

# Modelo de Linha de Transmissão a parâmetros concentrados: Uma abordagem otimizada

Jaimis S. L. Colqui\* Anderson R. Araújo\*\* Pablo Torrez\*  
Sérgio Kurokawa\*

\* Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista - UNESP, SP (e-mails: jeimis.leon@gmail.com, pablotorrezcaballero@gmail.com, kurokawa@dee.feis.unesp.br).

\*\* Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, SP (e-mail: ajusto@dsce.fee.unicamp.br)

---

## Abstract:

Several models to represent transmission lines (TLs) are proposed in the literature. In the lumped parameter model (LPM), a TL is represented by a  $\pi$  circuit cascade, however, the precise model of a TL assumes that its parameters are distributed along its length. The transient responses for LPM approximates the response obtained with the exact model as the number of  $\pi$  circuit increases. In this approach, it is verified that the both transient responses converge up to a given frequency, named here maximum frequency ( $f_{max}$ ). Above  $f_{max}$ , the errors obtained are significant. This work presents a methodology to calculate the  $f_{max}$  of a LT represented by discrete parameters. For validation, the transient responses obtained by LPM are compared with the responses obtained for the exact TL model for different lengths and discretization ratio. Results show that using the proposed methodology, TL representation by LPM is equal to the exact model until the  $f_{max}$  calculated for any type of TL.

**Resumo:** Diversos modelos para representar uma linha de transmissão (LT) são propostos na literatura. No modelo a parâmetros concentrados, uma LT é representada por uma cascata de circuitos  $\pi$ , entretanto, o modelo exato de uma LT considera que seus parâmetros são distribuídos ao longo de seu comprimento. Desse modo, a resposta transitória para o modelo a parâmetros concentrados se aproxima da resposta obtida com o modelo distribuído conforme a quantidade de circuitos  $\pi$  é aumentada. Nessa aproximação, verifica-se que as respostas são convergentes até uma determinada frequência, denominada neste trabalho de frequência máxima ( $f_{max}$ ). A partir de  $f_{max}$ , os erros obtidos nas respostas transitórias são significativos. Nesse trabalho é apresentada uma metodologia para calcular a  $f_{max}$  de uma LT representada a parâmetros concentrados. Para validação, a resposta transitória obtida LT a parâmetros concentrados é comparada com as respostas obtidas para o modelo exato da LT para diversos comprimentos e razão de discretização. Os resultados mostram que usando a metodologia proposta a representação da LT por parâmetros concentrados é igual ao modelo exato até a frequência máxima calculada para qualquer tipo de LT.

*Keywords:* electromagnetic transients; transmission lines; lumped parameters; switching maneuvers; frequency response

*Palavras-chaves:* transitórios eletromagnéticos; linhas de transmissão; parâmetros concentrados; operações de manobra; resposta na frequência

---

## 1. INTRODUÇÃO

Para o cálculo preciso dos transitórios eletromagnéticos diversos modelos de LTs são propostos desde de 1960 na literatura científica. Esses modelos podem ser desenvolvidos diretamente no domínio do tempo -Macias et al. (2005) e da frequência- Morched et al. (1999), dos quais apresentam suas vantagens e limitações características.

\* O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, e pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico CNPq.

No domínio do tempo, o modelo a parâmetros concentrados é amplamente empregado para representação de LTs, especialmente quando estudos transitórios envolvem o efeito Corona, as cargas não-lineares ou as faltas fase-terra Macias et al. (2005). Adicionalmente, esses modelos estão inseridos nos principais software do tipo EMTP para o cálculo de transitórios. No modelo a parâmetros concentrados, a LT é representada por circuitos- $\pi$  em cascata e as tensões e as correntes ao longo de seu comprimento são facilmente determinadas por equações de estado Mamiş and Meral (2005). A quantidade de circuitos por unidade de comprimento, denominada de razão de discretização

( $k$ ) [ $\pi/\text{km}$ ], influencia fortemente na resposta transitória. Entretanto, o modelo a parâmetros distribuídos (modelo exato) de uma LT considera que seus parâmetros elétricos são distribuídos uniformemente ao longo de seu comprimento Marti (1982).

