

Análise da Eficiência de um Método Alternativo de Integração das Equações Diferenciais Ordinárias de Linhas de Transmissão

João Paulo Fernandes, Pablo Torrez Caballero, Sérgio Kurokawa

Departamento de Engenharia Elétrica DEE, Universidade Estadual Paulista-UNESP, Avenida Brasil Sul 56, Ilha Solteira, 15385-000 SP, Brasil (e-mail: joaopaulo.fernandez16@gmail.com; pablоторrezcaballero@gmail.com; sergio.kurokawa@unesp.br)

Abstract: This article investigates the performance of an alternative method of integrating ordinary differential equations of a transmission line. The alternative method to solve each π circuit of the line individually through equations that do not depend on the number of π circuits, differing from the classical method. The performance analysis is achieved through the number of floating-point operations, and through the time of analysis of electromagnetic transients of a single-phase line. After each simulation, the calculation time is checked considering different line configurations. The same procedure is performed in the classical method. After comparing the results of both methods, the efficiency of the alternative method for a given transmission line configuration is verified.

Resumo: Este artigo investiga o desempenho de um método alternativo de integração de equações diferenciais ordinárias de uma linha de transmissão. O método alternativo resolve cada circuito π da linha individualmente através de equações que não dependem da quantidade de circuitos π , diferenciando-se do método clássico. A análise do desempenho é realizada através do número de operações de pontos flutuantes, e através do tempo de análise de transitórios eletromagnéticos de uma linha monofásica. Após cada simulação é verificado o tempo de cálculo considerando diferentes configurações de linha. O mesmo procedimento é realizado no método clássico. Após comparar os resultados de ambos os métodos é constatada a eficiência do método alternativo para determinada configuração de linha de transmissão.

Keywords: Ordinary differential equations; single-phase transmission line; floating point operations; electromagnetic transients; performance analysis; alternative method.

Palavras-chaves: Equações diferenciais ordinárias; linha de transmissão monofásica; operações de pontos flutuantes; transitórios eletromagnéticos; análise desempenho; método alternativo.

1. INTRODUÇÃO

Uma linha de transmissão (LT) pode ser aproximada pelos seus parâmetros distribuídos ao longo do seu comprimento. As tensões e correntes são descritas pelas suas equações diferenciais considerando os seus parâmetros longitudinais e transversais. Essas levam em consideração a dependência da frequência e a natureza distribuída dos parâmetros. Alguns *softwares* para simulação de transitórios eletromagnéticos (*e.g.* *Electromagnetic Transients Program* (EMTP), *Alternative Transients Programs* (ATP), Micro Tran e EMTDC) realizam as convoluções diretamente no domínio do tempo através da aproximação por funções racionais (Noda 2017). No entanto, uma alternativa para representar uma linha de transmissão é o modelo a parâmetros concentrados (Mamis 2005). Nesse modelo as equações diferenciais parciais do tempo e espaço contínuo da linha são reduzidas em equações diferenciais ordinárias (ODEs) que contêm um número finito de parâmetros, sendo os parâmetros de tensão e corrente escritas apenas em função do tempo (Ljubivoje 2018).

Usando circuitos a parâmetros concentrados, uma LT monofásica é representada por um grande número de circuitos π conectados em cascata para simular sua natureza distribuída (Chrysochos et al. 2015). Essa representação leva a um modelo

de espaço de estados linear, onde as variáveis de estado são as correntes e tensões em cada circuito π . O sistema de ODEs é geralmente resolvido por métodos numéricos de integração. Desta forma, a cada passo de cálculo são calculadas as correntes e as tensões em todos os circuitos π conectados em série. Para cada passo de tempo é resolvido um sistema de ODEs de ordem $2n$, sendo n a quantidade de circuitos π . Este é o procedimento clássico utilizado na análise de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência quando a linha de transmissão é representada por parâmetros concentrados.

Esse procedimento clássico apresenta componentes oscilatórias de alta frequência, denominadas oscilações espúrias. As oscilações espúrias não representam o comportamento real de uma LT e podem levar a resultados superestimados em estudos de coordenação de isolamento e proteção contra surtos (Kaloudas et al. 2014). Essas oscilações aparecem devido o modelo representar a natureza distribuída da linha por elementos discretos de circuitos que podem ser reduzidas utilizando filtros adequados nos terminais da linha (Costa et al. 2013).

