

Otimizador de Enxame da Ratazana Implementado na Identificação de um Sistema MIMO

Allan Christian Krainski Ferrari* Gideon Villar Leandro**
Leandro dos Santos Coelho*** Carlos A. Gouvea da Silva*
Douglas Antonio Firmino Pelacini** Cristiano Osinski**

* Centro Universitário UNIFACEAR, Av. das Araucárias, 3803,
83707-067, Araucária, Paraná, Brasil (e-mail:

allan.ferrari@unifacear.edu.br, carlos.gouvea@unifacear.edu.br)

** Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do
Paraná, Caixa Postal 19011, 81531-980, Curitiba, Paraná, Brasil
(e-mail: gede@eletrica.ufpr.br, douglas.pelacini@ufpr.br,
cristiano.osinski@ufpr.br)

*** Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade
Católica do Paraná, R. Imaculada. Conceição, 1155, 80215-901,
Curitiba, Paraná, Brasil (e-mail: leandro.coelho@pucpr.br)

Abstract: This article implements a new metaheuristic called the rat swarm optimizer (RSO) in the process of identification of a real multivariable system. The ability to solve global optimization problems of this algorithm was analyzed for a sequence of 100 runs. In simulation, the values of the multiple correlation coefficient and the mean square error were obtained, which were used to analyse the quality of the identification process. The performance RSO was compared with other metaheuristics such as the gray wolf optimizer (GWO), whale optimization algorithm (WOA), particle swarm optimization (PSO) and differential evolution (DE). The results show that RSO can be an alternative method to be used effectively in processes of identification of real multivariable systems.

Resumo: Este artigo faz a implementação de uma nova metaheurística chamada de otimizador de enxame da ratazana (RSO - *Rat Swarm Optimizer*) no processo de identificação de um sistema multivariável real. A capacidade de otimização global deste algoritmo foi analisada para uma sequência de 100 simulações. Nas simulações, foram obtidos os valores do coeficiente de correlação múltipla e do erro quadrático médio que foram utilizados para avaliar a qualidade do processo de identificação do algoritmo. O desempenho do RSO foi comparado com outras metaheurísticas como o otimizador do lobo cinzento (GWO - *Grey Wolf Optimizer*), algoritmo de otimização da baleia (WOA - *Whale Optimization Algorithm*), otimização por enxame de partículas (PSO - *Particle Swarm Optimization*) e evolução diferencial (DE - *Differential Evolution*). Os resultados mostram que o RSO pode ser um método alternativo para ser utilizado de forma eficaz nos processos de identificação de sistemas multivariáveis reais.

Keywords: Rats; metaheuristics; identification; MIMO system; hypothesis test.

Palavras-chaves: ratazanas; metaheurísticas; identificação; sistema MIMO; teste de hipóteses.

1. INTRODUÇÃO

As metaheurísticas são muitas vezes inspiradas em algum comportamento da natureza, sendo propostas para a solução de problemas complexos da área da engenharia. Estes algoritmos poderosos são muito aplicados em problemas de otimização desafiadores onde métodos clássicos baseados na informação do gradiente ou na programação matemática apresentam desempenho pobre na obtenção de soluções aceitáveis (Du e Swamy, 2016).

Atualmente muitas metaheurísticas estão sendo implementadas de forma satisfatória em problemas intratáveis. O apelo de utilizar esses algoritmos para resolver problemas difíceis, deve-se a obtenção de soluções ótimas, mesmo para

problemas de tamanho muito grande e pequenas amostras de tempo (Dokeroglu et al., 2019).

As metaheurísticas inspiradas pela natureza podem ser classificadas em 3 principais grupos baseados: na teoria da evolução, nas leis da física e na inteligência de enxame. Também pode-se mencionar outro grupo de algoritmos em destaque que são as metaheurísticas inspiradas no comportamento humano (Mirjalili e Lewis, 2016).

Dentre os grupos citados destaca-se a inteligência de enxame. As metaheurísticas pertencentes a este grupo são inspiradas no comportamento de vida social de certos tipos de animais. Um dos algoritmos de inteligência de enxame mais recentes que pode ser citado é otimizador de enxame

da ratazana RSO (*Rat Swarm Optimizer*) proposto por Dhiman et al. (2020). Este algoritmo foi inspirado no comportamento de caça e agressividade das ratas. O algoritmo RSO foi desenvolvido para solução de problemas de otimização global.

Este artigo tem como objetivo implementar o algoritmo RSO no processo de identificação de um sistema multivariável real. O RSO foi testado para este tipo problema que faz parte da engenharia de controle e automação. Dessa forma, foi verificado o potencial desse novo algoritmo em resolver problemas de otimização global.

