Impedância de Surto de Sistemas Elétricos Constituídos por Múltiplos Condutores Verticais

Gabriel Carlos Pena da Silva * Marco Aurélio de Oliveira Schroeder * Rodolfo Antônio Ribeiro de Moura * Fernando Aparecido de Assis *

* Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ), MG, (e-mail: gabrielcarlospena8@hotmail.com, schroeder@ufsj.edu.br, moura@ufsj.edu.br, fernandoassis@ufsj.edu.br).

Abstract: Transmission towers are an essential component for the functioning of a country's electrical system. In countries with a large extension of transmission lines and a high incidence of lightning, problems related to the interaction between lines and lightning are quite intense. Thus, it is of fundamental importance to develop models that compute the response of the transmission system when an electromagnetic transient is established. This article aims to present the revised Jordan formula for calculating the surge impedance of a vertical conductor, and its extension to calculate the surge impedance of multiple vertical conductors. Neumann integrals are also applied to calculate the self and mutual surge impedances of vertical conductors. The results of surge impedances, of typical towers of 138 kV transmission lines, from the application of modified Jordan formulas and Neumann integral equations are compared. According to results, for 138 kV transmission towers, the percentage differences are smaller than 1%, proving the accuracy of Jordan's modified analytical formulas.

Resumo: As torres de transmissão são um componente essencial para o funcionamento do sistema elétrico de um país. Em países com grande extensão das linhas de transmissão e grande incidência de descargas atmosféricas, problemas relacionados a interação entre linhas e descargas atmosféricas são bastante intensos. Assim, é de fundamental importância desenvolver modelagens que computem a resposta do sistema de transmissão quando é estabelecido um transitório eletromagnético. Este artigo visa apresentar a fórmula de Jordan revisada para o cálculo da impedância de surto de um condutor vertical, e a extensão desta para o cálculo da impedância de surto de um condutor verticais. As integrais de Neumann são também aplicadas para o cálculo das impedâncias de surto próprias e mútuas de condutores verticais. Os resultados de impedâncias de surto, de torres típicas de linhas de transmissão de 138 kV, oriundos da aplicação das fórmulas de Jordan modificadas e das equações integrais de Neumann são comparados. De acordo com os resultados, para torres de transmissão de 138 kV, as diferenças percentuais são menores que 1%, comprovando a precisão das fórmulas analíticas modificadas de Jordan.

Keywords: Surge Impedance; Transmission Towers; Jordan's Formula; Lightning; Neumann's Integrals.

Palavras-chaves: Impedância de Surto; Torres de Transmissão; Fórmulas de Jordan; Descarga Atmosférica; Integrais de Neumann.

1. INTRODUÇÃO

O Brasil é um dos países com maior ocorrência de descargas atmosféricas no mundo, devido a grande extensão territorial e por estar próximo à Linha do Equador. Em especial, o país tem características naturais, como a alta resistividade do solo, além de clima e relevo que favorecem um ambiente eletromagneticamente hostil (Silva et al. (2008)).

De acordo com o Relatório de Análise: Desligamentos Forçados do Sistema de Transmissão, expedido pela ANEEL

(Agência Nacional de Energia Elétrica) em 2018, para o período de julho de 2016 a junho de 2017, 75,6% dos desligamentos ocorreram em linhas de transmissão, sendo aproximadamente 18% dos desligamentos provenientes de descargas atmosféricas (ANEEL (2018)).

A necessidade das linhas de transmissão como componente essencial para a economia de qualquer país mostra a relevância de se oferecer um fornecimento de energia confiável. Portanto, o entendimento dos parâmetros determinantes envolvidos nos desligamentos causados por descargas atmosfériscas é de suma importância.

Dentre os elementos importantes no processo de determinação da resposta transitória de sistemas de transmissão frente a descargas atmosféricas destaque pode ser dado

^{*} Este trabalho foi desenvolvido no âmbito do programa institucional de iniciação científica, elaborado por Gabriel Carlos Pena da Silva, aluno de graduação do curso de Engenharia Elétrica da UFSJ, financiado pelo CNPq.