No entanto, em um artigo recente, foi proposta uma técnica alternativa para resolver as equações do espaço de estados para uma cascata de circuitos π (Prado et al., 2014). Nesse trabalho

os autores afirmam que é possível atenuar as oscilações espúrias inerentes ao modelo de linha de transmissão à parâmetros concentrados. Contudo, são apresentados resultados para uma situação muito particular. Pois foi considerado um comprimento de linha igual a 5 km. Dessa forma, o método não foi aplicado em situações mais próximas da realidade em que linhas de transmissão de um sistema elétrico possuem dezenas ou centenas de quilômetros.

A técnica apresentada em Prado et al. (2014) chama a atenção pela maneira como as correntes e as tensões são obtidas, e a facilidade de definição de uma rotina computacional para a montagem das matrizes de estado. No modelo clássico, o tempo computacional é função da quantidade de circuitos π . Uma grande quantidade de circuitos π implica em grandes esforços computacionais para a sua resolução.

Como o método proposto é um procedimento na qual as dimensões das matrizes de estado não dependem da quantidade de segmentos π , foi investigado sua aplicação em acelerar o processo de integração numérica considerando longas LT. Então, neste artigo foi apresentado uma comparação da eficiência computacional no cálculo das correntes e tensões ao longo de uma LT em aberto durante o processo de energização de linha. O número total de operações de ponto flutuante, ou flops, e o tempo de simulação foram utilizados na análise comparativa para determinar a eficiência entre os métodos.

2. REPRESENTAÇÃO DE ESPAÇO DE ESTADO CLÁSSICA

A natureza distribuída dos parâmetros de uma linha de transmissão pode ser representada por elementos de circuitos concentrados. Dessa forma, uma LT monofásica de comprimento d pode ser representada por uma cascata de n circuitos π , como mostra a Fig. 1.

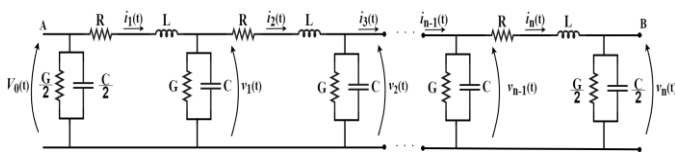


Fig. 1 Linha de transmissão monofásica representada por parâmetros concentrados.

Na cascata mostrada na Fig. 1, $V_0(t)$ e $v_n(t)$ são as tensões no terminal emissor A e receptor B da linha respectivamente, os parâmetros concentrados R , L , G e C são calculados como

$$R = R' \frac{d}{n} ; L = L' \frac{d}{n} ; G = G' \frac{d}{n} ; C = C' \frac{d}{n} \quad (1)$$

onde R' , L' , G' e C' são os parâmetros por unidade de comprimento (p.u.), d é o comprimento de linha, e n é a quantidade de segmentos π .

O sistema de ODEs que descreve o comportamento do circuito da Fig. 1 está dado por

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} V_0. \quad (2)$$

Em (2) $\mathbf{A}$ tem dimensão $2n \times 2n$, $\mathbf{x}$ e $\mathbf{B}$ são vetores $2n \times 1$ e podem ser escritas como

$$\mathbf{x}^T = [i_1(t) \ i_2(t) \ \dots \ v_1(t) \ v_2(t) \ \dots \ v_n(t)]; \quad (3)$$

$$\mathbf{B}^T = \left[\frac{1}{L} \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \right]; \quad (4)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 & \mathbf{A}_4 \end{bmatrix}; \quad (5)$$

onde

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}; \quad (6)$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} a_1 & & & \\ a_2 & a_1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & a_2 & a_1 \end{bmatrix}; \quad a_1 = -\frac{1}{L}; \quad a_2 = \frac{1}{L} \quad (7)$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & & \\ 0 & b_1 & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & b_2 \\ & & & 2b_1 \end{bmatrix}; \quad b_1 = \frac{1}{C}; \quad b_2 = -\frac{1}{C} \quad (8)$$

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -\frac{G}{C} & & & \\ & \ddots & & \\ & & & -\frac{G}{C} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Para cada passo de cálculo, o sistema de ODEs (2) de dimensão $2n \times 2n$ é solucionado para obter as correntes e tensões para cada segmento de linha da Fig. 1. Este é o procedimento convencional utilizado em simulações de transitórios eletromagnéticos que neste trabalho será denominada representação de espaço de estados clássica.

