

## Modelo Cinemático para Atuação Completa de Robôs Hexápodes

Rafael P. Bachega\*, Gabriel P. Neves\*,  
Alexandre B. Campo\*\*, Bruno A. Angélico\*

\*Departamento de Engenharia de Controle e Telecomunicações  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – USP, São Paulo, SP  
(e-mail: rafael.bachega@ifsp.edu.br; gabriel.pereira.neves@usp.br; angelico@lac.usp.br)

\*\*Departamento de Engenharia Elétrica  
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP, São Paulo, SP  
(e-mail: brinca@ifsp.edu.br)

---

**Abstract:** This paper explores the kinematics control of the body center and legs trajectory in Myrmex, a hexapod robot that has a statically stable gait. We formulate a model for the kinematics control of the robot body center as a function of actuated joint angles. We show that there is a Jacobian matrix for the robot whole-body control, which is well defined when three or more legs are in contact with the ground. This model allows to explore the involvement of the whole-body during the gait cycle, as well as identify actuation restrictions and increase the working space.

**Keywords:** hexapod robot, legs, gait, kinematic modelling, whole-body control, stability, locomotion.

**Resumo:** Neste trabalho, examinamos o controle cinemático do centro do corpo e as trajetórias das pernas do Myrmex, um robô hexápode com marcha estaticamente estável. Apresentamos a formulação do modelo para o controle cinemático do centro do corpo do robô como uma função dos ângulos articulares atuados. Mostramos que existe uma matriz Jacobiana para o controle inteiro do corpo do robô (WBC - *Whole-Body Control*), sendo bem definida quando três ou mais pernas estão em contato com o terreno. Este modelo permite explorar o envolvimento do corpo todo na obtenção da marcha, bem como identificar restrições de atuação e aumentar seu espaço de trabalho.

**Palavras-chaves:** robô hexápode, pernas, marcha, modelagem cinemática, controle do corpo inteiro, estabilidade, locomoção.

---

### 1. INTRODUÇÃO

Muitos seres vivos fazem movimentos notáveis utilizando suas pernas e potencializam essas manobras quando usam a mobilidade do corpo. De igual forma, a mobilidade em robôs com pernas se correlaciona diretamente com o espaço de trabalho do robô (Agheli et al., 2014). Os robôs caminhantes pertencem à classe de sistemas de base flutuante, ou seja, sistemas que não estão rigidamente conectados ao seu ambiente e podem se mover para qualquer lugar no espaço usando o solo como suporte (Bellicoso et al., 2017). Esses robôs alternam entre a cadeia cinemática aberta e cadeia cinemática fechada durante o ciclo de locomoção. As pernas na fase de suporte (*support phase* – contato com a superfície) formam o sistema fechado e as pernas na fase de transferência (*transfer phase* – balanço) representam o sistema aberto. Usar o corpo além das pernas para aumentar a mobilidade tem sido um desafio, uma limitação significativa em ambientes altamente desestruturados (Buchanan et al. 2020).

Nos últimos anos, no contexto de robôs com pernas, esforços foram dedicados ao projeto de controladores e planejadores de locomoção. McGhee (1967), iniciou as primeiras pesquisas

sobre locomoção robótica com pernas focadas em locomoções estaticamente estáveis. Dessa forma, o centro de massa (CoM) do robô é sempre mantido sobre o polígono formado pelos pés em contato com o solo. Hirose et al. (1985), construiu um robô quadrúpede chamado TITAN que podia subir escadas com atuação individual das pernas. Um avanço na locomoção por pernas foi alcançado por Marc Raibert, quando ele construiu uma série de robôs que alcançaram locomoção de alta velocidade com balanceamento dinâmico (Raibert 1986; Hodgins e Raibert 1991). Esta linha de pesquisa resultou no robô BigDog (Raibert et al. 2008) construído pela *Boston Dynamics*, um robô quadrúpede que usa um trote dinâmico para atravessar terrenos acidentados. Fankhauser et al., (2018) e Fahmi et al., (2020), apresentam o controle de locomoção do robô ANYmal para atravessar de forma robusta uma ampla variedade de terrenos de diferentes conformidades, bem como o controle de todo o corpo.

Saranli, et al. (2001) dedicou-se a abordagem inspirada em conceitos biológicos. No estudo, o robô hexápode *RHex* supera a capacidade limitada de robôs com várias pernas em terrenos acidentados. Fukuoka et al. (2003), Cham et al. (2004) e Smith et al. (2004) tentam superar a capacidade limitada de robôs

com várias pernas em terrenos acidentados com princípios de projetos mecânicos biomiméticos. Pesquisas sobre controladores de inspiração biológica, geralmente na forma de geradores de padrões centrais (CPGs) são apresentadas por Ijspeert (2008). A abordagem CPG pode ser vista de forma análoga ao projeto mecânico biomimético, ou seja, em ambas as abordagens, a robustez do controlador é alcançada na dinâmica do atrator emergente entre o robô, o controlador e o ambiente. Entretanto, pela sua estrutura física e forma de acionamento, até o momento esta abordagem não aproveita significativamente as vantagens das rotações do corpo.

Uma maneira para controlar a posição corporal nesses robôs é tratar cada perna como um manipulador robótico individual, e mover cada perna na direção oposta ao movimento desejado. Encontrar a solução cinemática inversa para uma perna particular é razoavelmente útil em simulações. Entretanto, a abordagem prática sofre com um espaço de trabalho limitado, pois não aproveita as vantagens das rotações do corpo. A Matriz Jacobiana é uma ferramenta poderosa para linearizar a cinemática inversa de um robô e pode ser usada para atingir comandos de velocidade que convergem para solução correta.