Neste trabalho, o desempenho do RSO foi comparado com algumas metaheurísticas bem conhecidas e utilizadas em diversos trabalhos encontrados na literatura e outras mais recentes que também pertencem ao grupo da inteligência de enxame. A comparação do RSO com os outros algoritmos possibilita a constatação do teorema “*No Free Lunch*” (NFL) que diz que não há um único algoritmo que seja superior de forma unânime em todos os tipos de problemas de otimização (Wolpert e Macready, 1997).

A contribuição deste trabalho resume-se à implementação do RSO para a obtenção de um modelo matemático que represente um sistema multivariável real, pois na literatura ainda não é encontrado alguma aplicação semelhante a este artigo. Logo, este novo algoritmo proposto por Dhiman et al. (2020) pode ser considerado como um método alternativo para ser utilizado nos processos de identificação dos sistemas de controle.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma: na Seção 2 é feita uma apresentação da metaheurística RSO. Na Seção 3 é apresentado o desempenho do mesmo quando aplicado no processo de identificação de um sistema multivariável real. Em seguida, na subseção 3.1, o desempenho do RSO é comparado com outras metaheurísticas. Finalmente na seção 4, a conclusão, são apresentados os desdobramentos para trabalhos futuros.

2. MÉTODO

As ratas são roedores de médio porte e cauda longa, mas podem se diferenciar em termos de tamanho e peso. Há duas principais espécies de ratas que se distinguem pela sua coloração: ratazana preta e ratazana marrom. Na natureza, as ratas são socialmente inteligentes, porém apresentam um comportamento, em muitos casos, agressivo, resultando na morte de alguns animais. O algoritmo RSO é inspirado neste comportamento agressivo em que as ratas perseguem e lutam contra uma presa. Este algoritmo é dividido em duas fases: perseguindo a presa (*Clasing the prey*) e lutando com a presa (*Fighting with prey*) (Dhiman et al., 2020).

Para perseguir as presas, normalmente as ratas utilizam um comportamento agonístico social. Este comportamento é modelado matematicamente assumindo que o melhor agente de busca tenha o conhecimento de localização da presa. A posição dos outros agentes (ratas) é atualizada em função desse conhecimento (Dhiman et al., 2020). A equação a seguir representa o mecanismo de caça das ratas.

$$\vec{P} = A \cdot \vec{P}_i(x) + C \cdot (\vec{P}_r(x) - \vec{P}_i(x)), \quad (1)$$

onde $\vec{P}_i(x)$ define as posições das ratas e $\vec{P}_r(x)$ representa a melhor posição ótima (localização da presa). Na equação (1), o valor \vec{P} é utilizado posteriormente na atualização das posições das ratas. Os parâmetros A e C são calculados pelas seguintes equações:

$$A = R - x \cdot \left(\frac{R}{MaxIterations} \right), \quad (2)$$

$$C = 2 \cdot rand(), \quad (3)$$

onde R e C são valores aleatórios pertencentes nos intervalos $[1, 5]$ e $[0, 2]$, respectivamente. O valor de x representa a iteração corrente e o valor $MaxIterations$ representa o número máximo de iterações do algoritmo RSO. Os parâmetros A e C são responsáveis por garantir uma melhor busca e exploração no algoritmo RSO ao longo das iterações (Dhiman et al., 2020).

O processo de luta das ratas com a presa pode ser representado pela seguinte equação:

$$\vec{P}_i(x+1) = |\vec{P}_i(x) - \vec{P}| \quad (4)$$

onde $\vec{P}_i(x+1)$ define as posições atualizadas das ratas na próxima iteração (Dhiman et al., 2020). Na equação (4), pode-se observar que a posição da presa influencia diretamente na atualização da posição das ratas.

De acordo com Dhiman et al. (2020), a busca e a exploração do RSO são garantidos pelos parâmetros ajustados A e C . O algoritmo RSO obtém a solução ótima com menos operadores. O pseudocódigo referente a esta metaheurística está representado em Algoritmo 1.