3. REPRESENTAÇÃO DE ESPAÇO DE ESTADO PROPOSTA

A ideia principal do procedimento proposto é escrever a equação de espaço de estados para cada circuito π e resolver essas equações em cada instante de tempo. A representação do espaço de estado para cada circuito π da cascata da Fig. 1 é definida por três tipos de circuitos.

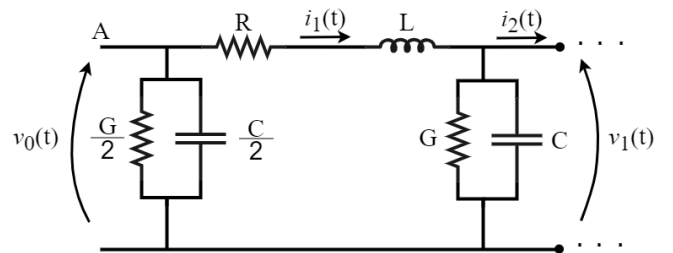


Fig. 2 Primeiro circuito π .

A representação do espaço de estados para o primeiro circuito π representado na Fig. 2 é escrita como sendo

$$\frac{d\mathbf{x}_1(t)}{dt} = \mathbf{A} \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B} U_1(t) \quad (10)$$

onde

$$\mathbf{x}_1(t) = \begin{bmatrix} i_1(t) \\ v_1(t) \end{bmatrix}; \quad (11)$$

$$\mathbf{U}_1(t) = \begin{bmatrix} v_0(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{G}{C} \end{bmatrix}; \quad (13)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Em (10) $\mathbf{x}_1(t)$ é o vetor com as variáveis de estado para o primeiro circuito π , $\mathbf{A}$ é a matriz de estado, $\mathbf{B}$ é matriz de entrada e $\mathbf{U}_1(t)$ é o vetor de entrada.

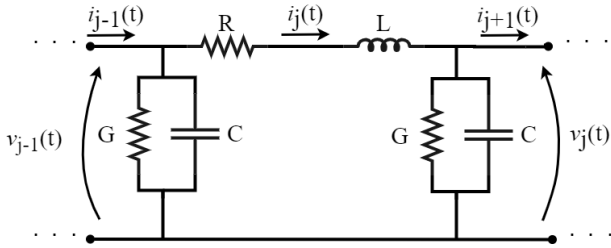


Fig. 3 j-ésimo circuito π .

Considerando agora, o j-ésimo circuito π representado na Fig. 3, onde $2 \leq j \leq n-1$, o espaço de estado é escrito da seguinte como

$$\frac{d\mathbf{x}_j(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}_j(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}_j(t) \quad (15)$$

sendo

$$\mathbf{x}_j(t) = \begin{bmatrix} i_j(t) \\ v_j(t) \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$$\mathbf{U}_j(t) = \begin{bmatrix} v_{j-1}(t) \\ i_{j+1}(t) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Em (15) $\mathbf{x}_j(t)$ é o vetor com as variáveis de estado para primeiro j-ésimo circuito π , $\mathbf{A}$ é a matriz de estado, $\mathbf{B}$ é matriz de entrada e $\mathbf{U}_j(t)$ é o vetor de entrada.

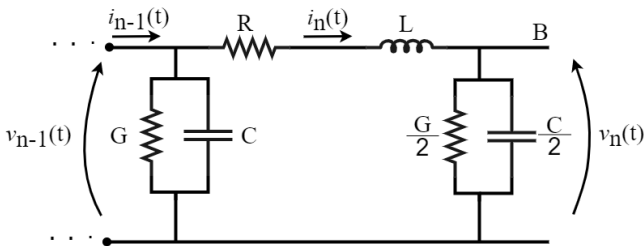


Fig. 4 Último circuito π .