Neste trabalho, examinamos o problema da redundância da cinemática inversa para o robô Myrmex, um robô hexápode com marcha estaticamente estável (Bachega et al., 2012). A pesquisa tem por objetivo modelar a estrutura para o controle cinemático do corpo inteiro. O modelo considera atuar na posição e orientação da base flutuante com as pernas na fase de suporte. Esta informação é importante para caminhar em terreno acidentados e inclinados, particularmente com inclinações íngremes, para que o robô seja capaz de adaptar sua postura na superfície, bem como, girar seu corpo para passar sobre um obstáculo suspenso (Buchanan et al. 2020). Com este modelo, pretende-se mostrar que a matriz Jacobiana do centro do corpo (CoB – center of body) é bem definida quando três ou mais pernas estão em contato com o terreno e aproveitar o controle da orientação da plataforma quando ele possui uma estrutura cinemática em cadeia fechada. A seção 2 apresenta a modelagem e são calculadas as equações para o modelo cinemático do sistema. Na seção 3 é descrito o controle cinemático do robô dividido em dois subproblemas: controle cinemático independente das pernas (balanço) e o controle Jacobiano do corpo inteiro (postura). Por fim, as conclusões e trabalhos futuros são exibidos na seção 4.

## 2. MODELAGEM DO SISTEMA

O robô Myrmex tem 24 graus de liberdade (DOF - *degrees of freedom*), incluindo 6 DOF não atuados (passivos) que especificam a posição e orientação do corpo. Para representar o movimento de sistemas de base flutuante, usou-se o conceito de coordenadas generalizadas. Para este fim, a cinemática é descrita como uma função dos vetores  $q_b$ , que descreve as coordenadas da base flutuante, e  $q_a$  que descreve as coordenadas de juntas atuadas.

$$q = \begin{bmatrix} q_b \\ q_a \end{bmatrix}, \quad (1)$$

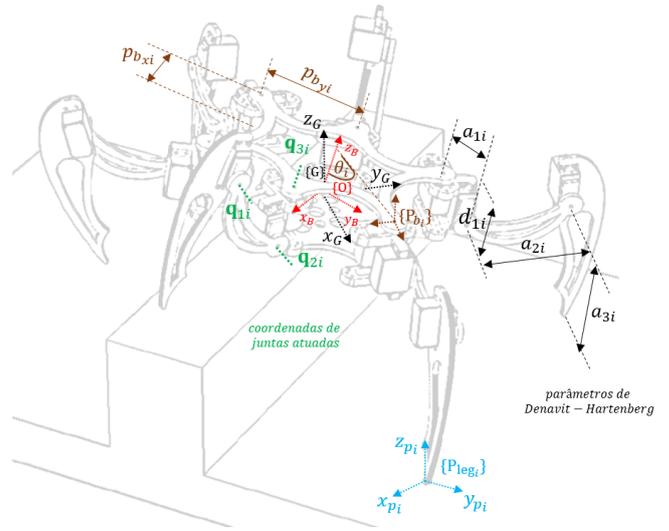


Fig. 1: Estrutura cinemática do robô Myrmex. Sistema de base flutuante descrito com coordenadas atuadas e não atuadas. Parâmetros de Denavit-Hartenberg para descrever a posição e orientação do ponto de apoio da  $i$ -ésima perna são ilustrados.

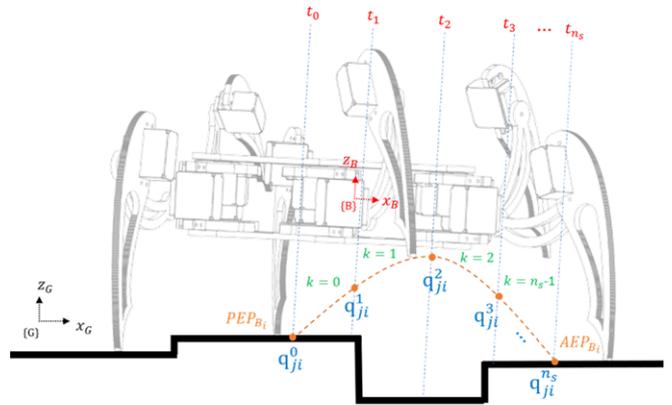


Fig. 2: Planejamento de marcha. Os movimentos de marcha livre são baseados em uma combinação de movimentos das pernas (passo). O movimento da base define indiretamente o movimento das pernas de suporte.

A postura do corpo do robô pertence ao grupo euclidiano especial  $SO(3)$ , e são medidas em relação à estrutura inercial  $\{G\}$ . O vetor  $q \in R^{n_q}$  descreve todos os graus de liberdade do mecanismo  $q_a \in R^{n_a}$  descreve o conjunto atuado (coordenadas generalizadas), e  $q_b \in R^{n_b}$  as coordenadas de base flutuante não atuadas. Neste trabalho, manteremos o formalismo com ângulos de Euler, onde  $n_b = 6$ , temos  $q_b = [p_{x_b}, p_{y_b}, p_{z_b}, \alpha_{pitch}, \beta_{roll}, \varphi_{yaw}]^T$ . Conforme representado na Fig. 1, um dos ligamentos do robô é dedicado como a base com a estrutura fixa no sistema  $\{O\}$  que pode ser arbitrariamente deslocada com relação ao sistema inercial  $\{G\}$ .