Algoritmo 1: Algoritmo RSO

- 1: Iniciar a população de ratas $P_i (i = 1, 2, \dots, n)$.
 - 2: Iniciar os parâmetros A , C e R .
 - 3: Calcular o valor do *fitness* de cada ratazana.
 - 4: Encontrar a melhor Solução (\vec{P}_r).
 - 5: **Enquanto** ($x < MaxIterations$) **faça**:
 - 6: **Para** cada ratazana **faça**:
 - 7: Atualizar a posição pela equação (4).
 - 8: **Fim Para**
 - 9: Atualizar os parâmetros A , C e R .
 - 10: Verificar se alguma ratazana ficou fora do espaço de busca definido, se sim então ajustar.
 - 11: Calcular o valor do *fitness* de cada ratazana.
 - 12: Atualizar o valor da melhor Solução (\vec{P}_r).
 - 13: $x = x + 1$.
 - 14: **Fim Enquanto**
 - 15: Retorna com a melhor solução (\vec{P}_r).
-

3. RESULTADOS

A metaheurística RSO foi implementada no processo de identificação de um sistema multivariável real. Isto foi feito de forma a avaliar a capacidade de otimização global do mesmo. O RSO foi comparado com outros quatro algoritmos que são: otimizador do lobo cinzento (GWO - *Grey Wolf Optimizer*), algoritmo de otimização da baleia (WOA - *Whale Optimization Algorithm*); otimização por enxame de partículas (PSO - *Particle Swarm Optimization*) e evolução diferencial (DE - *Differential Evolution*). A versão

de PSO implementado é o acelerado proposto por Yang (2010).

As metaheurísticas PSO e DE, propostas respectivamente por Kennedy e Eberhart (1995) e Storn e Price (1997), são bem conhecidas na literatura. Enquanto que GWO e WOA, propostas respectivamente por Mirjalili et al. (2014) e Mirjalili e Lewis, (2016), são os algoritmos de inteligência de enxame mais recentes e o mecanismo de otimização dos mesmos também utiliza alguns parâmetros de forma semelhante ao que acontece com o RSO.

3.1 Descrição do Sistema Multivariável

O sistema multivariável real utilizado neste artigo é uma estação elevatória de água constituído de duas entradas e duas saídas. As variáveis de entrada são os valores de frequência dos inversores que controlam as bombas que fazem a sucção da água de um reservatório. As variáveis de saída deste sistema são obtidos através dos sensores que medem a vazão e a pressão da água fornecida pelas bombas.

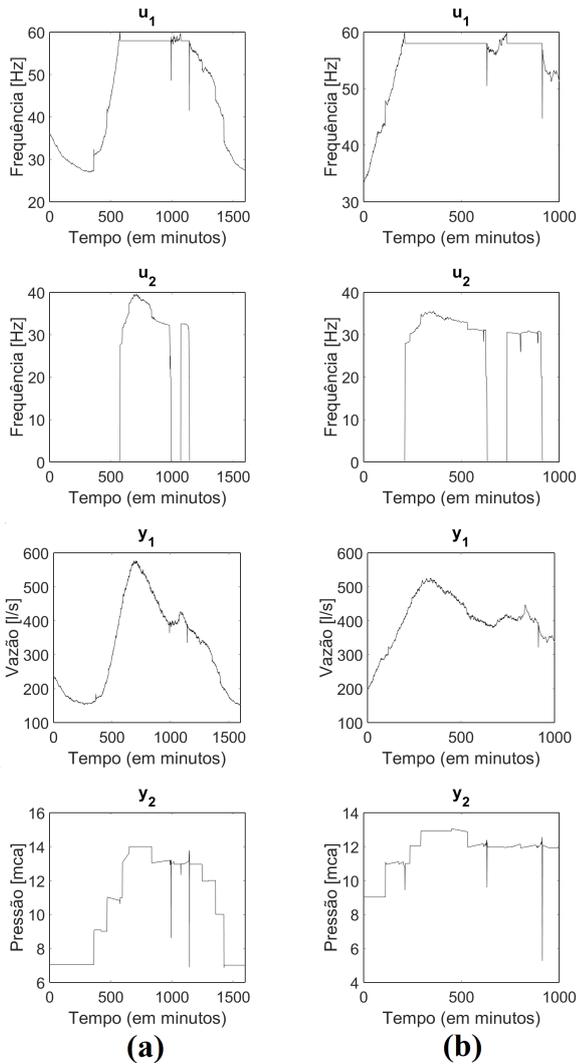


Figura 1. Dados de entradas e saídas do sistema de estação elevatória de água: (a) estimação e (b) validação.

Este sistema multivariável que é utilizado no processo de identificação é denominado de MIMO (*Multiple Inputs and Multiple Output*). No processo de identificação, os sistemas do tipo MIMO podem ser considerados difíceis para a obtenção de um modelo matemático adequado. Isto acontece devido a dinâmica do sistema que pode depender da interação simultânea de suas variáveis (Goodwin et al., 2001).

Na Figura 1 estão representados os dados utilizados no processo de identificação. Para a estimação, é utilizado uma amostra de 1600 elementos, enquanto que para a validação é utilizado uma amostra de 1000 elementos. Cada elemento da amostra contém os valores das duas entradas e das duas saídas para um tempo de amostragem igual a 1 minuto. Esses dados foram coletados da estação elevatória de água localizada no bairro Tatuquara da cidade de Curitiba sendo fornecido pela Companhia Paranaense de Saneamento (SANEPAR, 2016).