Para o último circuito π representado na Fig. 4 a representação do espaço de estado é escrita como

$$\frac{d\mathbf{x}_n(t)}{dt} = \mathbf{A}_n\mathbf{x}_n(t) + \mathbf{B}_n\mathbf{U}_n(t) \quad (18)$$

onde

$$\mathbf{x}_n(t) = \begin{bmatrix} i_n(t) \\ v_n(t) \end{bmatrix}; \quad (19)$$

$$\mathbf{U}_n(t) = \begin{bmatrix} v_{n-1}(t) \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (20)$$

$$\mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{2}{C} & -\frac{G}{C} \end{bmatrix}; \quad (21)$$

$$\mathbf{B}_n = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{2}{C} \end{bmatrix}; \quad (22)$$

Em (18) $\mathbf{x}_n(t)$ é o vetor com as variáveis de estado para o último circuito π , $\mathbf{A}_n$ é a matriz de estado, $\mathbf{B}_n$ é a matriz de entrada e $\mathbf{U}_n(t)$ é o vetor de entrada.

Para obter as correntes e tensões ao longo da cascata com n circuitos π é preciso resolver cada circuito individualmente, através das equações que define cada modelo de circuito descrito anteriormente. As variáveis de estado do primeiro π são calculadas resolvendo (10). Depois, as variáveis de estado dos próximos $n-1$ circuitos π da cascata são calculados em cada circuito π , resolvendo (15), considerando $j = 2, 3, \dots, n-1$. Por fim, as variáveis de estado do último circuito π são calculadas usando (18). É possível observar que o último circuito π , o vetor de entrada é constituído apenas pela tensão, já que o valor da corrente i_{n+1} do próximo circuito π depende de uma carga conectada ao terminal receptor da linha.

No entanto, as equações de estado em (10), (15) e (18), tornam-se impossíveis de serem aplicadas diretamente, pois os vetores de entrada não são totalmente conhecidos. Como por exemplo, considerando um instante de tempo t_{k+1} . Para este instante de tempo, as equações de espaço de estados para cada circuito π são reescritas. Para o primeiro circuito π da cascata as equações são escritas como

$$\frac{d\mathbf{x}_1(t_{k+1})}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}_1(t_{k+1}) + \mathbf{B}\mathbf{U}_1(t_{k+1}) \quad (23)$$

sendo

$$\mathbf{U}_1(t_{k+1}) = \begin{bmatrix} v_0(t_{k+1}) \\ i_2(t_{k+1}) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Para o j-ésimo circuito π (onde $2 \leq j \leq n-1$) as equações de espaço de estados para um instante de tempo t_{k+1} são

$$\frac{d\mathbf{x}_j(t_{k+1})}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}_j(t_{k+1}) + \mathbf{B}\mathbf{U}_j(t_{k+1}) \quad (25)$$

$$\mathbf{U}_j(t_{k+1}) = \begin{bmatrix} v_{j-1}(t_{k+1}) \\ i_{j+1}(t_{k+1}) \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Por fim, para o n -ésimo circuito π da cascata, as equações de estado para um instante t_{k+1} são

$$\frac{d\mathbf{x}_n(t_{k+1})}{dt} = \mathbf{A}_n \mathbf{x}_n(t_{k+1}) + \mathbf{B}_n \mathbf{U}_n(t_{k+1}), \quad (27)$$

$$\mathbf{U}_n(t_{k+1}) = \begin{bmatrix} v_{n-1}(t_{k+1}) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Em (23) e (24) para calcular a corrente $i_1(t_{k+1})$ e a tensão $v_1(t_{k+1})$ do primeiro circuito π é necessário conhecer $i_2(t_{k+1})$ do segundo circuito π no instante de tempo t_{k+1} . Dessa forma, o elemento desconhecido em seu vetor de entrada é a corrente do próximo circuito π , que pode ser obtida a partir de elementos conhecidos. Aplicando as leis de Kirchhoff no circuito da Fig. 3 e considerando $j = 2$, obtém-se

$$\frac{di_2(t)}{dt} = -\frac{R}{L} i_2(t) - \frac{1}{L} v_2(t) + \frac{1}{L} v_1(t). \quad (29)$$

Através da relação de aproximação do método das diferenças finitas, a derivada da corrente $i_2(t_{k+1})$ em relação ao tempo pode ser escrita da seguinte forma

$$\frac{di_2(t_{k+1})}{dt} \cong \frac{i_2(t_{k+1}) - i_2(t_k)}{t_{k+1} - t_k}, \quad (30)$$

então substituindo (30) em (29) e considerando que no instante t_{k+1} , $i_2(t_k)$, $v_1(t_k)$ e $v_2(t_k)$ são conhecidos, a seguinte equação é obtida

$$i_2(t_{k+1}) \cong \left(1 - \frac{R}{L} \Delta t\right) i_2(t_k) - \frac{\Delta t}{L} v_2(t_k) + \frac{\Delta t}{L} v_1(t_k). \quad (31)$$

