

# Sintonia automática de parâmetros de controladores LQR aplicados a inversores conectados à rede<sup>\*</sup>

Everson Mattos<sup>\*</sup> Lucas Cielo Borin<sup>\*</sup> Gustavo Guilherme Koch<sup>\*\*</sup>  
Caio Ruviano Dantas Osório<sup>\*</sup> Vinícius Foletto Montagner<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup> *Universidade Federal de Santa Maria, RS, (e-mail: everson.mattos@gmail.com).*

<sup>\*\*</sup> *Universidade Federal do Pampa, RS*

---

**Abstract:** In this work, an automatic controller tuning based on metaheuristics is proposed to obtain, in an optimized way, the weights of the  $\mathbf{Q}$  and  $\mathbf{R}$  matrices of a quadratic linear regulator applied to the control of current from converters connected to the grid. The proposed strategy allows obtaining superior performance in relation to controllers tuned traditionally, without requiring the designer to spend a lot of time in designs based on trial and error. The results show that the grid currents obtained are in accordance with the IEEE 1547 standard, indicating the usefulness of the proposed strategy for the control of power injected into the grid in distributed generation systems where the grid impedance at the point of common coupling may be affected by uncertainty.

**Resumo:** Neste trabalho, é proposta uma sintonia automática, baseada em meta-heurística, para obter, de forma otimizada, os pesos das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  de um regulador linear quadrático aplicado ao controle de corrente de conversores conectados à rede. A estratégia proposta permite obter desempenho superior em relação a controladores sintonizados de forma tradicional, sem demandar do projetista um elevado gasto de tempo em projetos por tentativa e erro. Os resultados mostram que as correntes de rede obtidas estão em conformidade com a norma IEEE 1547, indicando utilidade da estratégia proposta para o controle de potência injetada na rede em sistemas de geração distribuída em que há incerteza na impedância da rede no ponto de acoplamento comum dos conversores.

*Keywords:* Grid-tied inverter; Current control; Optimization; Linear quadratic regulator.

*Palavras-chaves:* Inversor conectado à rede; Controle de corrente; Otimização; Regulador linear quadrático.

---

## 1. INTRODUÇÃO

O aumento na demanda por energia elétrica no mundo e o interesse em reduzir o impacto ambiental são alguns dos fatores que impulsionam a geração baseada em fontes renováveis (e.g., energia eólica e solar fotovoltaica) (Willis and Scott, 2000; Bull, 2001). Neste cenário, tem-se a formação de um sistema de geração distribuída de energia elétrica em que consumidores também podem fazer o papel de produtores, e problemas como a manutenção da qualidade da tensão e de estabilidade do sistema se tornam mais desafiadores, exigindo maior rigor no projeto e controle de conversores de potência conectados à rede (Mohan et al., 2003; Teodorescu et al., 2011). Em especial, muita atenção tem sido dedicada aos inversores operando como seguidores de rede. A operação destes inversores demanda controladores capazes de garantir sincronismo

com a tensão de rede, controle da tensão do barramento CC da entrada do inversor e regulação do fluxo de potência ativa e reativa entre a fonte primária e a rede, obedecendo a rigorosas especificações como as previstas em normas pertinentes (IEEE, 2011; CENELEC, 2007).

No contexto de sistemas de geração distribuída, é comum a presença de inversores de fonte de tensão conectados à rede por meio de filtros LCL, fazendo a interface entre a fonte primária e a rede (Liserre et al., 2005; Yin et al., 2013). Estes inversores conectados à rede (do inglês, *Grid-Tied Inverters* – GTIs) permitem regular, por exemplo, a potência injetada na rede, por meio do controle das correntes injetadas na rede. Estas correntes devem apresentar baixa distorção harmônica mesmo com o GTI operando contra tensões de rede com harmônicas e sob incerteza na impedância da rede no ponto de acoplamento comum dos conversores, que, por exemplo, no caso de operação com rede forte até operação com rede fraca, podem levar a um desempenho deteriorado ou mesmo à instabilidade com controladores projetados apenas para uma condição nominal de parâmetros (Koch et al., 2018, 2019). Dentre as soluções tradicionalmente utilizadas estão os controla-

---

<sup>\*</sup> O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES/PROEX) - Código de Financiamento 001. Os autores também agradecem ao INCT-GD, CNPq (465640/2014-1, 309536/2018-9 e 166608/2020-3), CAPES (23038.000776/2017-54), FAPERGS (17/2551-0000517-1).

dores do tipo proporcional-integral em eixos síncronos e os controladores do tipo proporcional-ressonante (Dannehl et al., 2010a,b; Teodorescu et al., 2006). Estas estratégias demandam amortecimento da ressonância do filtro LCL e um projeto de múltiplos ganhos para garantir rastreamento de referência e rejeição de distúrbios em frequências iguais à frequência da fundamental da rede e suas harmônicas. Entretanto, uma dificuldade com estas estratégias é incluir, na etapa de projeto dos ganhos de controle, a possível incerteza na impedância de rede no ponto de acoplamento comum e também levar em consideração os limites de amplitude da ação de controle, impostos pelo sistema físico do conversor.

Controladores por realimentação de estados também foram utilizados na literatura para prover correntes de rede de boa qualidade para GTIs. Estes controladores podem aumentar o amortecimento do sistema em malha fechada, utilizando a retroação dos estados do filtro, bem como garantir o rastreamento de referência e a rejeição de distúrbios, incluindo robustez contra incertezas paramétricas da rede (Teodorescu et al., 2006; Dorf and Bishop, 2008; Gabe et al., 2009; Maccari et al., 2014; Koch et al., 2018; Osório et al., 2019). Dentre os controladores por realimentação de estados, merece especial atenção o regulador linear quadrático (do inglês, *Linear Quadratic Regulator* – LQR) devido a sua capacidade de prover robustez e desempenho ótimo, segundo uma função custo quadrática nos estados e no sinal de controle (Dorato et al., 1995, 2000). Controladores LQR foram aplicados com sucesso a GTIs, por exemplo, em (Maccari et al., 2015), incluindo robustez contra incertezas paramétricas na rede. Entretanto, a escolha dos pesos da função custo destes controladores (matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  da função custo) não é trivial, e em geral demanda do projetista uma grande quantidade de tempo, em um estágio de projeto por tentativa e erro, o que indica que o projeto resultante é altamente dependente da experiência do projetista.