## 2.1 Cadeia Cinemática Aberta

Uma primeira abordagem para desenvolver um controlador de caminhada para o Myrmex por posição, será tratar todas as pernas separadamente, e controlar a posição e a orientação do corpo movendo as pernas de forma adequada. Ao considerar cada perna separadamente, utilizamos a convenção de Denavit-Hartenberg para descrever a posição e orientação do ponto de apoio da  $i$ -ésima perna.

Ao considerar cada perna separadamente, utilizamos a relação  ${}_{leg_i}^0T \in R^{4 \times 4}$  para representar a transformação homogênea entre os sistemas de coordenadas  $\{O\}$  e  $\{P_i\}$  (ver Fig. 1), assim:

$${}_{leg_i}^0T = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_i & \mathbf{P}_{leg_i} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

sendo que  $\mathbf{P}_{leg_i} \in \mathbb{R}^3$  e  $\mathbf{R}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  contêm a posição e orientação dos pés do robô relativos ao sistema  $\{O\}$ , respectivamente.

Para cada perna, calculou-se Jacobianos individuais,  $\mathbf{J}_{leg_i} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ , da posição do pé em relação centro do corpo do robô. Diferenciando e resolvendo as velocidades dos pés no sistema relativo  $\{O\}$ , obtêm-se:

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}_{leg_i}) = \frac{\partial \mathbf{P}_{leg_i}}{\partial \mathbf{q}_{a_i}}. \quad (3)$$

As velocidades de junta correspondentes de cada perna são dadas por  $\dot{\mathbf{q}}_{leg_i} \in \mathbb{R}^3$ , tal que,

$$\dot{\mathbf{q}}_{leg_i} = \mathbf{J}(\mathbf{q}_{leg_i})^{-1} \dot{\mathbf{P}}_{leg_i}. \quad (4)$$

O resultado da Eq. (4) propicia um controle do movimento de cada perna,  $i$ , para CoB. Este modelo é útil, inúmeras vezes quando a rotação do corpo não precisa ser especificada. Em situações em que seja necessário um aumento do espaço de trabalho, permitindo que o robô gire o corpo para ajudar a alcançar lugares que, de outra forma, seriam cinematicamente inviáveis, utilizamos o controle de taxa de movimento resolvendo a matriz Jacobiana para o corpo inteiro.

## 2.2 Cadeia Cinemática Fechada

Em geral, o modelo cinemático direto transforma as coordenadas articulares  $\mathbf{q}_a \in \mathbb{R}^{n_a}$  no espaço de tarefas  $\mathbf{x} = [p_{x_b}, p_{y_b}, p_{z_b}]^T \in \mathbb{R}^3$ , tal que:

$$\mathbf{x} = f(\mathbf{q}_a), \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_b(\mathbf{q}_a) \dot{\mathbf{q}}_a, \quad (6)$$

sendo  $\mathbf{J}_b(\mathbf{q}_a) \in \mathbb{R}^{3i \times 3i}$  a matriz Jacobiana do corpo do robô associado ao espaço de tarefas  $\mathbf{x}$ .

$$\mathbf{J}_b(\mathbf{q}_a) = \frac{\partial \mathbf{P}_{leg_i}}{\partial \mathbf{q}_a} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}(\mathbf{q}_{leg_1}) & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}(\mathbf{q}_{leg_6}) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

A abordagem típica para calcular a Jacobiana seria definir a cinemática direta e então diferenciar em relação aos respectivos ângulos de junta atuados. Porém, não é óbvio como fazer isso para o centro do corpo do robô (não associamos a velocidade angular da base flutuante), e algumas suposições devem ser feitas. Em primeiro lugar, observe que dado  $\mathbf{q}_a$ , podemos calcular a posição de todos os pés nos sistemas de coordenadas relativos e absolutos. Em segundo lugar, especificamos que os pés no chão não se movem. Enquanto a velocidade linear descreve a taxa de variação da posição de um ponto do corpo do robô no espaço, o vetor velocidade angular  $\omega_b \in \mathbb{R}^3$  caracteriza a variação da orientação da base flutuante no tempo. A orientação da plataforma depende da orientação e posição final de cada perna do Myrmex. A orientação da  $i$ -ésima perna é dada por  $\mathbf{R}_i$ , da Eq. (2) e precisa satisfazer a matriz de rotação  $\mathbf{R}_b \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ . A matriz  $\mathbf{R}_b$  é baseada em três rotações sucessivas por meio dos ângulos de Euler.

$$\mathbf{R}_b = \mathbf{R}_z(\alpha_{pitch}) \cdot \mathbf{R}_y(\beta_{roll}) \cdot \mathbf{R}_x(\varphi_{yaw}) = \begin{bmatrix} c_\beta c_\varphi & c_\varphi s_\alpha s_\beta - c_\alpha s_\varphi & s_\alpha s_\varphi + c_\alpha c_\varphi s_\beta \\ c_\beta s_\varphi & c_\alpha c_\varphi + s_\alpha s_\beta s_\varphi & c_\alpha s_\beta s_\varphi \\ -s_\beta & c_\beta s_\alpha & c_\varphi c_\beta \end{bmatrix}, \quad (8)$$

onde por simplificação de notação temos:  $c_\alpha = \cos(\alpha_{pitch})$ ,  $c_\beta = \cos(\beta_{roll})$ ,  $c_\varphi = \cos(\varphi_{yaw})$ ,  $s_\alpha = \sin(\alpha_{pitch})$ ,  $s_\beta = \sin(\beta_{roll})$ ,  $s_\varphi = \sin(\varphi_{yaw})$ . No decorrer do texto, serão utilizadas essas notações.

