

Sintonia de Controladores PID Aplicados a Modelos de Plantas Reais Utilizando o Algoritmo PSO na Minimização da Magnitude do Sinal de Controle

Jean C. Batista*, Juan F. Vidal**, Orlando F. Silva*, Wendler L. N. Matos*

*Programa de Educação Tutorial de Engenharia Elétrica da UFPA, Belém, PA, Brasil

**Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da UFPA, Belém, PA, Brasil

Emails: jeancbatista8@gmail.com, eng.juanvidal@gmail.com, orfosi@ufpa.br, wendleerluis@gmail.com.

Abstract: This work proposes an alternative way of tuning the parameters of PID controllers using the Particle Swarm Optimization (PSO) population metaheuristic. For this, a computer program was developed in the Scilab software to run the PSO, with the objective of calculating the parameters of PID controllers for models of real didactic plants that emulate physical processes found in the industry, so that the system error signal closed loop and the magnitude of the control signal are minimal for a single step reference. The results obtained were evaluated from the quadratic performance indexes based on the integral of the error (IAE, ISE, ITAE, ITSE) and the control signal (ISU) and showed that the PSO achieved satisfactory performances for the tuning of PID controllers with minimal magnitude control action.

Resumo: Este trabalho propõe uma maneira alternativa de sintonizar os parâmetros de controladores PID utilizando a metaheurística populacional de Otimização por Enxame de Partículas (PSO - *Particle Swarm Optimization*). Para tanto, desenvolveu-se um programa computacional no *software Scilab* para executar o PSO, com o objetivo de calcular os parâmetros de controladores PID para modelos de plantas didáticas reais que emulam processos físicos encontrados na indústria, de modo que o sinal de erro do sistema em malha fechada e a magnitude do sinal de controle sejam mínimos para uma referência degrau unitário. Os resultados obtidos foram avaliados a partir dos índices de desempenho quadrático baseados na integral do erro (IAE, ISE, ITAE, ITSE) e do sinal de controle (ISU) e mostraram que o PSO atingiu desempenhos satisfatórios para a sintonia de controladores PID com ação de controle de magnitude mínima.

Keywords: PID controllers; Population metaheuristic; PSO; Error signal; Control Signal Magnitude.

Palavras-chaves: Controladores PID; Metaheurística Populacional; PSO; Sinal de Erro; Magnitude do Sinal de Controle.

1. INTRODUÇÃO

Mesmo com o desenvolvimento de diversas estratégias de controle, o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) se mantém como a estrutura de controle mais utilizada na indústria (Bari et al., 2019). Para Ogata (2011), a utilidade dos controladores PID está na sua aplicabilidade geral à maioria dos sistemas de controle, especialmente quando o modelo matemático da planta é desconhecido.

A sintonia de controladores é um problema recorrente na área de controle, sendo alvo de estudo nas disciplinas de Engenharia de Controle e Automação. Em aplicações reais, além sintonização do controlador para atender as especificações do projeto, é fundamental verificar se ele é viável do ponto de vista da magnitude do sinal de controle, visto que as plantas reais possuem limitações físicas quanto ao seu ponto de operação. Ademais, a inserção de um controlador devidamente sintonizado em uma malha industrial agrega vantagens competitivas, como aumento da margem de ganho, diminuição dos custos energéticos, aumento da velocidade da resposta, minimização dos custos de produção e dos impactos ambientais (Chen, 1995).

Os métodos clássicos de sintonia se mostram úteis na determinação dos parâmetros dos controladores. Contudo, em muitas situações é necessário um ajuste fino para regular o controlador para uma condição próxima da ideal, acarretando atrasos e perda de produtividade. Além disso, cada vez mais a complexidade dos sistemas aumenta, exigindo ferramentas poderosas para lidar com tais situações. Assim, a alternativa para contornar essa problemática tem sido abordar a sintonia de controladores por meio das técnicas de otimização.

