DOI: 10.48011/sbse.v1i1.2194

Linhas de Transmissão com Cargas - Representação no Domínio Modal

Juan P. Robles Balestero[1,2]. Sérgio Kurokawa[1]

1 Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista - UNESP, SP (e-mails: kurokawa@dee.feis.unesp.br).
2 Instituto Federal de São Paulo - IFSP Votuporanga – SP (e-mail: juan@ifsp.edu.br)

Abstract: The representation of transmission lines in modal domain is widely known. However, there is nothing in the literature regarding the behavior of loads in the modal domain connected to the receiver of a transmission line. In this article we will show how the transmission lines are represented in the modal domain, considering the presence of connected loads in their terminals. The results show that balanced loads with or without mutual coupling can be represented in the modal domain as uncoupled single-phase loads that are connected at the receiving terminal of each line propagation mode. When it comes to unbalanced loads it is found that they are also represented by single phase loads. However, in the case of unbalanced loads, there is a coupling between these single-phase loads. The study allows the understanding of how transmission lines with loads are represented, in the modal domain, in software that performs simulations of electromagnetic transients in electrical power systems (ATP and EMTP software).

Resumo: A representação de linhas de transmissão no domínio modal é amplamente conhecida. No entanto não se encontra na literatura nada referente ao comportamento das cargas, no domínio modal, conectadas no receptor de uma linha de transmissão. Neste artigo será mostrado como se dá a representação de linhas de transmissão, no domínio modal, considerando a presença de cargas conectadas em seus terminais. Os resultados mostram que cargas equilibradas com ou sem acoplamento mútuo podem ser representadas no domínio modal como sendo cargas monofásicas desacopladas que são conectadas no terminal receptor de cada modo de propagação da linha. Quando se trata de cargas desequilibradas verifica-se que as mesmas também são representadas por cargas monofásicas. No entanto, em se tratando de cargas desequilibradas, existe um acoplamento entre estas cargas monofásicas. O estudo realizado permite o entendimento de como linhas de transmissão com cargas são representadas, no domínio modal, em softwares que realizam simulações de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia elétrica (softwares do tipo ATP e EMTP).

Keywords: load on modal domain; modal transformation matrices; modal domain, modal analysis; multiconductor transmission Line.

Palavras-chaves: carga no domínio modal; matrizes de transformação modal; domínio dos modos; análise modal; linhas de transmissão polifásicas.

1. INTRODUÇÃO

Uma linha de transmissão é caracterizada pelo fato de seus parâmetros longitudinais e transversais serem distribuídos ao longo de seu comprimento e este fato faz com que as correntes e tensões ao longo de uma linha tenham o comportamento de ondas e podem ser obtidas a partir das soluções das equações do telegrafista Budner (1970).

As soluções das equações do telegrafista, para o caso de linhas monofásicas, são bem conhecidas. No entanto, em se tratando de linhas com mais de uma fase, as soluções de tais equações não são facilmente obtidas e isto ocorre devido ao acoplamento que existe entre as fases de uma linha de transmissão Paul (1996); Ashouri et al. (2019). .

Para obter as equações de correntes e tensões em uma linha de transmissão, levando em conta o acoplamento eletromagnético entre as fases, é usual representar a linha no domínio modal onde uma linha de transmissão de n fases é representada por seus n modos de propagação e cada um destes modos se comporta como uma linha de transmissão monofásica cujas equações de correntes e tensões são conhecidas. A conversão fase-modo-fase é feita utilizando uma matriz de transformação denominada matriz de decomposição modal Wedepohl (1963). Este tipo de representação de linhas de transmissão está presente nos softwares do tipo ATP (*Alternative Transients Program)* e EMTP *(Electromagnetic Transients Program*), que são softwares amplamente utilizados em simulações de transitórios eletromagnéticos em sistemas elétricos de potência Dommel (1996).

