

# Identificação de Harmônicas em Sistemas Elétricos de Potência Utilizando o Algoritmo NLMS Tensor

Thiago Silva Fernandes\*  
Francisco das Chagas de Souza\*

\* *Laboratório de Sistemas Adaptativos e Processamento de Sinais-LSAPS, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Maranhão-UFMA, São Luís-MA, Brasil (e-mail: thiago.fernandes@discente.ufma.br; francisco.souza@ufma.br).*

**Abstract:** A new approach to the identification of harmonic components in electrical power systems using adaptive tensor algorithms is presented in this article. The proposed method uses the separability property of linear operators as tool for the derivation of a stochastic gradient algorithm that is used to update the weights of the adaptive filter. Numerical experiments show that the proposed tensorial method has lower computational cost and higher convergence speed when compared to classic adaptive algorithms, in cases where linear operators are perfectly separable.

**Resumo:** Uma nova abordagem para a identificação de componentes harmônicas em sistemas elétricos de potência usando algoritmos adaptativos tensoriais é apresentada neste artigo. O método proposto utiliza a propriedade de separabilidade de operadores lineares como ferramenta para a derivação de um algoritmo do tipo gradiente estocástico que é utilizado para atualizar os pesos do filtro adaptativo. Experimentos numéricos mostram que o método tensorial proposto apresenta menor custo computacional e maior velocidade de convergência quando comparado aos algoritmos adaptativos clássicos, em casos onde os operadores lineares são perfeitamente separáveis.

**Keywords:** Adaptive filter, harmonic components, linear operators, stochastic gradient, tensor adaptive algorithms.

**Palavras-chave:** Filtro adaptativo, componentes harmônicas, operadores lineares, gradiente estocástico, algoritmos adaptativos tensoriais.

## 1. INTRODUÇÃO

Qualidade de energia elétrica é um termo que se refere à manutenção da quase forma sinusoidal de onda das tensões e correntes do barramento de distribuição de energia em magnitude e frequência. Pode ser usado também para expressar qualidade de tensão, qualidade de corrente, confiabilidade de serviço, qualidade da fonte de alimentação, etc (Chattopadhyay et al., 2011). Um dos aspectos de maior preocupação nessa área é o surgimento das chamadas componentes harmônicas no sistema elétrico de potência (Ray and Subudhi, 2012b).

Devido ao crescente uso de cargas não lineares em sistemas de energia, principalmente equipamentos baseados em eletrônica de potência, fontes de alimentação ininterruptas, fornos a arco e acionamentos de motores controlados, distorções periódicas nas formas de onda de corrente e tensão tornaram-se cada vez mais frequentes (Yilmaz et al., 2008). Além disso, o amplo uso de novas tecnologias para

geração de energia, em que são fortemente baseados em conversores de potência, também contribui para a crescente preocupação por melhores estimativas para garantir a qualidade da energia (Ray and Subudhi, 2012a; Reddy et al., 2009).

As componentes harmônicas causam diversos problemas na rede elétrica, tais como: perdas nas redes de distribuição de energia, superaquecimento de acionamentos elétricos, mau funcionamento de relés e disjuntores, distorções graves da forma de onda, etc (Sahoo and Subudhi, 2015). Como consequência, durante a operação do sistema online, é muito importante detectar e analisar este indesejável fenômeno, com o objetivo de garantir de forma eficiente a transmissão de energia ao consumidor (Beltran-Carbajal and Tapia-Olvera, 2020).

O método mais simples e utilizado para analisar as componentes harmônicas presentes em um sinal elétrico é baseado na FFT (*Fast Fourier Transform*). Entretanto, a estimativa de harmônicas usando esta metodologia pode levar a imprecisões devido ao processo de *leakage* e *picket fence* (Li et al., 2021). Outras estimativas paramétricas de frequência bem conhecidas incluem técnicas de previsão linear (So et al., 2005), máxima probabilidade (Tufts and Kumaresan, 1982), método dos mínimos quadrados

\* O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, da Fundação de Amparo à Pesquisa e ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Maranhão (FAPEMA) e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

(Rahman and Yu, 1987), método de Prony (Chen and Chang, 2009), PLL (*Phase Locked Loop*) (Santos Filho et al., 2008) e métodos de subespaço, como decomposição em valores singulares (SVD) (Lobos et al., 2001). Entretanto, cada um delas tem várias limitações em termos de imprecisões e requisitos computacionais na presença de ruído. Devido a isso, nos últimos tempos, os algoritmos adaptativos ganharam popularidade, pois apresentam uma boa estimativa em ambientes não estacionário e corrompidos por um ruído. Esse método exige também menor custo computacional, quando comparado as metodologias citadas acima, além de não sofrer com *aliasing* no processo de aquisição de dados.