às torres de transmissão. Diversas modelagens foram propostas para estimar a impedância de surto de estruturas verticais (Jordan (1934)), (Wagner and Hileman (1960), (Sargent and Darveniza (1969)), (Chisolm et al. (1983)), (Ametani et at. (1994)), (Gutierrez et at. (2004)), (Ishii and Baba (1997)), (Soares et al. (2005)), (De Conti et al. (2006)) e (Takahashi (1994)). Na última década do século passado e mais recentemente, atenção especial foi fornecida ao trabalho desenvolvido por Jordan (Jordan (1934)), cujas expressões matemáticas para determinação das impedâncias de surto foram corrigidas e ampliadas para inclusão das impedâncias de surto mútuas (Takahashi (1994)) e (De Conti et al. (2006)). Este artigo explora tais correções, além de compará-las com soluções numéricas das integrais de Neumann (Plonsey and Collin (1961)). Para tal, as formulações analíticas modificadas de Jordan e as integrais de Neumann são aplicadas para a determinação das impedâncias de surto de torres típicas de uma linha de transmissão de 138 kV e da torre de medição de descargas atmosféricas da Estação do Morro do Cachimbo (De Conti et al. (2006)). De tais comparações, é possível verificar a consistência física dos resultados oriundos das referidas formulações analíticas.

Este artigo está organizado em 4 seções, incluindo esta introdutória. Na Seção 2 são apresentadas as equações de impedância de surto própria e impedância de surto mútua para condutores cilíndricos verticais. Além disso, as formulações integrais de Neumann são utilizadas para o cálculo de indutância de surto de um ou múltiplos condutores cilíndricos verticais em relação à superfície do solo. Na Seção 3 é apresentada comparação dos resultados obtidos mediante aplicação das formulações de Jordan e de Neumann. Finalmente, na Seção 4 são apresentadas as conclusões e perspectivas de trabalhos futuros.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

 $2.1\ F\'ormula$ de Jordan para um sistema de um condutor vertical

Na modelagem da impedância de surto de um condutor vertical, o sistema pode ser aproximado por um cilindro vertical, posionado ao nível do solo, com raio r, altura h e corrente i. O sistema em questão é ilustrado na Figura 1, e o método das imagens é aplicado conforme exposto em (De Conti et al. (2006)).

Para o cálculo do potencial vetor magnético no ponto genérico P_0 , com coordenadas (x_0, y_0) , é necessário considerar as contribuições do fluxo ordenado de cargas do condutor real e do condutor imagem, respectivamente ie i'. Note que, de acordo com o método das imagens, o fluxo ordenado de cargas do condutor real e do condutor imagem devem ter a mesma direção e sentido. O elemento a é definido em (Jordan (1934)), para representar as perdas devido à condutividade finita do solo. Ao considerar o solo como um condutor perfeito, o elemento a é nulo.

O potencial vetor magnético total no ponto (x_0, y_0) , é dado por $\mathbf{A} = \mathbf{A}_r + \mathbf{A}_i$, onde \mathbf{A}_r é o potencial vetor magnético associado ao condutor real e \mathbf{A}_i é o potencial vetor magnético associado ao condutor imagem. Ao desconsiderar os efeitos de propagação, tem-se a seguinte equação:



Figura 1. Representação equivalente do sistema de um condutor cilíndrico vertical.