Este trabalho tem por objetivo fornecer uma sintonia automática para os pesos da função custo de controladores LQR aplicados ao controle de corrente de GTIs operando sob incertezas na impedância de rede e harmônicas na tensão de rede. Esta sintonia automática é baseada na aplicação de um algoritmo de otimização por enxame de partículas (do inglês, *Particle Swarm Optimization* – PSO) (Eberhart and Kennedy, 1995) para encontrar os elementos das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  de um controlador LQR de forma a garantir, tanto para operação em condição de rede forte quanto fraca: i) estabilidade da malha de controle de corrente de rede, ii) minimização de um critério de integral de erro quadrático em um ensaio típico de rastreamento de referência de corrente senoidal, com tensões de rede com harmônicas dentro da norma (CENELEC, 2007), iii) sinal de controle com amplitude menor do que um limitante pré-determinado pelo projetista. A estratégia proposta permite a sintonia de LQRs sem demandar múltiplas iterações homem-máquina, como nos projetos convencionais de LQRs, e reduz a necessidade de um projetista mais experiente para obter um LQR funcional. Para uma comparação, é feito um projeto de LQR com matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  sintonizadas manualmente, baseando-se na regra de Bryson (Bryson, 1975), e um projeto de um LQR com matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  sintonizadas de forma automá-

tica, baseando-se no algoritmo PSO. As correntes de rede apresentam qualidade superior no último caso, utilizando ensaios práticos de simulações de tempo real em *Hardware-in-the-loop* (HIL).

## 2. MODELAGEM

Considere o inversor trifásico conectado à rede por meio de um filtro LCL, dado na Figura 1.

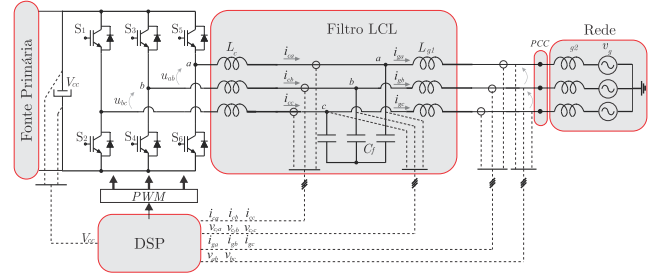


Figura 1. Inversor conectado à rede por filtro LCL.

A rede considerada é predominantemente indutiva, com indutância  $L_{g2}$  incerta, o que permite escrever

$$L_g = L_{g1} + L_{g2} \quad (1)$$

sendo  $L_g \in [L_{gmin}, L_{gmax}]$ .

Assume-se aqui que o sincronismo com as tensões de rede e que a regulação da tensão de entrada são efetuados por malhas de controle adequadamente projetadas (Teodorescu et al., 2011). Assume-se também que todas as variáveis de estado do filtro LCL são medidas e que os sinais de comando dos interruptores do inversor são provenientes de uma lei de controle digital computada por um processador digital de sinais (do inglês, *Digital Signal Processor* – DSP).

Considerando o circuito trifásico na Figura 1 como equilibrado, é possível descrever sua dinâmica a partir de dois sistemas monofásicos desacoplados, em coordenadas  $\alpha$  e  $\beta$ , dados por (Teodorescu et al., 2011; Maccari et al., 2014)

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_\alpha \\ \dot{\mathbf{x}}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(L_g) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}(L_g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_\alpha \\ \mathbf{x}_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d(L_g) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_d(L_g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{g\alpha} \\ v_{g\beta} \end{bmatrix} \quad (2)$$

em que as matrizes do sistema são dadas por

$$\mathbf{A}(L_g) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_c} & 0 \\ \frac{1}{C_f} & 0 & -\frac{1}{C_f} \\ 0 & \frac{1}{L_g} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_c} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_d(L_g) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{L_g} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} i_c \\ v_c \\ i_g \end{bmatrix}$$

Neste modelo, as variáveis  $\mathbf{x}_\alpha$  e  $\mathbf{x}_\beta$  são os vetores de estado, as variáveis  $u_\alpha$  e  $u_\beta$  representam os sinais de controle e as variáveis  $v_{g\alpha}$  e  $v_{g\beta}$  representam as tensões da rede. Como os modelos em  $\alpha$  e  $\beta$  são considerados desacoplados nesta modelagem, pode-se projetar os ganhos de controle

da mesma forma para ambas as coordenadas. Os subscritos  $\alpha$  e  $\beta$  serão omitidos para simplificar a notação.

Com objetivo de projeto de controladores, considere a discretização da planta, com um período  $T_s$ , e a inclusão de um atraso de uma amostra, típico na implementação de controle digital (Åström and Wittenmark, 1995), levando à descrição

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ x_d(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d(L_g) & \mathbf{B}_{ud}(L_g) \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ x_d(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{dd}(L_g) \\ 0 \end{bmatrix} v_g(k) \quad (3)$$

com matrizes dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_d(L_g) &= e^{\mathbf{A}(L_g)T_s}, \quad \mathbf{B}_{ud}(L_g) = \int_0^{T_s} e^{\mathbf{A}(L_g)\tau} \mathbf{B}_u d\tau, \\ \mathbf{B}_{dd}(L_g) &= \int_0^{T_s} e^{\mathbf{A}(L_g)\tau} \mathbf{B}_d(L_g) d\tau \end{aligned} \quad (4)$$

Além disso, a partir do princípio do modelo interno, controladores ressonantes são incluídos a fim de rastrear referências senoidais e rejeitar distúrbios harmônicos (Francis, 1987). Estes controladores podem ser representados, no tempo contínuo, por

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_r \\ \dot{\xi}_c \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta_n\omega_n \end{bmatrix}}^{R_c} \begin{bmatrix} \xi_c \\ \xi_r \end{bmatrix} + \overbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}^{T_c} e \quad (5)$$

em que  $\omega_n$  é a frequência ressonante e  $\zeta_n$  é o fator de amortecimento.

Um modelo em tempo discreto da representação dada em (5) pode ser escrito como (Ogata, 1995)

$$\boldsymbol{\xi}(k+1) = R_d \boldsymbol{\xi}(k) + T_d e(k), \quad e(k) = i_{ref}(k) - i_g(k) \quad (6)$$

com

$$R_d = e^{R_c T_s}, \quad T_d = \int_0^{T_s} e^{R_c \tau} T_c d\tau \quad (7)$$

em que  $i_{ref}$  é a referência para as correntes injetadas na rede.