Dentre os diversos algoritmos adaptativos já desenvolvidos, o LMS (*Least Mean Square*) e o NLMS (*Normalized Least Mean Square*) destacam-se devido a sua simplicidade, baixo custo computacional e robustez. Entretanto, em aplicações que envolvem plantas esparsas, como por exemplo a identificação de componentes harmônicas, e com elevado número de parâmetros, esses algoritmos apresentam baixa taxa de aprendizagem (Rupp and Schwarz, 2015).

Neste trabalho, uma nova abordagem para identificação de harmônicas em sistemas elétricos de potência é proposta utilizando o algoritmo adaptativo NLMS tensor. Os resultados obtidos confirmam que o método tensorial apresenta maior velocidade de convergência e menor custo computacional quando comparado aos algoritmos adaptativos clássicos. A organização do trabalho é definida da seguinte forma: na seção 2 é apresentada uma breve revisão sobre o algoritmo NLMS. Na seção 3, o algoritmo NLMS tensor é desenvolvido, além de ser realizada uma análise sobre a convergência e o custo computacional do algoritmo. Na seção 4 é apresentada a formulação do problema. As simulações computacionais são apresentadas na seção 5. Na seção 6 apresentam-se as conclusões.

## 2. REVISANDO O ALGORITMO ADAPTATIVO NLMS

O algoritmo LMS é o algoritmo adaptativo mais básico e um dos mais utilizado em aplicações que envolvem filtragem adaptativa linear. Entre as características que fizeram esse algoritmo ser tão popular, pode-se citar a estabilidade e robustez para uma variedade de condições de sinal, baixo custo computacional e convergência em média para a solução ótima de Wiener (Haykin, 2002). A função desse algoritmo é minimizar a função de custo instantâneo  $E(k) = \frac{1}{2}e^2(k)$ , cuja equação de atualização é dada por (1), a partir da equação recursiva representada em (2)

$$e(k) = d(k) - \mathbf{x}^T(k)\hat{\mathbf{w}}(k) \quad (1)$$

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \hat{\mathbf{w}}(k) + \mu e(k)\mathbf{x}(k) \quad (2)$$

onde  $e(k)$  é o erro de saída no instante  $k$ ,  $d(k)$  é o sinal desejado,  $\mathbf{x}(k)$  é o vetor de entradas e  $\mathbf{w}(k)$  é o vetor de pesos do filtro adaptativo. O parâmetro  $\mu$  é o tamanho do passo, que é crítico para o desempenho, e define o quão rápido o algoritmo está convergindo para a solução ótima. Para facilitar a operação em um ambiente não estacionário, ou seja, para permitir que o filtro se adapte de acordo com a variação do tempo da natureza estatística do sinal de entrada (Jelfs et al., 2007), propõe-se utilizar o algoritmo

LMS Normalizado (NLMS), cujo tamanho do passo adaptativo é determinado por

$$\eta(k) = \frac{\mu}{\|\mathbf{x}(k)\|_2^2 + \epsilon} \quad (3)$$

onde  $\|\cdot\|$  representa a norma euclidiana. O parâmetro  $\epsilon$  representa um número de pequeno valor utilizado para evitar divisão por zero em casos onde as amostras do sinal de entrada são nulas.

## 3. ALGORITMO NLMS TENSOR

Embora os algoritmos LMS e NLMS sejam frequentemente preferidos na prática devido as suas inúmeras propriedades positivas de implementação, uma vez que a esparsidade da planta aumenta, o algoritmo sofre com uma lenta taxa de aprendizagem (Rupp and Schwarz, 2015). Devido a isso, foi desenvolvido o algoritmo NLMS tensor, que utiliza os conceitos de separabilidade dos operadores lineares, uma propriedade típica de tensores. Uma vez que essa propriedade de separabilidade é aplicada, um algoritmo do tipo gradiente estocástico pode ser derivado com aumento significativo da taxa de aprendizagem. A seguir será demonstrada a derivação do algoritmo NLMS tensor.

