

## Aplicação de uma estratégia de controle robusto no algoritmo de sincronismo trifásico SRF-PLL

Diana A. C. Araújo\* Indiara F. Brito\* Josiel A. Gouvêa\*\*  
João A. M. Neto\*\*\* Alessandro R. L. Zachi\*

\* Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca  
(CEFET/RJ), RJ.

Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica (PPEEL)  
Laboratório de Controle e Automação (LACEA)  
(e-mail: diana.araujo@aluno.cefet-rj.br; indiara.brito@aluno.cefet-rj.br;  
alessandro.zachi@cefet-rj.br).

\*\* Núcleo de Pesquisa em Mecatrônica (NUPEM), Nova Iguaçu, RJ  
(e-mail: josiel.gouvea@cefet-rj.br)

\*\*\* Departamento de Engenharia Elétrica  
(e-mail: joao.neto@cefet-rj.br).

---

**Abstract:** This article deals with the design and analysis of a PLL (Phase-Locked Loop) based on the Active Disturbance Rejection Control (ADRC) method. The proposal focuses attention on a specific system called Synchronous Reference Frame Phase-Locked Loop (SRF-PLL) which is a well-established technique used to maintain the synchronism of systems connected to the three-phase power grid. A typical SRF-PLL uses a classical PI controller to track the phase to the desired value. However, a still challenging problem is to estimate the system variables in the presence of disturbances in the input signal. The objective of this work is to increase the robustness of this SRF-PLL system by using an ADRC controller instead of the traditional PI. The proposal consists of using an ADRC structure to estimate and compensate the input disturbance and another ADRC structure to promote the phase tracking to the desired reference value. Simulation results are presented and comparisons are made with the classical PI and with a resonant filter proposed in the literature.

**Resumo:** Este artigo versa sobre o projeto e análise de um PLL (*Phase-Locked Loop*) baseado no método de Controle com Rejeição Ativa de Distúrbios (ADRC-*Active Disturbance Rejection Control*). A proposta concentra atenção em um sistema específico denominado *Synchronous Reference Frame Phase-Locked Loop* (SRF-PLL) que é uma técnica bem estabelecida e bastante utilizada para manter o sincronismo de sistemas conectados à rede elétrica trifásica. Um SRF-PLL típico utiliza um controlador PI clássico para regular o ângulo de sincronismo no valor desejado. Contudo, um problema que ainda é desafiador é o de estimar as variáveis do sistema na presença de perturbações no sinal de entrada. O objetivo deste trabalho é aumentar a robustez deste sistema SRF-PLL pela utilização de um controlador ADRC no lugar do PI tradicional. A proposta consiste em utilizar uma estrutura ADRC para estimar e compensar a perturbação de entrada e, uma outra estrutura ADRC para promover o rastreamento do ângulo de sincronismo para o valor de referência desejado. São apresentados resultados de simulação e realizadas comparações com o PI clássico e com um filtro ressonante proposto na literatura.

**Keywords:** Grid-connected systems; SRF-PLL; synchronization; robust control; disturbance rejection; ADRC.

**Palavras-chaves:** Sistemas conectados à rede; SRF-PLL; sincronização; controle robusto; rejeição de distúrbios; ADRC.

---

### 1. INTRODUÇÃO

O processo de sincronização é uma das características mais importantes no projeto de conversores de energia para o sistema elétrico (Liu et al., 2020; Reza et al., 2019; Xie et al., 2017). A determinação de forma rápida e com acurácia dos valores instantâneos do ângulo de fase e da frequência das tensões medidas no sistema é crucial para determinação das tensões de referência de

sequência positiva utilizadas em dispositivos condicionadores de energia (Escobar et al., 2021). Neste contexto, o *Synchronous Reference Frame Phase-Locked Loop* (SRF-PLL) é um algoritmo de sincronismo bastante utilizado em estimação de ângulo de fase e frequência da componente fundamental de sequência positiva de tensões trifásicas. No entanto, quando o sinal de entrada apresenta distorções harmônicas e, principalmente, desequilíbrios, sua estabilidade e desempenho tornam-se desafiadores. Sendo as

sim, para aplicações com esse enfoque foram desenvolvidas diferentes proposições de PLL, considerando os sistemas de coordenadas estacionárias (comumente conhecidas na literatura pelos índices  $a, c, b$  e  $\alpha, \beta$ ) (Feola et al., 2013), ou rotacionais (com índices  $d, q$ ) (Kaura and Blasko, 1997).

Proposições com base no SRF-PLL com estruturas de controle agregadas foram apresentadas e resultaram em desempenho superior em relação ao algoritmo do SRF-PLL original (Xie et al., 2017; Kathiresan et al., 2020). Nesse sentido, a utilização de um controlador com características específicas foi apresentado com resultados positivos no sentido de incluir imunidade ao algoritmo SRF-PLL em relação ao desequilíbrio de tensão (Yazdani and Iravani, 2010). Por outro lado, tal modificação não possibilita uma imunidade às distorções harmônicas que podem afetar o desempenho do SRF-PLL.

Neste trabalho, concentra-se atenção no modelo clássico que considera um sistema de referência síncrono e um vetor tensão de sequência positiva na frequência fundamental SRF-PLL (Kaura and Blasko, 1997). Este modelo é mais simples por que inclui um controlador PI para regular o ângulo de sincronismo incerto do sistema. A proposta deste trabalho é utilizar uma variante do método de Controle com Rejeição Ativa de Distúrbios (ADRC-Active Disturbance Rejection Control) (Zachi et al., 2019) no lugar do controlador PI clássico, visando ampliar a capacidade da malha fechada rejeitar os distúrbios de desequilíbrio e distorções harmônicas nas tensões da rede. Assim, no conjunto da obra, o SRF-modificado pelo ADRC se apresenta como uma possibilidade interessante e simples de algoritmo de sincronismo para aplicações em eletrônica de potência.

