

Controle por Busca Extremal e por Modos Deslizantes Aplicado a Freios Automotivos do Tipo ABS

Wallace Ribeiro Ferreira* Andrei Battistel* Tiago Roux Oliveira*

* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica,
Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ),
Rio de Janeiro – RJ, Brasil
(e-mail: eng.wallacerf@gmail.com, andrei.battistel@gmail.com,
tiagoroux@uerj.br).

Abstract: The Anti-lock Braking System (ABS) is a widely used device, with applications in a variety of automotive applications. Its operation consists in controlling the wheel slip, thus preventing the wheels from locking up during braking, maximizing the friction force and shortening the braking distance while maintaining maneuverability. The nonlinear nature of the road-tire interaction as well as the uncertainties related to each particular road condition make this a challenging problem. In this paper, a new design is proposed to control the wheel slip. An extremum seeking controller strategy for the external loop is designed to estimate the optimum slip value to each road condition in real time, and a sliding mode control approach for the internal loop is employed to regulate the desired slip value. The stability analysis of the closed-loop system is developed. Numerical simulations show a good performance of the proposed control scheme.

Resumo: O freio ABS (*Anti-lock Braking System*) é um dispositivo amplamente utilizado em veículos automotivos, sendo imprescindível nos dias atuais em produções de veículos de uso popular. Seu funcionamento consiste em controlar o escorregamento das rodas, evitando assim que as rodas travem durante a frenagem, maximizando a força de atrito e encurtando a distância de frenagem, mantendo o veículo controlável pelo piloto. A natureza não linear da interação pneu/estrada, bem como as incertezas relacionadas a cada condição particular da estrada, tornam este um problema desafiador. Neste artigo, um novo projeto é proposto para controlar o escorregamento da roda. Uma estratégia de controle de malha externa por busca extremal é utilizada para estimar o valor de escorregamento ideal para cada condição da estrada em tempo real, e um controlador de malha interna por modos deslizantes é empregado para regular o valor de escorregamento desejado. A análise de estabilidade do sistema em malha fechada é apresentada. Simulações numéricas mostram um bom desempenho do Sistema de Controle proposto.

Keywords: Brake ABS, Extremum Seeking; Sliding Mode Control; Slip Regulation; Control System.

Palavras-chaves: Freio ABS; Controle Exremal; Controle por Modos Deslizantes; Regulação do Escorregamento; Sistema de Controle.

1. INTRODUÇÃO

O freio ABS (*Anti-lock Braking System*) é um sistema de freios que impede que as rodas do veículo travem durante a frenagem, maximizando o atrito e evitando a derrapagem, garantindo um melhor controle e manobrabilidade. A primeira implementação de um ABS em um veículo automotivo data de 1954, em um carro Lincoln (Lima, 2005). Desde então, observou-se um aumento significativo do uso do sistema de freio ABS em outros fabricantes, a exemplo da Ford, Chysler, Mercedes, BMW e outros. Com

* O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Os autores ainda agradecem o CNPq e FAPERJ pelo suporte financeiro.

esse crescente avanço, o sistema de freio ABS tornou-se um dispositivo imprescindível em veículos automotivos no século XXI, motivando legislações específicas que passaram a exigir sua instalação em carros comerciais. No Brasil, o dispositivo é exigido por lei desde 2014 no Brasil.

Os objetivos de projeto para um freio ABS consistem em minimizar a distância percorrida após a frenagem e manter o controle do carro pelo motorista ao impedir o travamento das rodas, aumentando assim a segurança. Projetos de controle para o freio ABS podem ser divididos em três etapas: primeiro, projeta-se um controle para o sistema de freio ABS para um escorregamento específico (Mirzaei et al., 2005; Harifi et al., 2008; Oniz et al., 2008; Mirzaeinejad and Mirzaei, 2010; Layne et al., 1993; Lin

and Hsu, 2003; Mitić et al., 2011; Chin et al., 1992). Esta condição é aplicável quando as condições de pista e o modelo do veículo são conhecidas. Posteriormente, obtém-se uma estimativa do coeficiente de atrito entre pneu e estrada antes de iniciar o processo de frenagem, permitindo obter a partir daí um escorregamento desejado para cada condição de pista (Patel et al., 2007; Zhao et al., 2006; Rattasiri et al., 2007). Finalmente, estima-se o valor de escorregamento ideal para que se obtenha uma força de atrito máxima do pneu sobre a pista. Esta estimativa pode ser feita em tempo real, possibilitando cumprir os objetivos de controle em quaisquer condições de pista, mesmo que desconhecidas (Drakunov et al., 1995; Tanelli et al., 2008).

Desta forma, é necessário obter uma estimativa razoavelmente precisa para o valor ótimo de escorregamento de forma contínua, permitindo que o freio tenha um desempenho satisfatório em quaisquer condições de frenagem. Assim, neste trabalho, propõe-se uma estratégia de controle eficaz para o freio ABS empregando uma malha externa com um controlador por busca extremal e uma malha interna com um controle por modos deslizantes. Para validar os resultados, são utilizadas simulações com o *software* da Inteco, que fornece uma modelagem para um freio ABS experimental (Inteco, 2011).