O cálculo das correntes e tensões de uma linha de transmissão de n fases no domínio modal tem início com a

decomposição da linha em seus modos de propagação. Em seguida calculam-se as correntes e tensões dos modos de propagação, que se comportam como linhas monofásicas desacopladas, e em outra etapa as correntes e tensões modais são convertidas em correntes e tensões de fase por meio do uso da matriz de decomposição modal.

A teoria de representação de uma linha de transmissão no domínio modal é amplamente conhecida. No entanto, não se encontra na literatura nenhum estudo referente ao comportamento, no domínio modal, da carga conectada no terminal receptor da linha.

Quando há uma carga conectada no receptor da linha, esta carga deverá ser representada também no domínio modal, resultando em impedâncias conectadas no receptor de cada modo de propagação (neste trabalho, a impedância conectada no receptor de cada modo será denominada Carga no Domínio Modal). Portanto, ao contrário do que acontece com linhas com o receptor em curto ou em aberto, de início não se conhece a corrente e a tensão no receptor. Conhece-se somente a relação entre a corrente e a tensão no receptor de cada modo de propagação e esta relação depende da carga no domínio modal conectada no receptor de cada modo de propagação.

Com a intenção de ampliar o conhecimento da técnica de representação de linhas de transmissão no domínio modal, este artigo pretende mostrar uma análise referente ao comportamento da carga no domínio modal. Por se tratar de um estudo inicial, a análise será realizada com base em uma linha trifásica idealmente transposta.

2. REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA NO DOMINÍNIO MODAL

Considere uma linha de transmissão trifásica genérica cujo receptor está conectado a uma carga, conforme mostra a Fig. 1.

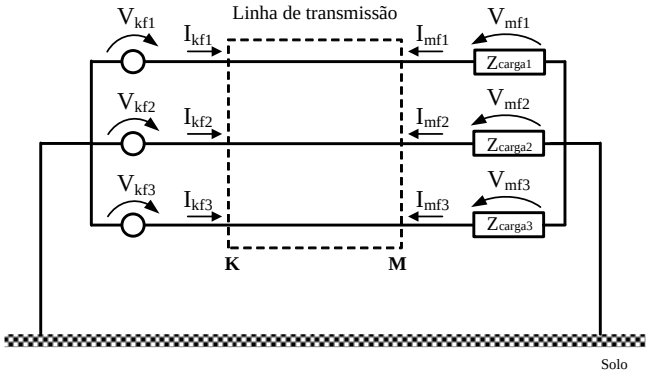

Fig. 1 – Linha de transmissão trifásica

A linha mostrada na Fig. 1 é caracterizada por sua matriz de impedâncias longitudinais [*Z*] e por sua matriz de admitância transversal [*Y*] que são escritas como sendo Martinez et al. (2005):

$$[Z]=\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{12} & z_{22} & z_{23} \\ z_{13} & z_{23} & z_{33} \end{bmatrix} \; ; \; [Y]=\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{12} & y_{22} & y_{23} \\ y_{13} & y_{23} & y_{33} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Na Fig. 1 V_{kf1}, V_{kf2} e V_{kf3} são as tensões nas fases 1, 2 e 3, respectivamente, no terminal *K* (emissor) da linha enquanto que V_{mf1}, V_{mf2} e V_{mf3} são as tensões de fase no terminal *M* (receptor). Os termos I_{kf1}, I_{kf2} e I_{kf3} são as correntes de fase no emissor da linha e I_{mf1}, I_{mf2} e I_{mf3} são as correntes de fase no receptor.

As tensões e correntes descritas anteriormente podem ser escritas na forma:

$$[V_{KF}]=\begin{bmatrix} V_{kf1} \\ V_{kf2} \\ V_{kf3} \end{bmatrix} \; ; \; [V_{MF}]=\begin{bmatrix} V_{mf1} \\ V_{mf2} \\ V_{mf3} \end{bmatrix}$$
$$; \; [I_{KF}]=\begin{bmatrix} I_{kf1} \\ I_{kf2} \\ I_{kf3} \end{bmatrix} \quad ; \quad [I_{MF}]=\begin{bmatrix} I_{mf1} \\ I_{mf2} \\ I_{mf3} \end{bmatrix} \quad (2)$$

A linha trifásica mostrada na Fig. 1 está representada no domínio das fases. Sabe-se que no domínio modal a linha pode ser representada por seus três modos de propagação que se comportam como três linhas monofásicas desacopladas conforme mostra a Fig. 2.