### 3.1 Derivação do Algoritmo NLMS Tensor

Para o desenvolvimento do algoritmo NLMS tensor, considera-se que o vetor de resposta ao impulso da planta pode ser separado como  $\mathbf{p} = \mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$ , sendo  $\otimes$  o produto de Kronecker. Partindo do mesmo princípio, o vetor de pesos estimado é representado por  $\hat{\mathbf{w}}(k) = \hat{\mathbf{a}}(k) \otimes \hat{\mathbf{b}}(k)$ . O comprimento do vetor  $\mathbf{p}$  é dado por  $M = M_a M_b$ , onde  $M_a$  e  $M_b$  são, respectivamente, as dimensões dos tensores  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ . Assim, pode-se representar o sinal desejado do filtro como

$$\begin{aligned} \mathbf{d}(k) &= \mathbf{p}^T \mathbf{x}(k) \\ &= (\mathbf{b} \otimes \mathbf{a}) \mathbf{x}(k) \\ &= \sum_{l=1}^{M_b} \mathbf{b}_l \mathbf{a}^T \mathbf{x}_l(k) \\ &= \mathbf{a}^T \mathbf{X}(k) \mathbf{b} \end{aligned} \quad (4)$$

onde  $\mathbf{x}(k)$  é vetor de entradas e  $\mathbf{X}(k)$  é a representação de  $\mathbf{x}(k)$  na forma de uma matriz (tensor bidirecional). A equação (3) pode ser reescrita como

$$\mathbf{a}^T \mathbf{X}(k) \mathbf{b} = \mathbf{v}^T(k) \mathbf{b} = \mathbf{a}^T \mathbf{z}(k) \quad (5)$$

onde

$$\mathbf{v}(k) = \mathbf{a}^T \mathbf{X}(k) \quad (6)$$

e

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{X}(k) \mathbf{b} \quad (7)$$

Derivando o algoritmo NLMS agora em partições com relação a  $\hat{\mathbf{a}}(k)$  e  $\hat{\mathbf{b}}(k)$ , obtêm-se

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{d}(k) - \hat{\mathbf{a}}(k) \mathbf{X}(k) \hat{\mathbf{b}}(k), \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{a}}(k+1) = \hat{\mathbf{a}}(k) + \frac{\mu \hat{\mathbf{z}}(k) \mathbf{e}(k)}{\|\hat{\mathbf{v}}(k)\|_2^2 + \|\hat{\mathbf{z}}(k)\|_2^2}, \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{b}}(k+1) = \hat{\mathbf{b}}(k) + \frac{\mu \hat{\mathbf{v}}(k) \mathbf{e}(k)}{\|\hat{\mathbf{v}}(k)\|_2^2 + \|\hat{\mathbf{z}}(k)\|_2^2}, \quad (10)$$

O esquema de filtragem adaptativa utilizando algoritmos tensoriais é mostrado na Figura 1.

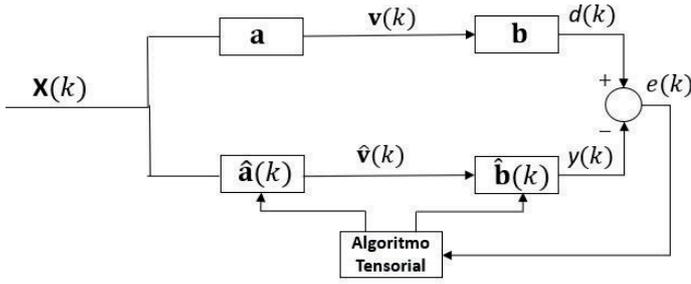


Figura 1. Esquema de filtragem adaptativa utilizando algoritmos tensoriais

**Algorithm 1** Algoritmo NLMS tensor

- 1: **Inicializar:**  $\hat{\mathbf{a}}(0)$ ,  $\hat{\mathbf{b}}(0)$  e  $0 < \mu < 2$
- 2: **Definir:**  $M_a$  e  $M_b$  com base em  $M$
- 3: **for:**  $k = 1, 2, \dots, N_{iter}$
- 4: **Cálculo da saída**
- 5:  $y(k) = \hat{\mathbf{a}}^T(k)\mathbf{X}(k)\hat{\mathbf{b}}(k)$
- 6: **Cálculo do erro**
- 7:  $e(k) = d(k) - y(k)$
- 8: **Cálculo de  $\hat{\mathbf{v}}(k)$**
- 9:  $\hat{\mathbf{v}}(k) = \hat{\mathbf{a}}^T(k)\mathbf{X}(k)$
- 10: **Cálculo de  $\hat{\mathbf{z}}(k)$**
- 11:  $\hat{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{X}(k)\hat{\mathbf{b}}(k)$
- 12: **Atualização dos tensores**
- 13:  $\hat{\mathbf{a}}(k+1) = \hat{\mathbf{a}}(k) + \frac{\mu \hat{\mathbf{z}}(k)e(k)}{\|\hat{\mathbf{v}}(k)\|_2^2 + \|\hat{\mathbf{z}}(k)\|_2^2}$
- 14:  $\hat{\mathbf{b}}(k+1) = \hat{\mathbf{b}}(k) + \frac{\mu \hat{\mathbf{v}}(k)e(k)}{\|\hat{\mathbf{v}}(k)\|_2^2 + \|\hat{\mathbf{z}}(k)\|_2^2}$
- 15: **end**

3.2 Convergência do algoritmo NLMS Tensor

A análise de convergência pode-se tornar complicada devido à natureza em cascata dos algoritmos, onde o vetor  $\hat{\mathbf{a}}(k)$  depende do vetor  $\hat{\mathbf{b}}(k)$  e vice-versa. Algoritmos em cascata apresentam apenas robustez local e não global, mas se comportam bem no sentido do erro médio quadrático (MSE - Mean Square Error) (Rupp and Schwarz, 2015).