Alguns trabalhos desenvolvidos utilizando a plataforma da Inteco reportaram um bom desempenho de regulação do valor de escorregamento para um valor desejado pré estabelecido, como pode ser visto em (Inteco, 2011; Mitić et al., 2011; Teixeira et al., 2020). Entretanto, tais abordagens requerem o conhecimento do escorregamento ideal.

Neste trabalho, propõe-se um controlador capaz de alcançar a uma regulação de escorregamento satisfatória para uma condição desconhecida de pista, de forma que o valor de escorregamento que maximiza o torque de frenagem deve ser estimado em tempo real. Para isto, utiliza-se o método da perturbação senoidal proposto por Krstic and Wang (2000). A partir desta estimativa, um controle por modos deslizantes (Utkin et al., 1999) garante a convergência do escorregamento para o valor ideal obtido pela estimativa.

A fim de validar os resultados e ilustrar o desempenho da estratégia proposta, utilizam-se simulações com um modelo realista do freio ABS da Inteco fornecido pelo próprio fabricante.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Nesta seção apresenta-se o modelo matemático do freio conforme disponibilizado pela Inteco. A partir deste modelo, são projetados os controladores por busca extremal e por modos deslizantes.

A entrada utilizada para fins de controle é o torque de frenagem M_1 . As saídas são as posições e velocidades angulares das rodas, e o escorregamento. Em ambiente de simulação, são disponíveis ainda a força normal aplicada sobre a roda superior, a força de atrito e o coeficiente de atrito entre as rodas.

2.1 Modelo Matemático

O freio ABS da Inteco é composto por duas rodas, cuja dinâmica pode ser descrita como se segue

$$J_1 \dot{x}_1 = F_n r_1 s \mu(x) - d_1 x_1 - s_1 M_{10} - s_1 M_1, \quad (1)$$

$$J_2 \dot{x}_2 = F_n r_2 s \mu(x) - d_2 x_2 - s_2 M_{20}. \quad (2)$$

onde

- x_1 é a velocidade angular da roda superior;
- x_2 é a velocidade angular da roda inferior;
- M_1 é o torque de frenagem e a entrada do freio ABS.
- J é o momento de inércia;
- F_n é a força gerada na roda superior aplicada na roda inferior;
- r_1 é o raio da roda superior;
- r_2 é o raio da roda inferior;
- s é a variável auxiliar das velocidades lineares;
- $\mu(x)$ é o coeficiente de atrito.
- d_1 é o coeficiente de atrito viscoso da roda superior;
- d_2 é o coeficiente de atrito viscoso da roda inferior;
- M_{10} é o atrito estático da roda superior;
- M_{20} é o atrito estático da roda inferior;

A força normal F_n pode ser descrita como

$$F_n = \frac{M_g + s_1 M_1 + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L(\sin \varphi - s \mu(x) \cos \varphi)}, \quad (3)$$

onde L é a distância entre o ponto de contato entre as rodas e o acionamento do freio, φ é o ângulo entre a força gerada aplicada sobre a roda inferior e a distância L , M_g é o torque gravitacional atuando no ponto de acionamento do freio. A Fig. 1 apresenta o sistema de freio ABS da Inteco com as variáveis mencionadas acima. A fim de representar o sistema real, a roda do veículo corresponde à velocidade x_1 e o próprio veículo é representado pela variável x_2 . Os parâmetros constantes das Eqs. (1) e (2) são apresentadas em Inteco (2011).

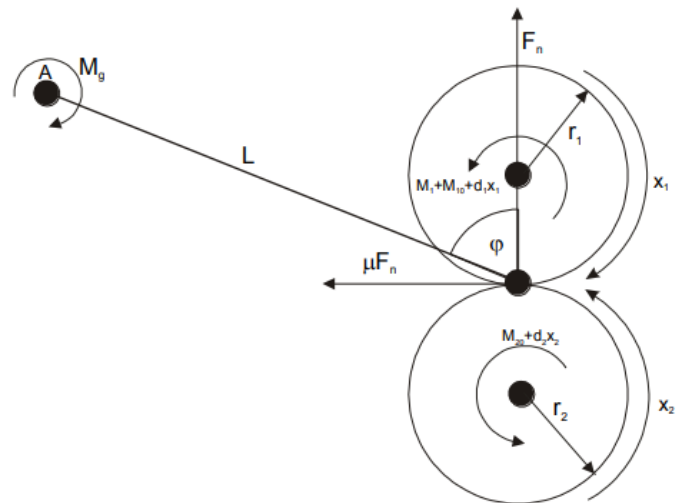


Figura 1. Sistema de Freio ABS da Inteco

Substituindo (3) em (1) e (2), tem-se:

$$J_1 \dot{x}_1 = \frac{M_g + s_1 M_1 + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L(\sin \varphi - s \mu(x) \cos \varphi)} r_1 s \mu(x) - d_1 x_1 - s_1 M_{10} - s_1 M_1 \quad (4)$$

$$J_2 \dot{x}_2 = \frac{M_g + s_1 M_1 + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L(\sin \varphi - s \mu(x) \cos \varphi)} r_2 s \mu(x) +$$