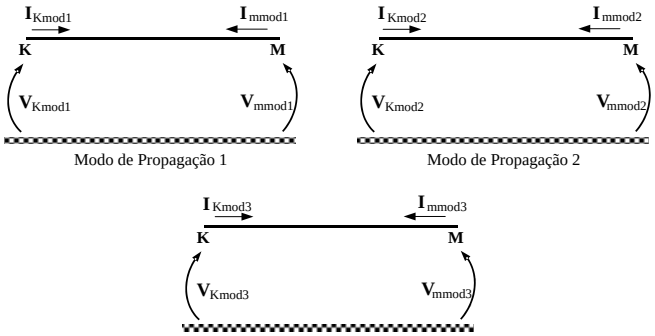

Fig. 2 – Representação de uma linha trifásica no domínio modal

Na Fig. 2, as grandezas V_{kmod1}, V_{kmod2} e V_{kmod3} são as tensões no terminal *K* (emissor) dos modos de propagação 1, 2 e 3, respectivamente, enquanto que as grandezas V_{mmod1}, V_{mmod2} e V_{mmod3} são as tensões no terminal *M* (receptor) dos modos. Os termos I_{kmod1}, I_{kmod2} e I_{kmod3} são as correntes no terminal *K* dos modos 1, 2 e 3 e I_{mmod1}, I_{mmod2} e I_{mmod3} são as correntes no terminal *M* dos modos de propagação. A partir das grandezas descritas neste parágrafo, os seguintes vetores podem ser escritos:

$$[V_{KMod}]=\begin{bmatrix} V_{kmod1} \\ V_{kmod2} \\ V_{kmod3} \end{bmatrix} \; ; \; [V_{MMod}]=\begin{bmatrix} V_{mmod1} \\ V_{mmod2} \\ V_{mmod3} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\text{‘}\left[I_{KMod}\right]=\begin{bmatrix} I_{kmod1} \\ I_{kmod2} \\ I_{kmod3} \end{bmatrix} \;;\; \left[I_{MMod}\right]=\begin{bmatrix} I_{mmod1} \\ I_{mmod2} \\ I_{mmod3} \end{bmatrix} \quad (4)$$

No domínio da frequência, as correntes e tensões nos terminais do j-ésimo modo de propagação são escritas como sendo Wang and Liu (2001):

$$V_{kmodj} = V_{mmodj}\, cosh\left(\gamma_{modj} d\right) - Zc_{modj}\, I_{mmodj}\, senh\left(\gamma_{modj} d\right) \quad (5)$$

$$I_{kmodj} = -I_{mmodj}\, cosh\left(\gamma_{modj} d\right) + \frac{1}{Zc_{modj}}\, V_{mmodj}\, senh\left(\gamma_{modj} d\right) \quad (6)$$

Em (5) e (6) as grandezas γ_{modj} e Zc_{modj} são escritas como sendo Marti (1982):

$$\gamma_{modj} = \sqrt{z_{modj} y_{modj}} \quad (7)$$

$$Zc_{modj} = \sqrt{\frac{z_{modj}}{y_{modj}}} \quad (8)$$

Sendo:

γ_{modj}: Função de propagação do j-ésimo modo de propagação

Zc_{modj}: Impedância característica do j-ésimo modo de propagação

Z_{modj}: Impedância longitudinal do j-ésimo modo de propagação

y_{modj}: Admitância transversal do j-ésimo modo de propagação

A conversão do domínio das fases para o domínio modal dá-se por meio de uma matriz de transformação modal $[T_V]$ cujas colunas são os autovetores associados aos autovalores do produto matricial $[Z][Y]$ Wedepohl et al. (1996).