3.2 Descrição do modelo matemático

O processo de identificação deste trabalho é realizado por predição do erro e o modelo matemático adotado é do tipo caixa preta. Este tipo de modelo é empregado quando conhece-se somente os dados de entrada e de saída do sistema a ser identificado (Aguirre, 2004).

O modelo matemático utilizado no processo de identificação é um sistema de duas equações polinomiais representadas em tempo discreto k . Este modelo matemático é do tipo auto-regressivo com média móvel e entradas exógenas (*ARMAX - Autoregressive moving average with exogenous inputs*), onde foi obtido de forma empírica. O modelo ARMAX utilizado na identificação é representado por:

$$\begin{aligned}
 y_1[k] = & -a_{11}y_1[k-1] - a_{12}y_1[k-2] - a_{13}y_1[k-3] \\
 & -a_{112}y_2[k-1] - a_{122}y_2[k-2] - a_{132}y_2[k-3] \\
 & + b_{101}u_1[k] + b_{111}u_1[k-1] + b_{121}u_1[k-2] + b_{131}u_1[k-3] \\
 & + b_{102}u_2[k] + b_{112}u_2[k-1] + b_{122}u_2[k-2] + b_{132}u_2[k-3] \\
 & + c_{11}e_1[k-1] + c_{12}e_1[k-2] + c_{13}e_1[k-3]
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 y_2[k] = & -a_{21}y_2[k-1] - a_{22}y_2[k-2] - a_{23}y_2[k-3] \\
 & -a_{211}y_1[k-1] - a_{221}y_1[k-2] - a_{231}y_1[k-3] \\
 & + b_{201}u_1[k] + b_{211}u_1[k-1] + b_{221}u_1[k-2] + b_{231}u_1[k-3] \\
 & + b_{202}u_2[k] + b_{212}u_2[k-1] + b_{222}u_2[k-2] + b_{232}u_2[k-3] \\
 & + c_{21}e_2[k-1] + c_{22}e_2[k-2] + c_{23}e_2[k-3]
 \end{aligned}$$

A equação (5) é utilizada como função objetivo das metaheurísticas, onde os parâmetros a_{ij} , a_{ijk} , b_{ijk} e c_{ij} ($i = 1$ a 2 , $j = 0$ a 3 e $k = 1$ a 2) são estimados. As entradas são representadas por u_1 e u_2 , enquanto que as saídas por y_1 e y_2 . As variáveis e_1 e e_2 são, respectivamente, os erros de predição das saídas y_1 e y_2 .

3.3 Critérios de Análise e Comparação

Os algoritmos utilizados neste trabalho foram submetidos a uma série de 100 simulações visando avaliar a convergência dos mesmos. No processo de identificação, referente as etapas de estimação e validação, foi adotado o valor MSE (*Mean of Squared Error*) e o coeficiente de correlação múltipla R^2 como critérios para avaliar a qualidade dos modelos matemáticos obtidos de cada metaheurística.

Para critério de parada, foi estabelecido um número máximo de 1000 iterações. Os valores obtidos do processo de identificação (R^2 e MSE) são representados por meio de média μ e desvio-padrão σ .

Para que a comparação das metaheurísticas seja a mais justa possível, foi estabelecido para cada algoritmo uma população com tamanho igual a 100 indivíduos. A região de busca adotada compreende o intervalo $[-1, 1]$. Na Tabela 1 está representado os parâmetros fixos e variáveis das metaheurísticas utilizadas na comparação com o RSO no processo de identificação do sistema de estação elevatória de água. Neste trabalho, os parâmetros fixos da Tabela 1 foram ajustados de maneira empírica.