A resposta transitória para o modelo a parâmetros concentrados se aproxima da resposta obtida com o modelo a parâmetros distribuídos (resposta exata) conforme a razão  $k$  é aumentada. Nessa aproximação, verifica-se que as respostas são coincidentes até uma determinada frequência, denominada de frequência máxima ( $f_{max}$ ). A partir de  $f_{max}$ , os erros obtidos se tornam expressivos e o modelo a parâmetros concentrados não é mais adequado. Da literatura, o espectro de frequência dos transitórios eletromagnéticos variam desde baixas frequências, tais como a energização de uma LT e as faltas, até dezenas de MHz, tais como as descargas atmosféricas incidentes no sistema elétrico CIGRE (1990). Dessa forma, a vantagem de se conhecer  $f_{max}$  permite entender quais fenômenos podem ser adequadamente estudados quando uma LT é representada pelo modelo a parâmetros concentrados.

Neste artigo é apresentada uma metodologia otimizada para obter a  $f_{max}$  em que o modelo a parâmetros concentrados pode representar uma LT com exatidão. A frequência máxima é obtida por uma interpolação numérica e é função do comprimento da linha ( $d$ ) e da razão  $k$ . Para sua validação, a resposta transitória a uma entrada impulsiva para uma LT representada a parâmetros concentrados é comparada com as respostas obtidas com o modelo a parâmetros distribuídos (exato) da LT. Os resultados mostram que a metodologia calcula com precisão a  $f_{max}$  para a representação da LT a parâmetros concentrados.

## 2. MODELAGEM DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

Os dois principais modelos empregados na representação de LTs são apresentados conforme a seguir:

### 2.1 Modelo a parâmetros distribuídos da LT

Os parâmetros elétricos de uma LT são distribuídos ao longo de seu comprimento e esse fato faz com que as correntes e tensões ao longo da LT se comportem com ondas viajantes. Os parâmetros distribuídos de uma LT são: a resistência ( $R$ ), indutância ( $L$ ), capacitância ( $C$ ) e condutância ( $G$ ), dados por unidade de comprimento. Uma representação dessa LT genérica é mostrada na Fig. 1.

Essa representação considera uma LT de comprimento  $d$ , cujos terminais emissor e receptor são denominados pelos subíndices 'e' e 'r'. as tensões são  $V_e$  e  $V_r$  e as correntes

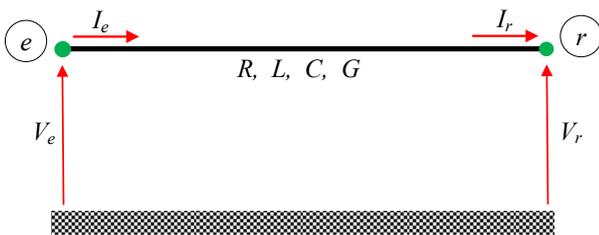


Figura 1. Modelo a parâmetros distribuídos de uma LT.

são  $I_e$  e  $I_r$ , respectivamente. O par corrente e tensão de um terminal está relacionado ao terminal por uma matriz dependente dos parâmetros distribuídos e do comprimento da LT. As soluções exatas da corrente e da tensão, no domínio da frequência, são dadas por funções hiperbólicas dependentes dos parâmetros da LT Budner (1970). Essas soluções são escritas na forma matricial [ABCD], na qual a LT pode ser interpretada como uma rede de duas portas (quadripolo), como mostra a Fig. 2.

A equação exata para essa LT modelado como parâmetros distribuídos é descrita na forma [ABCD] é dado por:

$$\begin{bmatrix} V_e(\omega) \\ I_e(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\omega) & B(\omega) \\ C(\omega) & D(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r(\omega) \\ I_r(\omega) \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde os elementos  $A(\omega)$ ,  $B(\omega)$ ,  $C(\omega)$  e  $D(\omega)$  são descritos em (2).

$$A(\omega) = D(\omega) = \cosh(\gamma(\omega)d) \quad (2a)$$

$$B(\omega) = Z_c \sinh(\gamma(\omega)d) \quad (2b)$$

$$C(\omega) = Z_c^{-1} \sinh(\gamma(\omega)d) \quad (2c)$$

Em (2),  $Z_c(\omega)$  e  $\gamma(\omega)$  são os parâmetros de impedância característica e fator de propagação da LT e são dados como:

$$Z_c(\omega) = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}, \quad \gamma(\omega) = \frac{1}{Z_c(\omega)}(R + j\omega L) \quad (3)$$

Onde  $\omega = 2\pi f$  é a frequência angular em [rad/s] e  $f$  é a frequência [Hz]. Geralmente, a solução hiperbólica da LT em (1) é usada como referência para validar outros modelos. Nesse trabalho é utilizado esta solução como a referência.