$$- d_2 x_2 - s_2 M_{20} \quad (5)$$

Das Eqs. (4) e (5) obtém-se um fator comum:

$$S(x) = \frac{s \mu(x)}{L(\sin \varphi - s \mu(x) \cos \varphi)} \quad (6)$$

2.2 Escorregamento \times Coeficiente de Atrito

O coeficiente de atrito da Inteco pode ser aproximado pela seguinte equação:

$$\mu(x) = \frac{w_4 \lambda(x)^p}{a + \lambda(x)^p} + w_3 \lambda(x)^3 + w_2 \lambda(x)^2 + w_1 \lambda(x) \quad (7)$$

onde w_1, w_2, w_3, w_4, a e p são constantes obtidas através do manual do fabricante (Inteco, 2011).

Para estimar o escorregamento λ são utilizadas variáveis auxiliares s, s_1 e s_2 que têm sinais em função das velocidades lineares de ambas as rodas, e as variáveis auxiliares são apresentadas abaixo:

$$s = \text{sgn}(r_2 x_2 - r_1 x_1), \quad (8)$$

$$s_1 = \text{sgn}(x_1), \quad (9)$$

$$s_2 = \text{sgn}(x_2). \quad (10)$$

O escorregamento λ é obtido a partir da relação de velocidade entre ambas as rodas. Para o projeto de controle, o comportamento do escorregamento no momento da frenagem é

$$\lambda(t) = \frac{r_2 x_2(t) - r_1 x_1(t)}{r_2 x_2(t)} \quad (11)$$

onde o valor de escorregamento $\lambda(t) \in [0, 1]$ de forma que as variáveis auxiliares das equações (8) e (9) têm as seguintes condições:

$$r_2 x_2(t) > r_1 x_1(t), x_1(t) > 0, x_2(t) > 0 \quad (12)$$

A relação entre escorregamento e coeficiente de atrito motiva a implementação do controle extremal, uma vez que existe um valor de escorregamento ideal para cada condição de pista. A Fig. 2 apresenta a relação escorregamento \times coeficiente de atrito no *software* da Inteco.

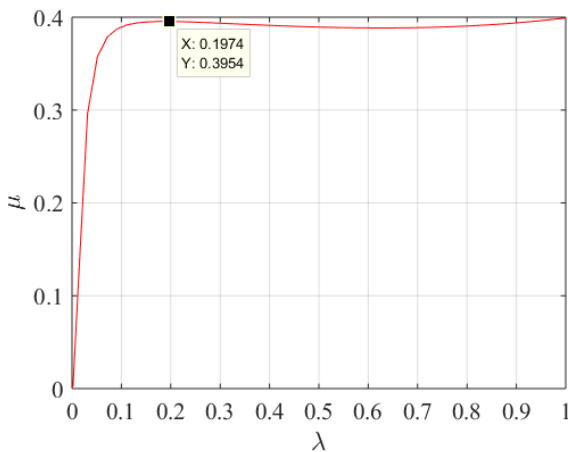


Figura 2. Escorregamento \times Coeficiente de atrito

A dinâmica de λ é

$$\dot{\lambda} = -\frac{r_1}{r_2 x_2} \dot{x}_1 + \frac{r_1 x_1}{r_2 x_2^2} \dot{x}_2, \quad (13)$$

e simplificando (13), tem-se:

$$\dot{\lambda}(x) = f(x, t) + g(x, t) M_1 \quad (14)$$

onde

$$f(x, t) = \frac{-r_1}{r_2 x_2} \left[\frac{(M_g + s_1 M_{10} + d_1 x_1) r_1 S(x) - d_1 x_1}{J_1} + \right.$$

$$\left. - \frac{s_1 M_{10}}{J_1} \right] - \frac{r_1 x_1}{r_2 x_2^2} \left[\frac{(M_g + s_1 M_{10} + d_1 x_1) r_2 S(x)}{J_2} + \right.$$

$$\left. - \frac{d_2 x_2 - s_2 M_{20}}{J_2} \right], \quad (15)$$

$$g(x, t) = \left[\frac{-r_1}{r_2 x_2} \left(\frac{r_1 S(x) s_1}{J_1} - \frac{s_1}{J_1} \right) - \frac{r_1 x_1 s_1 r_2 S(x)}{r_2 x_2^2} \right]. \quad (16)$$