O artigo é estruturado da seguinte forma: A formulação do problema é apresentada na Seção 2, seguida da metodologia a ser adotada que é discutida na Seção 3. A Seção 4 apresenta a estrutura básica do SRF-PLL. A Seção 5 discute o método de controle ADRC básico (Han, 2009) e uma variação deste que foi proposta recentemente em (Zachi et al., 2019), que doravante será denotada por *ADRC com planta modificada*. Na Seção 6 é apresentado o modelo matemático do sistema. Na seção 7, discute-se brevemente uma proposta de filtragem, baseada no método ADRC, para atenuar os sinais indesejáveis durante o processo de rastreamento de frequência e ângulo de fase. A aplicação do ADRC no projeto do SRF-PLL é discutida na Seção 8, seguida da Seção 9 que versa sobre a análise de estabilidade e convergência do método. Os resultados de simulação são apresentados na Seção 10, na qual são comparados os desempenhos da proposta atual, do controlador PI clássico e do controlador proposto em (Yazdani and Iravani, 2010). A conclusão do trabalho segue na Seção 11.

## 2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Este trabalho propõe o projeto de um SRF-PLL modificado para regular a frequência e o ângulo de fase das tensões do sistema trifásico. A abordagem leva em consideração a presença de distúrbios causados por desequilíbrio e distorções harmônicas nas tensões de entrada do sistema trifásico.

## 3. METODOLOGIA

Para solucionar o problema formulado anteriormente, propõe-se a utilização de um controlador ADRC modificado, inspirado em (Zachi et al., 2019), no lugar do PI tradicional. A proposta consiste em utilizar a estrutura do ADRC para estimar e compensar as perturbações de entrada e, uma outra estrutura ADRC para promover a regulação do ângulo de fase para o valor desejado.

## 4. UMA BREVE DESCRIÇÃO DO SRF-PLL

A ideia básica de um SRF-PLL consiste em um sistema de realimentação com um compensador PI regulando o ângulo de sincronismo. As entradas do sistema como um todo são as tensões elétricas das três fases da rede, e o sinal de saída do PLL é o ângulo de sincronismo. Os sinais de entrada, definidos em coordenadas estacionárias e na sequência positiva da frequência fundamental, são mapeados em um referencial síncrono via transformada de Park. Esta transformação gera os sinais de tensão em coordenadas  $d - q$ . Posteriormente, o sinal de tensão  $v_q$  é processado por um controlador PI para de garantir que seu valor seja regulado para zero, utilizando o ângulo de sincronismo estimado diretamente na transformada de Park. Assim, se estabelece que o vetor de tensão  $v_d$  seja fixado em noventa graus em relação a  $v_q$ . O diagrama em blocos do SRF-PLL é apresentado na Figura 1.

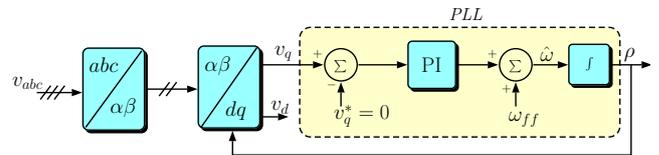


Figura 1. Diagrama em blocos do SRF-PLL.

## 5. CONTROLADOR ADRC COM PLANTA MODIFICADA

A estratégia de controle ADRC com planta modificado (MP-ADRC) foi proposta por (Zachi et al., 2019), onde foi considerada a aplicação em sistemas de ordem  $n$ . Aqui, para facilitar o entendimento da estratégia, é considerada a classe de sistemas não lineares e invariantes no tempo de segunda ordem descrita por

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = bu + d(t), \quad (1)$$

na qual  $y \in \mathbb{R}$  representa a variável de saída da planta,  $u \in \mathbb{R}$  representa a variável de entrada. A função  $d(t) \in \mathbb{R}$  engloba os distúrbios externos e as dinâmicas não lineares. Os coeficientes  $a_1$  e  $a_0$  são constantes reais e  $b \in \mathbb{R}$  é a constante que doravante será denominada como *coeficiente de controle*. Reescrevendo (1) na forma

$$\ddot{y} = f + bu, \quad (2)$$

obtem-se o termo

$$f = -a_1\dot{y} - a_0y + d(t). \quad (3)$$

Em Han (1998); Gao et al. (2001b); Han (2009), este termo  $f$ , que é definido pela combinação dos sinais não mensuráveis do sistema, é denominado como *distúrbio generalizado*.

Nesta formulação, uma lei de controle estabilizante poderia ser

$$u(t) = \left(\frac{1}{b}\right) \left[-f - \lambda_1 \dot{y} - \lambda_0 (y - y^*)\right], \quad (4)$$

sendo  $y^*$  um sinal de referência e as constantes  $\lambda_1$  e  $\lambda_0$  os coeficientes de um polinômio (mônico) Hurwitz de segunda ordem. Entretanto, como o termo  $f$  não é mensurável, a lei de controle (4) não pode ser implementada diretamente. Contudo, se por metodologia de projeto, o distúrbio  $f$  for considerado uma variável de estado estendida, isto é,  $X_1 = y$ ,  $X_2 = \dot{y}$  e  $X_3 = f$ , então uma representação de estados para o sistema em (2) poderia ser dada por

$$\dot{X}_1 = X_2, \quad \dot{X}_2 = X_3 + bu, \quad \dot{X}_3 = \dot{f}, \quad (5)$$

para a qual são definidas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{f} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0], \quad D = [0].$$

Projetando um estimador (observador) de estados para o sistema  $A$ ,  $B$  e  $C$  em (6), obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}} &= A\hat{X} + Bu + Le_y, \\ \hat{y} &= C\hat{X}, \end{aligned} \quad (7)$$

sendo  $e_y = (y - \hat{y})$  o erro de saída do observador e  $L = [L_1 \ L_2 \ L_3]^T \in \mathbb{R}^3$  o vetor de ganhos ajustáveis do mesmo. A função do observador é gerar as estimativas dos sinais que compõem a lei de controle em (4), ou seja,

$$u = \left(\frac{1}{b}\right) \left[-\hat{X}_3 - \lambda_1 \hat{X}_2 - \lambda_0 (\hat{X}_1 - y^*)\right], \quad (8)$$

na qual  $\hat{X}_1$ ,  $\hat{X}_2$  e  $\hat{X}_3$  são as respectivas estimativas de  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$  (ou  $f$ ).