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_o i}{4\pi} \left[\int_a^{a+h} \frac{dy}{\sqrt{(y_o - y)^2 + x_o^2}} + \int_a^{a+h} \frac{dy}{\sqrt{(y_o + y)^2 + x_o^2}} \right] \hat{a}_y \quad (1)$$

A solução das integrais envolve a aplicação do método da substituição. Após obter a solução das integrais e sabendo que o elemento diferencial de indutância dL, é expresso por $dL = \frac{Ady}{i}$, é possível escrever:

$$dL = \frac{\mu_o}{4\pi} \left\{ \ln \left[\frac{\sqrt{(h+a-y_o)^2 + x_o^2} + (h+a-y_o)}{\sqrt{(a-y_o)^2 + x_o^2} + (a-y_o)} \right] + \ln \left[\frac{\sqrt{(h+a+y_o)^2 + x_o^2} + (h+a+y_o)}{\sqrt{(a+y_o)^2 + x_o^2} + (a+y_o)} \right] \right\} dy_o \quad (2)$$

Para o cálculo da indutância L do condutor vertical, basta integrar o elemento diferencial de indutância no intervalo $a \leq y_o \leq a + h$. Aplicando o método da substituição e posteriormente o método da integração por partes, tem-se a equação (3). Para simplificar a equação (3), a condutividade do solo é considerada infinita, portanto, a = 0. Além disso, $x_o = r$, pois a expressão trata de indutância própria.

$$L = \frac{\mu_o}{4\pi} \left[2h \ln\left(\frac{2h + \sqrt{4h^2 + r^2}}{r}\right) + r - \sqrt{4h^2 + r^2} \right]$$
(3)

Dividindo a equação (3) por h, tem-se a indutância por comprimento unitário do condutor vertical, dada pela equação (4).

$$\frac{L}{h} = \frac{\mu_o}{4\pi} \left[2\ln\left(\frac{2h + \sqrt{4h^2 + r^2}}{r}\right) + \frac{r}{h} - \frac{\sqrt{4h^2 + r^2}}{h} \right] \quad (4)$$

Como $h \gg r,$ a equação pode ser simplificada, basta colocar $4h^2$ em evidência. Desconsiderando as perdas e



Figura 2. Representação equivalente do sistema de múltiplos condutores verticais.

assumindo que a estrutura do campo é transverso eletromagnética, a impedância de surto própria do condutor pode ser obtida multiplicando a equação pela velocidade da luz.

$$Z_S = 60 \left[\ln \left(\frac{4h}{r} \right) - 1 \right] \tag{5}$$

Em experimentos de torres e cilindros verticais, a velocidade de propagação é muito próxima à velocidade da luz, indicando que a relação Z = cL é uma aproximação razoável. Contudo, a velocidade de propagação é inferior à velocidade da luz em torres reais. Geralmente, isso é atribuído aos efeitos das inclinações e cruzetas (Chisolm et al. (1983)).

 $2.2\ F\'ormula$ de Jordan para um sistema de múltiplos condutores verticais

Uma expressão para o acoplamento mútuo entre condutores não é apresentada no trabalho original de Jordan (Jordan (1934)). Entretanto, em (De Conti et al. (2006)) a equação de Jordan é ampliada para permitir a avaliação de sistemas compostos de múltiplos condutores verticais e validada indiretamente.

A derivação da expressão de impedância de surto para múltiplos condutores verticais advém novamente da integração de dL, equação (2). Contudo, o modelo adotado considera a torre como sendo composta de multicondutores cilíndricos verticais, paralelos entre si e sem perdas, posicionados no nível do solo, conforme ilustrado na Figura 2.

Note que, para o cálculo de indutância mútua, $x_0 = d$, onde d é igual a distância entre o centro de um condutor até a superfície do outro condutor. A condutividade do solo também é considerada infinita para esse caso; portanto, a = 0, conforme equação (6).

$$dL = \frac{\mu_o}{4\pi} \left\{ \ln \left[\frac{\sqrt{(h-y_o)^2 + d^2} + (h-y_o)}{\sqrt{y_o^2 + d^2} - y_o} \right] + \ln \left[\frac{\sqrt{(h+y_o)^2 + d^2} + (h+y_o)}{\sqrt{y_o^2 + d^2} + y_o} \right] \right\} dy_o \quad (6)$$