Utilizando a Eq. (11) e evidenciando x_1 tem-se

$$x_1 = \frac{r_2(1 - \lambda)x_2}{r_1}. \quad (17)$$

Visto que na condição de frenagem as velocidades angulares são $x_1 > 0$ e $x_2 > 0$ as Eqs. (8), (9) e (10) são estritamente positivas e usando a Eq. (17) em (15) e (16) tem-se:

$$f(x, t) = \frac{f_1(x)}{x_2} + f_2(x), \quad (18)$$

$$g(x, t) = \frac{g_1(x)}{x_2}, \quad (19)$$

onde

$$f_1(x) = \left[\frac{-M_g r_1^2 S(x) - M_{10} r_1^2 S(x) + M_{10}}{r_2 J_1} + \right.$$

$$\left. + (1 - \lambda(x)) \left(\frac{-M_g r_2 S(x) - M_{10} r_2 S(x) - M_{20}}{J_2} \right) \right], \quad (20)$$

$$f_2(x) = \left[(1 - \lambda(x)) \left(\frac{-d_1 r_1 S(x) + d_1}{J_1} \right) + \right.$$

$$\left. + (1 - \lambda(x)) \left(\frac{-d_1 r_2^2 S(x)}{r_1 J_2} \right) + \left(\frac{-d_2}{J_2} \right) \right], \quad (21)$$

$$g_1(x) = \left[\frac{-r_1^2 S(x) + r_1}{r_2 J_1} + \frac{r_2 S(x)(1 - \lambda(x))}{J_2} \right]. \quad (22)$$

Estas funções são utilizadas no projeto e análise de estabilidade do controlador na Seção 3.

3. CONTROLE PROPOSTO

O projeto do controlador para o freio ABS visa regular o escorregamento por meio de um controlador por modos deslizantes, utilizando como referência um valor de escorregamento ideal obtido por um algoritmo de busca extremal. Desta forma, o sistema será capaz de operar em qualquer condição de pista, uma vez que o controle extremal é capaz de estimar o escorregamento que maximiza a força de

atrito em condições desconhecidas. A Fig. 3 apresenta a arquitetura utilizada.

3.1 Controle Extremal no freio ABS da Inteco

Uma vez que a relação entre o escorregamento e o coeficiente de atrito possui um ponto máximo, pode-se empregar o algoritmo de busca extremal a fim de obter o valor de escorregamento que maximiza o atrito. A Fig. 2 ilustra o ponto ótimo para uma dada condição de pista, onde o valor máximo de $\mu = 0.3954$ corresponde a um escorregamento $\lambda = 0.1974$.

A fim de utilizar os resultados obtidos por Krstic and Wang (2000), são estabelecidas as seguintes relações com o algoritmo de busca extremal por perturbação senoidal:

$$\theta^* = \lambda^*, \quad (23)$$

$$y = h(x) = \mu(x), \quad (24)$$

$$x = [x_1, x_2]^T, \quad (25)$$

$$u = \alpha(x, \theta) = M_1. \quad (26)$$

onde:

- $x \in \mathbb{R}$ é o estado da planta;
- $u \in \mathbb{R}$ é a lei de controle parametrizada por θ ;
- $y \in \mathbb{R}$ é a saída da planta;
- θ é o parâmetro escalar que otimiza a saída.

As hipóteses de Krstic and Wang (2000) são então consideradas de maneira análoga:

(H1) Existe uma função suave $l : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ tal que

$$f(x, \alpha(x, \theta)) = 0 \text{ se e somente se } x = l(\theta) \quad (27)$$

onde $f(x, \alpha(x, \theta))$ é a dinâmica do estado da planta.

(H2) Para cada valor de $\theta \in \mathbb{R}$, o equilíbrio $x = l(\theta)$ do sistema é localmente exponencialmente estável. Dessa forma a lei de controle (26) é robusta em relação ao próprio parâmetro θ , tornando-se capaz de estabilizar o sistema local sem a necessidade do conhecimento de \dot{x} ou $l(\theta)$.

Estabelecida a função $l(\theta)$, Krstić e Wang enunciam a seguinte hipótese:

(H3) Existe um $\theta^* \in \mathbb{R}$ tal que

$$(h \circ l)'(\theta^*) = 0 \quad (28)$$

$$(h \circ l)''(\theta^*) < 0. \quad (29)$$

Pode-se concluir que o equilíbrio do sistema faz com que

$$y = h(l(\theta)) \quad (30)$$

e que uma vez que $\theta \rightarrow \theta^*$ a saída é então maximizada. A Fig. 4 ilustra a malha externa com o controle extremal para um mapeamento dinâmico com a lei de controle por modos deslizantes da malha interna representada por u .

O controle por busca extremal para mapeamentos dinâmicos sujeitos às hipóteses (H1)-(H3) possibilita a estimação do gradiente da saída com relação a entrada, e, além disso, a convergência do parâmetro de otimização numa região próxima de θ^* . Dessa forma pode-se estabelecer que

$$\hat{\theta} \rightarrow \theta^*, \quad (31)$$

e com isso

$$\theta \rightarrow \theta^* + asen\omega t. \quad (32)$$

Conclui-se que a busca por extremo é satisfatória quando

$$\theta \rightarrow \lambda^* + asen\omega t. \quad (33)$$

E assim o controle por modos deslizantes em malha interna tem como objetivo a regulação do escorregamento λ para $\lambda^* + asen\omega t$.

3.2 Controle por Modos Deslizantes

O controle por modos deslizantes é uma técnica da classe do controle de estrutura variável (*variable structure control* - VSC). O objetivo do controle por modos deslizantes é levar as variáveis de estado do sistema a uma superfície deslizante por meio de um sinal de controle descontínuo chaveado de alta frequência. A principal vantagem da utilização do controlador por modos deslizantes é sua robustez, apresentando um bom desempenho mesmo na presença de incertezas.