As técnicas tradicionais, embasadas no cálculo diferencial, podem ser utilizadas como ferramentas de otimização, embora seja necessário que a função a ser otimizada seja diferenciável em todo seu espaço de busca, sendo que, em muitas situações, o cálculo do gradiente não é obtido facilmente. Assim, os métodos de busca probabilística baseados em Inteligência Computacional (IC), especialmente as metaheurísticas populacionais, entre elas o *Particle Swarm Optimization* (PSO), têm sido amplamente desenvolvidos na tentativa de atingir soluções que não dependam de conhecimento prévio sobre o espaço de busca (Vidal, 2016).

Dada a importância dos controladores PID na indústria, bem como as possíveis limitações físicas no controle de plantas

reais, buscou-se aplicar o algoritmo PSO para sintonizar controladores PID, considerando a minimização da magnitude da ação de controle, com o objetivo de evitar regiões de saturação e, como consequência, obter-se controladores com baixo consumo energético.

2. CONTROLADORES PID

O controlador PID combina as vantagens das ações proporcional (P), integral (I) e derivativa (D), a fim de resultar em um controle satisfatório à planta ou sistema a ser controlado. Unindo-se as ações proporcional, integral e derivativa, obtém-se o controlador PID em (1), onde K_p , K_i , K_d e T_f são, respectivamente, o ganho proporcional, ganho integral, ganho derivativo e a constante de tempo de um filtro passa baixa, sendo estes os parâmetros do controlador.

$$PID(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d}{1+T_f s} \quad (1)$$

2.1 O Sinal de Controle e o Problema da Saturação

Em sistemas de controle reais, a ação de controle gerada pelo controlador possui restrições físicas em seu valor máximo, do contrário pode provocar situações indesejáveis, como saturação de dispositivos constituintes do sistema que, saindo das regiões lineares, ocasionam um desempenho não desejado, causando mau funcionamento, danos estruturais em seus componentes internos, adjacentes e, dependendo da aplicação, pode ocasionar elevados prejuízos financeiros e à vida (Chen, 1995). Assim, delimita-se a magnitude do sinal de controle $u(t)$, no domínio do tempo, de acordo com (2).

$$|u(t)| \leq M \quad (2)$$

Onde M é o valor máximo admissível para o sinal de controle $u(t)$.

3. SINTONIA DE CONTROLADORES PID

O ajuste de K_p , K_i , K_d e T_f é chamado de sintonia e visa a determinação desses parâmetros, de modo que a resposta da planta em malha fechada atenda às especificações do projeto a respeito do máximo sobressinal M_p , tempo de subida T_r , tempo de acomodação T_s e erro de regime permanente e_{ss} . Existem diversos métodos clássicos para realizar o projeto do controlador, como o método de Ziegler e Nichols, da Resposta em Frequência e do Lugar Geométrico das Raízes. Geralmente, tais métodos podem produzir bons controladores para plantas de baixa complexidade, contudo para plantas mais complexas, podem não produzir (Bindu and Namboothiripad, 2012). Neste contexto o PSO surge como uma alternativa aos métodos clássicos de sintonia.

3.1 Particle Swarm Optimization

O PSO, desenvolvido por Kenedy e Eberhart em 1995, é uma técnica de otimização baseada na análise do comportamento social emergente em populações de aves em busca de alimento. No PSO, cada partícula representa uma possível solução e, conforme ocorrem as iterações sociais entre os

indivíduos, o enxame se direciona a pontos mais bem avaliados, de acordo com ponderações que consideram as experiências adquiridas individualmente e em grupo (Kennedy and Eberhart, 1995). A Fig. 1 exibe o fluxograma padrão de execução do PSO.

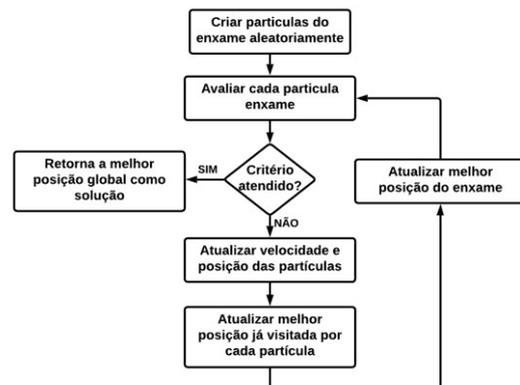


Fig. 1. Fluxograma padrão do PSO.