Generalizando (6) para  $n$  controladores ressonantes independentes, tem-se

$$\mathbf{R}_{aug} = \begin{bmatrix} R_{d1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{d2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{d2n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{aug} = \begin{bmatrix} T_{d1} \\ T_{d2} \\ \vdots \\ T_{d2n} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Para um período de discretização suficientemente pequeno, é possível utilizar uma representação do modelo aumentado em tempo discreto, incluindo os estados da planta, o atraso no sinal de controle, e um número arbitrário  $n$  de controladores ressonantes, podendo ser escrito como

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}_d(L_g)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{ud}(L_g)\varphi(k) + \mathbf{B}_{dd}(L_g)v_g(k) \\ \varphi(k+1) &= u(k) \\ \boldsymbol{\xi}(k+1) &= \mathbf{R}_{aug}\boldsymbol{\xi}(k) + \mathbf{T}_{aug}(i_{ref}(k) - \mathbf{C}\boldsymbol{\rho}(k)) \end{aligned} \quad (9)$$

ou, de forma compacta, por

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\rho}(k+1) &= \mathbf{G}(L_g)\boldsymbol{\rho}(k) + \mathbf{H}_u u(k) + \dots \\ &\quad \mathbf{H}_d(L_g)v_g(k) + \mathbf{H}_r i_{ref}(k) \\ y(k) &= \mathbf{C}_d \boldsymbol{\rho}(k) = i_g(k) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(L_g) &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d(L_g) & \mathbf{B}_{ud}(L_g) & \mathbf{0}_{3 \times 2n} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 & \mathbf{0}_{1 \times 2n} \\ -\mathbf{T}_{aug_{2n \times 1}} \mathbf{C} & \mathbf{0}_{2n \times 1} & \mathbf{R}_{aug_{2n \times 2n}} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{H}_u &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ 1 \\ \mathbf{0}_{2n \times 1} \end{bmatrix}, \mathbf{H}_d(L_g) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{dd}(L_g) \\ 0 \\ \mathbf{0}_{2n \times 1} \end{bmatrix}, \mathbf{H}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ 0 \\ \mathbf{T}_{aug_{2n \times 1}} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\rho}(k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \varphi(k) \\ \boldsymbol{\xi}(k) \end{bmatrix}, \mathbf{C}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ 0 \\ \mathbf{0}_{2n \times 1} \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

A formulação em espaço de estados apresentada em (10) permite o uso imediato da seguinte lei de controle por realimentação de estados

$$u(k) = \mathbf{K}\boldsymbol{\rho}(k) = [\mathbf{K}_x \quad K_\varphi \quad \mathbf{K}_\xi] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \varphi(k) \\ \boldsymbol{\xi}(k) \end{bmatrix} \quad (11)$$

em que  $\mathbf{K}$  é o vetor de ganhos de controle com  $D = 4 + 2n$  colunas.

### 3. SINTONIA AUTOMÁTICA DOS PESOS DE CONTROLADORES LQR

No regulador linear quadrático discreto (do inglês, *Discrete Linear Quadratic Regulator* – DLQR), os ganhos de realimentação de estados são calculados de forma a minimizar a função

$$J = \sum_{n=1}^{\infty} \boldsymbol{\rho}(n)' \mathbf{Q} \boldsymbol{\rho}(n) + u(n)' \mathbf{R} u(n) \quad (12)$$

em que as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  são matrizes hermitianas definidas positivas.

Os ganhos que otimizam esta função (12) são

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H}_u^T \mathbf{S}) \quad (13)$$

e  $\mathbf{S}$  é a solução em regime permanente da equação de Riccati (Stengel, 1994), dada por

$$\mathbf{0} = -\mathbf{S}\mathbf{G} - \mathbf{G}^T \mathbf{S} - \mathbf{Q} + \mathbf{S}\mathbf{H}_u \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_u^T \mathbf{S} \quad (14)$$

A solução desta equação pode ser obtida de forma computacionalmente eficiente utilizando, por exemplo, o comando *dlqr*, do MATLAB.

A seleção de  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , envolve, na abordagem mais comum, o uso de tentativa e erro (Ufnalski et al., 2015). No caso de sistemas precisamente conhecidos (ou seja, sem parâmetros incertos), o projeto de um DLQR demanda do projetista as matrizes do modelo de espaço de estados (matrizes  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{H}_u$ ) e os pesos  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ ,

No entanto, quando as matrizes do sistema são afetadas por parâmetros incertos, como é o caso de um GTI conectado à rede com indutância intervalar, há necessidade de maior cuidado na sintonia de um DLQR. Para isso, procedimentos de otimização para a escolha dos pesos

tornam-se interessantes. Como é feito usualmente,  $\mathbf{Q}$  pode ser escolhida como uma matriz diagonal com elementos positivos e  $\mathbf{R}$  pode ser escolhido como um escalar positivo. Neste caso, os pesos das matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  podem ser expressos no seguinte vetor de variáveis de decisão

$$\mathbf{W} = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_D \ r] \quad (15)$$

sendo  $q_i$ , com  $i = 1, \dots, D$ , e  $r$  escalares reais positivos, tais que  $\mathbf{Q} = \text{diag}[q_1, q_2, \dots, q_D]$  e  $\mathbf{R} = r$ .

Para orientar a escolha dos pesos em  $\mathbf{W}$ , pode-se resolver um problema de otimização dado por

$$\mathbf{W}^* = \arg \min_{\mathbf{W} \in \mathcal{W}} F(\mathbf{W}) \quad (16)$$

em que a função  $F(\mathbf{W})$  é uma função custo pode ser definida pelo projetista como uma quantidade real positiva que deve ser minimizada.

No problema de controle de correntes de rede expresso no espaço de estados, em coordenadas  $\alpha\beta$ , os sinais de referência e de distúrbios são senoidais e o sistema é sujeito a incertezas paramétricas, com um modelo para  $L_{gmin}$  e outro modelo para  $L_{gmax}$ . Desta forma, escolheu-se aqui uma função  $F(\mathbf{W})$  dada por

$$F(\mathbf{W}) = \max \left( \text{ISE}(L_{gmin}) \Pi_r(L_{gmin}) \Pi_u(L_{gmin}), \text{ISE}(L_{gmax}) \Pi_r(L_{gmax}) \Pi_u(L_{gmax}) \right) \quad (17)$$

em que o índice ISE (integral do erro ao quadrado) é calculado como

$$\text{ISE} = \sum_{n_1}^{n_2} e^2(k) \quad (18)$$

Para a obtenção do erro, em (18), a saída do sistema é obtida em um teste de rastreamento da referência de corrente na Figura 2 (a), sob a tensão de rede com distúrbios harmônicos, dada na Figura 2 (b).