Para os j -ésimo π é necessário a corrente $i_{j+1}(t_{k+1})$ para calcular a corrente $i_j(t_{k+1})$ e a tensão $v_j(t_{k+1})$ em (25). Usando as mesmas condições aplicadas para obter (31) para os outros j -ésimos circuitos π ($2 \leq j \leq n-1$), a seguinte equação pode ser obtida para a corrente $i_{j+1}(t_{k+1})$

$$i_{j+1}(t_{k+1}) \cong \left(1 - \frac{R}{L} \Delta t\right) i_{j+1}(t_k) - \frac{\Delta t}{L} v_{j+1}(t_k) + \frac{\Delta t}{L} v_j(t_k). \quad (32)$$

Em (27) a corrente e a tensão no ultimo circuito π podem ser calculadas, pois não dependem de nenhum valor desconhecido. Se (31) e (32) forem substituídos em (24) e (26) respectivamente, o vetor de entrada de todas as equações de estado será especificado em qualquer instante de tempo para cada circuito π , a partir do procedimento proposto de integração numérica. Dessa forma, para cada instante de tempo são resolvidas as equações de espaço de estados cujas matrizes possuem dimensão 2×2 por n vezes.

4. VALIDAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

A aplicação do método proposto em simulações de propagação de transitórios eletromagnéticos é válida quando o método das diferenças finitas apresenta um passo de iteração (Δt) apropriado. Pois quanto menor o passo de iteração menor se torna as aproximações sobre as derivadas das ODE's, implicando em um erro menor e evitando assim a instabilidade numérica do método. Para os comprimentos de LT simulados

neste trabalho o passo de iteração de $\Delta t = 50ns$ representa uma boa aproximação. Os parâmetros por unidade de comprimento das linhas foram calculados usando formulações clássicas (1), através de $R' = 0,05\Omega/km$, $L' = 1,7mH/km$, $G' = 0,55\mu S/km$ e $C' = 11,11nF/km$, considerando um tempo de simulação $t_{max} = 20ms$. A figura 5 mostra uma LT monofásica com terminal receptor em aberto e submetida ao processo de energização por fonte constante $V(t)$.

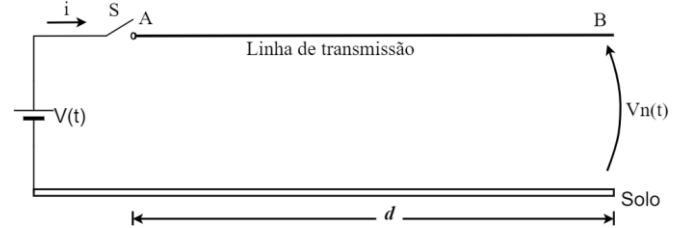


Fig. 5 Linha monofásica de comprimento d .

As simulações dos transitórios eletromagnéticos são realizadas considerando a LT da Fig. 5. Nas simulações, os resultados obtidos no método proposto (MP) foram comparados aos resultados obtidos no método clássico (MC). A comparação entre os métodos, considerando uma linha de 100 km representada respectivamente por 1 e $5\pi/km$ é mostrado na Fig. 6 e 7. Em todos os casos simulados, ambos os métodos apresentam oscilações espúrias devido a representação da LT por parâmetros concentrados.

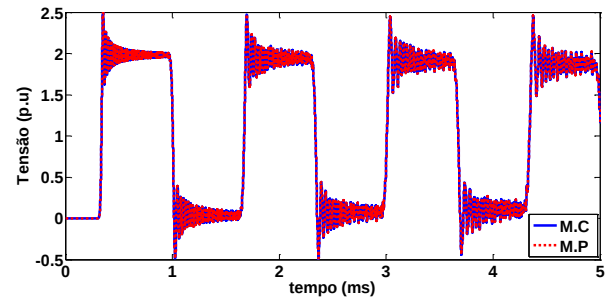


Fig. 6 Resultados obtidos para uma linha de 100 km representada por 100π ($1\pi/km$).