O PSO é inicializado com uma quantidade aleatória de agentes. Após a criação do enxame, cada agente percorre o espaço de soluções em busca das melhores posições. As partículas carregam consigo informações de sua posição e velocidade, que são armazenadas nos vetores definidos em (3) e (4). Onde N é o número de partículas, d é a dimensão do espaço de busca e t são as iterações do algoritmo.

$$X_n(t) = [x_{n1}(t), x_{n2}(t), \dots, x_{nd}(t)], \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

$$V_n(t) = [v_{n1}(t), v_{n2}(t), \dots, v_{nd}(t)] \quad (4)$$

A cada iteração as posições das partículas são alteradas, forçando-as a se movimentar à procura de melhores soluções. Dessa forma as partículas trocam informações entre si, mapeiam diferentes regiões do espaço de busca e combinam seus conhecimentos de modo a se direcionarem às melhores posições já avaliadas.

A velocidade de uma partícula n e sua posição atualizada são descritas em (5) e (6), respectivamente.

$$V_n(t+1) = \omega V_n(t) + r_1 c_1 (P_n(t) - X_n(t)) + r_2 c_2 (P_g(t) - X_n(t)) \quad (5)$$

$$X_n(t+1) = X_n(t) + V_n(t+1) \quad (6)$$

Onde ω é o fator inercial, c_1 e c_2 são os fatores cognitivo e social, r_1 e r_2 são valores aleatórios entre 0 e 1 que definem o comportamento das partículas, ponderando a cada iteração os fatores cognitivo e social, P_n é a melhor posição da partícula n e P_g é a melhor posição global do enxame.

3.2 O PSO Aplicado à Sintonia de Controladores PID

A restrição na magnitude da ação de controle deve ser considerada no projeto de controladores reais, uma vez que a magnitude elevada pode tornar o controlador projetado inviável. Assim, para considerar as restrições do sinal de controle e se obter um controlador PID causal, a solução encontrada consistiu em minimizar o índice de desempenho

quadrático em (7), adicionando o fator de ponderação QQ como um dos parâmetros a ser obtido pelo PSO.

$$J_n = \int_0^{\infty} [QQ(y_n(t) - y_d(t))^2 + u_n(t)^2] dt \quad (7)$$

Onde $y_d(t)$ é a resposta desejada, de acordo com um modelo de referência obtido a partir das especificações de projeto, $y_n(t)$ e $u_n(t)$ são, respectivamente, a resposta e o sinal de controle obtidos pela n -ésima partícula do enxame. O algoritmo recebe como entrada os valores desejados de M_p , T_r e T_s e deve retornar os parâmetros do PID que permitam a planta atingir a resposta desejada.

Para a sintonia dos parâmetros do controlador PID com restrição na magnitude da ação de controle, usando o PSO, uma partícula n que compõe o enxame deve representar uma combinação dos valores de K_p , K_i , K_d , T_f e QQ conforme é definido em (8).

$$\varphi_n = [K_p \ K_i \ K_d \ T_f \ QQ] \quad (8)$$

Assim, o PSO deve ser capaz de encontrar, no espaço de busca, uma partícula n , tal que J_n em (10) seja mínimo.

A partir dos valores de J_n , o PSO calcula a aptidão de cada indivíduo conforme a função *fitness* em (9), onde ρ é um termo usado para evitar indeterminação matemática, caso J_n seja zero e pode assumir valor igual a 0,01.

$$F_n = \frac{1}{\rho + J_n} \quad (9)$$

Por meio do valor de F_n o PSO retorna a partícula que melhor atende aos requisitos de projeto. O indivíduo de maior valor de *fitness* é aquele que possui o valor mínimo de J_n .