A lei de controle (8) corresponde à estratégia LADRC proposta em Gao et al. (2001a). Em Correia et al. (2017) demonstra-se que o observador de estados estendido (7) e a lei de controle (8) garantem que  $\dot{f} \rightarrow 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} (y - y^*) = 0$  e  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_x = 0$ , sendo

$$e_x = [e_{x1}, e_{x2}, e_{x3}]^T = [y - \hat{X}_1, \dot{y} - \hat{X}_2, f - \hat{X}_3]^T. \quad (9)$$

Isto ocorre quando se considera  $y^*$  constante e se definem sintonias apropriadas dos ganhos  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  do observador e  $\lambda_1$ ,  $\lambda_0$  da lei de controle.

Contudo, note que o projeto do observador estendido, definido em (7), e a lei de controle (8), são dependentes do coeficiente  $b$  da planta. Na falta do conhecimento desta constante, o projeto do observador estendido fica inviabilizado, causando uma restrição de aplicação do método LADRC tradicional em plantas com incerteza naquele parâmetro. Para resolver esse problema, são feitas inicialmente as seguintes hipóteses fundamentais para implementar o ADRC com planta modificada Zachi et al. (2019):

- (H1) O sinal de saída  $y(t)$  da planta é mensurável;
- (H2) O ganho de controle  $b$  é uma constante não-nula que possui sinal conhecido.

A ideia principal do ADRC com planta modificada é promover uma transformação estrutural no sistema original, do ponto de vista entrada/saída, a fim de se obter um novo sistema dinâmico com coeficiente de controle conhecido.

Em seguida, o método ADRC padrão é aplicado para controlar a saída deste novo sistema e verificar se os efeitos resultantes na planta original atenderam aos objetivos delineados inicialmente. A metodologia utilizada, para promover a transformação estrutural, consiste na introdução de um filtro linear e estável  $Q_0(s)$  em paralelo com a planta, conforme o diagrama em blocos da Figura 2, onde  $\beta = K_0 \text{sign}(b)$ ;  $K_0 > 0 \in \mathbb{R}$  representa uma constante de projeto e  $\text{sign}(b)$  é uma constante que representa os valores  $+1$ , para  $b > 0$ , e  $-1$ , para  $b < 0$ . Para um sistema de segunda ordem, sendo  $Q_0(s)$  um filtro estável, então tem-se

$$\gamma > 0 \quad \text{e} \quad (s + \gamma)^2 = s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0.$$

Escrevendo a equação dinâmica do novo sinal de saída  $z(t)$  e com base na configuração da Figura 2 com  $n = 2$ , tem-se

$$z = \beta e(t) + u_f, \quad \dot{u}_f = \dot{z} - \beta \dot{e}, \quad (10)$$

$$\ddot{z} = \beta(-a_1 \dot{y} - a_0 y + d(t) + bu - \ddot{y}^*) + \ddot{u}_f, \quad (11)$$

$$\ddot{u}_f = -\alpha_1 \dot{u}_f - \alpha_0 u_f + \dot{u}. \quad (12)$$

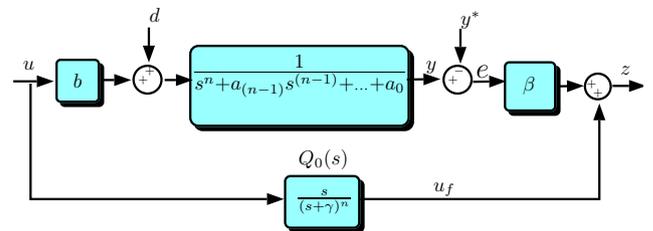


Figura 2. Diagrama em blocos do método ADRC modificado.

Utilizando (10) e (12) em (11), a dinâmica de segunda ordem (Figura 2) resulta em

$$\ddot{z} = -\alpha_1 \dot{z} - \alpha_0 z + \beta(\alpha_1 - a_1) \dot{y} + \beta(\alpha_0 - a_0) y + d(t) + b_p u + \dot{u}, \quad (13)$$

sendo  $b_p = K_0 \text{sign}(b) b = K_0 |b|$ . Definindo-se a perturbação generalizada  $g$  como sendo

$$g = \beta(\alpha_1 - a_1) \dot{y} + \beta(\alpha_0 - a_0) y + d(t) + b_p u, \quad (14)$$

$$g = \beta (\ddot{e} + \alpha_1 \dot{e} + \alpha_0 e). \quad (15)$$

então (13) reduz-se à

$$\ddot{z} + \alpha_1 \dot{z} + \alpha_0 z = g(t) + \dot{u}. \quad (16)$$

Com esta abordagem, o novo sinal de controle passa a ser  $\dot{u}$ , que possui ganho unitário. Desta forma, é possível aplicar o método ADRC tradicional no sistema modificado apresentado em (16) sem a exigência do conhecimento do parâmetro  $b$  da planta original.