Tabela 1. Parâmetros das metaheurísticas

| Algoritmo | Parâmetros Fixos | Parâmetros Variáveis |
|-----------|---|--|
| GWO | Não tem | \vec{A} é um vetor coeficiente calculado por: $\vec{A} = 2\vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a}$ onde \vec{r}_1 é um vetor aleatório gerado no intervalo $[0, 1]$. O valor de \vec{a} decresce de 2 a 0 de maneira linear. \vec{C} é um vetor coeficiente gerado de forma aleatória: $\vec{C} = 2 \cdot \vec{r}_2$ onde \vec{r}_2 é um vetor aleatório gerado no intervalo $[0, 1]$. |
| WOA | O parâmetro b é uma constante que define a forma espiral e exponencial da equação que imita o comportamento das baleias, valor adotado: $b = 1$. | \vec{A} é um vetor coeficiente calculado por: $\vec{A} = 2\vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a}$ onde \vec{r}_1 é um vetor aleatório gerado no intervalo $[0, 1]$. O valor de \vec{a} decresce de 2 a 0 de maneira linear. \vec{C} é um vetor coeficiente gerado de forma aleatória: $\vec{C} = 2 \cdot \vec{r}_2$ onde \vec{r}_2 é um vetor aleatório gerado no intervalo $[0, 1]$. l é um valor aleatório gerado no intervalo $[-1, 1]$. p é um valor aleatório gerado no intervalo $[0, 1]$. |
| PSO | β é o parâmetro de aprendizado do PSO, valor adotado: $\beta = 0,3$ | α é a constante de aceleração do PSO α - decresce de forma exponencial no decorrer da iteração k , sendo calculado por: $\alpha = \alpha_0 \cdot 0,99999999^k$ Valor inicial: $\alpha = 0,1$. |
| DE | Versão: ED/Best/1/Bin Taxa de Mutação: $F = 0,01$. Taxa de Cruzamento: $C_R = 0,9$. | Não tem. |

O teste de hipóteses foi adotado como método estatístico para comparar o desempenho do algoritmo RSO em relação aos outros algoritmos. O teste de hipótese consiste em fazer uma comparação do valor de z_t que está associado à

hipótese alternativa (H_1) e o valor da estatística do erro de confiança z_α que está associado à hipótese nula (H_0). Esta comparação é realizada através do cálculo da probabilidade que é obtido pela curva de distribuição normal (Montgomery e Runger, 2012).

O teste de hipóteses foi aplicado para duas amostras populacionais diferentes com valores de média e desvio padrão conhecidos, com um nível de significância igual a 5%. O valor estatístico teste z_t é calculado por:

$$z_t = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad (6)$$

onde μ_1 , σ_1 e n_1 são respectivamente a média, o desvio-padrão e o número de elementos da 1ª amostra. Enquanto μ_2 , σ_2 e n_2 são respectivamente a média, o desvio-padrão e o número de elementos da 2ª amostra (Montgomery e Runger, 2012).

O teste de hipóteses é realizado com um nível de significância de 5% ($\alpha = 0,05$), ou seja, z_α é igual a 1,65. Para esta condição o teste de hipóteses terá direção unidirecional à direita ($z_t \geq z_\alpha$). Se o valor de z_t for maior ou igual a z_α , então H_1 é aceita. Caso contrário, H_0 é aceita.

O teste de hipóteses adotado neste trabalho fez a comparação de dois algoritmos por vez, sendo utilizado o valor de R^2 obtido no processo de validação para a formulação das hipóteses nula e alternativa. A hipótese H_1 (se aceita) assume que o algoritmo com maior valor médio de R^2 obtido na validação é estatisticamente superior em relação ao outro algoritmo, enquanto que a hipótese H_0 (se aceita) indica que não há diferença relevante entre os dois algoritmos utilizados na comparação.

Para este trabalho foi utilizado o software Matlab® para a programação e implementação das metaheurísticas no processo de identificação do sistema multivariável real do tipo MIMO.

3.4 Resultados do RSO

Os resultados obtidos pelo algoritmo RSO e a comparação com os resultados das outras metaheurísticas estão representados a seguir.

Pode-se observar nos resultados obtidos nas 100 simulações (Tabela 2, Tabela 3, Tabela 4, Figura 2 e Figura 3) que o RSO mostrou-se eficaz na modelagem do sistema de estação elevatória de água.

Observa-se na Tabela 2 que o algoritmo RSO mostrou-se competitivo em relação aos demais na estimação e validação dos parâmetros obtidos do modelo MIMO ARMAX (5). No processo de estimação e validação, o RSO foi inferior ao GWO e PSO em função do valor médio obtido do MSE e R^2 , porém superior ao WOA e DE.

Na Tabela 3 estão representados os melhores parâmetros obtidos pelas metaheurísticas no processo de identificação do sistema de estação elevatória de água, esses parâmetros são usados para gerar os gráficos das figuras 2 e 3. Na Tabela 4, o teste de hipóteses mostra que o RSO foi o terceiro melhor algoritmo, sendo superior ao WOA e DE.