4. DESCRIÇÃO DOS PROCESSOS CONTROLADOS E RESULTADOS OBTIDOS

As plantas utilizadas são sistemas SISO (*Single Input – Single Output*). Os testes foram realizados para o caso servo, isto é, para o seguimento de uma referência do tipo degrau.

Foram testados enxames com 20, 30 e 40 indivíduos para a mesma configuração dos parâmetros ω , c_1 e c_2 . A Tabela 1 resume a configuração dos parâmetros do PSO que obtiveram resultados mais satisfatórios após 5 inicializações.

Tabela 1. Configuração dos parâmetros do PSO.

Partículas	ω	c_1 e c_2	Iterações
20	0,4	2	100

A Tabela 2 exhibe os intervalos de busca dos parâmetros do PID a serem encontrados pelo PSO. Tais intervalos foram obtidos por meio de testes do algoritmo, observando os valores mínimos e máximos que tornam os sistemas instáveis.

Tabela 2. Intervalo de busca dos parâmetros do PID.

K_p	K_i	K_d	T_f	QQ
0 a 50	0 a 50	0 a 50	0 a 50	50 a 100

4.1 Ball and Beam

O *Ball and Beam* é uma planta didática, utilizada em laboratórios de sistemas de controle para o ensino, projeto e aplicação das técnicas de controle existentes. Os conceitos abordados neste sistema podem ser estendidos a problemas de estabilização horizontal de aeronaves durante o pouso e no fluxo de ar turbulento, ou no equilíbrio de bens transportados por robôs (Kumar et al., 2014).

O *Ball and Beam* é constituído por uma barra horizontal que sofre inclinações pela ação de um servo motor, cujo eixo está acoplado a uma das extremidades da barra, um microcontrolador Arduino UNO, um sensor infravermelho e uma bola de aço que pode se deslocar livremente sobre a barra. A Fig. 2 ilustra o sistema *Ball and Beam* desenvolvido no Laboratório de Controle e Sistemas (LACOS) da Universidade Federal do Pará.

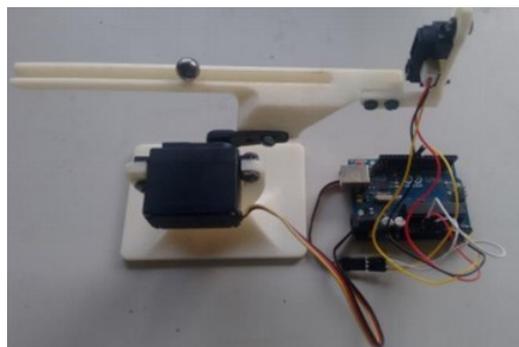


Fig. 2. Sistema *ball and beam* (LACOS-UFPA)

O *Ball and Beam* é uma planta instável em malha aberta. Assim, para uma entrada de amplitude limitada, o sinal resultante possui uma amplitude ilimitada. A função de transferência que modela o seu comportamento dinâmico é definida em (10), onde a saída do sistema é o deslocamento da bola representado por $Y(s)$ e $U(s)$ é o sinal de controle aplicado ao servo motor para promover o deslocamento angular em seu eixo.

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0.37}{s^2} \quad (10)$$

A Fig. 3 ilustra o sinal de referência (na cor preta), a resposta ao degrau unitário do *Ball and Beam* em malha aberta (na cor vermelha), a resposta desejada com base nas especificações de projeto (na cor verde) e a resposta obtida com o PID sintonizado via PSO (na cor azul).

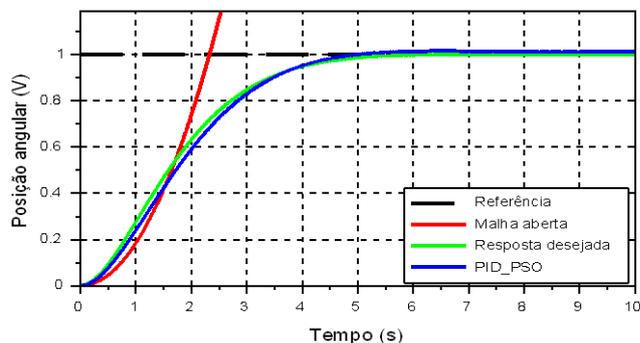


Fig. 3. Resposta ao degrau unitário do *Ball and Beam*.