Objetivo do Controle Uma vez encontrado o valor de escorregamento desejado λ^* , o controle por Modos Deslizantes tem como objetivo assegurar que

$$x \rightarrow l(\theta), \quad (34)$$

completando assim a correspondência com o trabalho de Krstic and Wang (2000), de forma que os resultados obtidos podem ser aplicados aqui. A superfície deslizante é:

$$\sigma := \theta - \lambda(x) \neq 0, \quad x, \neq l(\theta) \quad (35)$$

e θ é o parâmetro otimizador da planta obtido através do controle em malha externa. Assim, espera-se que $\theta \rightarrow \lambda$ e com essa condição $x = l(\theta)$. A dinâmica do erro σ é

$$\dot{\sigma} = \dot{\theta} - \dot{\lambda}. \quad (36)$$

Com o intuito de alcançar este objetivo, considera-se a seguinte hipótese adicional.

(H4) Admite-se que no momento da frenagem as velocidades x_1 e x_2 atendem a inequação (12) e que as velocidades angulares máximas do Freio ABS da Inteco em (Inteco, 2011) sejam para x_1 e x_2 180 rad/s e 200 rad/s, respectivamente.

As velocidades máximas de simulação são escolhidas levando em consideração um cenário de uso real de um veículo, respeitada a inequação (12).

Visto que $\mu(x)$ e $\lambda(x)$ têm limitantes superiores e inferiores conhecidos, é possível conhecer os limitantes superiores e inferiores de $S(x)$ conforme a Eq. (6), sem que haja qualquer ação de controle envolvida. Desse modo, pode-se considerar que

$$\bar{f} > \max[|f(x, t)|], \text{ para } x_2 \neq 0, \quad (37)$$

$$0 < \underline{g} < \min[|g(x, t)|], \text{ para } x_2 \neq 0, \quad (38)$$

$$\bar{\mu} > \max[|\mu(x)|]. \quad (39)$$

A partir da Fig. 4 e substituindo (14) em (36), tem-se:

$$\dot{\sigma} = \mu(x)asen(\omega t) + a\omega \cos(\omega t) - f(x, t) - g(x, t)u. \quad (40)$$

Lei de Controle Para seguir o valor de referência do escorregamento obtido pelo controle extremal, escolhe-se a seguinte lei de controle por estrutura variável:

$$u = u_0 \operatorname{sgn}(\sigma), \quad (41)$$

$$u = \begin{cases} u_0, & \text{se } \sigma > 0 \\ -u_0, & \text{se } \sigma < 0 \end{cases} \quad (42)$$

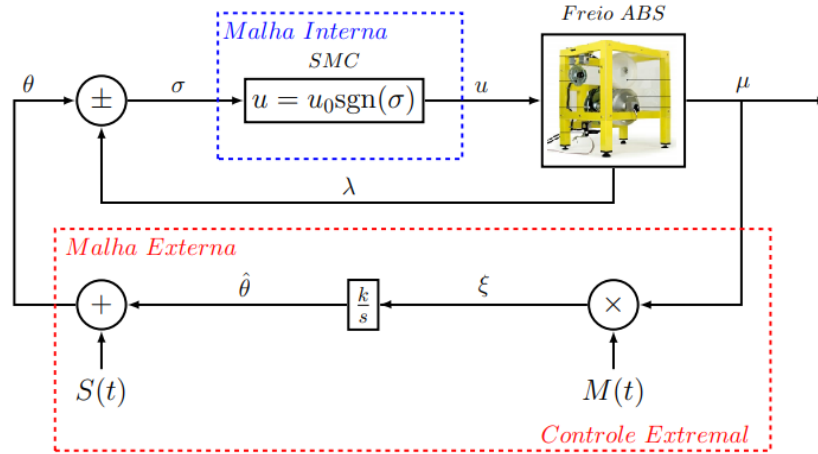


Figura 3. Malha interna e externa do controle.

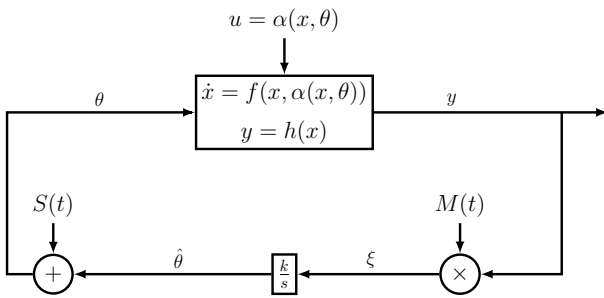


Figura 4. Controle por Busca Extremal para mapeamentos dinâmicos

onde u_0 é dado por

$$u_0 = \frac{1}{g}(\bar{f} + |\mu(x)asen(\omega t) + a\omega \cos(\omega t)| + \delta), \quad (43)$$

onde $\delta > 0$ é uma constante suficientemente pequena escolhida de forma que as trajetórias dos estados se desloquem para a superfície deslizante em um tempo finito e, assim, $\sigma = 0$.