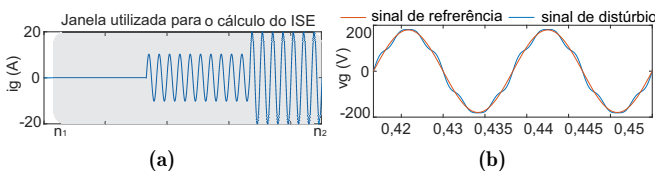


Figura 2. (a) Janela utilizada para o cômputo do ISE no intervalo  $[n_1, n_2]$ ; (b) sinal de referência de corrente e sinal de distúrbio com harmônicos.

Na função custo proposta para a otimização dos pesos do DLQR, em (17), os termos  $\Pi_r$  e  $\Pi_u$  são fatores de penalização, utilizados para aumentar o custo associado com escolhas de pesos  $q_i$ ,  $i = 1, \dots, D$  e  $r$ , em  $\mathbf{W}$ , que levem a ganhos de DLQRs que produzam instabilidade ou sinais de controle com amplitude muito elevada.

Estes penalizadores são definidos, para  $L_{gmin}$ , como

$$\Pi_r(L_{gmin}) = \begin{cases} 1, & \text{se } \max |\lambda\{\mathbf{G}(L_{gmin})\}| < 1 \\ 10^{10}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (19)$$

$$\Pi_u(L_{gmin}) = \begin{cases} 1, & \text{se } \max |u(k)| < E \\ 10^{10}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

e, da mesma forma, para  $L_{gmax}$ , como

$$\Pi_r(L_{gmax}) = \begin{cases} 1, & \text{se } \max |\lambda\{\mathbf{G}(L_{gmax})\}| < 1 \\ 10^{10}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (20)$$

$$\Pi_u(L_{gmax}) = \begin{cases} 1, & \text{se } \max |u(k)| < E \\ 10^{10}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

em que o valor máximo do sinal de controle é dado por  $E = V_{cc}$ , e em que  $\max |\lambda\{\mathbf{G}(L_g)\}|$  são os máximos módulos dos autovalores de malha fechada para  $\mathbf{G}(L_{gmin})$  e  $\mathbf{G}(L_{gmax})$ . Desta forma, a função  $F(\mathbf{W})$  proposta permite minimizar o erro de rastreamento, respeitando a estabilidade e um limite para o sinal de controle, para ambas as condições extremas de indutância.

Note que encontrar  $\mathbf{W}$  que minimiza  $F(\mathbf{W})$  pode ser resolvido por busca exaustiva, por exemplo, mas este tipo de abordagem tende a ser proibitivamente custoso em termos computacionais, à medida que aumenta a dimensão do vetor  $\mathbf{W}$ , e, neste cenário, algoritmos de buscas inteligentes de  $\mathbf{W}$  tornam-se interessantes.

### 3.1 Algoritmo PSO para a escolha dos pesos do DLQR

Neste trabalho, propõe-se a utilização do algoritmo PSO para a busca dos pesos  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  do DLQR, de forma que o ganho de controle  $\mathbf{K}$  garanta desempenho otimizado e estabilidade para toda a faixa de incertezas na indutância de rede.

O PSO é uma ferramenta atrativa pela capacidade de obter resultados ótimos em tempo razoável, e também por possuir uma descrição computacional mais simples em relação a outros algoritmos, como algoritmos genéticos (Eberhart and Kennedy, 1995; Flasiński, 2016).

Para usar o PSO na sintonia do DLQR, primeiro considere que o vetor  $\mathbf{W}$  em (15) define a posição  $\mathbf{s}$  de uma partícula  $j$  (ponto em um espaço de busca), em uma dada época  $m$  (iteração do algoritmo), dado por

$$\mathbf{W} = \mathbf{s}_j(m) = [q_{j1}(m) \ q_{j2}(m) \ \dots \ q_{jD}(m) \ r_j(m)] \quad (21)$$

$$j = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, M$$

Cada partícula  $j$  utiliza um vetor de velocidades para deslocar-se neste espaço de busca, dado por

$$\mathbf{v}_j(m) = [v_{j1}(m) \ v_{j2}(m) \ \dots \ v_{jD+1}(m)] \quad (22)$$

O algoritmo inicia criando um enxame de partículas, distribuído aleatoriamente no espaço de busca. Então, a partir da avaliação da função custo, um valor é associado à posição de cada partícula, chamado *fitness*. Em épocas sucessivas, as posições das partículas são atualizadas, e o enxame se move no espaço de busca com o objetivo de minimizar o valor do *fitness*.

Uma equação de velocidade recursiva é usada para atualizar a posição de cada partícula, considerando a melhor posição individual que cada partícula já obteve ( $\mathbf{P}_{j,best}$ ), e a melhor posição encontrada entre todas as partículas do enxame ( $\mathbf{G}_{best}$ ). As equações de atualização para a velocidade e posição são dadas, respectivamente, por

$$\mathbf{v}_j(m+1) = \omega \mathbf{v}_j(m) + \phi_1 \text{rand}_1() (\mathbf{P}_{j,best} - \mathbf{s}_j(m)) + \phi_2 \text{rand}_2() (\mathbf{G}_{best} - \mathbf{s}_j(m)) \quad (23)$$

$$\mathbf{s}_j(m+1) = \mathbf{s}_j(m) + \mathbf{v}_j(m+1) \quad (24)$$

sendo  $\phi_1$  e  $\phi_2$  os coeficientes cognitivo e social, respectivamente, e  $\omega$  o fator de inércia que desacelera as partículas durante a execução, para uma melhor convergência.

A execução do algoritmo PSO aqui utilizado aplica os seguintes passos:

- (1) Inicialização aleatória da posição das partículas dentro dos limites do espaço de busca definido.
- (2) Cálculo da função custo  $F(\mathbf{W})$  para cada partícula.
- (3) Atualização de  $\mathbf{P}_{j,best}$  e  $\mathbf{G}_{best}$ .
- (4) Atualização da posição e da velocidade das partículas.
- (5) Se o critério de parada for atingido, retorno da melhor solução ( $\mathbf{G}_{best}$ ) e finalização da execução. Se não, volta ao Passo 2.