Tabela 2. Desempenho das metaheurísticas.

| Dados obtidos | | Metaheurísticas | | | | |
|--|----------|-----------------|---------|--------|---------|--------|
| | | RSO | GWO | WOA | PSO | DE |
| <i>MSE</i> (Estimação) | μ | 28,05 | 7,696 | 58,31 | 15,76 | 1,38e3 |
| | σ | 18,90 | 2,412 | 124,3 | 3,820 | 1,70e3 |
| <i>MSE</i> (Validação) | μ | 41,05 | 12,13 | 75,87 | 23,84 | 1,86e3 |
| | σ | 26,98 | 3,761 | 144,5 | 6,166 | 2,33e3 |
| <i>R</i> ² (Estimação) | μ | 0,9984 | 0,9996 | 0,9968 | 0,9991 | 0,9258 |
| | σ | 0,0010 | 1,33e-4 | 0,0069 | 2,11e-4 | 0,0871 |
| <i>R</i> ² (Validação) | μ | 0,9923 | 0,9977 | 0,9857 | 0,9955 | 0,6494 |
| | σ | 0,0051 | 7,07e-4 | 0,0272 | 0,0012 | 0,4387 |
| <i>Tempo</i> (s) | μ | 36,52 | 37,51 | 46,05 | 36,42 | 37,51 |
| | σ | 0,8974 | 0,4280 | 0,1968 | 0,1016 | 0,2451 |
| <i>MSE</i> (Melhor modelo da validação) | μ | 17,29 | 8,395 | 16,11 | 13,64 | 92,01 |
| | σ | | | | | |
| <i>R</i> ² (Melhor modelo da validação) | μ | 0,9967 | 0,9984 | 0,9970 | 0,9974 | 0,9827 |
| | σ | | | | | |

Tabela 3. Parâmetros do melhor modelo estimado por cada algoritmo nas 100 simulações.

| Parâmetros Estimados | Metaheurísticas | | | | |
|-------------------------|-----------------|---------|---------|---------|---------|
| | RSO | GWO | WOA | PSO | DE |
| <i>a</i> ₁₁ | -0,9910 | -0,4371 | -0,5203 | -0,4900 | 0,1081 |
| <i>a</i> ₁₂ | -3,45e-5 | 0,0014 | -0,2102 | -0,3429 | -0,9108 |
| <i>a</i> ₁₃ | -0,0022 | -0,0048 | -0,1107 | -0,1174 | -0,1860 |
| <i>a</i> ₁₁₂ | -0,0311 | 3,9884 | -0,0338 | 0,7056 | -0,2735 |
| <i>a</i> ₁₂₂ | -0,0512 | 0,0654 | -0,0402 | 0,0370 | 0,1310 |
| <i>a</i> ₁₃₂ | -0,0315 | -0,8162 | -0,1779 | 1,9636 | 0,3598 |
| <i>b</i> ₁₀₁ | 0,0015 | 3,5570 | 1,0000 | 3,4395 | 0,3310 |
| <i>b</i> ₁₁₁ | 0,0146 | 0,0695 | -0,0020 | -1,0779 | 0,4319 |
| <i>b</i> ₁₂₁ | -2,67e-4 | 0,7390 | 0,2191 | -1,0560 | -0,7607 |
| <i>b</i> ₁₃₁ | -0,0029 | -0,1953 | -0,2226 | -0,0851 | 0,4534 |
| <i>b</i> ₁₀₂ | -1,06e-9 | 0,3053 | 0,4414 | 0,1929 | -0,3170 |
| <i>b</i> ₁₁₂ | 1,66e-5 | -0,0290 | -0,3164 | 0,4040 | 0,2573 |
| <i>b</i> ₁₂₂ | -1,11e-8 | 0,0606 | -0,0043 | -0,5221 | 0,7425 |
| <i>b</i> ₁₃₂ | -1,81e-7 | 0,0077 | 0,2404 | 0,3540 | -0,3772 |
| <i>c</i> ₁₁ | -0,1897 | 0,3691 | 0,3089 | 0,4687 | 0,2433 |
| <i>c</i> ₁₂ | -2,93e-5 | 0,4114 | 0,3721 | 0,0768 | 0,5998 |
| <i>c</i> ₁₃ | 5,71e-8 | 0,2185 | 0,2339 | 0,4629 | 0,0859 |
| <i>a</i> ₂₁ | -3,71e-4 | 1,1512 | 0,1905 | -0,5582 | -0,4770 |
| <i>a</i> ₂₂ | -0,9353 | -0,7257 | -0,4029 | 0,0871 | 0,5011 |
| <i>a</i> ₂₃ | -2,41e-4 | 0,3643 | -0,3159 | -0,5949 | -0,6571 |
| <i>a</i> ₂₁₁ | -1,10e-4 | -0,0027 | -0,1226 | 0,0673 | 0,8236 |
| <i>a</i> ₂₂₁ | -1,60e-6 | 0,0384 | 0,0568 | -0,2202 | -0,9913 |
| <i>a</i> ₂₃₁ | -4,08e-6 | -0,0370 | 0,0445 | -0,0948 | -0,0168 |
| <i>b</i> ₂₀₁ | -0,0016 | 0,2991 | 0,2512 | 0,3750 | 0,3788 |
| <i>b</i> ₂₁₁ | -2,31e-5 | 0,4158 | -0,2716 | -0,8243 | -0,4951 |
| <i>b</i> ₂₂₁ | -1,81e-4 | -0,1912 | -0,0313 | -0,2822 | -0,0033 |
| <i>b</i> ₂₃₁ | 0,0251 | -0,1643 | 0,0378 | -0,6848 | 0,6300 |
| <i>b</i> ₂₀₂ | -5,70e-6 | 0,0920 | -0,1640 | 0,1225 | -0,5287 |
| <i>b</i> ₂₁₂ | -2,56e-5 | 0,0121 | 0,0282 | -0,4015 | -0,6278 |
| <i>b</i> ₂₂₂ | -0,0066 | -0,0527 | -0,1161 | 0,1177 | -0,9011 |
| <i>b</i> ₂₃₂ | -1,63e-5 | 0,0503 | 0,2926 | -0,0325 | 0,4417 |
| <i>c</i> ₂₁ | -2,32e-10 | 0,6373 | 0,0437 | 0,3597 | 0,4162 |
| <i>c</i> ₂₂ | 1,98e-7 | 0,3669 | 0,3165 | 0,7728 | 0,9988 |
| <i>c</i> ₂₃ | 0,3875 | -0,0100 | 0,6290 | -0,1417 | -0,4284 |