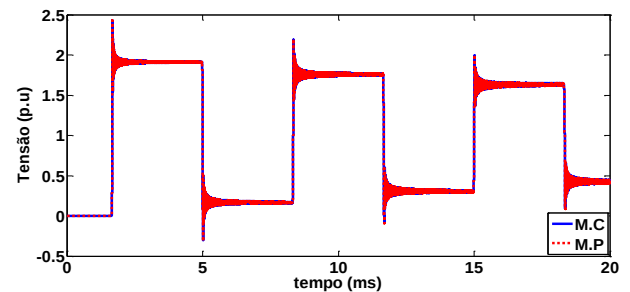


Fig. 7 Resultados obtidos para uma linha de 500 km representada por 2500π ($5\pi/km$).

O erro máximo de discrepância do método proposto (devido a aplicação do método das diferenças finitas) ao longo do processo de simulação é 0.04 p.u. para a linha de 100 km e 0.08 p.u. para a linha de 500 km quando comparado com o método clássico.

5. ANÁLISE DA EFICIÊNCIA

Como o método proposto em Prado et al. (2014) é um procedimento diferente, nesta seção foi investigado a eficiência do método no cálculo das equações de espaço de

estado. O método proposto é comparado com o método clássico através do número de operações de pontos flutuantes (flops) e do tempo de cálculo da CPU (*central processing unit*). Para cada um dos métodos foram realizadas possíveis otimizações nos algoritmos e preservadas as estruturas lógicas de programação, alterando apenas o método de resolução das equações de espaço de estado.

5.1. Análise de Flops

Na análise de flops qualquer operação aritmética em argumentos reais resulta em um flop. A contagem de flops para cada um dos métodos é obtida através da simulação de transitórios eletromagnéticos considerando uma LT de 300 km, com tempo de simulação $t_{max} = 20ms$ e um passo de cálculo $\Delta t = 50ns$ resultando em 400.000 iterações de simulação. Em cada iteração de simulação, o método clássico é resolvido pelo sistema linear em (2). No método proposto são resolvidas as equações em (10), (15) e (18) para cada iteração. A Tabela 1 resume a quantidade de flops exigida para o método clássico (MC) e o método proposto (MP) a cada iteração de simulação.

Tabela 1. Total de Flops para M.C e M.P.

Circuitos π (n)	Quantidade de Flops		$\varepsilon[\%] = \left[\frac{MP}{MC} \right] \cdot 100$
	MC	MP	
100	160.001	2.789	1,74
200	640.001	5.589	0,87
400	2.560.001	11.189	0,43
600	5.760.001	16.789	0,29
800	10.240.001	22.389	0,22
900	12.960.001	25.189	0,19
1000	16.000.001	27.989	0,17

O grande número de flops no método clássico é devido a característica esparsa (grande quantidade de elementos de valor zero) das matrizes de estados. No método proposto as matrizes possuem dimensões menores, não dependentes de n e elementos diferentes de zero. Nas simulações envolvendo o método clássico, as matrizes quadradas de ordem $2n$ e os vetores de tamanho $2n$ como verificado em (2), resultam em $16n^2 + 1$ operações a cada iteração, tendo uma complexidade quadrática relativamente ao parâmetro n . No método proposto, as matrizes possuem dimensões fixas (2×2) e requer $28n - 11$ quantidades de cálculos a cada iteração, tendo uma complexidade linear em relação a n . Sendo assim, o método proposto proporciona um ganho de eficiência (menor custo computacional) quando comparado ao método clássico, pois resulta em um menor número de operações para uma quantidade n de circuitos π , como ilustrado na Figura 8.

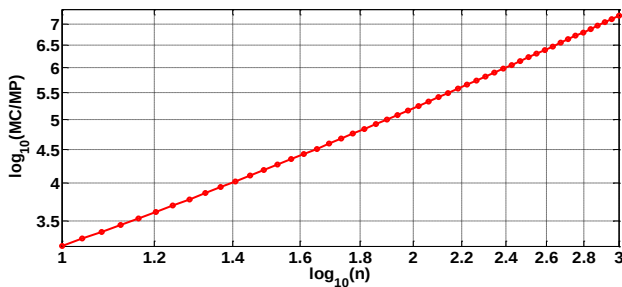


Fig. 8 Razão entre o número de flops (MC/MP).