O algoritmo NLMS tensor converge no sentido do MSE para valores de  $\mu$  dentro do intervalo

$$0 < \mu < 2 \quad (11)$$

Percebe-se que o NLMS tensor é na verdade um algoritmo com passo efetivo variável e normalizado, assim como o algoritmo NLMS. O intervalo de  $\mu$  no qual os algoritmos convergem também são os mesmos. No entanto, a taxa de aprendizado, na maioria dos casos, é bastante diferente. A taxa de aprendizado,  $\beta$ , do algoritmo NLMS, para  $\mu = 1$  é (Rupp, 1993; Sayed, 2003)

$$\beta = \frac{20dB}{5M} \quad (12)$$

e para o NLMS tensor é dada por

$$\beta = \frac{20dB}{5(M_a + M_b)} \quad (13)$$

Verifica-se que, na maioria dos casos, a parcela referente ao denominador da taxa de aprendizado do NLMS tensor será menor que a do NLMS, garantindo assim um melhor desempenho na maioria das aplicações.

Tabela 1. Complexidade computacional dos algoritmos adaptativos.

Operações	LMS	NLMS	NLMS Tensor
Adições	$2M$	$3M$	$3(M_a + M_b)$
Multiplicações	$2M + 1$	$3M + 1$	$3(M_a + M_b) + 1$
Divisões	0	1	1
Comparações	0	0	0

3.3 Complexidade computacional dos algoritmos

O custo computacional requerido para a implementação dos algoritmos adaptativos está diretamente relacionado ao número de coeficientes do filtro. No caso dos algoritmos adaptativos LMS e NLMS, são necessários  $2M$  lotes de memória, onde  $M$  é a dimensão do filtro. Para os algoritmos adaptativos tensoriais são necessários  $2(M_a + M_b)$  lotes, sendo  $M_a$  e  $M_b$ , respectivamente, as dimensões dos tensores  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ . Assim, com base na teoria apresentada anteriormente, os algoritmos adaptativos tensoriais exigem uma quantidade menor de lotes de memória que os algoritmos tradicionais, para qualquer que seja a dimensão dos tensores escolhidas. A tabela 1 detalha a quantidade de operações necessárias para a implementação de cada algoritmo citado.

4. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

De maneira geral, um sinal elétrico do sistema de potência pode ser representado por

$$y(t) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(i\omega t + \phi_i) + v(t), \quad (14)$$

onde  $A_i$  e  $\phi_i$  são amplitude e fase, respectivamente, dos harmônicos,  $N$  representa o total de componentes harmônicas presentes no sinal,  $\omega$  é a frequência angular da componente fundamental,  $v(t)$  representa um ruído e  $t$ , o tempo.

A equação (14) é representada na sua forma discreta por

$$y(k) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(i\omega kT_s + \phi_i) + v(kT_s) \quad (15)$$

onde  $T_s$  é o período de amostragem.

A equação (15) pode ser reescrita utilizando expansão trigonométrica conforme

$$y(k) = [\sum_{i=1}^N A_i \sin(\phi_i) \cos(2i\pi kT_s) + A_i \cos(\phi_i) \sin(2i\pi kT_s)] + v(kT_s) \quad (16)$$

Adequando a equação (16) em um problema de filtragem adaptativa, obtêm-se

$$\mathbf{x}(k) = [\sin(2\pi kT_s), \cos(2\pi kT_s), \dots, \sin(2\pi NkT_s), \cos(2\pi NkT_s)]^T \quad (17)$$

e o vetor de pesos estimados por

$$\mathbf{w}(k) = [A_1 \cos \phi_1, A_1 \sin \phi_1, \dots, A_N \cos \phi_N, A_N \sin \phi_N]^T. \quad (18)$$

Assim, as amplitudes e fases das componentes harmônicas podem ser obtidas através, respectivamente, de

$$A_i = \sqrt{w_{2i}^2 + w_{2i-1}^2} \quad (19)$$

e

$$\phi_i = \arctan \left[ \frac{w_{2i}}{w_{2i-1}} \right] \quad (20)$$

para  $i = 1, 2, \dots, N$ . O esquema do filtro adaptativo aplicado a estimação de harmônicas é mostrado na Figura (2).