### 5.1 Projeto do observador

Definindo-se as variáveis de estado por  $Z_1 = z$ ,  $Z_2 = \dot{z}$  e  $Z_3 = g(t)$ , a representação no espaço de estados do sistema (16) na forma canônica controlável, considerando o estado estendido  $Z_3$ , possui as matrizes

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\bar{B}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{g} \end{bmatrix}, \quad C_m = [1 \ 0 \ 0], \quad D_m = [0].$$

Uma vez que o par  $(A_m, C_m)$  é observável, então o observador estendido para o sistema (17) assume o formato

$$\begin{cases} \dot{\hat{Z}}_1 = \hat{Z}_2 + \bar{L}_1 e_{z1}, \\ \dot{\hat{Z}}_2 = -\alpha_0 \hat{Z}_1 - \alpha_1 \hat{Z}_2 + \hat{Z}_3 + \dot{u} + \bar{L}_2 e_{z1}, \\ \dot{\hat{Z}}_3 = \bar{L}_3 e_{z1}, \end{cases} \quad (18)$$

sendo  $\hat{Z}_1, \hat{Z}_2$  e  $\hat{Z}_3$  os respectivos estados estimados de  $z, \dot{z}$  e  $g$ ;  $e_{z1} = z - \hat{Z}_1$  o erro de saída do estimador e  $\bar{L}_1, \bar{L}_2, \bar{L}_3$  os ganhos de sintonia do estimador. Com esta nova estrutura, a dinâmica dos erros do observador é dada por

$$\begin{cases} \dot{e}_z = \underbrace{(A_m - \bar{L}C_m)}_{\bar{A}_m} e_z + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B_g} \dot{g}, \\ e_y = C_g e_z, \end{cases} \quad (19)$$

na qual  $\bar{L} = [\bar{L}_1 \ \bar{L}_2 \ \bar{L}_3]^T$ . Para obter a função de transferência que relaciona a entrada  $\dot{g}$  com a saída  $e_{z3} = g - \hat{z}_3$ , basta calcular a expressão

$$\frac{E_{z3}(s)}{sG(s)} = C_g(sI - \bar{A}_m)^{-1} B_g,$$

com  $C_g = [0 \ 0 \ 1]$ . Logo, escolhendo-se  $\bar{L}_1, \bar{L}_2$  e  $\bar{L}_3$  tal que os polos do estimador sejam iguais, pode-se concluir que

$$\begin{aligned} \frac{E_{z3}(s)}{G(s)} &= \frac{(s + w_0)^3 - w_0^3}{(s + w_0)^3}, \\ 3w_0 &= \bar{L}_1 + \alpha_1, \\ 3w_0^2 &= \alpha_1 \bar{L}_1 + \bar{L}_2 + \alpha_0 \\ w_0^3 &= \bar{L}_3. \end{aligned} \quad (20)$$

Lembrando que  $E_{z3}(s) = G(s) - \hat{Z}_3(s)$ , é possível simplificar (20) para obter a relação

$$\hat{Z}_3(s) = \frac{w_0^3}{(s + w_0)^3} G(s). \quad (21)$$

## 5.2 Projeto de Controle

Observe que a parte homogênea de (16) (análoga ao polinômio do denominador do filtro  $Q_0(s)$ , dado por (12)) é estável. Logo, para promover a convergência assintótica  $z \rightarrow 0$ , basta escolher uma lei de controle  $\dot{u}$  do tipo:

$$\dot{u} = -\hat{Z}_3. \quad (22)$$

Substituindo-se (22) em (16), obtém-se

$$\ddot{z} + \alpha_1 \dot{z} + \alpha_0 z = \underbrace{g(t) - \hat{Z}_3}_{\hat{g}(t)}. \quad (23)$$

Note, a partir de (21), que se  $g(t)$  for limitado e  $w_0 \gg w_g$ , onde  $w_g$  é a maior frequência de  $g(t)$ , então  $\hat{Z}_3 = g(t)$  e (23) torna-se uma equação homogênea. Neste caso, tem-se  $z \rightarrow 0$  e  $e(t) \rightarrow 0$ . Uma demonstração mais detalhada da estabilidade e propriedades de rastreamento de trajetória do ADRC modificado, onde é analisada também a condição para a limitação de  $g(t)$ , pode ser encontrada em (Zachi et al., 2019).

## 6. MODELAGEM DO SISTEMA

A modelagem matemática do sistema de controle, que serve de referência para o projeto do PLL, é baseada nas equações das tensões  $v_d$  e  $v_q$  do lado CC, destacadas no diagrama da Figura 1. Os efeitos de distúrbios externos,

geralmente causados pela presença de harmônicos e de desequilíbrios no lado CA, são levados em consideração no estabelecimento do modelo matemático.

### 6.1 Tensões nas coordenadas $d - q$

De acordo com (Yazdani and Iravani, 2010), as tensões  $v_d$  e  $v_q$  são definidas pelas seguintes expressões:

$$v_d = V_p [\cos(\omega t + \theta - \rho) + \mu_d(w, \rho)], \quad (24)$$

$$v_q = V_p [\sin(\omega t + \theta - \rho) + \mu_q(w, \rho)], \quad (25)$$

$$\mu_d(w, \rho) = k_1 \cos(\omega t + \theta + \rho) + k_5 \cos(5\omega t + \phi + \rho), \quad (26)$$

$$\mu_q(w, \rho) = -k_1 \sin(\omega t + \theta + \rho) - k_5 \sin(5\omega t + \phi + \rho). \quad (27)$$