Por fim, no cenário de controle de conversores de potência, o algoritmo PSO já foi utilizado, por exemplo, na sintonia de um DLQR para o controle da tensão de saída de uma UPS em (Borin et al., 2019; Mattos et al., 2020). A seção a seguir apresenta o uso deste algoritmo para a sintonia automática de um DLQR robusto aplicado ao controle das correntes injetadas na rede de um GTI sujeito a incertezas paramétricas.

#### 4. RESULTADOS

Para comprovar o bom desempenho e a viabilidade do projeto proposto, o GTI mostrado na Figura 1, com os parâmetros dados na Tabela 1, foi simulado no software PSIM, com o código de controle digital implementado em linguagem C++, com o sincronismo da rede executado por meio de um filtro de Kalman (Cardoso et al., 2008), e com a modulação *space vector* (Pinheiro et al., 2005). Para a obtenção dos ganhos dos controladores DLQRs nesta seção, foi utilizado o software MATLAB.

Tabela 1. Parâmetros da planta

Descrição	Símbolo	Unidade
Indutância do filtro (conversor)	$L_c$	1 mH
Capacitância do filtro	$C_f$	62 uF
Indutância do filtro (rede)	$L_{g1}$	0,3 mH
Indutância mínima da rede	$L_{g2_{min}}$	0 mH
Indutância máxima da rede	$L_{g2_{max}}$	2 mH
Tensão de entrada	$V_{cc}$	400 V
Tensão da rede	$v_g$	127 V, 60 Hz
Frequência de amostragem	$f_s$	20040 Hz
Frequência de chaveamento	$f_{sw}$	10020 Hz
Frequências dos ressonantes		60, 300 e 420 Hz

Inicialmente, dois controladores DLQRs foram projetados manualmente (i.e. sem auxílio de sintonia automatizada). O primeiro é um DLQR com pesos unitários, devido a sua simplicidade, em que as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  são

$$\mathbf{Q} = \text{diag}[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (25)$$

$$\mathbf{R} = 1$$

levando aos ganhos do controlador dados por

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -5,35 & -0,36 & -0,21 & -0,25 & 36,47 & \dots \\ -35,92 & 12,00 & -11,43 & 8,56 & -8,17 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Simulando este controlador, assumindo que a indutância da rede esteja em seu valor mínimo, e com a tensão de rede e com a referência de corrente dadas na Seção 3, é possível observar resultados satisfatórios, tanto para a corrente de rede quanto para o sinal de controle no eixo  $\alpha$  mostrados

na Figura 3. Resultados similares foram obtidos para as variáveis no eixo  $\beta$ .

Todavia, como é possível observar na Figura 3 (b), o controlador (26) apresentou uma grande degradação em seu desempenho na operação do sistema com indutância da rede máxima  $L_{gmax}$ . Nessa condição, a ação de controle apresenta saturação, e a corrente injetada na rede apresenta instabilidade.

Uma possível solução é utilizar outra forma de projeto para o DLQR, como por exemplo a regra de Bryson (Bryson, 1975), na qual a seleção dos pesos é dada por

$$\mathbf{Q}_{ij} = \frac{1}{(\Delta x_{ij})^2}, \quad i = j \quad (27)$$

$$\mathbf{R}_{ij} = \frac{1}{(\Delta u_{ij})^2}, \quad i = j \quad (28)$$

em que  $\Delta x_{ij}$  e  $\Delta u_{ij}$  representam as amplitudes das variações aceitáveis de operação dos estados e da ação de controle, respectivamente (Bryson, 1975). Os pesos em  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , com o uso da regra de Bryson, são dados por

$$\mathbf{Q} = \text{diag} \begin{bmatrix} -0,0025 & 2,5 \times 10^{-5} & 0,0025 & 2,5 \times 10^{-5} & \dots \\ 4 \times 10^{-6} & 4 \times 10^{-6} & 4 \times 10^{-6} & 4 \times 10^{-6} & \dots \\ 4 \times 10^{-6} & 4 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = 4 \times 10^{-6} \quad (29)$$

e os ganhos do DLQR, escolhendo como parâmetro nominal  $L_g = L_{gmin}$ , são dados por

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -12,79 & -1,39 & 2,34 & -0,60 & 19,00 & \dots \\ -18,91 & 6,50 & -6,50 & 3,73 & -3,82 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Ao simular o controlador DLQR sintonizado com regra de Bryson (30), com o GTI operando com a indutância mínima da rede, verifica-se um bom desempenho, conforme mostrado na Figura 4.

Entretanto, para a operação com indutância máxima da rede,  $L_{gmax}$ , a resposta do sistema, apesar de estável, apresenta oscilações, tanto na ação de controle quanto na corrente injetada na rede.

Apesar da melhoria no projeto, uma dificuldade na aplicação da regra de Bryson é a necessidade do conhecimento prévio das máximas variações de todos os estados e da ação de controle, o que nem sempre é conhecido *a priori*, principalmente se o número de estados é elevado. Uma outra característica dos projetos heurísticos, como, por exemplo, o DLQR com pesos unitários e o DLQR da regra de Bryson, é que esses métodos necessitam escolher uma planta nominal para o projeto dos ganhos. Isso, via de regra, não garante que o controlador projetado será estável ou tenha um desempenho satisfatório para toda faixa de incerteza da planta, conforme demonstrado nos resultados apresentados anteriormente.

##### 4.1 Solução proposta

Para contornar as dificuldades de um projeto baseado em escolhas dos pesos por tentativa e erro, e para garantir estabilidade e bom desempenho para toda a faixa de incerteza dos parâmetros da planta, é possível utilizar o algoritmo PSO, para encontrar pesos otimizados, para as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ .

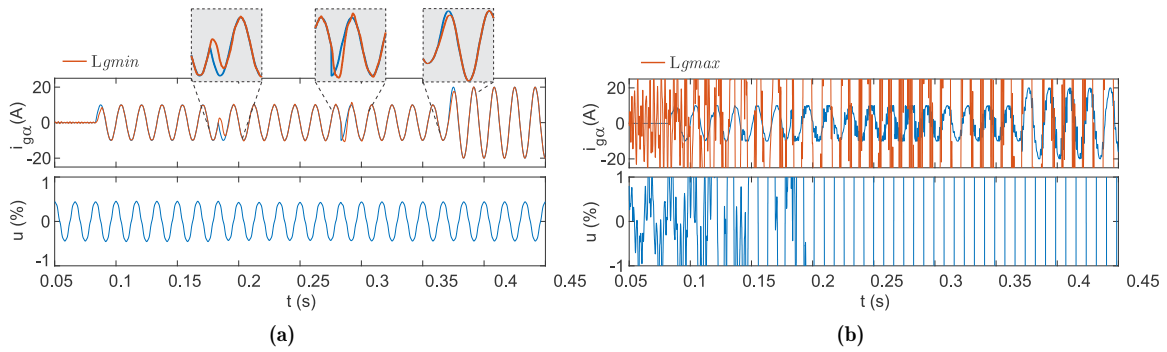


Figura 3. Simulação em PSIM, para o controlador DLQR sintonizado com pesos unitários, para as condições de rede (a)  $L_{gmin}$ , (b)  $L_{gmax}$ . Figuras em cima representam as correntes da rede no eixo  $\alpha$  e figuras embaixo representam os sinais de controle em  $\alpha$  normalizados.

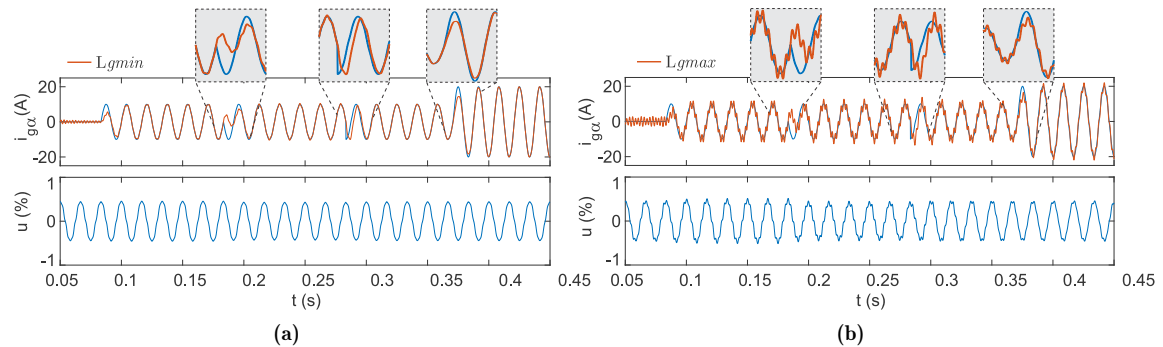


Figura 4. Simulação em PSIM do controlador DLQR sintonizado por regra de Bryson, para as condições de rede (a)  $L_{gmin}$ , (b)  $L_{gmax}$ . Figuras em cima representam as correntes da rede no eixo  $\alpha$  e figuras embaixo representam os sinais de controle em  $\alpha$  normalizados.

Assim, utilizou-se aqui o algoritmo PSO com a seguinte configuração:  $\phi_1 = 2$ ,  $\phi_2 = 2$ ,  $N=50$ ,  $M=5000$ , e o número de repetições da função *fitness* para finalização por *stall* igual a 30. Além disso, o espaço de busca definido para encontrar os valores da diagonal da matriz  $\mathbf{Q}$  e da matriz  $\mathbf{R}$  é de  $10^{-3}$  até  $10^3$ , para todos os elementos do vetor  $\mathbf{W}$ . Uma execução típica do PSO resultou nos seguintes pesos

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 976,90 & 34,04 & 947,35 & 898,04 & 110,30 \\ & 0,067 & 38,52 & 31,62 & 39,37 & 51,06 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\mathbf{R} = 920,25$$

e, consequentemente, no controlador com ganhos

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -2,77 & 0,021 & -0,16 & -0,13 & 10,88 & \dots \\ -10,78 & 3,24 & -3,24 & 1,84 & -1,95 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Para comprovar a convergência do PSO, mostra-se a evolução do *fitness* na Figura 5 (a), e para comprovar a estabilidade robusta do sistema em malha fechada com esses ganhos de controle, mostram-se os autovalores do sistema em malha fechada, na Figura 5 (b).

A Figura 6 apresenta o GTI operando com indutância da rede mínima  $L_{gmin}$  e com o controlador (32) proposto, que possui resultado similar aos obtidos com os controladores DLQRs anteriores, com bom desempenho transitório, estabilidade e ação de controle dentro dos limites de projeto.

Na Figura 6 (b), é apresentado o resultado para o controlador (32) proposto para o GTI operando com a indutância da rede máxima  $L_{gmax}$ . Nesta simulação, pode-se notar um desempenho superior àqueles obtidos pelos métodos

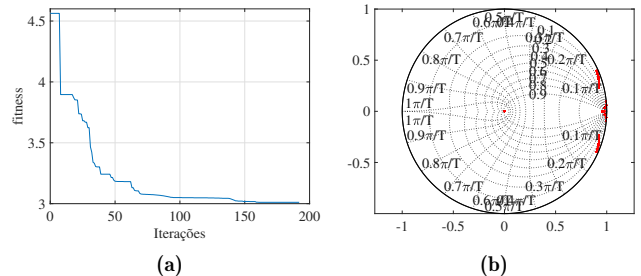


Figura 5. Para o controlador (32) proposto: (a) evolução da função *fitness*; (b) autovalores de malha fechada para uma discretização fina na faixa de incertezas.

anteriores, com sinal de controle sem saturação e bom rastreamento da referência da corrente injetada na rede.

Ainda, para confirmar a superioridade do controlador proposto, a Figura 7 apresenta a análise harmônica das correntes da rede em regime permanente, considerando operação com  $L_{gmax}$  (por ser o pior caso em termos de distorção harmônica), para os controladores (30) e (32). A distorção harmônica total (do inglês, *Total Harmonic Distortion* – THD) para o controlador proposto foi de 2,30%, enquanto que para o controlador sintonizado por regra de Bryson foi de 9,57%. Nota-se que somente o controlador sintonizado pelo método proposto atende aos requisitos da norma IEEE 1547, para harmônicas individuais e THD menor do que 5%.