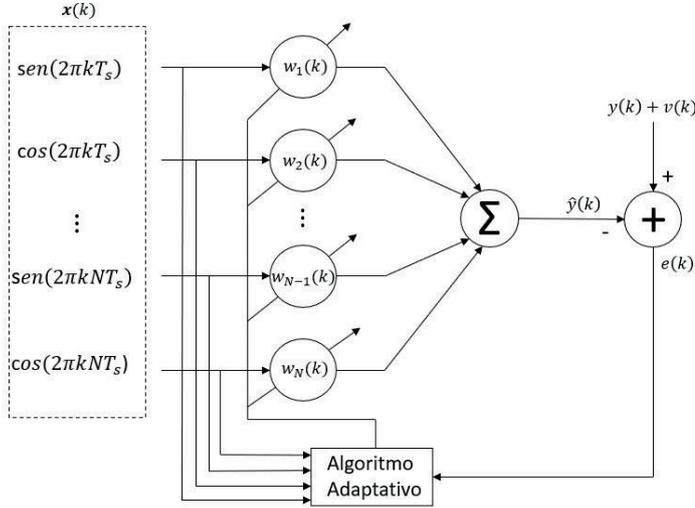


Figura 2. Esquema do filtro adaptativo aplicado à estimação de harmônicas

## 5. SIMULAÇÃO

Considere o seguinte sinal elétrico

$$y(t) = 1.2\text{sen}(\omega t + \pi/6) + 0.8\text{sen}(3\omega t + \pi/3) + 0.3\text{sen}(5\omega t + \pi/4). \quad (21)$$

Nesta simulação, considera-se a frequência fundamental de 60Hz. O passo de adaptação utilizado no processo de adaptação dos coeficientes do algoritmo NLMS e NLMS tensor é  $\mu = 1$ . A frequência de amostragem, escolhida seguindo o critério de Nysquist, é de 2kHz. O espectro analisado é de 0 a 770Hz, ou seja, até décima primeira harmônica. As dimensões dos tensores utilizadas são  $M_a = 2$  e  $M_n = 6$ .

Para avaliar o grau de esparsidade da planta, um importante fator a ser considerado no desempenho dos algoritmos, utiliza-se a seguinte métrica (Benesty et al., 2006)

$$S(\mathbf{p}) = \frac{N}{N - \sqrt{N}} \left( 1 - \frac{\|\mathbf{p}\|_1}{\sqrt{N} \|\mathbf{p}\|_2} \right) \quad (22)$$

sendo o vetor de coeficientes da planta  $\mathbf{p} = [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \dots, \mathbf{p}_N]^T$  definido em um dado subespaço de dimensão finita  $\mathbb{R}^N$ . O sobrescrito T denota a transposta de um vetor ou matriz. Os parâmetros  $\|\mathbf{p}\|_1$  e  $\|\mathbf{p}\|_2$  são, respectivamente, a norma-1 e norma-2 do vetor de coeficientes da planta  $\mathbf{p}$ . Tem-se também que  $0 \leq S(\mathbf{p}) \leq 1$ . Quanto mais  $S(\mathbf{p})$  se aproxima de 1, maior é a medida de esparsidade da planta

Na Figura 4, é mostrado o desempenho dos algoritmos adaptativos na identificação das amplitudes das harmônicas presentes no sinal analisado. Observa-se que o algoritmo NLMS tensor apresenta uma convergência mais rápida quando comparado ao algoritmo NLMS padrão. Isto pode ser verificado de forma mais clara observado

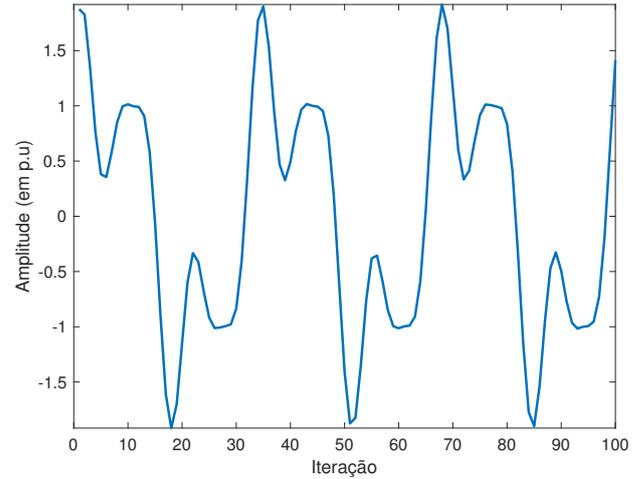


Figura 3. Forma de onda resultante analisada

o erro médio quadrático obtido na identificação das 3 componentes harmônicas, apresentado na Figura 6. Em ambos os algoritmos, o rastreamento das amplitudes das harmônicas é bastante satisfatório.