A Fig. 4 exibe o sinal de controle do PID sintonizado para o processo *Ball and Beam*.

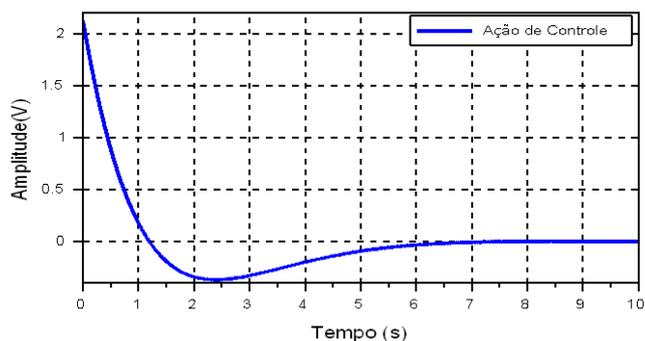


Fig. 4: Sinal de controle do *Ball and Beam*.

A Fig. 5 exibe a evolução da função *fitness* em termos dos valores máximos (na cor verde), mínimos (na cor vermelha) e médios (na cor azul) obtidos para as partículas avaliadas ao longo das interações do PSO para o *ball and beam*.



Fig. 5: Evolução da função *fitness* para o *Ball and Beam*.

A Tabela 3 resume as características de desempenho do *Ball and Beam* em malha aberta, as especificadas para o projeto do controlador e as obtidas com o PID sintonizado pelo PSO para o sistema em malha fechada, observando a maior média e o menor desvio padrão de cada partícula em relação ao valor desejado para cada especificação de desempenho.

Tabela 3. Características de desempenho da planta em malha aberta, desejadas no projeto e obtidas pelo PSO.

Especificações	Planta	Desejado	PSO
$M_p(\%)$	-	0	0
$T_r(s)$	∞	2.881	2.886
$T_s(s)$	∞	4.7	4.419
e_{ss}	∞	0	0

A Tabela 4 apresenta os valores dos parâmetros do PID e o valor de QQ sintonizados via PSO para o *Ball and Beam*.

Tabela 4. Parâmetros do PID sintonizado pelo PSO para o *Ball and Beam*.

K_p	K_i	K_d	T_f	QQ
0.001	0.001	1.48	0.680	50

A Tabela 5 exibe os índices ISU (*Integral of Squared Control*) e ISE (*Integral of Square Error*) utilizados para compor função custo J_n e os demais índices de desempenho

quadrático IAE (*Integral of Absolute Error*), ITAE (*Integral of Time Multiplied by Absolute Error*) e ITSE (*Integral of Time Multiplied by Square Error*), utilizados para comparar o desempenho e avaliar a qualidade da malha de controle projetada.

Tabela 5. Índices de desempenho obtidos para o *Ball and Beam*.

J_n	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISU
1.776	0.199	4.65×10^{-3}	0.994	1.64×10^{-2}	1.544

4.2 Arduino-Based Robot Arm Joint (ArduRAJ)

O ArduRAJ é uma planta didática desenvolvida no LACOS da UFPA, com a finalidade de aplicar a teoria de controle abordada nos ambientes de ensino. Consiste em um dispositivo mecatrônico simples que emula o movimento de braços robóticos, sendo constituído por um servo motor, um Arduino Nano e um potenciômetro conectado ao eixo do motor para medir sua posição angular em uma escala de tensão. Recebe como entrada uma tensão ou ação de controle, fornecida pelo Arduino, de 0 a 5 volts (Silveira et al., 2015). A Fig. 6 apresenta o sistema ArduRAJ do LACOS-UFPA.