5.2. Análise de cálculo da CPU

O número de operações de pontos flutuantes não é o único parâmetro a ser considerado na análise de custo computacional de um método de resolução. Um fator relevante é o tempo de acesso às variáveis da memória do computador, que depende da maneira como o algoritmo foi programado e da quantidade de variáveis solicitadas pelo método de resolução (Quarteroni et al, 2007). O indicador que permite determinar o desempenho é o tempo de cálculo da CPU (*central processing unit*).

A Tabela 2, 3 e 4 mostra a relação da velocidade de resolução das equações de estado em segundos, para o método clássico (t_{MC}) e o método proposto (t_{MP}), considerando diferentes comprimentos e quantidades de circuitos π .

Tabela 2. Linha de transmissão de 300km

π/km	n	t_{MC}	t_{MP}	t_{MC}/t_{MP} (p.u)
1	300	479	840	0,57
2	600	1.481	1.905	0,77
3	900	2.730	2.340	1,17
4	1200	4.339	3.036	1,43
5	1500	7.665	4.603	1,67

Tabela 3. Linha de transmissão de 400km

π/km	n	t_{MC}	t_{MP}	t_{MC}/t_{MP} (p.u)
1	400	1.164	2.353	0,49
2	800	2.995	3.094	0,97
3	1200	5.731	3.948	1,45
4	1600	8.097	5.004	1,62
5	2000	11679	6.512	1,79

Tabela 4. Linha de transmissão de 500km

π/km	n	t_{MC}	t_{MP}	t_{MC}/t_{MP} (p.u)
1	500	1.034	1.288	0,80
2	1000	3.257	2.442	1,33
3	1500	6.891	4.480	1,54
4	2000	11.877	6.684	1,77
5	2500	16.124	6.907	2,33

Os resultados apresentados nas Tabelas 2, 3 e 4 e na Figura 9 mostram que a eficiência do método proposto está condicionada a uma quantidade de 800 circuitos π . Para uma LT representada por 800 circuitos π conectados em cascata ($n = 800 \pi$), o tempo de cálculo das equações de estados para ambos os métodos são semelhantes. Dessa forma, a relação de tempo entre os métodos é igual ou próxima de 1. Além disso, a relação indica o limite do desempenho do método clássico e do método proposto.

Em situações que a LT é representada por quantidades maiores que 800 circuitos π ($n > 800 \pi$), o método proposto calcula as equações de espaço de estados em menor tempo. Nesse caso, a relação de tempo é maior que 1. Já em situações que a LT possui quantidades inferiores a 800 circuitos π ($n < 800 \pi$), o método clássico obtém melhor desempenho comparado ao método proposto. Nessa última situação, a relação (t_{MC}/t_{MP}) resulta em um valor menor que 1.

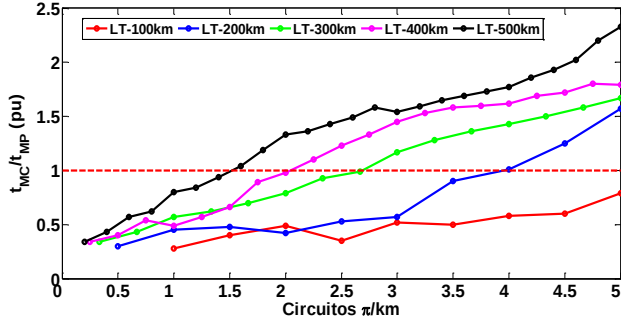


Fig. 9 Condição de eficiência do método proposto.

Nos casos em que o método clássico obtém melhor desempenho em relação ao método proposto, justifica-se pelo total de variáveis que foram acessadas na memória. No método clássico as variáveis de estado do vetor $x(t_{k+1})$ é obtida através de $x(t_k)$ em (2), a cada iteração. Enquanto que no método proposto, as variáveis de estado do primeiro circuito π , $x_1(t_{k+1})$ é obtida através de $x_1(t_k)$, $x_2(t_k)$ e $v_0(t_k)$. Esse processo se repete para os circuitos π intermediários, $x_j(t_{k+1})$ é obtido através de $x_j(t_k)$, $x_{j+1}(t_k)$ e $x_{j-1}(t_{k+1})$. Por fim, o último circuito π , obtém-se $x_n(t_{k+1})$ através de $x_n(t_k)$ e $x_{n-1}(t_{k+1})$ a cada iteração. No método proposto esse processo demanda maior tempo de cálculo, pois o tempo de cálculo da CPU depende da dimensão das matrizes, quantidade de flops e da quantidade de variáveis acessadas na memória. A quantidade de variáveis acessadas na memória é superior no método proposto quando comparado com o método clássico.

