) Algoritmo de Fluxo de Potência backward/forward Trifásico para Sistemas de Distribuição. *XXVIII Congresso Regional de Iniciação Científica e Tecnológica em Engenharia (CRICTE)*, Ijuí-RS, 15-18.
- SCHNEIDER, K. P. et al., (2018) Analytic Considerations and Design Basis for the IEEE Distribution Test Feeders, *IEEE Transactions on Power Systems*, 33 (3), 3181-3188.
- SHEBLÉ, G. B., WOLLENBERG, B. F., e WOOD, A. J. (2013) *Power Generation, Operation and Control*, Alemanha: Wiley.
- TRINDADE Jr, W. J. (2005) Cálculo de Fluxo de Potência Trifásico para Redes de Distribuição de Energia Elétrica Utilizando o Método Soma de Potências Modificado. *VI SBQEE*, 535-540.