Para obter a indutância mútua entre os condutores, basta integrar a equação (6), considerando o condutor A como portador do fluxo ordenado de cargas, e integrando ao longo do condutor B, com $0 \le y_0 \le h$ (De Conti et al. (2006)), conforme equação (7).

$$L = \frac{\mu_o}{4\pi} \left[2h \ln\left(\frac{2h + \sqrt{4h^2 + d^2}}{d}\right) + d - \sqrt{4h^2 + d^2} \right]$$
(7)

Como $h \gg d$, a equação pode ser simplificada, basta colocar $4h^2$ em evidência. Posteriormente, o resultado também é dividido por h. Tem-se a indutância mútua por comprimento unitátio de múltiplos condutores verticais, conforme equação (8).

$$\frac{L}{h} = \frac{\mu_o}{4\pi} \left[2\ln\left(\frac{2h + \sqrt{4h^2 + d^2}}{d}\right) + \frac{d}{h} - 2\sqrt{1 + \frac{d^2}{4h^2}} \right]$$
(8)

Finalmente, para obter a impedância de surto mútua para múltiplos condutores, basta multiplicar a expressão pela velocidade da luz.

$$Z_M = 60 \ln\left(\frac{2h + \sqrt{4h^2 + d^2}}{d}\right) + 30\frac{d}{h} - 60\sqrt{1 + \frac{d^2}{4h^2}}$$
(9)

A equação (9) assume que $d \gg r_a$, $d \gg r_b$, e alturas iguais para ambos os condutores.

2.3 Fórmula de Neumann

De forma geral, a indutância é definida como a razão entre o enlace total de fluxo magnético que atravessa um circuito fechado de corrente e a intensidade da corrente envolvida. Contudo, a geometria dos condutores do problema e a permeabilidade magnética dos meios materiais podem afetar de forma significativa a solução do problema.

A fórmula de Neumann descreve a indutância em função da distribuição espacial do fluxo ordenado de cargas e da geometria da configuração dos condutores. E os modelos adotados para as torres são representados como condutores cilíndricos verticais, ou seja, formas com configurações geometricas que admitem simplificações.

A fórmula de Neumann é expressa pela Equação (10), onde $C_i \in C_j$ são os caminhos fechados de integração, $dl_i \in dl_j$ são os elementos infinitesimais de comprimento ao longo de $C_i \in C_j$, respectivamente, e R é a distância que separa os elementos infinitesimais de comprimento (Plonsey and Collin (1961)).

$$L_{ij} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_i} \oint_{C_i} \frac{dl_i \cdot dl_j}{R} \tag{10}$$

A Figura 3 mostra a representação de dois cilindros paralelos verticais posicionados ao nível do solo, ambos são percorridos por fluxos ordenados de cargas. Os condutores possuem altura h e a distância do centro do condutor A ao centro do condutor B é igual a d. Os condutores A e B possuem raios r_a e r_b , respectivamente. Além disso, a distância entre os elementos diferenciais de comprimento



Figura 3. Sistema de dois condutores cilíndricos verticais posicionados ao nível ao solo.

é R. Aplicando o método das imagens tem-se o condutor real e o condutor imagem, sendo que cada um irá contribuir individualmente para o fluxo enlaçado em relação ao condutor B. De acordo com o método das imagens, o fluxo ordenado de cargas elétricas do condutor real e do condutor imagem devem ter mesma direção e sentido (De Conti et al. (2006)), conforme mostra a Figura 3.