nas quais  $V_p$  [Volts] é o valor de pico da tensão linha-neutro,  $w$  [rad/s] é a frequência do sistema trifásico (no lado CA),  $\theta$  e  $\phi$  [rad] são ângulos de fase,  $k_1$  e  $k_2 \in \mathbb{R}$  são constantes positivas, e  $\rho$  [rad] é o ângulo de sincronismo. Os termos  $\mu_d(w, \rho)$  e  $\mu_h(w, \rho)$  [Volts] são as tensões de distúrbios no lado CC, geradas por um desequilíbrio na frequência fundamental  $w$  e pela presença do quinto harmônico  $5w$ . Como o objetivo do PLL é forçar a variável  $\rho$  a rastrear o valor de  $\omega t + \theta$  do sistema trifásico, então a variável de erro  $\epsilon$  pode ser definida por:

$$\epsilon := \omega t + \theta - \rho. \quad (28)$$

Desta forma, as equações (24) e (25), podem ser reescritas como

$$v_d = V_p [\cos(\epsilon) + \mu_d(w, \rho)], \quad (29)$$

$$v_q = V_p [\sin(\epsilon) + \mu_q(w, \rho)]. \quad (30)$$

### 6.2 Linearização

Assumindo que o SRF-PLL vai operar próximo do ponto  $\epsilon = 0$ , então pode-se adotar as aproximações  $\cos(\epsilon) \approx 1$  e  $\sin(\epsilon) \approx \epsilon$ . Como resultado desta linearização em torno de  $\epsilon = 0$ , as expressões em (29) e (30) assumem os formatos:

$$v_d = V_p [1 + \mu_d(w, \rho)], \quad (31)$$

$$v_q = V_p [\epsilon + \mu_q(w, \rho)]. \quad (32)$$

A fim de descrever o sistema dinâmico segundo o formalismo convencional da Teoria de Controle, isto é, *entrada-planta-saída*, é necessário que a variável  $\hat{w}$  do PLL apareça explicitamente nas equações. Para esta finalidade, um procedimento muito comum seria derivar as expressões em (31) e (32) uma vez em relação ao tempo. Ao invés disso, a abordagem deste trabalho propõe descrever a dinâmica do sistema em termos de um diagrama em blocos, que é desenhado a partir das expressões em (28) e (32). No diagrama da Figura 3 segue a ilustração da planta que é considerada no projeto do SRF-PLL. Observe neste diagrama que a variável  $\hat{w}$  do PLL figura como sinal de entrada, a tensão  $v_q$  como sinal de saída, e  $\mu_q(w, \rho)$  como um distúrbio.

*Observação 1.* Ressalta-se aqui que a planta ilustrada na Figura 3, não corresponde ao modelo matemático do SRF-PLL. Trata-se apenas de um sistema que descreve o relacionamento dinâmico entre a tensão  $v_q$  e a variável  $\hat{w}$  do PLL, e que servirá de referência para o projeto do mesmo.

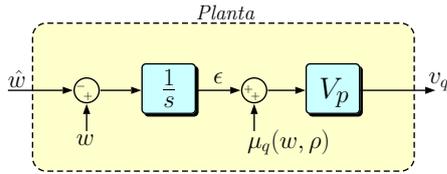


Figura 3. Diagrama em blocos do modelo matemático.

## 7. FILTRAGEM BASEADA NO ADRC

No diagrama da Figura 3, quando o erro  $\epsilon$  convergir para zero, a tensão de saída será proporcional à função de distúrbio, ou seja,  $v_q = V_p \mu_q(w, \rho)$ . Esta poderia ser atenuada por um ou mais filtros passa-baixas projetados com frequências de corte bem definidas, já que a expressão de  $\mu_q(w, \rho)$  em (27) possui valores nominais conhecidos a priori. Entretanto, a utilização de filtros lineares certamente introduzirá um atraso em  $v_q$  filtrada. Visando contornar esta dificuldade, propõe-se nesta seção o projeto de um filtro-ADRC para atenuar os efeitos do distúrbio  $\mu_q(w, \rho)$  sem acrescentar defasagens no sinal filtrado.

Assumindo por hipótese que  $\epsilon \approx 0$ , a ideia central é utilizar a estratégia ADRC básica das equações (1)-(9), para estimar o distúrbio  $\mu_q(w, \rho)$  e compensá-lo na malha de entrada. Para esta finalidade, em analogia à (1), propõe-se o seguinte sistema dinâmico de referência:

$$\dot{v}_f = -v_f + \hat{\sigma} + v_q, \quad (33)$$

na qual se definem  $\hat{\sigma}$  como a estimativa para o distúrbio  $V_p \mu_q(w, \rho)$ , e  $v_f \in \mathbb{R}$  como a saída de um filtro passa-baixas de primeira ordem, adotado aqui apenas para servir como dinâmica auxiliar. Utilizando as mesmas estruturas do controlador ADRC definidas em (7) e (8), redimensionadas para ordem  $n = 1$ , tem-se como resultado a propriedade destacada em (21), ou seja,

$$\hat{\sigma} = - \left[ \frac{w_1^2}{(s + w_1)^2} \right] V_p \mu_q(w, \rho), \quad w_1 \gg 5w, \quad (34)$$

sendo  $w_1$  o módulo dos polos do observador deste projeto. Considerando  $\hat{\sigma}$  como a melhor estimativa para o distúrbio  $\mu_q(w, \rho)$ , então pode-se aplicá-la em  $v_q$  (32) para produzir:

$$\bar{v}_q = v_q + \hat{\sigma}. \quad (35)$$

O diagrama da implementação desta etapa de filtragem ADRC segue na Figura 4.

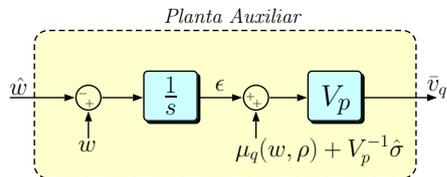


Figura 4. Diagrama em blocos atualizado do modelo matemático.