Sabe-se que as relações entre as grandezas (correntes e tensões) de fase e de modo são escritas como sendo Portela and Tavares (1993); Budner (1970):

$$\left[V_{KMod}\right]=\left[T_V\right]^{-1}\left[V_{KF}\right] \;;\; \left[V_{MMod}\right]=\left[T_V\right]^{-1}\left[V_{MF}\right] \quad (9)$$

$$\left[I_{KMod}\right]=\left[T_V\right]^{T}\left[I_{KF}\right] \;;\; \left[I_{MMod}\right]=\left[T_V\right]^{T}\left[I_{MF}\right] \quad (10)$$

Em (9) e (10) $[T_V]^{-1}$ é a inversa da matriz $[T_V]$ e $[T_V]^T$ é a matriz $[T_V]$ transposta.

Geralmente as tensões de fase $[V_{KF}]$ do gerador são conhecidas e, a partir de (9) é possível obter as tensões $[V_{KMod}]$ no emissor dos modos de propagação.

Com base em (5) e (6) verifica-se que, considerando que as tensões no terminal emissor de cada modo são conhecidas, existem três incógnitas a serem determinadas em cada modo, que são as correntes nos dois terminais e a tensão no terminal receptor. Portanto, é necessário que, para cada modo de propagação, seja definida mais uma equação que é definida em função da carga conectada no terminal receptor da linha. Esta carga deve ser representada no domínio modal, que é o assunto da próxima seção.

3. REPRESENTAÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA NO DOMINÍNIO MODAL

Para obter uma representação no domínio modal para a carga conectada no terminal receptor da linha trifásica, será considerado que a linha de transmissão mostrada na Fig. 1 é uma linha trifásica idealmente transposta. Para esta linha, sabe-se que a matriz de Clarke pode ser utilizada como sendo a matriz $[T_V]$, ou seja Clarke (1950):

$$\left[T_V\right]=\begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Para o terminal receptor da linha mostrada na Fig. 1 é possível escrever a seguinte relação entre as correntes e tensões de fase:

$$\left[V_{MF}\right] = -\left[Z_{carga}\right]\left[I_{MF}\right] \quad (12)$$

Em (12) $[Z_{carga}]$ é uma matriz que representa a carga conectada no terminal receptor da linha.

A partir de (9) e (10) obtém-se:

$$\left[V_{MF}\right]=\left[T_V\right]\left[V_{MMod}\right] \;;\; \left[I_{MF}\right]=\left[T_V\right]^{-T}\left[I_{MMod}\right] \quad (13)$$

Substituindo (13) em (12), e desenvolvendo a equação resultante, obtém-se:

$$\left[V_{MMod}\right] = -\left[T_V\right]^{-1}\left[Z_{carga}\right]\left[T_V\right]^{-T}\left[I_{MMod}\right] \quad (14)$$

Em (14) $[T_V]^{-T}$ corresponde à inversa da transposta de $[T_V]$.

A equação (14) pode ser escrita como sendo:

$$\left[V_{MMod}\right] = -\left[Z_{cargamod}\right]\left[I_{MMod}\right] \quad (15)$$

A matriz $[Z_{cargamod}]$, em (15), corresponde à carga trifásica representada no domínio modal e é escrita como sendo:

$$\left[Z_{cargamod}\right] = \left[T_V\right]^{-1}\left[Z_{carga}\right]\left[T_V\right]^{-T} \quad (16)$$

A partir de (16) é possível obter a carga que deve ser conectada no terminal receptor de cada um dos modos de propagação da linha trifásica.

Nas subseções seguintes será mostrado o comportamento de diversas cargas no domínio modal.