Tabela 4. Teste de hipóteses para o valor de *R*² obtido na validação para 100 simulações.

| Teste de Hipóteses | | | |
|--|-------|---------|--------|
| Se: $z_t \geq z_\alpha$, logo: aceita H_1 e rejeita H_0 . | | | |
| Se: $z_t < z_\alpha$, logo: aceita H_0 e rejeita H_1 . | | | |
| Comparação entre as metaheurísticas | z_t | H_0 | H_1 |
| Comparação 1: RSO vs GWO | | | |
| H_0 (RSO não é pior que o GWO) | 10,48 | Rejeita | Aceita |
| H_1 (GWO é melhor que o RSO) | | | |
| Comparação 2: RSO vs PSO | | | |
| H_0 (RSO não é pior que o PSO) | 6,107 | Rejeita | Aceita |
| H_1 (PSO é melhor que o RSO) | | | |
| Comparação 3: RSO vs WOA | | | |
| H_0 (WOA não é pior que o RSO) | 2,385 | Rejeita | Aceita |
| H_1 (RSO é melhor que o WOA) | | | |
| Comparação 4: RSO vs DE | | | |
| H_0 (DE não é pior que o RSO) | 7,816 | Rejeita | Aceita |
| H_1 (RSO é melhor que o DE) | | | |

As Figuras 2 e 3 mostram respectivamente os resultados da estimação e validação dos algoritmos RSO, GWO, WOA, PSO e DE. Quase todos os algoritmos conseguiram representar de forma adequada o modelo do sistema de estação de elevatória, com exceção do DE. Este algoritmo não conseguiu representar bem a segunda saída do sistema MIMO na estimação e na validação.

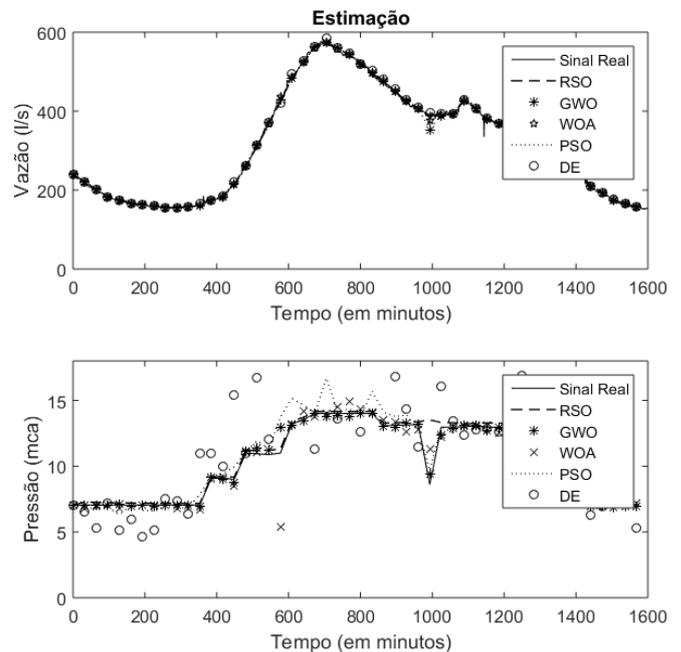


Figura 2. Resultado da estimação do sistema MIMO a partir do melhor *R*² obtido na validação.