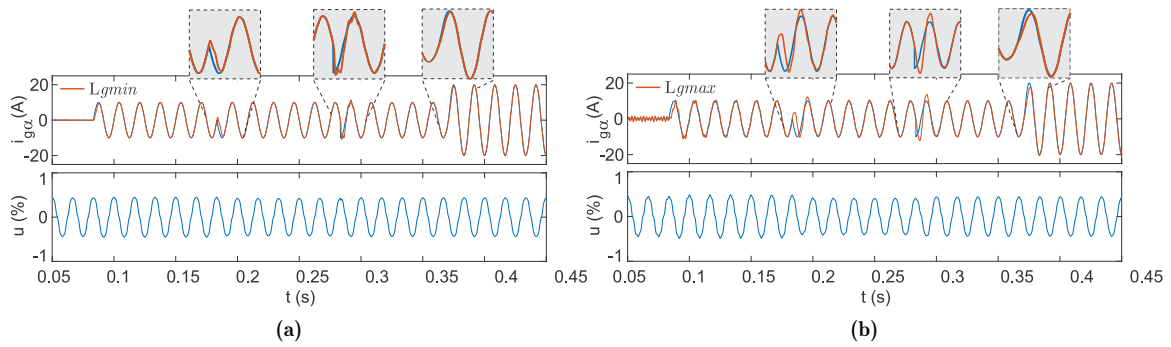


Figura 6. Simulação em PSIM, para o controlador DLQR proposto, para as condições de rede (a)  $L_{gmin}$ , (b)  $L_{gmax}$ . Figuras em cima representam as correntes da rede no eixo  $\alpha$  e figuras embaixo representam os sinais de controle em  $\alpha$  normalizados.

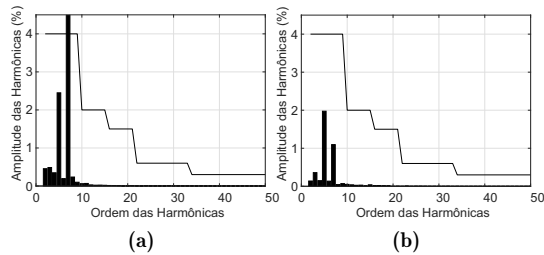


Figura 7. Espectro harmônico e limites da norma IEEE 1547, para  $L_{gmax}$ : (a) controlador sintonizado com regra de Bryson, (b) controlador proposto.

#### 4.2 Resultados experimentais

Para testar a viabilidade prática do controlador DLQR proposto, simulações em tempo real foram realizadas, em que a parte de potência do conversor é emulada pela plataforma Typhoon HIL-404, e o controle é implementado em um processador digital de sinais (DSP TMS320F28335, da Texas Instruments). Estes testes incluem a conversão analógica digital das variáveis, a execução das operações para a geração dos sinais de controle em  $\alpha\beta$ , e a modulação *space vector* para a geração dos sinais de comandos dos interruptores. Esta avaliação em tempo real do GTI operando em malha fechada permite uma observação para um grande número de ciclos das correntes de rede, em regime permanente.

Os resultados são apresentados nas Figuras 8 e 9, para as indutâncias de rede  $L_{gmin}$  e  $L_{gmax}$ , respectivamente. Nestas simulações, confirma-se a estabilidade e o desempenho satisfatório das correntes trifásicas da rede, para transitórios de fase e amplitude na referência, e considerando ambos os valores extremos da indutância da rede.

### 5. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou como contribuição um procedimento de projeto automatizado para os pesos de um controlador DLQR aplicado ao controle de correntes de rede de GTIs operando sob incertezas paramétricas na impedância de rede. O procedimento proposto permite encontrar as ponderações  $Q$  e  $R$ , a fim de minimizar um índice ISE em um ensaio típico de rastreamento de referência e rejeição de distúrbio, também assegurando a estabilidade dos autovalores do sistema em malha fechada a que o

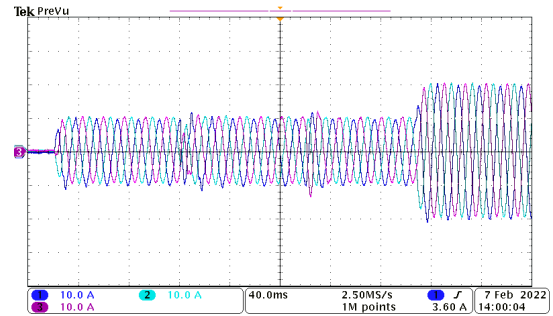


Figura 8. Resultado experimental para o controlador proposto, implementado em HIL para  $L_{gmin}$ .

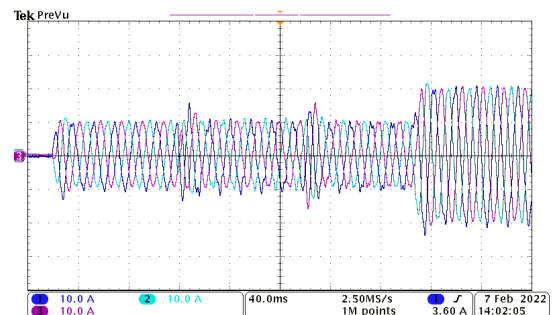


Figura 9. Resultado experimental para o controlador proposto, implementado em HIL para  $L_{gmax}$ .

sinal de controle respeite um limite superior, tanto para operação com  $L_{gmin}$  quanto com operação com  $L_{gmax}$ . Os resultados obtidos mostram que o DLQR sintonizado com o auxílio do PSO permite obter desempenhos melhores do que DLQRs sintonizados de forma usual (ponderação unitária e ponderação por regra de Bryson). A estratégia de sintonia proposta é executada off-line, permitindo reduzir o tempo em interação homem-máquina no projeto de um DLQR, tornando o projeto menos dependente da experiência do projetista. Resultados experimentais em HIL confirmam a viabilidade do DLQR sintonizado com o auxílio do PSO, sendo uma boa alternativa para aplicações em GTIs sujeitos a incertezas paramétricas na impedância de rede.