### 2.2 Modelo a parâmetros concentrados da LT

No modelo a parâmetros concentrados, a LT de comprimento  $d$  é representada por  $n$  seções de circuito- $\pi$  em cascata, conforme mostrado na Fig. 3. Esse modelo é uma aproximação discreta do modelo a parâmetros distribuídos e quanto maior é o número  $n$ , melhor é a aproximação ao modelo a parâmetros distribuídos. Nesse contexto, pode-se definir a razão de discretização, como sendo:

$$k = \frac{n}{d} \quad (4)$$

A razão de discretização ( $k$ ) [ $\pi/\text{km}$ ] relaciona o número de circuitos- $\pi$  por unidade de comprimento da LT e é uma

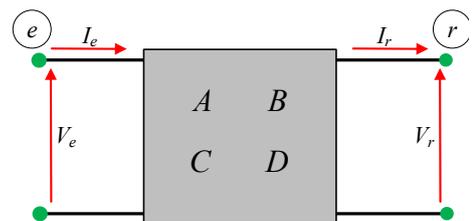


Figura 2. Quadripolo para o modelo a parâmetros distribuídos de uma LT.

variável importante para os cálculos futuros. Na Fig. 3, os parâmetros  $R'$ ,  $L'$ ,  $C'$  e  $G'$  são a resistência, indutância, capacitância e condutância de cada segmento da LT representado por um único circuito  $\pi$ . Esses parâmetros são dados por (5):

$$R' = \frac{R}{k}, \quad L' = \frac{L}{k}, \quad C' = \frac{C}{k}, \quad G' = \frac{G}{k} \quad (5)$$

Esse modelo a parâmetros concentrados, do mesmo modo que o modelo a parâmetros distribuídos, pode ser representado como uma rede de quatro portas como mostra a Fig. 4. Essa rede de duas portas é o resultado de  $n$  redes em cascata conforme mostrado na Fig. 3.

A equação dos parâmetros  $[A^*B^*C^*D^*]$  para o modelo a parâmetros concentrados de uma LT é dado por:

$$\begin{bmatrix} V_e(\omega) \\ I_e(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^*(\omega) & B^*(\omega) \\ C^*(\omega) & D^*(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r(\omega) \\ I_r(\omega) \end{bmatrix} \quad (6)$$

A matriz  $[ABCD]$  em (6) é o resultado da cascata das  $n$  seções de circuito  $\pi$  da LT, isto é descrito em (7).

$$\begin{bmatrix} A^*(\omega) & B^*(\omega) \\ C^*(\omega) & D^*(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1(\omega) & B_1(\omega) \\ C_1(\omega) & D_1(\omega) \end{bmatrix}^n \quad (7)$$

Os elementos  $A_1(\omega)$ ,  $B_1(\omega)$ ,  $C_1(\omega)$  e  $D_1(\omega)$  da matriz em (7) são os elementos da matriz  $[ABCD]$  para uma seção de circuito  $\pi$ , e é calculado como segue:

$$A_1(\omega) = D_1(\omega) = (R + j\omega L)(G/2 + j\omega C/2) + 1 \quad (8a)$$

$$B_1(\omega) = (R + j\omega L) \quad (8b)$$

$$C_1(\omega) = (G/2 + j\omega C/2)(A_1(\omega) + 1) \quad (8c)$$

O modelo a parâmetros concentrados é uma aproximação do modelo a parâmetros distribuídos. Assim a resposta transitória obtida para uma LT a parâmetros concentrados deve se aproximar da resposta obtida com o modelo exato. Considerando que o erro admissível  $\varepsilon_p$  entre essas duas respostas, seja inferior a uma referência, obtém-se a frequência máxima em que resposta transitória de uma LT a parâmetros concentrados é obtida com exatidão. Esse método é apresentado a seguir.

### 3. METODOLOGIA PARA CALCULAR A $F_{MAX}$

A representação exato do modelo a parâmetros concentrados, para uma dada faixa de frequência de interesse, é feita por uma comparação entre os parâmetros  $[ABCD]$  da Eq.(1) e os  $[A^*B^*C^*D^*]$  da Eq. (6). Devido à simetria do quadripolo nos terminais emissor e receptor da LT, essa comparação é realizada apenas entre os elementos  $[A(\omega)$  e

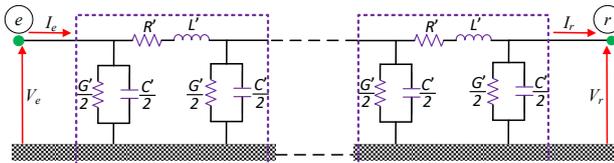


Figura 3. Modelo de uma LT a parâmetros concentrados com  $n$ -circuitos  $\pi$  em cascata.