## 8. APLICAÇÃO DO MÉTODO ADRC MODIFICADO

O método ADRC apresentado na Seção 5 será aplicado no diagrama da Figura 4 para solucionar o problema de regulação do ângulo de fase do SRF-PLL. Para facilitar o entendimento e a aplicação da metodologia discutida

naquela seção, considera-se inicialmente as seguintes analogias:

$$\begin{cases} y = \bar{v}_q, & y^* = v_q^* \equiv 0 \longrightarrow \epsilon = v_q, \\ b = -V_p, & u = \hat{w}, \quad f = V_p \dot{\mu}_q + \dot{\hat{\sigma}}. \end{cases} \quad (36)$$

### 8.1 Análise das Hipóteses

Como  $\bar{v}_q$  (36) é uma tensão mensurável, então a Hipótese **(H1)** é atendida. Em (36), o valor de pico  $V_p$  é um parâmetro positivo. Logo, a Hipótese **(H2)** também é atendida.

### 8.2 Equações do Controlador

Com base nos desenvolvimentos apresentados na Seção 5, e no diagrama da Figura 3, é possível escrever as seguintes expressões para a planta modificada:

$$\text{Saída : } z = \beta \epsilon + u_f, \quad (37)$$

$$\text{Filtro } Q_0(s) : \dot{u}_f = -\alpha u_f + \dot{u}, \quad (38)$$

$$\text{Planta modificada : } \dot{z} + \alpha z = \Omega + \dot{u}, \quad (39)$$

$$\text{Observador : } \begin{cases} \dot{\hat{Z}}_1 = -\alpha \hat{Z}_1 + \hat{Z}_2 + \dot{u} + L_1 e_y, \\ \dot{\hat{Z}}_2 = L_2 e_y, \quad e_y = Z_1 - \hat{Z}_1, \end{cases} \quad (40)$$

$$\text{Lei de controle : } \dot{u} = -\hat{\Omega} = -\hat{Z}_2. \quad (41)$$

## 9. ANÁLISE DE ESTABILIDADE E CONVERGÊNCIA

A lei de controle em (41) pode ser reformulada a partir das expressões em (15) e (21), para revelar sua relação com o erro  $e$ :

$$u = - \left[ \frac{w_0^2 K_0 |b| (s + \alpha)}{s(s + w_0)^2} \right] \epsilon, \quad (42)$$

ou para descrever o relacionamento das variáveis do SRF-PLL:

$$\hat{w} = - \left[ \frac{w_0^2 K_0 V_p (s + \alpha)}{s(s + w_0)^2} \right] \bar{v}_q. \quad (43)$$

### 9.1 Estabilidade da Malha Fechada

Para seguir com a análise de estabilidade, dois passos são necessários:

- (i) substituir a expressão de  $\hat{w}$ , dada em (43), no diagrama da Figura 3;
- (ii) rearranjar e reduzir o diagrama de maneira que a variável  $w$  e o termo  $[\mu_q(w, \rho) + V_p^{-1} \hat{\sigma}]$  figurem como entradas e a variável de erro  $\epsilon$  como saída.

Após realizar estes procedimentos, obtém-se os diagramas da Figura 5. No diagrama expandido da Figura 5(a), utiliza-se o método do *lugar das raízes* na função  $-P(s)$  para escolher as constantes de projeto  $w_0$ ,  $K_0$ ,  $\alpha$  e, ao mesmo tempo, estabelecer a estabilidade da malha fechada.

### 9.2 Convergência do Erro e Rejeição de Distúrbios

A análise das propriedades de rejeição de distúrbios e de convergência do erro  $\epsilon$  é realizada com o auxílio do diagrama reduzido da Figura 5(b), na qual  $\tilde{\mu}_q := \mu_q +$

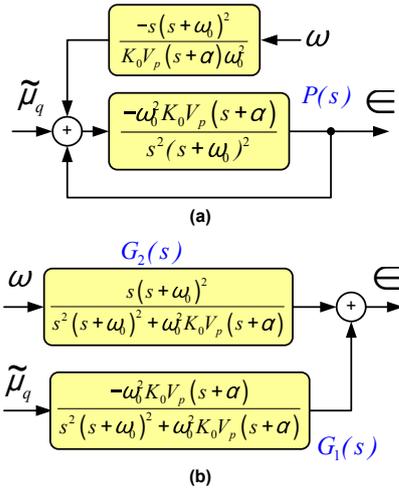


Figura 5. Diagrama do SRF-PLL em malha fechada. (a) Diagrama expandido. (b) Diagrama reduzido.

$V_p^{-1} \hat{\sigma}$ . Neste, quando  $w$  está estabilizado em um valor constante, ele não exercerá influência no erro  $\epsilon$ , em regime estacionário, já que  $G_2(s)$  possui um zero na origem. Caso haja uma mudança no valor de  $w$ , por exemplo do tipo degrau, então  $\epsilon$  experimentará apenas a influência de uma componente evanescente. Na Figura 5(b), monitorando a curva de magnitude da resposta em frequência da função  $G_1(s)$ , percebe-se que o módulo máximo do ganho linear que esta aplica no distúrbio  $\tilde{\mu}_q$ , pode assumir um valor bastante reduzido se  $w_0$ ,  $K_0$ ,  $\alpha$  forem escolhidos convenientemente. Isto mostra que as constantes de projeto podem ser escolhidas para que  $G_1(s)$  seja capaz de atenuar fortemente o distúrbio  $\tilde{\mu}_q$ , validando assim a propriedade de rejeição do controlador proposto. Na Figura 6, segue o esquema do controlador proposto.