### REFERÊNCIAS

Åström, K.J. and Wittenmark, B. (1995). *Adaptive*

- Control. Addison-Wesley, Reading, MA. Second edition.
- Borin, L.C., Osório, C.R.D., Koch, G.G., Nascimento, M.R., Bottega, F.M., and Montagner, V.F. (2019). Particle swarm optimization for robust control tuning applied to uninterruptible power supplies. In 2019 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference-Latin America (ISGT Latin America), 1–6. IEEE.
- Bryson, A. (1975). Applied Optimal Control: Optimization, Estimation and Control. Halsted Press book. Taylor & Francis. URL <https://books.google.com.br/books?id=P4TKxn7qW5kC>.
- Bull, S.R. (2001). Renewable energy today and tomorrow. Proceedings of the IEEE, 89(8), 1216–1226. doi:10.1109/5.940290.
- Cardoso, R., de Camargo, R.F., Pinheiro, H., and Gründling, H.A. (2008). Kalman filter based synchronisation methods. Generation, Transmission Distribution, IET, 2(4), 542–555.
- CENELEC (2007). European standard EN 50160: Voltage characteristics of electricity supplied by public distribution systems.
- Dannehl, J., Fuchs, F., Hansen, S., and Thøgersen, P. (2010a). Investigation of Active Damping Approaches for PI-Based Current Control of Grid-Connected Pulse Width Modulation Converters With LCL Filters. Industry Applications, IEEE Transactions on, 46(4), 1509–1517. doi:10.1109/TIA.2010.2049974.
- Dannehl, J., Fuchs, F., and Thøgersen, P. (2010b). PI state space current control of grid-connected PWM converters with LCL filters. IEEE Transactions on Power Electronics, 25(9), 2320–2330. doi:10.1109/TPEL.2010.2047408.
- Dorato, P., Abdallah, C.T., and Cerone, V. (1995). Linear Quadratic Control: An Introduction. Krieger Publishing Company (FL).
- Dorato, P., Abdallah, C.T., and Cerone, V. (2000). Linear quadratic control: an introduction. Krieger Pub. Co., Malabar, USA.
- Dorf, R.C. and Bishop, R.H. (2008). Modern control systems. Prentice Hall, Upper Saddle River, USA, 11 edition.
- Eberhart, R. and Kennedy, J. (1995). A new optimizer using particle swarm theory. 39–43.
- Flasiński, M. (2016). Introduction to artificial intelligence. Springer.
- Francis, B.A. (1987). A Course in  $\mathcal{H}_\infty$  Control Theory, volume 88 of Lectures Notes in Control and Information Sciences. Springer-Verlag, New York.
- Gabe, I.J., Montagner, V.F., and Pinheiro, H. (2009). Design and Implementation of a Robust Current Controller for VSI Connected to the Grid Through an LCL Filter. IEEE Transactions on Power Electronics, 24(6), 1444–1452. doi:10.1109/TPEL.2009.2016097.
- IEEE (2011). IEEE:1547 standard for interconnecting distributed resources with electric power systems.
- Koch, G.G., Macari, L.A., Oliveira, R., and Montagner, V.F. (2018). Robust  $\mathcal{H}_\infty$  State Feedback Controllers based on LMIs applied to Grid-Connected Converters. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1–1. doi:10.1109/TIE.2018.2870406.
- Koch, G.G., Macari, L.A., Oliveira, R., and Montagner, V.F. (2019). Robust  $\mathcal{H}_\infty$  State Feedback Controllers based on LMIs applied to Grid-Connected Converters. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 66(8), 6021–6031. doi:10.1109/TIE.2018.2870406.
- Liserre, M., Blaabjerg, F., and Hansen, S. (2005). Design and control of an LCL-filter-based three-phase active rectifier. Industry Applications, IEEE Transactions on, 41(5), 1281–1291. doi:10.1109/TIA.2005.853373.
- Maccari, L.A., Santini, C.L.A., Pinheiro, H., Oliveira, R.C.L.F., and Montagner, V.F. (2015). Robust optimal current control for grid-connected three-phase pulse-width modulated converters. IET Power Electronics, 8(8), 1490–1499. doi:10.1049/iet-pel.2014.0787.
- Maccari, L.A., Massing, J.R., Schuch, L., Rech, C., Pinheiro, H., Oliveira, R.C.L.F., and Montagner, V.F. (2014). LMI-based control for grid-connected converters with LCL filters under uncertain parameters. IEEE Transactions on Power Electronics, 29(7), 3776–3785. doi:10.1109/TPEL.2013.2279015.
- Mattos, E., Borin, L.C., Osório, C.R.D., Koch, G.G., Hollweg, G.V., Jank, H., Venturini, W.A., Martins, M.L.S., Bisogno, F.E., and Montagner, V.F. (2020). Projeto automático de controladores com duas malhas no espaço de estados aplicado a conversores de potência. Revista Eletrônica de Potência, 25(3), 349–360.
- Mohan, N., Undeland, T.M., and Robbins, W.P. (2003). Power Electronics : Converters, Applications, and Design. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 3rd edition.
- Ogata, K. (1995). Discrete-time control systems. Prentice Hall.
- Osório, C.R., Koch, G.G., Oliveira, R.C., and Montagner, V.F. (2019). A Practical Design Procedure for Robust H2 Controllers Applied to Grid-Connected Inverters. Control Engineering Practice, 92, 104157.
- Pinheiro, H., Botteron, F., Rech, C., Schuch, L., Camargo, R.F., Hey, H.L., Gründling, H.A., and Pinheiro, J.R. (2005). Modulação space vector para inversores alimentados em tensão: uma abordagem unificada. SBA: Controle & Automação, 16, 13–24.
- Stengel, R. (1994). Optimal Control and Estimation. Dover books on advanced mathematics. Dover Publications.
- Teodorescu, R., Blaabjerg, F., Liserre, M., and Loh, P. (2006). Proportional-resonant controllers and filters for grid-connected voltage-source converters. Electric Power Applications, IEE Proceedings, 153(5), 750–762.
- Teodorescu, R., Liserre, M., and Rodríguez, P. (2011). Grid Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems. Wiley - IEEE. John Wiley & Sons.
- Ufnalski, B., Kaszewski, A., and Grzesiak, L.M. (2015). Particle swarm optimization of the multioscillatory lqr for a three-phase four-wire voltage-source inverter with an  $lc$  output filter. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 62(1), 484–493. doi:10.1109/TIE.2014.2334669.
- Willis, H. and Scott, W.G. (2000). Distributed Power Generation: Planning and Evaluation. Power Engineering (Willis). Taylor & Francis.
- Yin, J., Duan, S., and Liu, B. (2013). Stability analysis of grid-connected inverter with LCL filter adopting a digital single-loop controller with inherent damping characteristic. Industrial Informatics, IEEE Transactions on, 9(2), 1104–1112. doi:10.1109/TII.2012.2222424.