Conforme observado nas Eqs. (18) e (19), as funções $f(x, t)$ e $g(x, t)$ divergem conforme x_1 e x_2 se aproximam de zero. Diante do exposto, com o intuito de evitar complicações desnecessárias ao controlador para baixas velocidades, considera-se que o controle é desativado ao atingir uma velocidade baixa, neste caso abaixo de 18 e 20 rad/s para x_1 e x_2 , respectivamente.

3.3 Análise de Estabilidade

A este ponto, podemos enunciar o seguinte Teorema:

Teorema 1. Considere o sistema em malha fechada dado pelas Eqs. (4), (5), (6), (7) e (11). A regulação do escorregamento em (35) pela lei de controle em (41) é garantida se a hipótese (H4) for satisfeita, tal que a superfície de deslizamento $\sigma = 0$ é alcançada em tempo finito.

Prova: Considere a seguinte candidata a função de Lyapunov

$$V(\sigma) = \frac{1}{2}(\sigma)^2, \quad (44)$$

Derivando, obtém-se:

$$\dot{V}(\sigma) = \sigma \dot{\sigma}. \quad (45)$$

Substituindo (40) em (45) e simplificando a equação tem-se:

$$\dot{V}(\sigma) = \sigma \mu(x)asen(\omega t) + \sigma a\omega \cos(\omega t) - \sigma f(x, t) - g(x, t)u_0 \operatorname{sgn}(\sigma). \quad (46)$$

Substituindo (43) em 46, tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V}(\sigma) = & \sigma \mu(x)asen(\omega t) + \sigma a\omega \cos(\omega t) - \sigma f(x, t) + \\ & - |\sigma|g(x, t) \left(\frac{\bar{f}|\mu(x)asen(\omega t)| + \delta}{g} + \right. \\ & \left. + \frac{|a\omega \cos(\omega t)| + \delta}{g} \right). \end{aligned} \quad (47)$$

Aplicando-se o limitante inferior (38), tem-se:

$$\dot{V}(\sigma) = \sigma \mu(x)asen(\omega t) + \sigma a\omega \cos(\omega t) - \sigma f(x, t) - |\sigma|(\bar{f} + |\mu(x)asen(\omega t) + a\omega \cos(\omega t)| + \delta). \quad (48)$$

Por fim, aplicando-se os majorantes das Eqs. (37) e (39) em (48), tem-se:

$$\dot{V}(\sigma) \leq -\delta|\sigma|. \quad (49)$$

Logo, pode-se identificar que a Eq. (49) é satisfeita, e que $V(\sigma)$ tende a zero em tempo finito t^* , ou seja, $\forall t > t^*$. ■

Com a prova de estabilidade na Eq. (49) consolidada, pode-se concluir que a lei de controle na Eq. (41) estabiliza o sistema e, conseqüentemente, pode-se estabelecer que

$$u = \alpha(x, \theta) = u_0 \operatorname{sgn}(\sigma). \quad (50)$$

Porém, com o intuito de utilizar uma função suave na lei de controle conforme é sugerido em (Krstic and Wang, 2000), é possível a substituição de uma função sinal por uma aproximação sigmoide. Ou seja, ao invés de usarmos

$$u = u_0 \frac{\sigma}{|\sigma|}, \quad (51)$$

usa-se

$$u = u_0 \frac{\sigma}{(|\sigma| + \epsilon)}, \quad (52)$$

onde $\epsilon > 0$ é uma constante e suficientemente pequena. Com isso, pode-se concluir que α em (50) é a lei de controle denotada no Controle por Busca Extremal, e além disso, a malha interna do controle por Modos Deslizantes é capaz de levar $x = l(\theta)$. Desse modo, pode-se considerar que

$$\theta(t) = \lambda(t) \quad \text{para } x = l(\theta), \quad \forall t \geq t^*, \quad (53)$$

$$y = h(x) = \mu(\lambda(t)) \quad \text{para } x = l(\theta), \forall t \geq t^*. \quad (54)$$

Finalmente, invocando o Teorema 5.1 e 5.2 em (Krstic and Wang, 2000), concluímos que $\theta(t) \rightarrow \lambda^* + \mathcal{O}(a + \omega + \epsilon)$ e que $\mu(x, t) \rightarrow \mu^* + \mathcal{O}(a + \omega + \epsilon)$ em algum tempo finito, onde μ^* é o coeficiente de atrito máximo.

4. RESULTADOS E SIMULAÇÕES

Com o intuito de eliminar as componentes DC, são adicionados filtros no controle extremal conforme sugerido em (Krstic and Wang, 2000). A Fig. 5 apresenta o esquema base de controle em malha externa, cujas as constantes de projeto utilizadas foram $k = 0.4$, $a = 0.01$, $\omega_l = 50$, $\omega_h = 20$ obtendo-se os seguintes resultados de simulação na obtenção do valor ótimo entre a Fig. 6 e a Fig. 10.