Sendo a matriz  $\mathbf{R}_b$  ortogonal, sabe-se que sua derivada com relação ao tempo é uma matriz antissimétrica  $\Omega_b \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ , definida como:

$$\Omega_b = \dot{\mathbf{R}}_b \cdot \mathbf{R}_b^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{z_b} & \omega_{y_b} \\ \omega_{z_b} & 0 & -\omega_{x_b} \\ -\omega_{y_b} & \omega_{x_b} & 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

A velocidade angular do corpo do robô em relação ao sistema de referência  $\{O\}$  será especificada por esses três parâmetros independentes. Em função dos ângulos de Euler, obtemos:

$$\omega_b = \begin{bmatrix} \omega_{x_b} \\ \omega_{y_b} \\ \omega_{z_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\beta c_\varphi & -s_\varphi & 0 \\ c_\beta s_\varphi & c_\varphi & 0 \\ -s_\beta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Recorrendo à Eq. (4), obtemos as velocidades lineares do ponto de apoio da  $i$ -ésima perna em relação ao sistema  $\{O\}$ .

$$\dot{\mathbf{P}}_{leg_i} = \mathbf{J}(\mathbf{q}_{leg_i}) \dot{\mathbf{q}}_{leg_i}, \quad (11)$$

Relacionando as velocidades angulares do corpo do robô com as velocidades das articulações de cada perna, temos:

$$\dot{\mathbf{P}}_{leg_i} = \dot{\mathbf{x}} + \omega_b \times (\mathbf{R}_i \mathbf{P}_{leg_i}), \quad (12)$$

O lado direito da Eq. (12) pode ser escrito em notação matricial como o produto de duas matrizes:

$$\omega_b \times (\mathbf{R}_i \mathbf{P}_{leg_i}) = \Omega_{leg_i} \omega_b$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & Y_{z_i} & -Y_{y_i} \\ -Y_{z_i} & 0 & Y_{x_i} \\ Y_{y_i} & -Y_{x_i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{x_b} \\ \omega_{y_b} \\ \omega_{z_b} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

sendo:  $\mathbf{Y}_i = \mathbf{R}_i \mathbf{P}_{leg_i} \in \mathbb{R}^3$ .

Manipulando as Eqs. (13) e (10) em (12) é possível obter a matriz Jacobiana  $\mathbf{J}_{x_{1i}}$  que relaciona as velocidades angulares do corpo com as velocidades da perna  $i$ , e a matriz Jacobiana  $\mathbf{J}_{x_2}$  que relaciona as velocidades angulares do corpo com as velocidades angulares dos ângulos de Euler.

$$\dot{\mathbf{P}}_{leg_i} = \mathbf{J}_{x_{1i}} \mathbf{J}_{x_2} \dot{\mathbf{q}}_b, \quad (14)$$

$$\mathbf{J}_{x_{1i}} = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \Omega_{leg_i}], \quad (15)$$

$$\mathbf{J}_{x_2} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \begin{bmatrix} c_\beta c_\varphi & -s_\varphi & 0 \\ c_\beta s_\varphi & c_\varphi & 0 \\ -s_\beta & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}, \quad (16)$$

Avaliando todo o corpo do robô, pode-se igualar as Eqs. (11) e (14) para todas as pernas. Dessa forma, encontramos:

$$\mathbf{J}_b \dot{\mathbf{q}}_a = \mathbf{J}_x \dot{\mathbf{q}}_b, \quad (17)$$

$$\mathbf{J}_x = \mathbf{J}_{x_1} \mathbf{J}_{x_2} \in \mathbb{R}^{3i \times 6}, \quad (18)$$

$$\mathbf{J}_{x_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \Omega_{leg_1} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & \Omega_{leg_6} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3i \times 6}, \quad (19)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_a = \mathbf{J}_b^{-1} \mathbf{J}_x \dot{\mathbf{q}}_b \in \mathbb{R}^{3i \times 1}. \quad (20)$$

A Eq. (20) permite o controle de movimentos do centro do corpo do robô. Note que o vetor  $\mathbf{q}_a$  está associado ao conjunto de coordenadas ativas. Esse modelo varia conforme a sua postura (depende de quais pernas estão fixas com a superfície). O vetor  $\mathbf{q}_b$  corresponde a posição e orientação do corpo. Quando ocorrer situações em que a dimensão do vetor de entrada é maior que o vetor de saída, têm-se redundâncias (Gosselin, et al., 1990).