3.1 Linha com o Terminal Receptor em Aberto ou em Curto Circuito

Considerando que a linha mostrada na Fig. 1 está com o terminal receptor em aberto, o vetor $[I_{MF}]$ com as correntes neste terminal será nulo. Então, de (10), obtém-se que o vetor $[I_{MMOD}]$ com as correntes nos terminais receptores dos modos de propagação também será nulo. Portanto, os três modos de propagação da linha com o receptor em aberto terão seus terminais receptores também em aberto.

A Fig. 3 mostra o j-ésimo modo da linha cujo terminal receptor está em aberto.

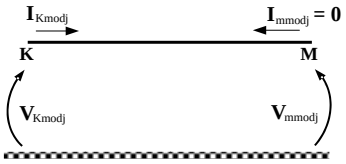

Fig. 3 – J-ésimo modo de propagação da linha trifásica cujo receptor está em aberto

Fazendo $I_{mmodj} = 0$ em (5) e (6) obtém-se:

$$V_{kmodj} = V_{mmodj}\, cosh\left(\gamma_{modj} d\right) \tag{17}$$

$$I_{kmodj} = \frac{1}{Zc_{modj}}\, V_{mmodj}\, senh\left(\gamma_{modj} d\right) \tag{18}$$

As equações (17) e (18) permitem calcular a tensão no terminal M e a corrente no terminal K de todos os modos de propagação da linha. A partir destas correntes e tensões, e utilizando (9) e (10), é possível obter as tensões de fase no receptor da linha e as correntes de fase no emissor.

Para a situação em que o terminal receptor da linha mostrada na Fig. 1 está em curto circuito, têm-se que o vetor $[V_{MF}]$ com as tensões de fase neste terminal será nulo. Neste caso, a partir de (9), obtém-se que o vetor $[V_{MMOD}]$ com as tensões nos terminais receptores dos modos de propagação também será nulo. Portanto, os três modos de propagação da linha com o receptor em curto circuito terão seus terminais receptores também em curto circuito.

A Fig. 4 mostra o j-ésimo modo da linha cujo terminal receptor está em curto circuito.

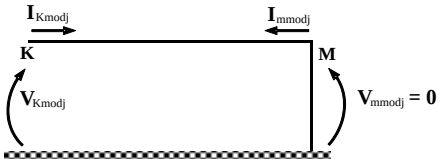

Fig. 4 – J-ésimo modo de propagação da linha trifásica cujo receptor está em curto circuito

Fazendo $V_{mmodj} = 0$ em (5) e (6) obtém-se:

$$V_{kmodj} = -Zc_{modj}\, I_{mmodj}\, senh\left(\gamma_{modj} d\right) \tag{19}$$

$$I_{kmodj} = -I_{mmodj}\, cosh\left(\gamma_{modj} d\right) \tag{20}$$

As equações (19) e (20) permitem calcular respectivamente a corrente no terminal *M* e a corrente no terminal *K* de todos os modos de propagação da linha. A partir destas correntes e tensões, e utilizando (9) e (10), é possível obter as correntes de fase no emissor e no receptor da linha.

3.2 Linha com Carga Equilibrada e Desacoplada

Neste caso será considerado que as impedâncias conectadas no terminal receptor da linha mostrada na Fig. 1 são iguais e que elas não possuem acoplamento. Portanto, a matriz $[Z_{carga}]$ será escrita como sendo:

$$\left[Z_{carga}\right] = \begin{bmatrix} z_o & 0 & 0 \\ 0 & z_o & 0 \\ 0 & 0 & z_0 \end{bmatrix} \tag{21}$$

Substituindo (11) e (21) em (16), verifica-se que a matriz com a carga no domínio modal será escrita como sendo:

$$\left[Z_{cargamod}\right] = \begin{bmatrix} z_0 & 0 & 0 \\ 0 & z_0 & 0 \\ 0 & 0 & z_0 \end{bmatrix} \tag{22}$$

A equação (22) mostra que uma carga equilibrada e desacoplada, representada por uma impedância z_0 conectada em cada uma das fases do receptor da linha, será representada, no domínio modal, como sendo uma impedância z_0 conectada no terminal receptor de cada um dos modos de propagação da linha. Em outras palavras, uma carga equilibrada e desacoplada não se altera quando representada no domínio modal.