Fig. 6. Sistema ArduRAJ (LACOS-UFPA)

O ArduRAJ é uma planta estável em malha aberta, apresentando erro em regime permanente e baixa oscilação amortecida. O seu modelo linear é definido em (11), onde $Y(s)$ e $U(s)$ são, respectivamente, a posição angular dor servo, em uma escala de tensão, e a tensão de alimentação do servo motor.

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0.001167s + 92.57}{s^2 + 17.3s + 112.2} \quad (11)$$

A Fig. 7 ilustra o sinal de referência, a resposta ao degrau unitário do ArduRAJ em malha aberta, a resposta desejada, e a resposta obtida com o PID sintonizado pelo PSO.

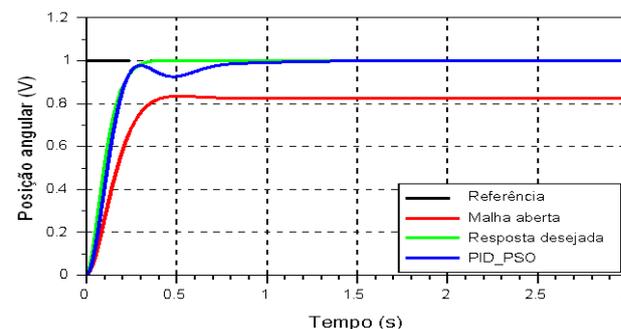


Fig. 7. Resposta ao degrau unitário do ArduRAJ.

A Fig. 8 exibe o sinal de controle do PID sintonizado para o processo ArduRAJ.

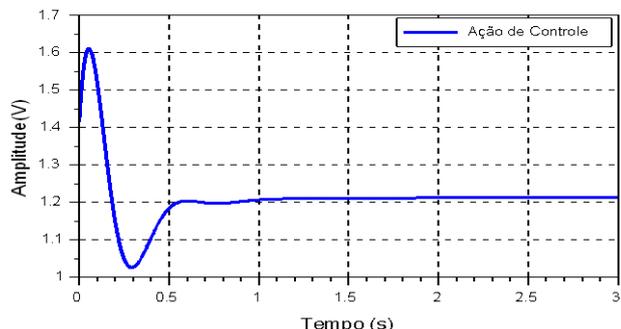


Fig. 8. Sinal de controle do ArduRAJ.

A Fig. 9 exibe a evolução da função *fitness* para o processo ArduRAJ.

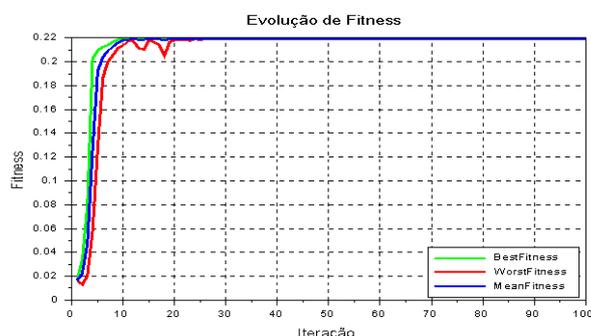


Fig. 9. Evolução da função *fitness* para o ArduRAJ.

A Tabela 6 resume as características de desempenho do ArduRAJ em malha aberta, as especificadas para o projeto do controlador e as obtidas com o PID sintonizado pelo PSO.

Tabela 6. Características de desempenho da planta em malha aberta, desejadas no projeto e obtidas pelo PSO.

Especificações	Planta	Desejado	PSO
$M_p(\%)$	1.2	0	0
$T_r(s)$	0.336	0.180	0.173
$T_s(s)$	0.360	0.293	0.737
e_{ss}	0.175	0	0

A Tabela 7 apresenta os valores dos parâmetros do PID e o valor de *QQ* sintonizados via PSO para o ArduRAJ.

Tabela 7. Parâmetros do PID sintonizado pelo PSO para o ArduRAJ.

K_p	K_i	K_d	T_f	<i>QQ</i>
0.001	8.034	50	35.339	50

A Tabela 8 exibe o índice J_n e os demais índices de desempenho quadrático IAE, ISE, ITAE, ITSE e ISU obtidos pelo PSO.