### 2.3 Singularidades

Para robôs com pernas a complexidade do estudo de singularidades aumenta, devido à quantidade de caminhos fechados que possam existir entre os diferentes arranjos de pernas com o terreno. No geral, autores costumam dividir o problema em duas partes: uma matriz Jacobiana associada a cinemática direta, e outra matriz associada à inversa (Gosselin, et al., 1990). Avaliando dessa maneira, a função implícita  $f(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}_b) = \mathbf{0}$ , representa a relação entre o conjunto de variáveis de entrada  $\mathbf{q}_a$  e o conjunto de variáveis de saída  $\mathbf{q}_b$ . As matrizes  $\mathbf{J}_x$  e  $\mathbf{J}_b$  são Jacobianas de  $f$  e podem ser reformuladas, respectivamente como  $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}_b}$  e  $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}_a}$ , e assim, as singularidades podem ocorrer de três maneiras. O primeiro tipo de singularidade acontece quando  $\det(\mathbf{J}_b) = 0$ . Nessa singularidade, a cadeia cinemática atinge a fronteira do espaço de trabalho. Consiste em um conjunto de pontos que não convergem para solução da cinemática inversa (existem alguns vetores  $\dot{\mathbf{q}}_a$  não nulos que resultam em vetores  $\dot{\mathbf{x}}$  nulos). O robô apresenta *rigidez infinita* em alguma direção de movimento. Analisando a Eq. (7) tem-se que:

$$\det(\mathbf{J}_b) = \prod_{i=1}^6 \det(\mathbf{J}_{q_{leg_i}}), \quad (21)$$

e para  $i$ -ésima, perna temos:

$$\det(\mathbf{J}_{q_{leg_i}}) = a_{1i}a_{2i}\{s_{q_{1i}}[a_{3i} + c_{q_{2i}}(a_{1i}c_{q_{1i}} + a_{2i})] + s_{q_{2i}}(a_{1i}c_{q_{1i}}^2 - a_{1i})\}, \quad (22)$$

Por simplificação de notação temos:  $s_{q_{1i}} = \sin(q_{1i})$ ,  $s_{q_{2i}} = \sin(q_{2i})$ ,  $c_{q_{1i}} = \cos(q_{1i})$  e  $c_{q_{2i}} = \cos(q_{2i})$ .

Na Eq. (22) as singularidades ocorrem se  $s_{q_{1i}} = \pm n\pi, \forall n \in \mathbb{N}$ . A matriz  $\mathbf{J}_b$  é sempre quadrada em função do número de pernas ativas.

O segundo tipo de singularidade ocorre quando  $\det(\mathbf{J}_x) = 0$ . Como  $\mathbf{J}_x$  é o produto das matrizes  $\mathbf{J}_{x_1}$  e  $\mathbf{J}_{x_2}$ , se houver uma singularidade cinemática, então significa que  $\det(\mathbf{J}_{x_1}) = 0$  ou  $\det(\mathbf{J}_{x_2}) = 0$ . Nesse caso, a singularidade está dentro do espaço de trabalho e corresponde a pontos ou conjunto de pontos a serem encontrados pelo modelo cinemático direto (de forma análoga, existem vetores  $\dot{\mathbf{x}}$  não nulos que resultam em vetores  $\dot{\mathbf{q}}_a$  nulos). Em tal configuração, dizemos que o ligamento de saída ganha um ou mais graus de liberdade, em virtude da dualidade série-paralela (Waldron, et al., 1991). O robô será incapaz de resistir a forças/momentos em alguma direção específica (apresenta *rigidez nula* em alguma direção de movimento). Encontramos  $\mathbf{J}_{x_2}$  em condição de singularidade em função da convenção dos ângulos de Euler adotada. Para a rotação escolhida (ver Eq. 8) a condição de singularidade ocorre quando  $\cos \beta_{roll} = (2n + 1)\pi/2, \forall n \in \mathbb{N}$ . Essa configuração, praticamente improvável, corresponde a uma orientação do robô no eixo longitudinal completamente na vertical em relação a superfície de apoio.

A matriz  $\mathbf{J}_{x_1}$  pode se tornar necessariamente quadrada apenas quando o robô hexápode estiver na fase de suporte com duas pernas. Essa condição de instabilidade estática confere a  $\mathbf{J}_{x_1} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ , podendo causar singularidade no sistema quando  $\det(\Omega_{leg_i} - \Omega_{leg_k}) = 0$ , para  $1 \leq i \leq 6, 1 \leq k \leq 6, e i \neq k$ . Em outros arranjos das pernas, a matriz  $\mathbf{J}_x$  não é inversível sem o recurso da pseudo-inversa. De forma diferente da matriz  $\mathbf{J}_b$ , viu-se que a matrix  $\mathbf{J}_x$  se torna quadrada em algumas situações das pernas, porém, não há necessidade da inversão dessa matriz, pois o movimento do corpo do robô não pode ser gerado diretamente.

O terceiro tipo de singularidade ocorre em condições específicas de acionamento. Para certas configurações de entrada, simultaneamente  $\mathbf{J}_b$  e  $\mathbf{J}_x$  tornam-se singulares (se determinadas configurações iniciais forem satisfeitas). O robô pode alcançar configurações de posição que degeneram o sistema de equações cinemáticas que rege o movimento do robô. Isso significa que o robô pode requerer movimentos quando atuadores estão bloqueados ou quando movimentos nas entradas não produziram nenhum movimento na saída (corpo do robô), garantindo que  $\det(\mathbf{J}_x) = \det(\mathbf{J}_b) = 0$ .

### 3. RESULTADOS

Para implementar o controle cinemático do robô, o problema foi dividido em duas partes: controle cinemático independente das pernas (balanço) e o controle Jacobiano do corpo inteiro (postura). Os requisitos de controle podem transitar entre os dois estados durante a locomoção. Adotou-se a convenção de  $((R_1, R_2 \text{ e } R_3))$  para o lado direito do robô e  $(L_4, L_5 \text{ e } L_6)$  para o lado esquerdo.