A Fig. 5 mostra o j-ésimo modo de propagação de uma linha trifásica alimentando uma carga equilibrada e desacoplada.

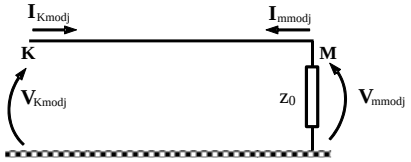

Fig. 5 – J-ésimo modo de propagação da linha trifásica alimentando uma carga equilibrada e desacoplada

A partir da Fig. 5 obtém-se:

$$V_{mmodj} = -z_0 I_{mmodj} \tag{23}$$

Com base em (5), (6) e (23) é possível calcular a tensão e a corrente no terminal receptor e a corrente no emissor para todos os modos de propagação da linha. Em seguida é possível obter as correntes e tensões de fase da linha.

3.3 Linha com Carga Equilibrada e Acoplada

Considere que a linha mostrada na Fig. 1 está conectada a uma carga equilibrada e acoplada. Neste caso, a impedância $[Z_{carga}]$ é escrita como sendo:

$$\left[Z_{carga}\right]=\begin{bmatrix} z_o & z_m & z_m \\ z_m & z_o & z_m \\ z_m & z_m & z_o \end{bmatrix} \tag{24}$$

Substituindo (11) e (24) em (16), verifica-se que a matriz com a carga no domínio modal será escrita como sendo:

$$\left[Z_{cargamod}\right]=\begin{bmatrix} z_0-z_m & 0 & 0 \\ 0 & z_0-z_m & 0 \\ 0 & 0 & z_0+2z_m \end{bmatrix} \tag{25}$$

Com base em (25) conclui-se que uma carga trifásica, equilibrada e acoplada será representada no domínio modal por três cargas monofásicas desacopladas, sendo que duas destas cargas são idênticas.

A Fig. 6 mostra os três modos de propagação da linha, considerando a presença de uma carga trifásica, equilibrada e acoplada.

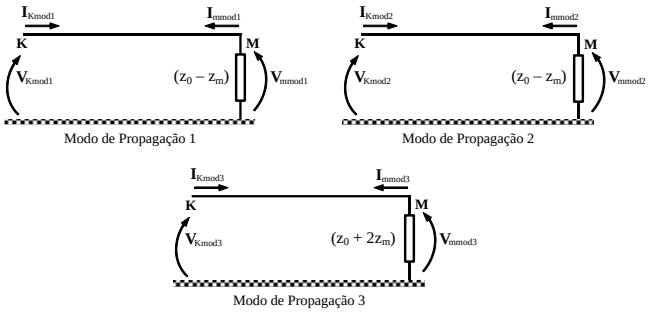

Fig. 6 – Modos de propagação de uma linha trifásica conectada a uma carga equilibrada e acoplada

Para os modos de propagação mostrados na Fig. 6 é possível escrever:

$$\begin{bmatrix} V_{mmod1} \\ V_{mmod2} \\ V_{mmod3} \end{bmatrix}=-\begin{bmatrix} z_0-z_m & 0 & 0 \\ 0 & z_0-z_m & 0 \\ 0 & 0 & z_0+2z_m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{mmod1} \\ I_{mmod2} \\ I_{mmod3} \end{bmatrix} \tag{26}$$

Portanto para obter as correntes (no emissor e no receptor) e a tensão no receptor em cada um dos modos de propagação da linha é necessário utilizar (5), (6) e uma das equações do sistema matricial mostrado em (26).

3.4 Linha com Carga Desequilibrada

Para obter uma carga desequilibrada, será considerado que a linha mostrada na Fig. 1 alimenta uma carga equilibrada e desacoplada representada por uma impedância z_0 conectada em cada fase da linha. Esta linha é então submetida a um curto fase-terra, na fase 1, no terminal receptor. A impedância que representa o curto circuito será denominada Z_{curto}.