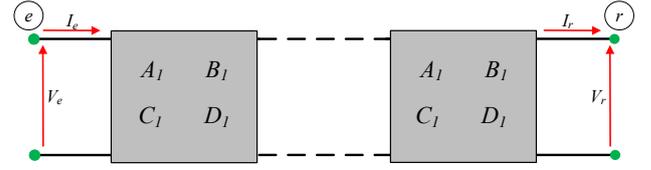


Figura 4. Cascata de  $n$  quadripolos para o modelo a parâmetros concentrados de uma LT.

$A^*(\omega)$  e  $[C(\omega)$  e  $C^*(\omega)]$  de cada modelo da LT. As respostas transitórias de uma LT a parâmetros concentrados e distribuídos conterá um erro crescente com a frequência. Esse erro será relevante para calcular a frequência máxima da faixa de frequência de interesse. O erro, para uma determinada faixa de frequência, é definido como:

$$\varepsilon_m(\omega) = \max(\varepsilon_A(\omega), \varepsilon_C(\omega)) \quad (9)$$

Onde  $\max$  é o máximo valor dos erros  $\varepsilon_A$  e  $\varepsilon_C$ . Esses erros, por sua vez, são o máximo erro dos elementos  $A(\omega)$  e  $C(\omega)$ , respectivamente. Os erros  $\varepsilon_A$  e  $\varepsilon_C$  são definidas pelas expressões:

$$\varepsilon_A(\omega) = \sqrt{\frac{\sum_{\omega=\omega_0}^{\omega_{max}} (A(\omega) - A^*(\omega))^2}{T}} \quad (10a)$$

$$\varepsilon_C(\omega) = \sqrt{\frac{\sum_{\omega=\omega_0}^{\omega_{max}} (C(\omega) - C^*(\omega))^2}{T}} \quad (10b)$$

Sendo  $T$  o número de amostras (pontos) de frequências observadas.

Com o erro permissível  $\varepsilon_m$  em (9), determina-se a frequência máxima na qual o modelo a parâmetros concentrados pode ser usado com precisão para representação de uma LT. A Fig. 5 mostra um fluxograma para calcular a frequência máxima.

Onde  $\omega_0 < \omega < \omega_{max}$  representa a faixa de frequência angular de interesse dadas por  $\omega_0 = 2\pi f_0$  e  $\omega_{max} = 2\pi f_{max}$ , respectivamente. As grandezas  $f_0$  e  $f_{max}$  são as frequências mínima e máxima referentes a faixa de validade

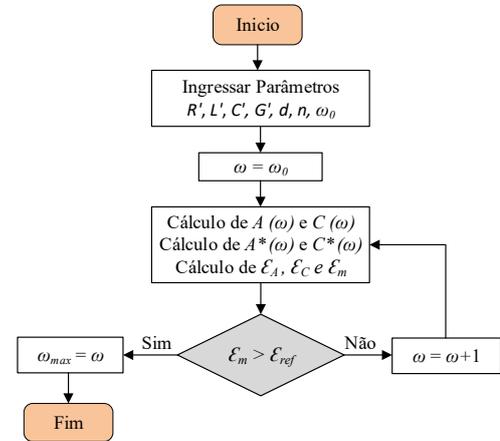


Figura 5. Fluxograma para determinar  $\omega_{max}$  no modelo a parâmetros concentrados.

do modelo a parâmetros concentrados. O elemento  $\varepsilon_{ref}$  é a tolerância do método. A partir do fluxograma, um ábaco para  $f_{max}$  em função da razão de discretização ( $k$ ) [ $\pi/\text{km}$ ] e do comprimento de uma LT ( $d$ ) [km] é plotado. Esses ábacos também são estendidos para superfícies, na qual uma equação otimizada é obtida pelo método de ajuste de superfície. A equação generalizada para  $f_{max}$ , usando método polinomial no *Toolbox Curve Fitting*, é dada genericamente por:

$$f_{max}(k, d) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^r p_{ij} k^i d^j = p_{00} + p_{10} k^1 d^0 + p_{01} k^0 d^1 + \dots + p_{mr} k^m d^r \quad (11)$$

Onde  $m$  e  $r$  são os expoentes do polinômio,  $p_{ij}$  são constantes reais, e  $k$  e  $d$  já anteriormente definidos. A seguir, os resultados numéricos são apresentados a partir da equação generalizada. A faixa de validade do modelo a para metros concentrados é então definida por:

$$\Delta F = f_{max} - f_0 \quad (12)$$

A validação da metodologia é apresentada a seguir.