Para garantir que a simulação seja viável e segura para o robô realizar impomos as seguintes restrições:

1. Terreno: as simulações foram feitas em superfícies planas e sem obstáculos.
2. Acessibilidade de contato: o robô hexápode deve ser capaz de atingir todas as posições do corpo enquanto mantém as pernas em contato com o terreno. Para garantir isso, definimos um parâmetro de altura máxima permitida ( $h_{max}$ ) acima da elevação do terreno.
3. Estabilidade: as posturas devem ser estaticamente estáveis. Se o centro de massa (CoM) do robô estiver projetado dentro do polígono definido pelos pontos de contato no plano horizontal, o robô é considerado estável. Durante as simulações mantivemos essa condição satisfeita com pelo menos três pernas na fase de suporte  $(R_1, L_5 \text{ e } R_3)$  ou  $(R_2, L_4 \text{ e } L_6)$ .
4. O centro do robô é definido pelo sistema  $\{B\}$  que coincide na origem do sistema  $\{O\}$  (ver Fig. 2).

#### 3.1 Controle Cinemático Independente das Pernas

No controle independente das pernas a orientação do corpo precisa ser especificada (utilizamos  $\alpha_{pitch} = 0, \beta_{roll} = 0$  e  $\varphi_{yaw} = 0$ ). Predefinimos o número máximo de pontos que cada perna pode receber, de forma que, através de um algoritmo de cinemática inversa (Eq. 4), o simulador gere as correspondentes trajetórias das juntas  $\dot{\mathbf{q}}_{ji}$  (Fig. 2) para a  $i$ -ésima perna. Definiu-se uma trajetória parabólica para o ponto de apoio da perna. Após definir as trajetórias correspondentes, o vetor com as soluções cinematicamente viáveis para juntas de cada perna pode ser especificado como  $\mathbf{q}_{ji}^n = [q_{ji}^0 \quad q_{ji}^1 \quad \dots \quad q_{ji}^{n_s}]^T$ . Os sub índices  $j$  e  $i$  serão utilizados para representar as articulações e as pernas do robô, respectivamente. Dessa forma,  $j = \{1, 2, 3\}$  e  $i = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . No início do movimento, o gerador de trajetória calcula o polinômio que conecta o estado atual e os estados desejados das articulações desse vetor. Esses parâmetros são ajustados por um polinômio cúbico. A Fig. 3 exemplifica a evolução temporal das juntas de uma das pernas do robô, seguindo a trajetória durante a fase de transferência.

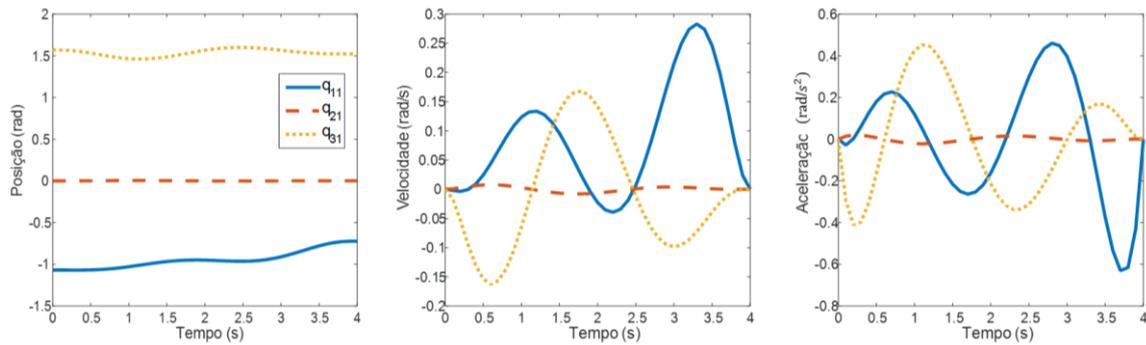


Fig. 3: Evolução temporal das articulações da perna  $L_4$  do robô hexápode Myrmex seguindo a trajetória parabólica definida.

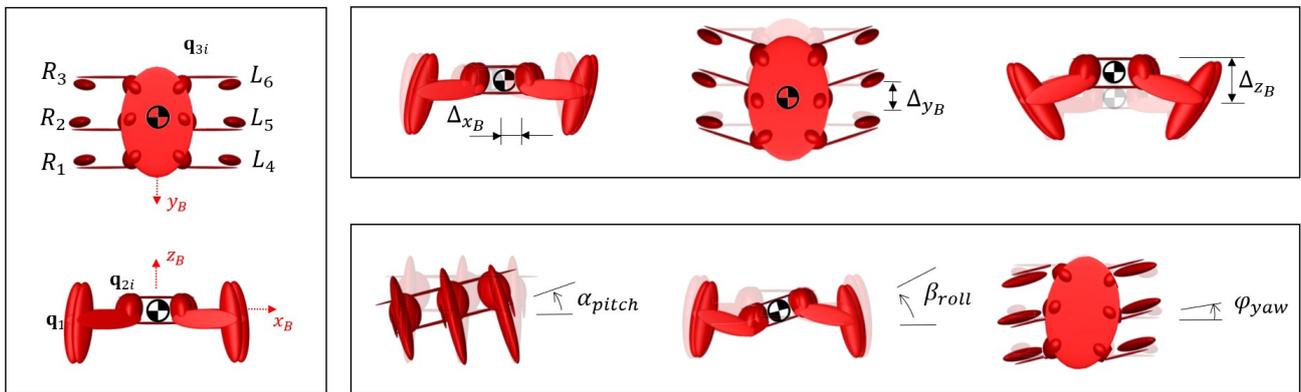


Fig. 4: Controle de movimentos da base flutuante. Aplicou-se deslocamentos de  $0,005m$  a cada iteração, nas situações de translação. Para orientação do corpo, aplicamos em cada iteração  $0,0872$  rad ao redor dos respectivos eixos.