Tabela 5. Quantidade mínima de acesso a memória (variáveis de estados) a cada processo de iteração.

n	M.C	M.P			
	$x(t_{k+1})$	$x_1(t_{k+1})$	$x_j(t_{k+1})$	$x_n(t_{k+1})$	
3	2	3	3	2	2
100	2	3	294	2	2
200	2	3	594	2	2
300	2	3	894	2	2
400	2	3	1194	2	2
500	2	3	1494	2	2
n	2	3	$3 \cdot (n - 2)$	2	2

Os dados apresentados na Tabela 5 mostra a maior recorrência de acesso a memória (variáveis de correntes e de tensões) no método proposto, pois para resolver individualmente todos os circuitos π são necessárias as variáveis de estados dos circuitos π adjacentes. No entanto, o número de operações no método clássico é maior que o método proposto (comportamento linear), pois o método clássico comporta-se de forma quadrática em relação ao parâmetro n , exigindo maior tempo na resolução das equações de espaço de estados à medida que maiores quantidades de circuitos π representam a LT. O aumento da quantidade de circuitos π acarreta em um aumento muito maior no método clássico em comparação ao método proposto. Sendo assim, vantajoso a utilização do método proposto em situações em que a LT possui quantidades superiores a 800 π .

6. CONCLUSÕES

A utilização do método clássico na análise de transitórios eletromagnéticos pode demandar um tempo muito grande,

dependendo das configurações da linha. O método proposto em Prado et al. (2014) é uma técnica alternativa ao método clássico de resolução de equações de espaço de estados que se diferencia pela maneira como as equações de estado são resolvidas. Na análise da eficiência computacional, o método proposto se mostrou vantajoso para LT's representadas por quantidades superiores a 800 circuitos π . Pois o método analisa individualmente cada circuito π por equações de espaço de estados definidas e não dependentes do parâmetro n . A característica linear do método proposto possibilita realizar simulações em que o aumento do parâmetro n não resulte em um grande aumento no tempo de simulação. Enquanto que a vantagem de se utilizar o método clássico ocorre somente em situações que a LT é representada por quantidades menores a 800 circuitos π . Para todas as simulações realizadas, as respostas da tensão no terminal receptor da LT para cada método, mostraram-se similares.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

- Chrysochos, A. I.; Tsolaridis, G. P.; Papadopoulos, T. A.; Papagiannis, G. K. (2015). "Damping of oscillations related to lumped-parameter transmission line modelling". *International Conference on Power Systems Transients (IPST2015)*, 7 pp., Cavtat, Croatia, June 15-18.
- Da Costa, Eduardo C. M., S. Kurokawa, A. A. Shinoda, J. Pissolato (2013). "Digital filtering of oscillations intrinsic to transmission line modelling based on lumped parameters". *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 44, pp. 908-915.
- Kaloudas Ch. C, A. I. Chrysochos, G. K. Papagiannis (2014). "FDTD analysis of multiphase power cable systems using distributed constant parameters". *MedPower*, Athens, Greece, pp. 1-8.
- M.S. Mamis and M.E. Meral (2005). "State-space modelling and analysis of fault arcs". *Electrical Power Systems Research*, vol. 76, pp. 46-51.
- Noda, Taku (2017). "Frequency-dependent modelling of transmission lines using Bergeron cells". *Institute of Electrical Engineers of Japan, IEEEJ – Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, vol. 12, issue S2, pp. S23-S30.
- Prado, A. J.; Lessa, L. S.; Monzani, R. C.; Bovolato, L. F.; Pissolato Filho, J. (2014). "Modified routine for decreasing numeric oscillations at associations of lumped elements". *Electric Power Systems Research*, vol. 112, no. 1, pp. 56-64.
- Popovic, M. Ljubivoje (2017). "General equations of lumped parameter ladder circuits and a special approach to analyzing electrical line transient states". *Electrical Power and Energy System*, 568-576. Elsevier.
- Quarteroni, A.; and F. Saleri (2007). *Cálculo científico com Matlab e Octave*. Milão: Springer-Verlag Itália.