#### 4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Para verificar a  $f_{max}$  obtida pela metodologia proposta, uma LT monofásica é empregada para as simulações e sua silhueta é ilustrada na Fig. 6. A LT é constituída de 4 sub-condutores do tipo *Grosbeak*, cujos parâmetros longitudinais e transversais dessa LT são calculados a 60 Hz. Esses parâmetros, considerando o efeito do solo e o pelicular, por unidade de comprimento são:  $R = 0.0687 \Omega/\text{km}$ ,  $L = 1.8 \text{ mH}/\text{km}$ ,  $C = 10.39 \text{ nF}/\text{km}$  e  $G = 0.56 \mu\text{S}/\text{km}$  Hofmann (2003).

Os resultados são organizados em duas subseções: Na subseção 4.1, o ábaco e a superfície de  $f_{max}$ , para diversos  $d$  e  $k$ , são apresentados assim como a equação para obtenção dessa superfície. Na subseção 4.2, as respostas transitórias de uma LT em circuito aberto representada pelos modelos a parâmetros concentrados e distribuídos são calculadas e uma comparação para validar a metodologia proposta é demonstrada.

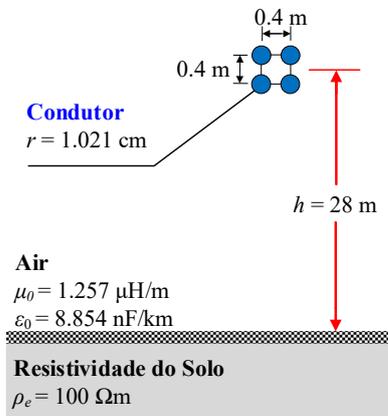


Figura 6. Silhueta da LT usada nas simulações.

#### 4.1 Equação da Superfície para o Cálculo de $f_{max}$

Para o cálculo do erro, utilizou-se um número de amostras  $T = 20.000$ , tolerância  $\varepsilon_{ref} = 0.02\%$  e a frequência mínima  $f_0 = 0 \text{ Hz}$ . A partir do algoritmo do fluxograma, o ábaco para  $f_{max}$  da LT monofásica na Fig. 6, em função do comprimento  $d$  [km] e da razão  $k$  [ $\pi/\text{km}$ ], é mostrado na Fig. 7. Verifica-se que a  $f_{max}$  é não-linear, apresentando uma faixa de frequência ampla para LTs curtas e à medida que o comprimento da LT aumenta, essa faixa torna-se mais estreita, para um valor fixo de  $k$ . Adicionalmente, para um comprimento fixo  $d$ , a faixa de frequências aumenta quando o número  $k$  se eleva. Quando a razão de discretização aumenta, melhor é a resposta transitória no tempo, porém deve-se levar em consideração a faixa de frequência do fenômeno transitório presente na LT, tais como operações de manobra, faltas e descargas atmosféricas incidentes nas LTs. Da literatura científica, o espectro de frequência para as operações de energização e as faltas varia entre 50/60 Hz até 20 kHz CIGRE (1990). Dessa forma, ao se determinar  $f_{max}$ , tem-se que tais fenômenos podem ser adequadamente estudados quando a LT é representada pelo modelo a parâmetros concentrados para um dado comprimento e razão  $k$ .

A união das diversas curvas dos ábacos mostrado na Fig. 7, variando  $d$  e  $k$  resulta em uma superfície mostrada na Fig. 8.

Usando o *Toolbox Curve Fitting* com o método polinomial do MATLAB, a equação generalizada da superfície da  $f_{max}$  é dada por (11):

$$f_{max}(k, d) = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^3 P_{ij} k^i d^j = P_{00} + P_{10}k + P_{01}d + P_{20}k^2 + P_{11}kd + P_{02}d^2 + P_{30}k^3 + P_{21}k^2d + P_{12}kd^2 + P_{03}d^3 + P_{40}k^4 + P_{31}k^3d + P_{22}k^2d^2 + P_{13}kd^3 \quad (13)$$

Em comparação com a Eq. (11), os índices do somatório são  $m = 4$  e  $r = 3$ . Os coeficientes de  $P_{ij}$  de (13) estão descritos na Tabela 1.