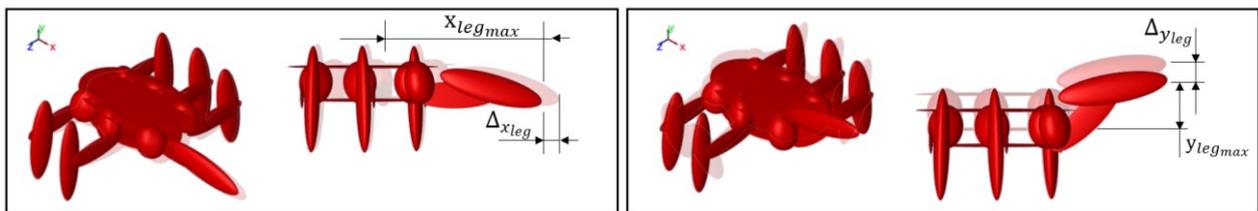


Fig. 5: Aumento do espaço de trabalho do robô. Pernas foram posicionadas em seu limite cinemático e com a atuação no corpo do robô é possível expandir o alcance.

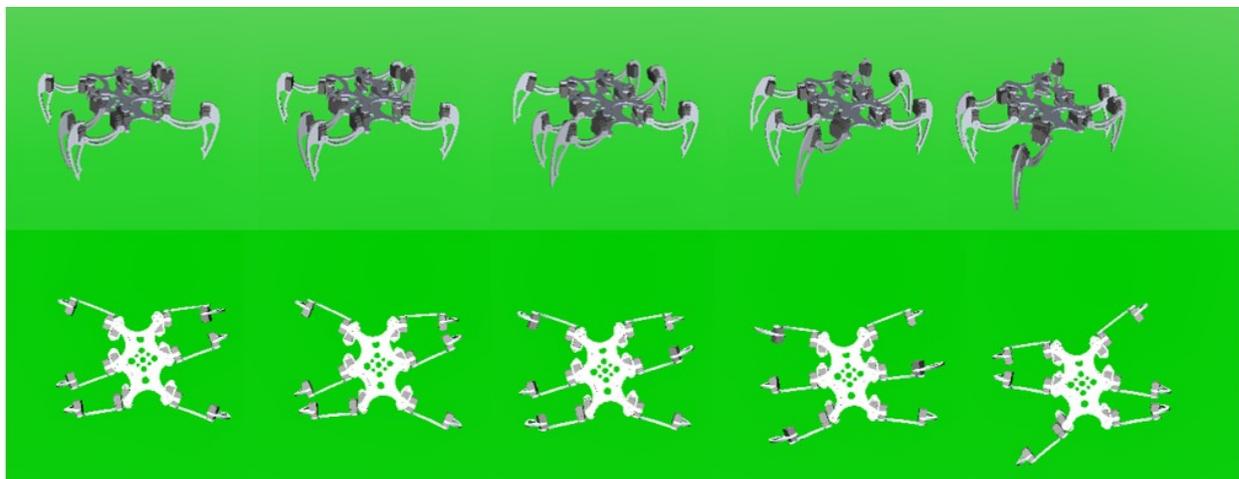


Fig. 6: Simulação da marcha trípede: sequência de locomoção periódica com velocidade do corpo constante.

### 3.2 Controle Jacobiano do Corpo Inteiro

Para estabelecer o movimento apenas da base flutuante especificamos novamente a orientação inicial da plataforma ( $\alpha_{pitch} = 0$ ,  $\beta_{roll} = 0$  e  $\varphi_{yaw} = 0$ ) e condições iniciais para as articulações. Aplicamos translações em apenas uma direção para facilitar a análise dos resultados. A cada iteração de translação deslocamentos de  $0,005\text{ m}$  foram aplicados. Durante a translação no eixo  $x$ , houve variação apenas nas juntas  $\mathbf{q}_{1i}$ , enquanto os outros se mantiveram em condições iniciais. Na simulação com translação apenas no eixo  $y$ , conforme previsto, alterações ocorreram em todas as juntas. A translação apenas no eixo  $z$  permitiu modificações nas articulações  $\mathbf{q}_{1i}$  e  $\mathbf{q}_{2i}$  (ver Fig. 4).

De forma equivalente aplicamos rotações em torno de apenas um eixo. Em cada iteração, rotações de  $0,0872\text{ rad}$  foram aplicadas ao redor dos respectivos eixos. Na rotação em torno de  $x$  ( $\alpha_{pitch}$ ), conforme previsto, encontramos variações em todas as juntas. No decorrer da simulação com rotação em  $y$  ( $\beta_{roll}$ ) houve variação apenas nas juntas  $\mathbf{q}_{1i}$  e  $\mathbf{q}_{2i}$ . Durante a rotação em  $z$  ( $\varphi_{yaw}$ ), observou-se que houve variação em todas as juntas (conforme movimentos ilustrados pela Fig. 4).

A capacidade de atuação limitada no controle independente das pernas é observada na Fig. 5. As ilustrações exemplificam limites cinemáticos das pernas ( $x_{leg_{max}}$  e  $y_{leg_{max}}$ ) dentro do seu volume de trabalho e o aumento do espaço de trabalho do robô ( $\Delta_{x_{leg}}$  e  $\Delta_{y_{leg}}$ ) quando exploramos a atuação cinemática completa do corpo.