Na Figura 5, é mostrado o desempenho dos algoritmos para identificação das fases das componentes harmônicas e fundamental. Verifica-se que o desempenho dos dois algoritmos é bastante similar. Isto ocorre devido a fase não impactar de forma significativa no cálculo do erro, como ocorre com a amplitude. A Figura 7 representa o MSE obtido durante a etapa de identificação das fases.

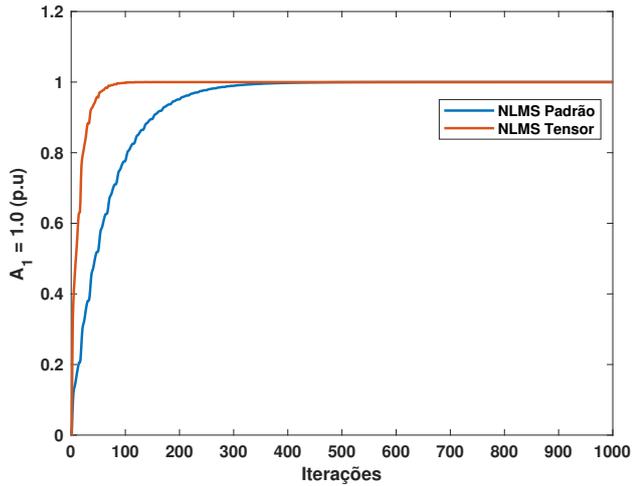
O grau de esparsidade calculado é de  $S(\mathbf{p}) = 0.9790$ . Assim, pode-se afirmar que a planta em questão é bastante esparsa. Isto justifica o melhor desempenho do algoritmo NLMS tensor em relação ao NLMS.

## 6. CONCLUSÃO

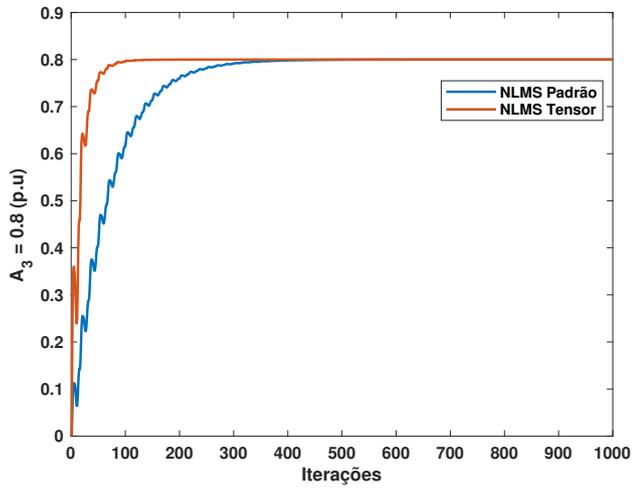
Neste trabalho, propõe-se uma nova abordagem para identificação de componentes harmônicas utilizando o algoritmo adaptativo tensorial NLMS tensor. Para este fim, utiliza-se da propriedade de separabilidade de operadores lineares, uma propriedade típica de tensores, para desenvolver um algoritmo do tipo gradiente estocástico que é utilizado para atualizar os pesos do filtro adaptativo de forma recursiva. Experimentos numéricos comprovam o melhor desempenho do método tensorial, em termos de velocidade de convergência, apresentando um menor custo computacional. Isto ocorre devido ao alto grau de esparsidade da planta analisada, sendo esta uma característica dos sinais elétricos de sistemas de potência poluídos por componentes harmônicas.

## AGRADECIMENTOS

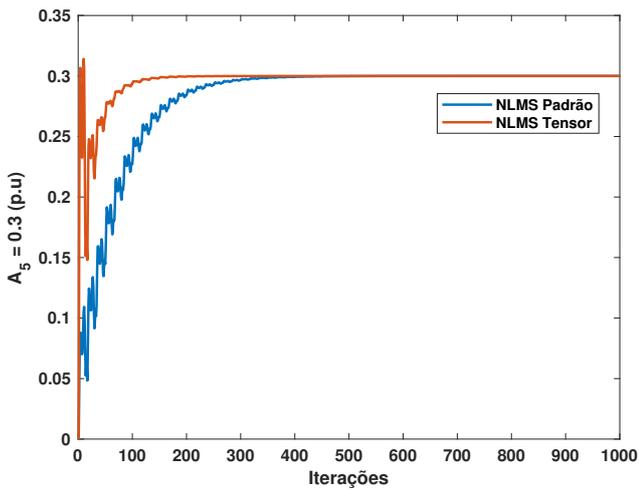
Os autores agradecem a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, a Fundação de Amparo à Pesquisa e ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Maranhão (FAPEMA) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).