#### 4.2 Respostas transitórias de LTs para Fontes Impulsivas

Para a validação da metodologia proposta, a LT da Fig. 6 é representada pelos modelos a parâmetros concentrados e

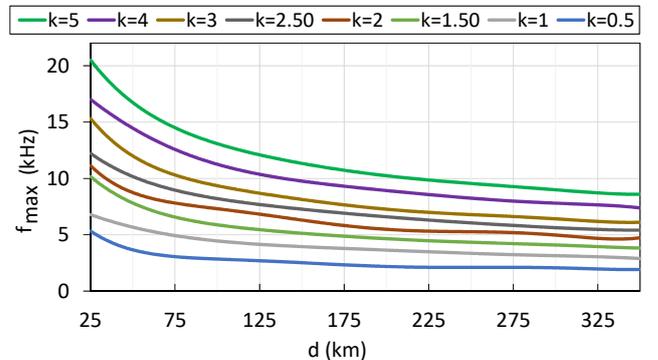


Figura 7. Ábaco de  $f_{max}$  para uma LT a parâmetros concentrados para  $k$  entre 0,5 e 5  $\pi/\text{km}$ .

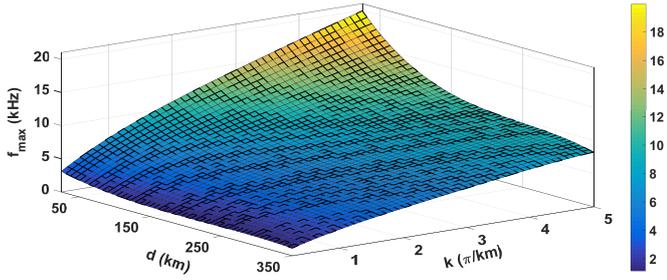


Figura 8. Superfície para a  $f_{max}$  em função do comprimento  $d$  (km) e da quantidade  $k$  ( $\pi/km$ ).

Tabela 1.

$j \setminus i$	0	1	2	3
0	2.092	$-2.41 \times 10^{-2}$	$1.11 \times 10^{-4}$	$-1.81 \times 10^{-7}$
1	7.303	$-3.21 \times 10^{-2}$	$9.81 \times 10^{-5}$	$-1.21 \times 10^{-7}$
2	-1.401	$-2.11 \times 10^{-3}$	$-1.31 \times 10^{-6}$	0
3	0.2351	$-1.61 \times 10^{-4}$	0	0
4	-0.0154	0	0	0

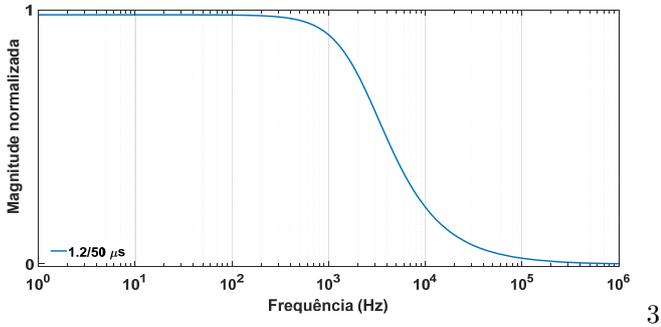


Figura 9. Espectro da tensão impulsiva.

distribuídos. As respostas transitórias são calculadas para duas LTs de comprimentos  $d = 50$  e  $250$  km. Para esses cálculos, emprega-se a função de transferência  $H(s)$ , que relaciona as tensões do terminal receptor  $V_r(s)$  e terminal emissor  $V_e(s)$ , de uma LT. Para a LT representada pelo modelo a parâmetros distribuídos é dada por:

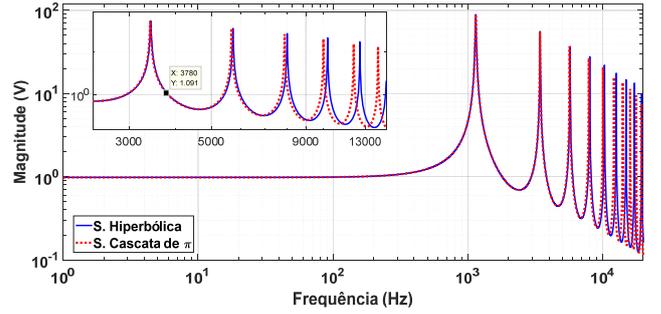
$$H(s) = \frac{V_r(s)}{V_e(s)} = \frac{1}{A(s) + B(s)/R_C} \quad (14)$$

A função de transferência  $H^*(s)$  para a LT representada pelo modelo a parâmetros concentrados é dada por:

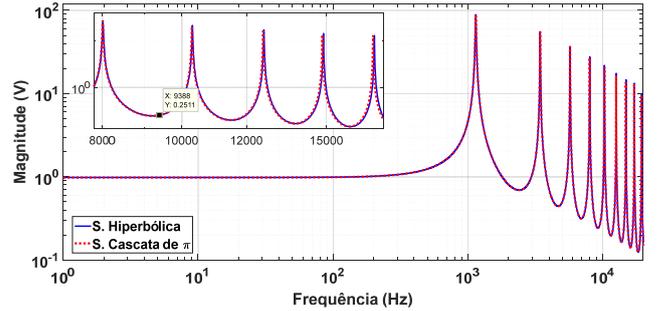
$$H^*(s) = \frac{V_r^*(s)}{V_e^*(s)} = \frac{1}{A^*(s) + B^*(s)/R_C} \quad (15)$$

Em (14) e (15), o termo  $R_C$  é a impedância da carga. As respostas transitórias são calculadas para a LT energizada por uma fonte de tensão impulsiva no terminal emissor e em circuito aberto ( $R_C \rightarrow \infty$ ) no terminal receptor. A fonte de tensão impulsiva tem um espectro de frequência que varia de DC até 1 MHz, conforme mostrado na Fig. 9.

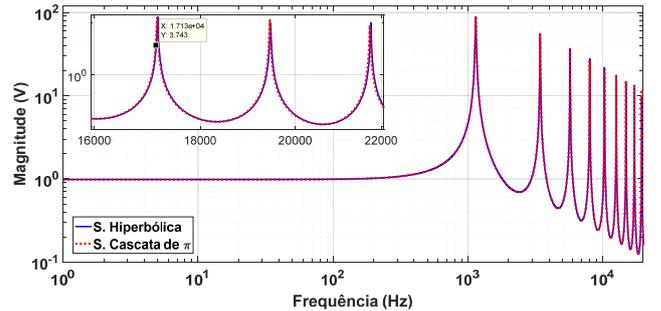
As respostas transitórias são comparadas para diversas combinações da razão de discretização  $k$  e comprimentos da LT  $d$  para o modelo a parâmetros concentrados. Os



(a)



(b)



(c)

Figura 10. Resposta impulsiva para  $d = 50$  km, para: [(a)  $k = 0.5 \pi/km$  com  $f_{max} = 3.780$  Hz; (b)  $k = 2 \pi/km$  com  $f_{max} = 9.388$  Hz; (c)  $k = 5 \pi/km$  com  $f_{max} = 17.130$  Hz.

resultados das comparações para a LT de  $d = 50$  km são mostrados na Fig. 10.

Na Fig. 10, observa-se como o modelo a parâmetros concentrados para uma LT de  $d = 50$  km e  $k = 0.5 \pi/km$  representa fielmente a resposta impulsiva da solução hiperbólica até aproximadamente uma frequência máxima  $f_{max}$  de 3.780 Hz. Esse mesmo valor é obtido pela equação da frequência máxima em (13). Para o caso em que a razão  $k = 2 \pi/km$ ,  $f_{max} = 9.388$  Hz e para  $k = 5 \pi/km$ ,  $f_{max} = 17.130$  Hz. Verifica-se que quando a razão  $k$  aumenta, tem-se que  $f_{max}$  também é maior pois a resposta transitória obtida para o modelo a parâmetros concentrados se aproxima do modelo exato.

As respostas transitórias para a LT de  $d = 250$  km são mostrados nas Figs.11. As  $f_{max}$  obtidas para  $k = 0,5, 2,0$  e  $5,0 \pi/km$  são 2.145, 5.209 e 9.659 Hz, respectivamente. Nota-se que para uma LT representada a parâmetros concentrados longa, as frequências máximas

## 5. CONCLUSÃO

Neste artigo, uma metodologia para computar a frequência máxima em que as respostas transitórias obtidas para a mesma LT representada a parâmetros concentrados e a parâmetros distribuídos é apresentada. A partir dessa metodologia, a frequência máxima é expressa por uma equação polinomial simples e pode ser aplicada a qualquer tipo de LT. Na metodologia proposta, os resultados são obtidos e comparados ao modelo exato da LT no domínio da frequência para uma entrada impulsiva. Os resultados mostraram que a resposta transitória impulsiva para uma LT representada a parâmetros concentrados é idêntica a uma LT representada a parâmetros distribuídos (modelo exato). Essa frequência é importante para o cálculo preciso dos transitórios de uma LT submetida a um dado fenômeno eletromagnético. Essa equação da frequência máxima é função do comprimento  $d$  e da razão de discretização  $k$ . Verifica-se que para qualquer comprimento de LT, uma quantidade elevada de circuitos- $\pi$  em cascata (razão de discretização  $k$ ) é necessária para se obter uma resposta transitória precisa. Para a mesma razão  $k$ , LTs curtas apresentam maior faixa de frequência do que LTs longas. Assim, a metodologia proposta se mostra eficiente para se determinar a faixa de frequência válida para uma LT representadas a parâmetros concentrados.