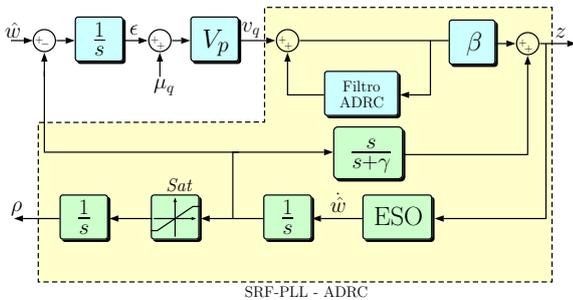


Figura 6. Implementação do SRF-PLL-ADRC.

## 10. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Para realizar as simulações são implementados os diagramas das Figuras 1 e 6. As equações das tensões trifásicas  $v_{abc}$  e dos distúrbios são extraídas de (Yazdani and Iravani, 2010, p. 213). Para efeito de comparação, são implementados também dois outros controladores: uma lei tipo PI ( $\hat{w}_{PI}$ ) sintonizado segundo (Pereira de Arruda, 2008, p.67); e uma lei  $\hat{w}_{CP}$  baseada no compensador  $H(s)$  proposto em (Yazdani and Iravani, 2010, p. 215), cujas equações seguem destacadas em (44) e (45).

$$\hat{w}_{PI} = \left( \frac{4,267s + 227,6}{s} \right) v_q, \quad \hat{w}_{CP} = H(s) v_q, \quad (44)$$

$$H(s) = \frac{685,42(s^2 + 568,516)(s^2 + 166s + 6889)}{s(s^2 + 1508s + 568,516)(s^2 + 964s + 232,324)}. \quad (45)$$

São realizadas duas simulações nas quais é inserida uma variação positiva de frequência de 3 Hz entre os instantes de tempo 2 – 3 s. Na primeira simulação, além da variação de frequência citada, introduz-se também um desequilíbrio de sequência negativa na frequência fundamental, no mesmo intervalo de tempo. O efeito deste distúrbio está definido na Eq. (27), sendo  $k_1 = 100$  e  $\theta = 0$ . Na segunda simulação, que também considera a variação de frequência, introduz-se uma distorção de quinto harmônico entre 2 – 3 s. O efeito deste distúrbio está definido na Eq. (27), sendo  $k_5 = 100$  e  $\phi = 0$ . Nas simulações foram utilizados os valores a seguir. SRF-PLL-ADRC:  $w_0 = 2\pi 20 \text{ rad/s}$ ,  $\alpha = 12$ ,  $K_0 = 0,9$ ; Filtro-ADRC:  $w_1 = 2\pi 7100 \text{ rad/s}$ ,  $\alpha = 0,62$ ,  $K_1 = 70$ . O método numérico adotado foi *Runge-Kutta4* com passo de integração de  $10^{-5} \text{ s}$ . O resultado da primeira segue na Figura 7.

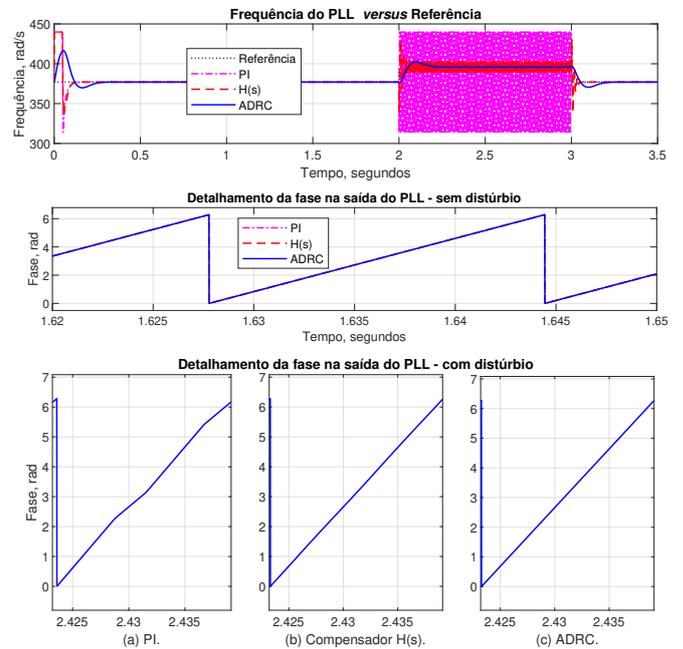


Figura 7. Resultados da primeira simulação.

Nos dois primeiros gráficos, nos intervalos de tempo entre 0 – 2 s e 3 – 3,5 s, todos os controladores são eficientes quanto à regulação do valor de frequência  $w$  e do ângulo de sincronismo  $\rho$ . No intervalo onde ocorre o distúrbio, o controlador PI apresenta uma maior dificuldade para rejeitá-lo. O compensador  $H(s)$  consegue apresentar um melhor nível de rejeição quando comparado ao PI. Dentre os três, o ADRC apresentou uma melhor eficiência tanto para regular a frequência quanto para rejeitar o distúrbio de entrada. Nos três gráficos (a), (b) e (c) da Figura 7 são apresentadas as curvas do ângulo de sincronismo  $\rho$  em um intervalo durante a ocorrência do distúrbio. Neste caso, nota-se uma ligeira diferença entre os desempenhos dos controladores. Ressalta-se aqui que as variações na curva em rampa do ângulo  $\rho$  estimado podem resultar em sinais não-senoidais o que é indesejável. Os resultados da segunda simulação seguem na Figura 8. Nesta, também verifica-se a