Na Fig. 6 temos uma simulação de marcha trípede. Nesta marcha a sequência de locomoção é periódica e a velocidade do corpo constante. As pernas de suporte e transferência efetuam seus movimentos simultaneamente e os pés são levantados e colocados no solo de acordo com um padrão repetitivo. As pernas 1, 5 e 3 movimentam-se com o fator de ocupação  $\beta_{1,5,3} = 0$ , as outras com  $\beta_{2,4,6} = 0,5$ , e a altura da plataforma  $h_{max} = 0,1\text{ m}$ . Normalmente, o controlador requer que a trajetória do CoM seja especificada para garantir a estabilidade durante a locomoção. Um algoritmo recebe as coordenadas de posição das pernas e retorna se o CoM permanece dentro do polígono formado pelos pés em contato com o solo.

## 4. CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentamos a formulação da matriz Jacobiana para atuação cinemática completa do robô hexápode Myrmex durante a fase de suporte. Dois métodos de controle foram explorados, controle cinemático independente das pernas (balanço) e o controle Jacobiano do corpo inteiro (postura). Observamos nas simulações, que o modelo obtido, permite alterar a posição e orientação da base flutuante. A capacidade limitada em termos de atuação e controle individual das pernas são restrições adicionais que reduzem ainda mais movimentos alcançáveis. A atuação cinemática completa permite que o corpo do robô gire e translate para ajudar a alcançar lugares que, de outra forma, seriam cinematicamente inviáveis. Para trabalhos futuros, pretende-se abordar os problemas de implementação dessa estrutura cinemática completa no robô e

pretendemos utilizar o modelo para adaptação da postura em superfícies irregulares ou acidentadas. Além disso, exploraremos o uso de métricas de estabilidades potenciais para o controlador seguir, em vez de especificar trajetórias exatas.

## REFERÊNCIAS

- Agheli, M., and Nestinger, S. S. (2014). Closed-Form Solution for Constant-Orientation Workspace and Workspace-Based Design of Radially Symmetric Hexapod Robots. *ASME. J. Mechanisms Robotics*. 6(3): 031007.
- Bachega R. P., Pires R. and Campo A. B. (2012). Hardware configuration of hexapod robot to force feedback control development. *Proceedings of the 2012 44th Southeastern Symposium on System Theory (SSST)*, pp. 115-120.
- Buchanan R., Wellhausen L., Bjelonic M., Bandyopadhyay T., Kottege N., Hutter M. Perceptive Whole-Body Planning for Multilegged Robots in Confined Spaces. *J. Field Robotics* 38(1): 68-84 (2020)
- Bellicoso C. Dario, Jenelten F., Fankhauser P., Gehring C., J. Hwangbo and Hutter M. (2017). Dynamic locomotion and whole-body control for quadrupedal robots. *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 3359-3365.
- Cham J., Karpick J. and Cutkosky M., (2004). Stride Period Adaptation of a Biomimetic Running Hexapod. *The International Journal of Robotics Research* 23: 141.
- Fankhauser P, Hutter M. (2018). ANYmal: A unique quadruped robot conquering harsh environments. *Research Features*, 126: 54– 57.
- Fahmi S., Focchi M., Radulescu A., Fink G., Barasuol V. and Semini C., (2020). STANCE: Locomotion Adaptation Over Soft Terrain. *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 36, no. 2, pp. 443-457.
- Fukuoka Y., Kimura H. and Cohen A., (2003). Adaptive dynamic walking of a quadruped robot on irregular terrain based on biological concepts. *The International Journal of Robotics Research* 22: 187.
- Gosselin C. and Angeles. J., (1990). Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 6, no. 3, pp. 281-290.
- Hodgins J and Raibert M (1991). Adjusting step length for rough terrain locomotion. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 7: 289–298.
- McGhee R., (1967). Finite state control of quadruped locomotion. *Simulation* 9: 135–140.

- McGhee R., Orin D., Pugh D., and Patterson M., (1985). A Hierarchically Structured System for Computer Control of a Hexapod Walking Machine. *Theory and Practice of Robots and Manipulators*.
- Raibert M (1986) Legged Robots that Balance. Cambridge, MA: MIT Press.
- Raibert M, Blankespoor K, Nelson G and Playter R (2008). BigDog, the Rough Terrain Quaduped Robot. *Proceedings of the 17th International Federation of Automation Control*, April 2008, pp. 10822–10825.
- Saranli U., Buehler M. and Koditschek D. E. (2001). RHex: A Simple and Highly Mobile Hexapod Robot. *The International Journal of Robotics Research*, pp. 616-631.
- Shkolnik A. and Tedrake R. (2007). Inverse Kinematics for a Point-Foot Quadruped Robot with Dynamic Redundancy Resolution. *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4331-4336.
- Smith J and Poulakakis I (2004) Rotary Gallop in the Untethered Quadrupedal Robot Scout II. *In Proceedings 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2004 (IROS 2004), Vol. 3.
- Waldron K. J. and Hunt K. H. (1991). Series-Parallel Dualities in Actively Coordinated Mechanisms. *The International Journal of Robotics Research*, vol. 10, n° 5, pp. 473-480.
- Wooden D., Malchano M., Blankespoor K., Howardy A., Rizzi A. and Raibert M. Autonomous navigation for BigDog. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4736-4741, 2010.