Sabendo que a fórmula de Neumann é composta por duas integrais de caminho fechado, caminhos imaginários que passam pelo interior dos cilindros e fecham no infinito podem ser traçados. Contudo, apenas os elementos diferenciais de comprimento $dy \hat{a}_y$, que estão nos cilindros verticais, com a mesma direção e sentido do fluxo ordenado de cargas elétricas permanecem. Logo, o cálculo da indutância mútua considerando a configuração geométrica da Figura 3 é dado pela equação (11).

$$L_M = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^h \int_{-h}^h \frac{dy_a \cdot dy_b}{\sqrt{d^2 + (y_a - y_b)^2}}$$
(11)

Novamente, uma fórmula similar pode ser estendida para o cálculo da indutância própria. O processo é muito próximo ao do cálculo da indutância mútua, contudo, com apenas um cilindro vertical. Considerando $h \gg r_a$, a indutância própria é calculada com a corrente concentrada em um filamento fino no centro condutor, relacionada ao elemento diferencial dy_a , e com a corrente na parte externa do condutor, relacionada com o elemento diferencial $dy_{a'}$

$$L_{S} = \frac{\mu_{0}}{4\pi} \int_{0}^{h} \int_{-h}^{h} \frac{dy_{a} \cdot dy_{a'}}{\sqrt{r_{a}^{2} + (y_{a} - y_{a'})^{2}}}$$
(12)

Novamente, a derivação Z = cL é uma aproximação razoável para os cálculos das impedâncias de surto própria e mútua. Para verificação de detalhes adicionais relativos ao equacionamento completo subjacente à formulação de Neumann, sugere-se consultar a referência (Plonsey and Collin (1961)).

3. RESULTADOS E ANÁLISES DE SENSIBILIDADE

Para o estudo da impedância de surto de um ou múltiplos condutores verticais, foi desenvolvida uma rotina computacional utilizando o método numérico quadratura de GaussLegendre, com base nas integrais de Neumann aplicadas ao cálculo de impedâncias de surto. O programa tem por objetivo obter os valores de impedância de surto próprias e mútuas de condutores verticais, com base nos valores associados à geometria do modelo.

Os resultados da rotina computacional são comparados aos resultados obtidos via fórmula de Jordan (cálculos das impedâncias de surtos própria e mútua). A diferença percentual entre ambos os métodos é calculada, para avaliar o quão próximo são os valores, tomando como referência os valores obtidos via integrais de Neumann.

E necessário ainda associar a impedância de surto própria e a impedância de surto mútuas através da impedância equivalente. Para tal, considere um sistema formado por n condutores sem perdas. Pode-se calcular V_i e I_i no iésimo condutor vertical. E possível escrever o sistema na forma matricial, onde os termos da diagonal principal da matriz impedância representam as impedâncias de surto próprias de cada um dos condutores, e podem ser calculadas com a equação (5). E os termos fora da diagonal principal representam as impedâncias de surto mútuas entre os condutores, considerando a distância entre estes, calculadas com a equação (9). Se os n condutores verticais são interconectados em um ponto de injeção de corrente, tem-se que, neste ponto, V_1 = V_1 = \ldots = V_n e I = I_1 + $I_2 + \ldots + I_n$. Assim, o sistema pode ser representado por uma única linha de transmissão de impedância de surto equivalente Z_{eq} (De Conti and Visacro Filho (2009)).

$$Z_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{\sum_{j=1}^{n} Z_{1,j}}{n}$$
(13)

Se não existir acoplamento eletromagnético entre os condutores a Equação (13) se reduz a $Z_{eq} = \frac{Z}{n}$.

3.1 Estudo de Caso 1

O modelo empregado na simulação é uma torre modelo L6 138 kV da Cemig, conforme abordado em (Giarola (2016)), cuja silhueta típica é esboçada na Figura 4. Cada porção é constituída por quatro condutores cilíndricos paralelos, onde as treliças e mísulas são desprezadas. A torre é dividida em quatro porções, para diminuir a variação da impedância mútua entre os condutores da torre, de formato triangular, já que o modelo considera apenas condutores paralelos, conforme modelo equivalente ilustrado na Figura 5.