## REFERÊNCIAS

- Budner, A. (1970). Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transients program. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (1), 88–97.
- CIGRE (1990). *Guidelines for Representation of Network Elements when Calculating Transients*. Brochures thématiques: International Conference on Large High Voltage Electric Systems. CIGRÉ. URL <https://books.google.com.br/books?id=ixDDnAEACAAJ>.
- Hofmann, L. (2003). Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities, and dielectric permittivities of conductors, air, and ground. *IEEE transactions on power delivery*, 18(2), 564–570.
- Macias, J.A.R., Expósito, A.G., and Soler, A.B. (2005). A comparison of techniques for state-space transient analysis of transmission lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 20(2), 894–903. doi:10.1109/TPWRD.2005.844271.
- Mamiş, M.S. and Meral, M.E. (2005). State-space modeling and analysis of fault arcs. *Electric Power Systems Research*, 76(1-3), 46–51.
- Marti, J.R. (1982). Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101(1), 147–157. doi:10.1109/TPAS.1982.317332.
- Morched, A., Gustavsen, B., and Tartibi, M. (1999). A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 14(3), 1032–1038.

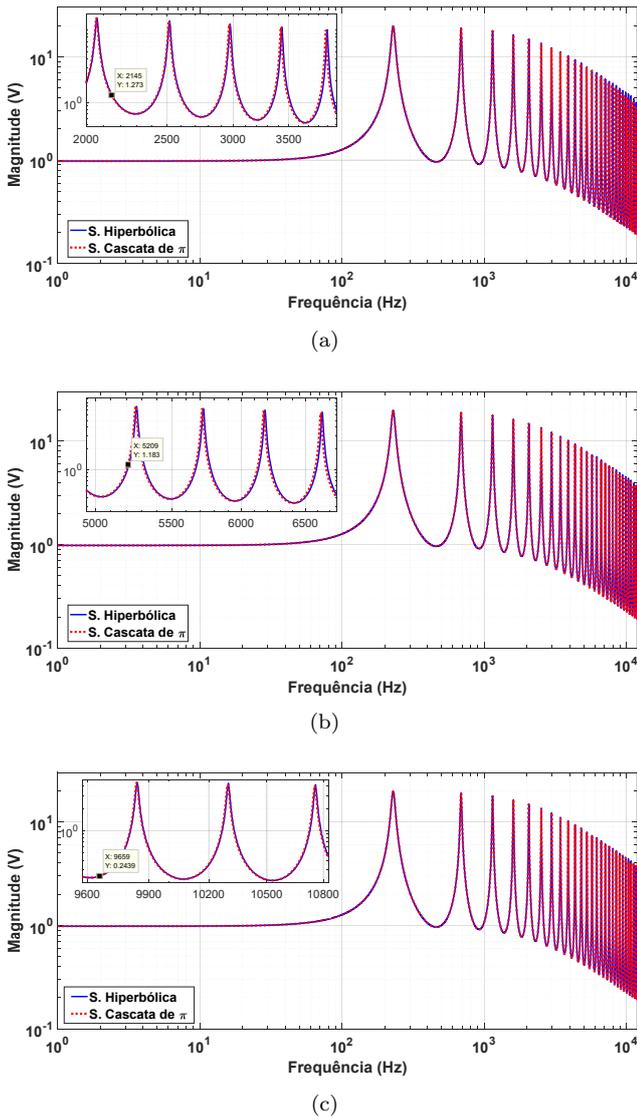


Figura 11. Resposta impulsiva para  $d = 250$  km, para: [(a)  $k = 0.5 \pi/\text{km}$  com  $f_{max} = 2.145$  Hz; (b)  $k = 2 \pi/\text{km}$  com  $f_{max} = 5.209$  Hz; (c)  $k = 5 \pi/\text{km}$  com  $f_{max} = 9.659$  Hz.

são menores quando comparadas com uma LT curta, para os mesmos valores da razão de discretização. Assim, deve-se empregar um valor elevado de  $k$  para uma boa representação de uma linha longa a fim de representar um transitório com uma faixa de frequência elevada. Ressalta-se que a representação de uma LT a parâmetros concentrados pode ser interpretado como um filtro passa-baixa e a determinação de  $f_{max}$  é importante para se obter uma resposta transitória precisa em relação ao modelo exato.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem grupo ao GATE - Grupo de Análises de Transitórios Eletromagnéticos - por toda a colaboração.