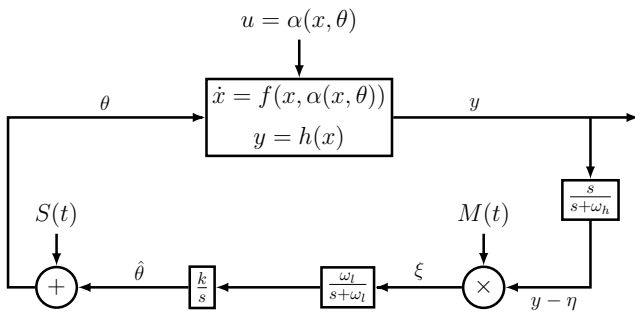


Figura 5. Controle extremal para mapeamentos dinâmicos com $S(t) = M(t) = a \text{sen}(\omega t)$ com filtros em malha fechada.

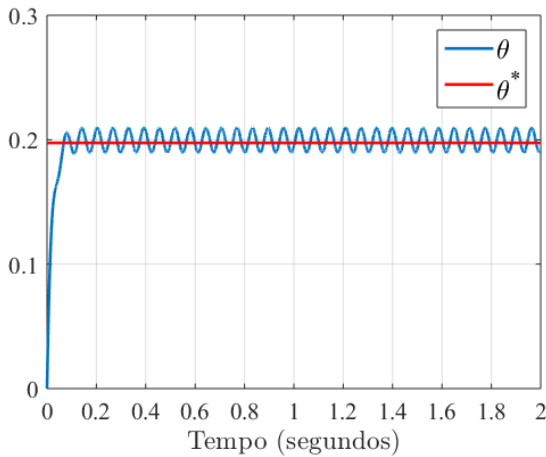


Figura 6. Estimação de θ^*

Percebe-se que θ converge para um valor próximo de 0.2 em aproximadamente 0.1 segundos. Essa convergência é satisfatória considerando o valor de escorregamento ideal dado na Fig. 2.

Utilizando o controle por modos deslizantes para regulação do escorregamento conforme a lei de controle (41) obtém-se o sinal da Fig. 8, além do escorregamento na Fig. 7. A Fig. 9 apresenta as velocidades $x_1(t)$ e $x_2(t)$. Conforme pode ser visto na Fig. 7 o escorregamento atinge o valor satisfatório em aproximadamente 0.2 segundos. Cabe notar que em simulação após 1.4 segundos a roda superior

e inferior encontram-se praticamente paradas, como visto na Fig. 9, logo, o valor de escorregamento neste tempo é aproximadamente 0.95. De qualquer forma, esta situação não prejudica o desempenho do freio ABS, pois estas condições acontecem no momento em que as rodas atingem baixas velocidades, em torno de 6 km/h e 7 km/h para a roda superior e inferior, respectivamente.

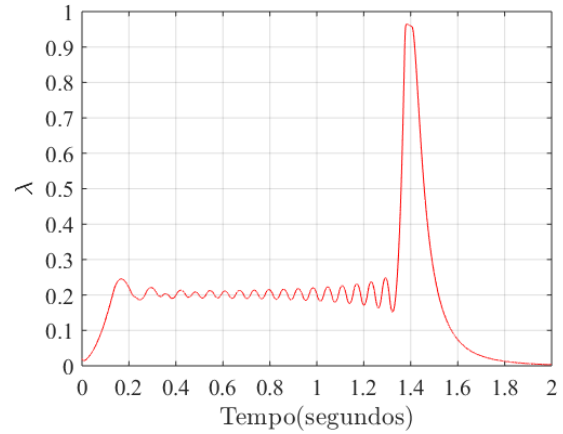


Figura 7. Regulação do Escorregamento

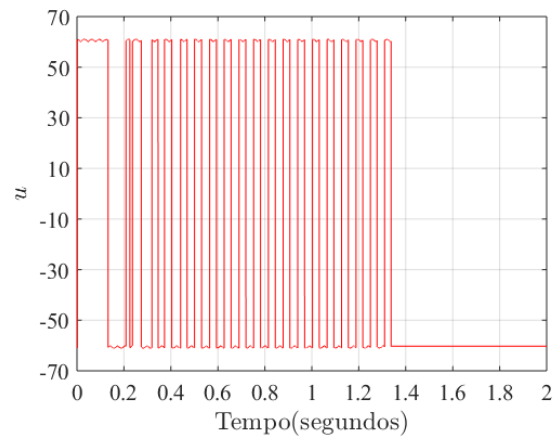


Figura 8. Lei de Controle

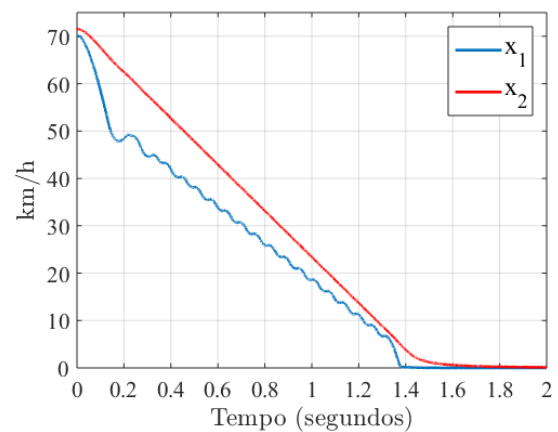


Figura 9. Velocidade de x_1 e x_2

Por fim, pode-se observar as distâncias de parada em metros da roda superior e inferior, denotadas por p_1 e p_2 , respectivamente, na Fig. 10.