REFERÊNCIAS

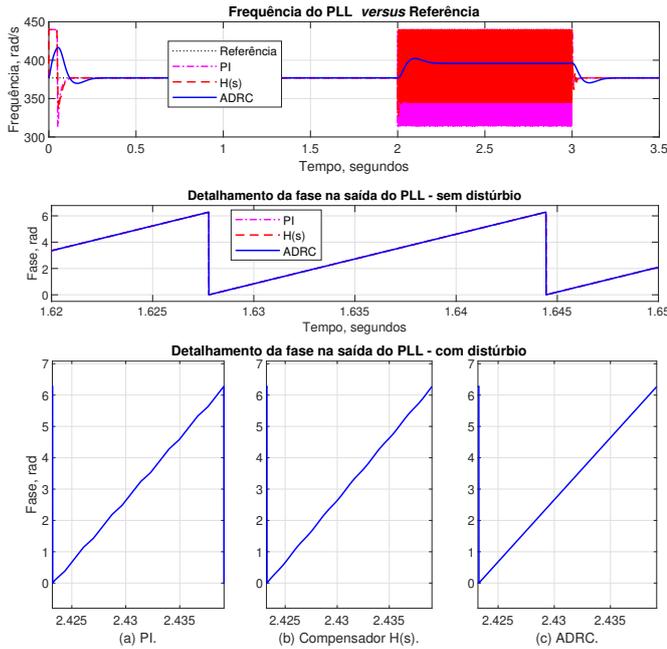


Figura 8. Resultados da segunda simulação.

eficiência dos três controladores na regulação da frequência e do ângulo de sincronismo, nos intervalos onde o distúrbio não ocorre. Contudo, no intervalo 2 – 3 s, o controlador PI (Fig. 8(a)) e o compensador  $H(s)$  (Fig. 8(b)) ficam mais sensíveis ao distúrbio inserido. Nesta simulação, a capacidade de rejeição de distúrbio é mais nítida no caso do controlador ADRC (Fig. 8(c)), que consegue regular a frequência e o ângulo de fase do sistema.

11. CONCLUSÃO

Este artigo apresenta a proposta de uma estrutura SRF-PLL aprimorada por meio da utilização do controlador ADRC. Questões importantes como rejeição de harmônicos e desequilíbrios de tensão são analisadas do ponto de vista teórico. Como pode ser observado nos resultados de simulação, o algoritmo SRF-PLL-ADRC proposto apresenta uma capacidade de filtragem interessante tanto em alta quanto em baixa frequência, apesar de demonstrar um transitório mais lento, quando comparado aos outros controladores clássicos considerados. Discussões sobre a melhoria no *trade-off* entre rejeição de desequilíbrios e resposta dinâmica merecem ainda a atenção para novos estudos visando obter respostas transitórias mais rápidas. O objetivo é que esses estudos futuros façam parte de um algoritmo de detecção de componente de sequências positiva e negativa de sinais trifásicos, para fins de utilização em controles de sistemas de eletrônica de potência.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CEFET/RJ e às agências FAPERJ, CAPES e CNPq pelo apoio financeiro.

Correia, C.A.M., Zachi, A.R.L., and Gouvea, J.A. (2017). Um método de controle robusto por realimentação de saída aplicado em sistemas com parâmetros incertos. In *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 1351–1356. Porto Alegre (RS).

Escobar, G., Ibarra, L., Valdez-Resendiz, J.E., Mayo-Maldonado, J.C., and Guillen, D. (2021). Nonlinear stability analysis of the conventional srf-pll and enhanced srf-epll. *IEEE Access*, 9, 59446–59455.

Feola, L., Langella, R., and Testa, A. (2013). On the effects of unbalances, harmonics and interharmonics on pll systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 62(9), 2399–2409.

Gao, Z., Hu, S., and Jiang, F. (2001a). A novel motion control design approach based on active disturbance rejection. In *Proc. IEEE Conference on Decision and Control*. Orlando, Florida, USA.

Gao, Z., Huang, Y., and Han, J. (2001b). An alternative paradigm for control system design. In *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on*, volume 5, 4578–4585. IEEE.

Han, J. (1998). Auto-disturbance rejection control and its applications. *Control and decision*, 13(1), 19–23.

Han, J. (2009). From pid to active disturbance rejection control. *IEEE transactions on Industrial Electronics*, 56(3), 900–906.

Kathiresan, A.C., PandiaRajan, J., Sivaprakash, A., Sudhakar Babu, T., Islam, M., et al. (2020). An adaptive feed-forward phase locked loop for grid synchronization of renewable energy systems under wide frequency deviations. *Sustainability*, 12(17), 7048.

Kaura, V. and Blasko, V. (1997). Operation of a phase locked loop system under distorted utility conditions. *IEEE Transactions on Industry applications*, 33(1), 58–63.

Liu, P., Chao, Z., and Duan, S. (2020). A digital interconnected bus providing voltage synchronization for the modular series-connected inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 35(12), 12590–12594.

Pereira de Arruda, J. (2008). *Métodos de sincronização de conversores em sistemas de geração distribuída*. Master’s thesis, Universidade Federal de Pernambuco.

Reza, M.S., Sadeque, F., Hossain, M.M., Ghias, A.M., and Agelidis, V.G. (2019). Three-phase pll for grid-connected power converters under both amplitude and phase unbalanced conditions. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 66(11), 8881–8891.

Xie, M., Zhu, C., Yang, Y., and Wen, H. (2017). Srf-pll with in-loop differentiator decouple filter for unbalanced three-phase systems. In *2017 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, 1314–1318. IEEE.

Yazdani, A. and Iravani, R. (2010). *Voltage-sourced converters in power systems*, volume 39. Wiley Online Library.

Zachi, A.R.L., Correia, C.A.M., Filho, J.L.A., and Gouvêa, J.A. (2019). Robust disturbance rejection controller for systems with uncertain parameters. *IET Control Theory & Applications*, 13(13), 1995–2007.