(a)

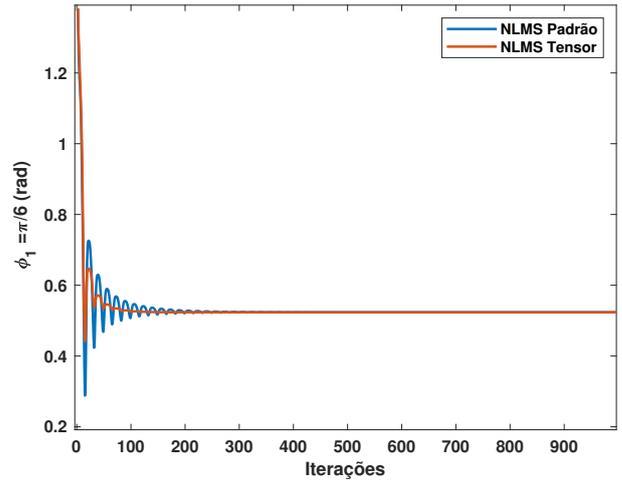


(b)

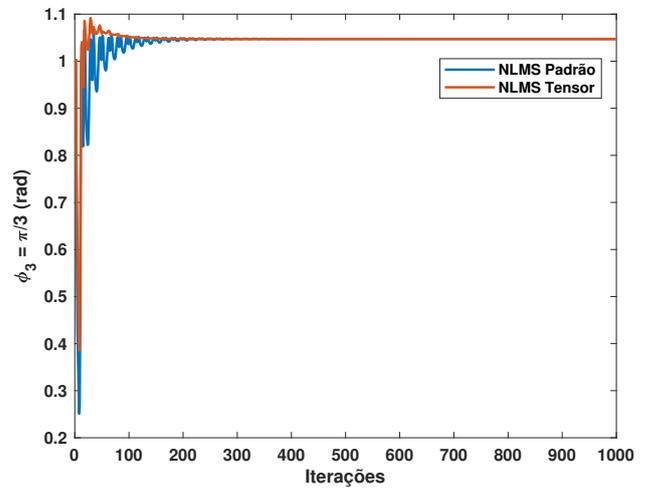


(c)

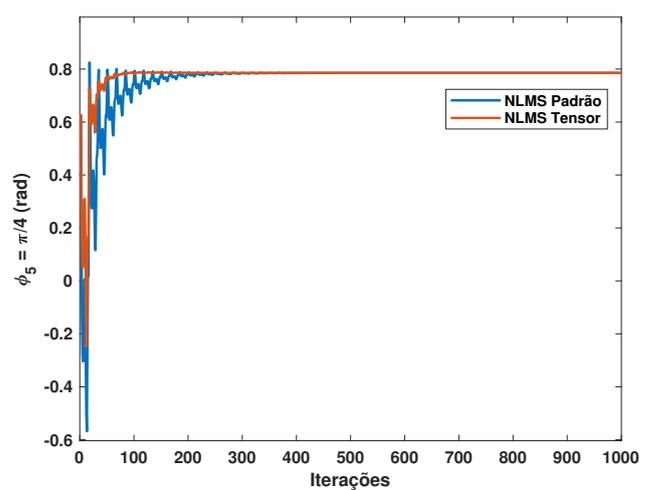
Figura 4. Estimação das amplitudes das componentes fundamental e harmônicas a) Componente fundamental. b) Terceira harmônica. c) Quinta harmônica



(a)



(b)



(c)

Figura 5. Estimação das fases das componentes fundamental e harmônicas a) Componente fundamental. b) Terceira harmônica. c) Quinta harmônica