A primeira porção compreende o comprimento do tronco inferior da torre, ou seja, vai do solo até a altura da fase inferior. Como altura, tem-se h = 26,815 m, vide Figura 5. Para o espaçamento entre os condutores, considera-se um valor médio d = 3,4 m. E a torre é constituída de diferentes seções transversais variadas, portanto, o valor de raio adotado é r = 0,065 m (Giarola (2016)). Logo, as impedâncias de surto própria, mútuas e equivalente são calculadas com as fórmulas de Jordan revisadas, (5) e (9), e com a rotina computacional das integrais de Neumann. Os respectivos resultados são ilustrados na Tabela 1.

A segunda porção vai da mísula da fase C até a mísula da fase B (vide Figura 5). Com altura h = 28,675 m (considerando o solo como referência), o espaçamento médio entre os quatro condutores paralelos é d = 0,8 m e



Figura 4. Torre de transmissão L6 138 kV Cemig, adaptado de (Giarola (2016)).



Figura 5. Torre de transmissão L
6 138 kV Cemig, modelo equivalente.

 $r=0,065\,m.$ Os resultados associados estão il
ustrados na Tabela 2.

A terceira porção vai da mísula da fase B até a mísula da fase A. Assim, tem-se h = 30,535 m, d = 0,8 m e

 $r=0,065\,m$ (vide Figura 5). Os resultados relativos a esta terceira porção encontram-se na Tabela 3.

A quarta porção vai da mísula da fase A até o cabo pararaios, ou o topo da torre. Assim, tem-se h = 33,565 m, d = 0,65 m e r = 0,065 m (vide Figura 5). Os respectivos resultados são ilustrados na Tabela 4.

As diferenças percentuais das impedâncias equivalentes (Tabelas 1 a 4) de cada seção são calculadas com base na equação (14), cujos valores encontram-se na Tabela 5. Percebe-se, claramente, a consistência física das formulações analíticas modificadas de Jordan.

Dif. Percentual =

$$\frac{\mid Z_{eq(Neumann)} - Z_{eq(Jordan)} \mid}{Z_{eq(Neumann)}} \times 100\% \quad (14)$$

Estes resultados são expressivos e muito importantes, uma vez que proporcionam consistência físico-prática nas

Tabela 1. Impedâncias de surto próprias e mútuas da primeira porção da torre.

Jordan	Neumann
$384, 52 \Omega$	$384,99 \Omega$
$150, 83 \Omega$	$150, 83 \Omega$
$131, 55 \Omega$	$131, 56 \Omega$
$150,83\Omega$	$150,83\Omega$
$204,43\Omega$	$204,55~\Omega$
	$\begin{array}{c} {\rm Jordan} \\ 384, 52\Omega \\ 150, 83\Omega \\ 131, 55\Omega \\ 150, 83\Omega \\ 204, 43\Omega \end{array}$

Tabela 2. Impedâncias de surto próprias e mútuas da segunda porção da torre.

Impedância de Surto	Jordan	Neumann
$Z_{1,1}$	$388,54\Omega$	$388, 53 \Omega$
$Z_{1,2}$	$238,76 \Omega$	$238,76 \ \Omega$
$Z_{1,3}$	$218,33\Omega$	$218, 33 \Omega$
$Z_{1,4}$	$238,76~\Omega$	$238,76~\Omega$
Z_{eq}	$271,09\Omega$	$271,09~\Omega$

Tabela 3. Impedâncias de surto próprias e mútuas da terceira porção da torre.

Impedância de Surto	Jordan	Neumann
$Z_{1,1}$	$392, 31 \Omega$	$392,95 \ \Omega$
$Z_{1,2}$	$242,48\Omega$	$242,48\ \Omega$
$Z_{1,3}$	$222,01\Omega$	$222,03 \Omega$
$Z_{1,4}$	$242,48\Omega$	$242,48\Omega$
Z_{eq}	$274,82\Omega$	$274,99~\Omega$

Tabela 4. Impedâncias de surto próprias e mútuas da quarta porção da torre.