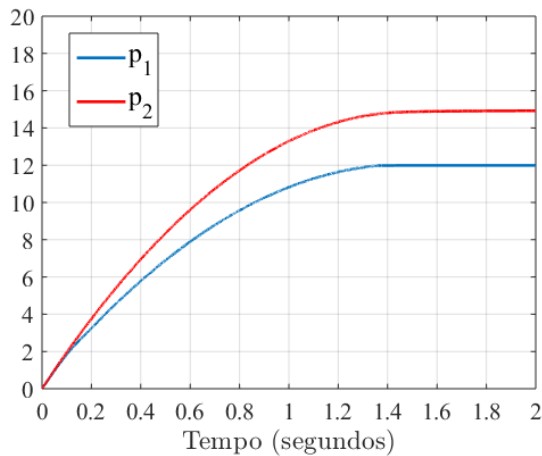


Figura 10. Distância de parada das rodas.

5. CONCLUSÃO

Este artigo propôs uma estratégia de controle para o freio ABS capaz de atuar para quaisquer condições de pista, sem a necessidade do conhecimento prévio da estrada e do coeficiente de escorregamento. O desempenho do sistema de controle é realizado através de uma estimação do valor ótimo de escorregamento de acordo com a condição da estrada através do controle por busca extremal e em conjunto com a regulação do valor de escorregamento através do controle por modos deslizantes. Os resultados obtidos neste trabalho se mostram eficazes com a estratégia proposta, visto que houve a regulação do escorregamento e a estimação do escorregamento desejado em tempo adequado para uma situação real de aplicação.

REFERÊNCIAS

- Chin, Y.K., Lin, W.C., Sidlosky, D.M., Rule, D.S., and Sparschu, M.S. (1992). Sliding-mode abs wheel-slip control. In *1992 American Control Conference*, 1–8. IEEE.
- Drakunov, S., Ozguner, U., Dix, P., and Ashrafi, B. (1995). Abs control using optimum search via sliding modes. *IEEE Transactions on control systems technology*, 3(1), 79–85.
- Harifi, A., Aghagolzadeh, A., Alizadeh, G., and Sadeghi, M. (2008). Designing a sliding mode controller for slip control of antilock brake systems. *Transportation research part C: emerging technologies*, 16(6), 731–741.
- Inteco (2011). Abs the laboratory anti-lock braking system controlled from pc.
- Krstic, M. and Wang, H.H. (2000). Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamics systems. *Automatica*, 36, 595–601.
- Layne, J.R., Passino, K.M., and Yurkovich, S. (1993). Fuzzy learning control for antiskid braking systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1(2), 122–129.
- Lima, J. (2005). Sistema antibloqueio (abs) para freios eletromecânicos utilizando controle por modos deslizantes. *Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil*.
- Lin, C.M. and Hsu, C.F. (2003). Self-learning fuzzy sliding-mode control for antilock braking systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 11(2), 273–278.
- Mirzaei, A., Moallem, M., Mirzaeian, B., and Fahimi, B. (2005). Design of an optimal fuzzy controller for antilock braking systems. In *2005 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, 823–828. IEEE.
- Mirzaeinejad, H. and Mirzaei, M. (2010). A novel method for non-linear control of wheel slip in anti-lock braking systems. *Control Engineering Practice*, 18(8), 918–926.
- Mitić, D., Antić, D., Perić, S., Milojković, M., and Nikolić, S. (2011). Sliding mode control of anti-lock braking system based on reaching law method. In *XLVI International Scientific Conference on Information, Communication and Energy Systems and Technologies, ICESS 2011*, 387–390.
- Oniz, Y., Kayacan, E., and Kaynak, O. (2008). A dynamic method to forecast the wheel slip for antilock braking system and its experimental evaluation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 39(2), 551–560.
- Patel, N., Edwards, C., and Spurgeon, S.K. (2007). Optimal braking and estimation of tyre friction in automotive vehicles using sliding modes. *International Journal of Systems Science*, 38(11), 901–912.
- Rattasiri, W., Wickramarachchi, N., and K. Halgamuge, S. (2007). An optimized anti-lock braking system in the presence of multiple road surface types. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 21(6), 477–498.
- Tanelli, M., Astolfi, A., and Savaresi, S.M. (2008). Robust nonlinear output feedback control for brake by wire control systems. *Automatica*, 44(4), 1078–1087.
- Teixeira, A., Gouvea, J.A., Zachi, A.R.L., Rodrigues, V.H.P., and Oliveira, T.R. (2020). Monitoring function-based active disturbance rejection control for uncertain systems with unknown control directions. *Advanced Control for Applications: Engineering and Industrial Systems*.
- Utkin, V., Guldner, J., and Shijun, M. (1999). *Sliding mode control in electro-mechanical systems*, volume 34. CRC press.
- Zhao, Z., Yu, Z., and Sun, Z. (2006). Research on fuzzy road surface identification and logic control for anti-lock braking system. In *2006 IEEE International Conference on Vehicular Electronics and Safety*, 380–387. IEEE.