Portanto a matriz $[Z_{carga}]$, que representa uma carga desequilibrada conectada no receptor da linha mostrada na Fig. 1, é escrita como sendo:

$$\left[Z_{carga}\right]=\begin{bmatrix} z_{curto} & 0 & 0 \\ 0 & z_o & 0 \\ 0 & 0 & z_0 \end{bmatrix} \tag{27}$$

Substituindo (11) e (27) em (16), verifica-se que a matriz com a carga no domínio modal será escrita como sendo:

$$\left[Z_{cargamod}\right]=\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2z_{curto}+z_0 & 0 & \sqrt{2}\left(z_{curto}-z_0\right) \\ 0 & 3z_0 & 0 \\ \sqrt{2}\left(z_{curto}-z_0\right) & 0 & z_{curto}+2z_0 \end{bmatrix} \tag{28}$$

A equação (28) pode ser escrita, de maneira simplificada como sendo:

$$\left[Z_{cargamod}\right]=\begin{bmatrix} z_{cargamod1} & 0 & z_{cargamod13} \\ 0 & z_{cargamod2} & 0 \\ z_{cargamod13} & 0 & z_{cargamod3} \end{bmatrix} \tag{29}$$

A equação (29) mostra que a carga trifásica desequilibrada, mostrada em (27), é representada no domínio modal como sendo três cargas monofásicas distintas. Verifica-se também que a carga do modo 2 é totalmente desacoplada mas há um acoplamento entre as cargas dos modos 1 e 3.

Para obter a relação entre as correntes e tensões nos terminais receptores dos modos de propagação da linha conectada a uma carga desequilibrada, deve-se substituir (29) em (15). A partir disto, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} V_{mmod1} \\ V_{mmod2} \\ V_{mmod3} \end{bmatrix}=-\begin{bmatrix} z_{cargamod1} & 0 & z_{cargamod13} \\ 0 & z_{cargamod2} & 0 \\ z_{cargamod13} & 0 & z_{cargamod3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{mmod1} \\ I_{mmod2} \\ I_{mmod3} \end{bmatrix} \tag{30}$$

A partir de (30) é possível representar os três modos de propagação da linha. A Fig. 7 mostra os modos de propagação da linha trifásica que alimenta uma carga trifásica desequilibrada.

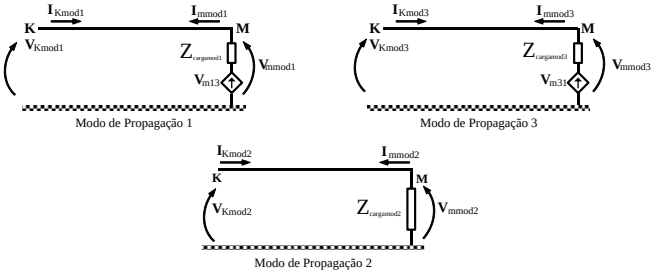

Fig. 7 - Modos de propagação de uma linha trifásica conectada a uma carga desequilibrada

Na Fig. 7 V_{m13} e V_{m31} são fontes de tensão que representam o acoplamento das cargas conectadas nos terminais receptores dos modos 1 e 3. As fontes V_{m13} e V_{m31} dependem das correntes nos receptores dos modos 3 e 1, respectivamente. Com base em (30) é possível escrever as fontes V_{m13} e V_{m31} como sendo:

$$V_{m31} = -z_{cargamod13} I_{mmod3} \quad (31)$$

$$V_{m13} = -z_{cargamod13} I_{mmod1} \quad (32)$$

Portanto, para calcular as correntes e tensões nos terminais dos modos de propagação de uma linha conectada a uma carga trifásica desequilibrada do tipo mostrado em (27) é necessário utilizar (5), (6) e uma das equações do sistema matricial mostrado em (30).