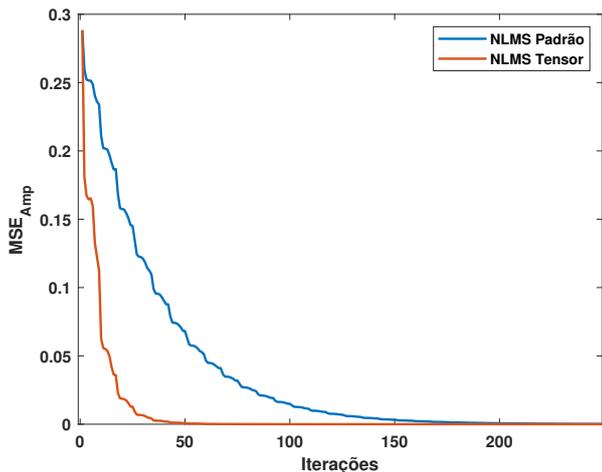


Figura 6. Erro médio quadrático obtido na identificação das amplitudes

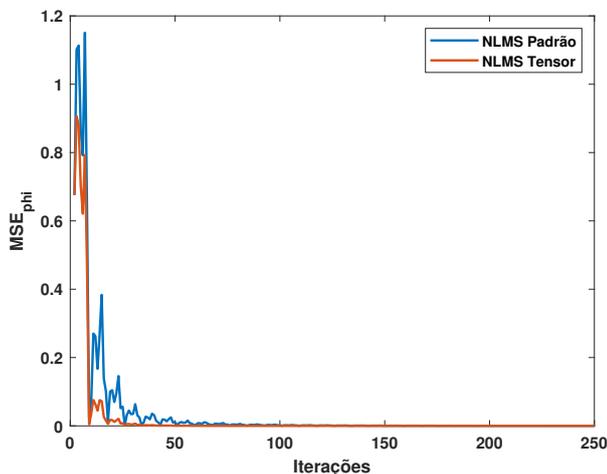


Figura 7. Erro médio quadrático obtido na identificação das fases

#### REFERÊNCIAS

Beltran-Carbajal, F. and Tapia-Olvera, R. (2020). An adaptive neural online estimation approach of harmonic components. *Electric Power Systems Research*, 186, 106406.

Benesty, J., Makino, S., and Chen, J. (2006). *Speech enhancement*. Springer Science & Business Media.

Chattopadhyay, S., Mitra, M., and Sengupta, S. (2011). Electric power quality. In *Electric power quality*, 5–12. Springer.

Chen, C. and Chang, G. (2009). An efficient time-domain approach based on prony's method for time-varying power system harmonics estimation. In *2009 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, 1–6. IEEE.

Haykin, S.S. (2002). *Adaptive filter theory*. Pearson Education India.

Jelfs, B., Mandic, D.P., and Cichocki, A. (2007). A unifying approach to the derivation of the class of pnlms algorithms. In *2007 15th International Conference on Digital Signal Processing*, 35–38. IEEE.

Li, J., Cao, Y., Zhang, X., Lin, H., Dai, H., and Xu, Y. (2021). An accurate harmonic parameter estimation method based on slepian and nuttall mutual convolution window. *Measurement*, 174, 109027.

Lobos, T., Kozina, T., and Koglin, H.J. (2001). Power system harmonics estimation using linear least squares method and svd. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, 148(6), 567–572.

Rahman, M. and Yu, K.B. (1987). Total least squares approach for frequency estimation using linear prediction. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 35(10), 1440–1454.

Ray, P.K. and Subudhi, B. (2012a). Bfo optimized rls algorithm for power system harmonics estimation. *Applied Soft Computing*, 12(8), 1965–1977.

Ray, P.K. and Subudhi, B. (2012b). Ensemble-kalman-filter-based power system harmonic estimation. *IEEE transactions on instrumentation and measurement*, 61(12), 3216–3224.

Reddy, J., Dash, P.K., Samantaray, R., and Moharana, A.K. (2009). Fast tracking of power quality disturbance signals using an optimized unscented filter. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 58(12), 3943–3952.

Rupp, M. (1993). The behavior of lms and nlms algorithms in the presence of spherically invariant processes. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 41(3), 1149–1160.

Rupp, M. and Schwarz, S. (2015). A tensor lms algorithm. In *2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 3347–3351. IEEE.

Sahoo, H.K. and Subudhi, U. (2015). Adaptive estimation of power system harmonics and decaying dc using volterra rls. In *2015 IEEE Power, Communication and Information Technology Conference (PCITC)*, 43–47. IEEE.

Santos Filho, R.M., Seixas, P.F., Cortizo, P.C., Torres, L.A., and Souza, A.F. (2008). Comparison of three single-phase pll algorithms for ups applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(8), 2923–2932.

Sayed, A.H. (2003). *Fundamentals of adaptive filtering*. John Wiley & Sons.

So, H.C., Chan, K.W., Chan, Y.T., and Ho, K. (2005). Linear prediction approach for efficient frequency estimation of multiple real sinusoids: algorithms and analyses. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(7), 2290–2305.

Tufts, D.W. and Kumaresan, R. (1982). Estimation of frequencies of multiple sinusoids: Making linear prediction perform like maximum likelihood. *Proceedings of the IEEE*, 70(9), 975–989.

Yilmaz, A.S., Alkan, A., and Asyali, M.H. (2008). Applications of parametric spectral estimation methods on detection of power system harmonics. *Electric Power Systems Research*, 78(4), 683–693.