Tabela 8. Índices de desempenho obtidos para o ArduRAJ.

J_n	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISU
4.55	4×10^{-2}	2.2×10^{-3}	1.78×10^{-2}	7.58×10^{-4}	4.44

4.3 Pêndulo Amortecido

O sistema pêndulo amortecido é um modelo didático utilizado para ensino das técnicas de controle e avaliação da performance de controladores. O dispositivo consiste em uma estrutura de apoio, um Arduino Uno para aquisição e envio de sinais, uma haste de alumínio, tendo acoplado a uma de suas extremidades um motor DC responsável pelo giro de uma hélice e um potenciômetro conectado a outra extremidade da haste, responsável por fornecer as informações de posição angular, em uma escala de tensão.

O objetivo do pêndulo amortecido é posicionar a haste em um ângulo desejado por meio de uma alteração equivalente na tensão de alimentação do motor. Os conceitos abordados podem ser expandidos a aplicações maiores como, controle de arfagem de aeronaves nas operações de pouso, decolagem e compensações de turbulências (Casara, 2015).

O pêndulo amortecido é uma planta estável em malha aberta, apresentando erro em regime permanente e elevada oscilação amortecida. O seu modelo linear é definido em (12), onde $Y(s)$ e $U(s)$ são, respectivamente, a posição angular do servo, em uma escala de tensão, e a tensão de alimentação do motor.

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{10.19}{s^2 + 0.8451s + 9.131} \quad (12)$$

A Fig. 10 ilustra o sinal de referência, a resposta ao degrau unitário do pêndulo amortecido em malha aberta, a resposta desejada, e a resposta obtida com o PID sintonizado pelo PSO.

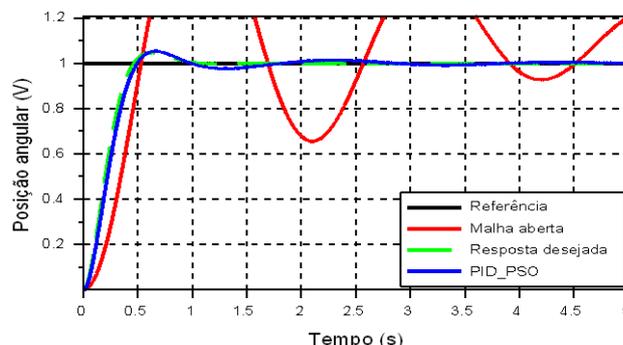


Fig. 10. Resposta ao degrau unitário do sistema em pêndulo amortecido.

A Fig. 11 exibe o sinal de controle do PID sintonizado para o processo pêndulo amortecido.

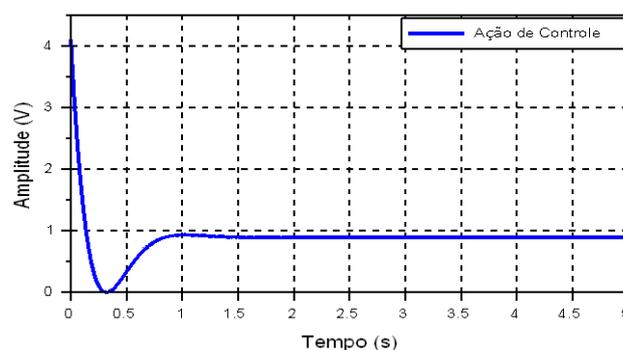


Fig. 11. Sinal de controle do pêndulo amortecido.

A Fig. 12 exibe a evolução da função *fitness* para o processo pêndulo amortecido.



Fig. 12. Evolução da função *fitness* para o pêndulo amortecido.

A Tabela 9 resume as características de desempenho do pêndulo amortecido em malha aberta, as desejadas no projeto e os resultados obtidos com o PID sintonizado pelo PSO.

Tabela 9. características de desempenho da planta em malha aberta, desejadas no projeto e obtidas pelo PSO.