6. CONCLUSÕES

Este artigo mostrou uma análise sobre o processo de representação de linhas de transmissão trifásicas no domínio modal, considerando a presença de cargas conectadas no terminal receptor destas linhas.

Os resultados obtidos mostraram que linhas trifásicas com os terminais receptores em aberto podem ser representadas por três linhas monofásicas com os receptores também em aberto, enquanto que linhas trifásicas com os receptores em curto circuito são representadas por três linhas monofásicas cujos terminais receptores também estão em curto circuito.

Quando se considera cargas trifásicas conectadas nos terminais receptores da linha trifásica idealmente transposta, a mesma continua sendo representada, no domínio modal, por três linhas monofásicas desacopladas. No entanto há a necessidade de incluir uma carga monofásica nos terminais de cada um dos modos de propagação da linha.

Para situações em que a carga trifásica é equilibrada, ela é representada no domínio modal por três cargas monofásicas desacopladas, mesmo que no do mínimo das fases elas estejam acoplada. Sendo a carga equilibrada e desacoplada, seu valor não se altera ao ser transformada para o domínio modal.

Cargas trifásicas desequilibradas também são representadas, no domínio modal, por três cargas monofásicas. No entanto verifica-se que neste caso somente a carga de um dos modos é totalmente desacoplada, existindo um acoplamento entre as cargas dos outros dois modos de propagação.

Para o caso analisado neste trabalho considerou-se um desequilíbrio na fase 1 da carga. Nestas condições, verificou-se que a carga do modo 2 é desacoplada e que existe um acoplamento entre as cargas conectadas nos terminais receptores dos modos 1 e 3. Este acoplamento pode ser representado por uma fonte de tensão conectada em série com as cargas conectadas nos receptores dos modos 1 e 3, sendo que a fonte de tensão conectada em série com a carga do modo 1 é dependente da corrente no receptor do modo 3 enquanto que a fonte de tensão no receptor do modo 3 é dependente da corrente que circula no receptor do modo 1.

Portanto, conhecendo a carga no domínio modal, é possível obter as tensões e correntes nos terminais da linha. Esta é, provavelmente, a maneira como cargas conectadas em linhas de transmissão são representadas, no domínio modal, em softwares tais como o ATP e o EMTP.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Os autores também agradecem ao IFSP (Instituto Federal de São Paulo).

REFERÊNCIAS

Ashouri, M., Da Silva, F. F., & Bak, C. L. (2019). On the Application of Modal Transient Analysis for Online Fault Localization in HVDC Cable Bundles. IEEE Transactions on Power Delivery.

Budner, A. (1970). Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transients program. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (1), 88-97.

Clarke, E. (1950). *Circuit Analysis of AC Power Systems*, Vol. I, New York: Wiley& Sons.

Dommel, H. W. (1996). *EMTP theory book*. Microtran Power System Analysis Corporation. Vancouver, British Columbia.

Marti, J. R. (1982). Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. *IEEE transactions on power apparatus and systems*, (1), 147-157.

Martinez, J. A., Gustavsen, B., & Durbak, D. (2005). Parameter determination for modeling system transients-Part I: Overhead lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 20(3), 2038-2044.

Paul, C. R. (1996). Decoupling the multiconductor transmission line equations. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 44(8), 1429-1440.

Portela, C. M., & Tavares, M. C. (1993). Six-phase transmission line-propagation characteristics and new three-phase representation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 8(3), 1470-1483.

Wang, Y. J., & Liu, S. J. (2001). A Review of Methods for Calculation of Frequency-dependent Impedance of Overhead Power Transmission Lines (Invited Review Paper). *Proceedings-National Science Council Republic of China part a Physical science and engineering*, 25(6), 329-338.

Wedepohl, L. M. (1963). Application of matrix methods to the solution of traveling-wave phenomena in polyphase systems. *In Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, 110(12), p. 2200-2212.

Wedepohl, L. M., Nguyen, H. V., Irwin, G. D. (1996). 'Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using Newton-Raphson Method', *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(3), p. 1538-1546.