Impedância de Surto	Jordan	Neumann
$Z_{1,1}$	$397,99\Omega$	$398,77 \Omega$
$Z_{1,2}$	$260,41\Omega$	$260, 41 \Omega$
$Z_{1,3}$	$239,86 \Omega$	$239,87 \Omega$
$Z_{1,4}$	$260,41\Omega$	$260,41~\Omega$
Z_{eq}	$289,67\Omega$	$289,87\Omega$

Tabela 5. Diferenças percentuais das impedâncias de surto equivalentes.

Porção da torre	Diferenças percentuais
1	0,059%
2	0%
3	0,062%
4	0,069%



Figura 6. Representação simplificada da torre do Morro do Cachimbo, adaptado de (De Conti et al. (2006)).

fórmulas de Jordan modificadas, Equações (5) e (9), que são muito simples, pois possuem solução analítica fechada.

3.2 Estudo de Caso 2

Nesta subseção o modelo empregado na simulação é a torre da Estação do Morro do Cachimbo (De Conti et al. (2006)). A representação desta é simplificada, composta por três condutores verticais paralelos de 63, 5 m de comprimento, com distância entre os condutores de 0, 5 m, e raios de 20 mm, vide Figura 6. Alguns detalhes foram desconsiderados, como a haste de 3, 5 m de comprimento na parte inferior da torre, as estruturas piramidais na parte inferior e superior da torre, conforme apresentado em (De Conti et al. (2006)).

A Equação (5) é utilizada para os cálculos das impedâncias de surto próprias dos condutores, e a Equação (9) é utilizada para os cálculos da impedâncias de surto mútuas entre os condutores verticais. Pela configuração geométrica do problema, basta calcular uma vez, pois os valores de impedâncias de surto próprias e mútuas serão os mesmos. Posteriormente, a rotina computacional com os valores de $h, d \in r$, é empregada para os cálculos de impedâncias de surto, via equações integrais de Neumann. Os resultados são ilustrados na Tabela 6.

Tabela 6. Impedâncias de surto da torre da Estalação do Morro do Cachimbo

Impedância de Surto	Jordan	Neumann
$Z_{1,1}$	$506,96 \Omega$	$506, 54 \Omega$
$Z_{1,2}$	$314,06\ \Omega$	$314,06\ \Omega$
$Z_{1,3}$	$314,06~\Omega$	$314,06\ \Omega$
Z_{eq}	$378, 36 \Omega$	$378,22\Omega$

A diferença percentual deste estudo de caso é calculada com a equação (14) e é igual a 0,037%;

Novamente, neste estudo de caso 2, com uma configuração geométrica bastante distinta da do caso 1, a reduzida diferença percentual ilustra a importância prática das Equações (5) e (9).

4. CONCLUSÃO

Neste artigo foi abordada a temática relativa à determinação de impedâncias de surto (próprias, mútuas e equivalente) de condutores cilíndricos predominantemente verticais em relação à superfície do solo. Duas metodologias de cálculo são utilizadas, quais sejam: fórmulas analíticas de Jordan (modificadas e ampliadas) e integrais de Neumann. Para verificação dos resultados são utilizadas duas configurações de torres, uma típica de linha de transmissão de 138 kV e uma torre instrumentada para medição de correntes de descargas atmosféricas da Estação do Morro do Cachimbo.

Os resultados ilustram uma significativa consistência física associada à utilização das fórmulas modificadas e ampliadas de Jordan, tendo em vista que as diferenças percentuais com os resultados proporcionadas pelas integrais de Neumann foram inferiores a 1%. Considera-se que tal constatação tem grande importância prática, tendo em vista a simplicidade das formulações analíticas.