Especificações	Planta	Desejado	PSO
$M_p(\%)$	63.85	4.57	5.26
$T_r(s)$	0.38	0.29	0.33
$T_s(s)$	9.27	0.79	0.88
e_{ss}	0.118	0	0

A Tabela 10 apresenta os valores dos parâmetros do PID e o valor de QQ sintonizados via PSO para o pêndulo amortecido.

Tabela 10. Parâmetros do PID sintonizado pelo PSO para o pêndulo amortecido.

K_p	K_i	K_d	T_f	QQ
0.001	4.060	0.448	0.109	100

A Tabela 11 exibe o índice J_n e os demais índices de desempenho quadrático IAE, ISE, ITAE, ITSE e ISU obtidos pelo PSO para o pêndulo amortecido.

Tabela 11. Índices de desempenho obtidos para o pêndulo amortecido.

J_n	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISU
8.56	5.68×10^{-2}	1.37×10^{-3}	0.103	9.77×10^{-4}	8.43

5. CONCLUSÕES

Este trabalho buscou realizar testes com modelos de sistemas reais, com dinâmicas distintas, a fim de avaliar o desempenho do PSO no processo de sintonia de parâmetros dos controladores PID, mediante as diversas situações que podem ser encontradas em um ambiente industrial.

Os resultados obtidos mostram que o PSO conseguiu atender as especificações de projeto em termos do sobressinal máximo, tempo de subida, tempo de acomodação e erro de regime permanente, atingindo respostas com valores próximos ou menores que os especificados no projeto. Em todos os casos, a ação de controle atingiu magnitudes

inferiores ao valor de operação do Arduino, garantindo que os controladores foram projetados adequadamente frente às limitações físicas das plantas, pois não causam saturação dos sistemas testados.

Além do desempenho baseado na resposta ao degrau unitário, os índices de desempenho quadrático J_n , IAE, ISE, ITSE, ITAE e ISU apontam que o PSO conseguiu produzir resultados satisfatórios, com baixos valores de erro e sinal de controle de magnitude mínima, destacando-se o índice J_n , que foi a função custo do problema de otimização e o ISU, que denota a energia gasta pelo sistema de controle para atingir os resultados desejados. Assim, torna-se evidente que os controladores projetados por meio do PSO são implementáveis para aplicações práticas e uma alternativa para a sintonia de controladores PID aplicados a sistemas reais.

AGRADECIMENTOS

Ao programa de Educação Tutorial de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará (PETEE-UFPa) e ao Laboratório de Controle e Sistemas (LACOS-UFPa).

REFERÊNCIAS

- Bari, S. Hamdani, S. S. Z. Khan, H. U. Rehman, M. and Khan, H. (2019). Artificial neural network based self-tuned PID controller for flight control of quadcopter. *International Conference on Engineering and Emerging Technologies*, 6, 1-5.
- Bindu, R. and Namboothiripad, M. K. (2012). Tuning of PID controller for DC servo motor using genetic algorithm. *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, 2, 310-314.
- Casara, P. V. (2015). Helicóptero 2-DOF: desenvolvimento e controle das malhas de arfagem e guinada por técnicas PI e LQR. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Joinville.
- Chen, C. (1995). *Analog and digital control system design: transfer-function, state space, and algebraic methods*. Saunders College Pub, Philadelphia.
- Kennedy, J. and Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, 4, 1942–1948.
- Kumar, E. V. Jerome, J. and Raaja, G. (2014). State dependent Ricatti equation based nonlinear controller design for and ball and beam system. *Global Congress on Manufacturing and Management, Procedia Engineering*, 12, 1896-1905.
- Ogata, K. (2011). *Engenharia de controle moderno*. Pearson Prentice Hall, São Paulo.
- Silveira, A. S. and Silva, A. F. (2015). Hybrid direct self-tuning and fuzzy adaptive control algorithm bio-inspired by muscle-brain connection. *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 12, 1949 – 1954.
- Vidal, J. F. (2016). Metaheurísticas populacionais: estudo comparativo na sintonia de parâmetros de controladores clássicos. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica – Universidade Federal do Pará, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Belém.