Também vale ressaltar que o RSO apresentou um tempo de simulação médio menor do que a maioria das outras metaheurísticas utilizadas neste trabalho, com exceção do PSO (Tabela 2). Logo, o RSO pode apresentar boas soluções com esforço computacional menor quando comparado com outras metaheurísticas.

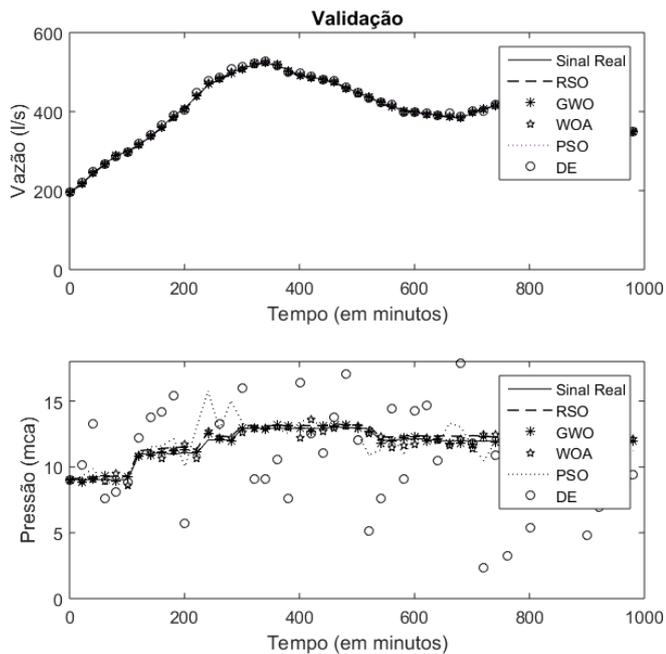


Figura 3. Resultado da validação do sistema MIMO a partir do melhor R^2 obtido na validação.

4. CONCLUSÃO

O algoritmo RSO é uma das metaheurísticas mais recentes propostas na literatura que foi desenvolvida com intuito de resolver problemas de otimização global. Para o processo de identificação de um sistema do tipo MIMO que envolve a estimação de muitas variáveis, o algoritmo RSO mostrou-se eficaz o suficiente na obtenção de um modelo matemático que seja usado para práticas de controle. Para este tipo de aplicação pode-se obter modelos matemáticos mais precisos, onde a capacidade de otimização global do algoritmo RSO pode ser ainda melhorada incrementando o número de ratos da população.

Neste trabalho, foi mostrado que o desempenho do RSO pode ser competitivo quando comparado com outras metaheurísticas bem conhecidas na literatura. O algoritmo RSO por ser uma metaheurística nova, pode ser explorado em outras aplicações de forma que se possa propor outras variantes a fim de melhorar suas propriedades.

Além provar que o RSO pode ser uma poderosa ferramenta a ser utilizada em processos de identificação, este artigo também cumpre o seu papel de divulgar este novo algoritmo para pesquisadores que estudam sobre metaheurísticas. Assim outros autores podem utilizar este artigo como referência em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

Aguirre, L.A. (2004). *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. UFMG.

Dhiman, G., Garg, M., A., Kumar, V., and Dehghani, M. (2020). A novel algorithm for global optimization: Rat swarm optimizer. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 1–26.

Dokeroglu, T., Sevinc, E., Kucukilmaz, T., and Cosar, A. (2019). A survey on new generation metaheuristic algorithms. *Computer and Industrial Engineering*, 137, 1–29.

Du, K.L. and Swamy, M.N.S. (2016). *Search and Optimization by Metaheuristics*. Birkhäuser Basel, Switzerland.

Goodwin, G.C., Graebe, S.F., and Salgado, M.E. (2001). *Control System Design*. Pearson, Valparaíso/Chile.

Kennedy, J. and Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. In *Proceeding of the IEEE International Conference on Neural Networks, 1942–1948*.

Mirjalili, S. and Lewis, A. (2016). The whale optimization algorithm. *Advances in Engineering Software*, 95, 51–67.

Mirjalili, S., Mirjalili, S.M., and Lewis, A. (2014). Grey wolf optimizer. *Advances in Engineering Software*, 69, 44–61.

Montgomery, D.C. and Runger, G.C. (2012). *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*. LTC, 5th ed.

SANEPAR (2016). Dados do sistema de estação elevatória.

Storn, R. and Price, K. (1997). Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11, 341–359.

Wolpert, D.H. and Macready, W.G. (1997). No free lunch theorems for optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1, 67–82.

Yang, X.S. (2010). *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms Second Edition*. Luniver Press, 2nd ed., United Kingdom.