Julga-se oportuno registrar que os desenvolvimentos relatados neste artigo fazem parte de um planejamento cujo contexto envolve as seguintes atividades (presentes e futuras): comparação com resultados de modelos de onda completa (*full wave models*), envolvendo inclusive torres com outras geometrias, e sensibilidades das sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores e taxas de desempenho de linhas de transmissão em relação aos diversos modelos de torres de transmissão.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao CNPq pelo apoio financeiro por meio do PIBIC/UFSJ/CNPq.

REFERÊNCIAS

- Ametani, A., Kasai, Y., Sawada, J., Mochizuki, A. and Yamada, T. (1994), "Frequency-dependent impedance of vertical conductors and a multiconductor tower model," Proc.Inst. Elect. Eng. Gener. Transmiss. Distrib., vol. 141, no. 4, Jul. 1994, pp. 339–345.
- ANEEL Agência Nacional de Energia Elétrica (2018). "Relatório de Análise: Desligamentos Forçados do Sistema de Transmissão".
- Chisolm, W. A., Chow, Y. L. and Srivastava, K. D. (1983), "Lightning surge response of transmission towers," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS- 102, no. 9, pp. 3232–3242.
- De Conti, A., Visacro Filho, S.; Soares Jr., A. and Schroeder, M.A.O. (2006), "Revision, extension, and validation of Jordan's formula to calculate the surge impedance of vertical conductors." *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 48, n. 3, 530-536.
- De Conti, A. R. and Visacro Filho, S. (2009), "Uso da Fórmula de Jordan no cálculo da Impedância de Surto de Torres", XX Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica.
- Giarola, B. N. (2016), "Análise da influência de pararaios nas sobretensões atmosféricas por descarga direta em linhas de transmissão considerando a variação dos parâmetros do solo com a frequência."Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São João del-Rei.
- Gutierrez, J. A., Moreno, R. P., Naredo, J. L., Bermudez, J. L., Paolone, M., Nucci, C. A. and Rachidi, F. (2004), "Nonuniform transmission tower model for lightning"

transient studies," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 19, no. 2, pp. 490–496, Apr. 2004.

- Ishii, M. and Baba, Y. (1997), "Numerical electromagnetic field analysis of tower surge response," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 12, no. 1, pp. 483–488, Jan. 1997.
- Jordan, C. A. (1934), "Lightning computations for transmission lines with overhead ground wires, Part II," Gen. Electr. Rev., vol. 37, no. 4, pp. 180–186.
- *Electr. Rev.*, vol. 37, no. 4, pp. 180–186. Plonsey, R. and Collin R. E. (1961), "Principles and Applications of Electromagnetic Fields", The McGraw-Hill Company, Inc.
- Sargent, M. A. and Darveniza, M. (1969), "Tower surge impedance," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-88, no. 5, pp. 680–687, May 1969.
 Silva, A. F. B. O, Alípio, R. S., Schroeder, M. A. O.,
- Silva, A. F. B. O, Alípio, R. S., Schroeder, M. A. O., Oliveira, T. A. S. and Afonso, M. M. A. (2008), "Impedância de Surto de Sistemas Multicondutores Verticais." *Educ. Tecnol.*, Belo Horizonte, vol. 13, no. 1, pp. 49-61.
- Soares Jr., A.; Schroeder, M. A. D. O.; Visacro Filho, S. (2005), "Transient Voltages in Transmission Lines Caused by Direct Lightning Strikes."IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 20, no. 2, pp. 1447-1452, Abril 2005.
- Takahashi, H. (1994), "Confirmation of the error of Jordan's formula on tower surge impedance," Trans. Inst. Elect. Eng. Jpn., vol. 114-B, pp. 112–113.
- Wagner, C. F. and Hileman, A. R. (1960), "A new Approach to the calculation of the lightning performance of transmission line III—A simplified method: Stroke to tower," *AIEEE Trans. Part III*, vol. 79, pp. 589–603, Oct. 1960.