

Modelagem Dinâmica de um Conversor CC-CC Duplo-Série Ressonante com Grampeamento Ativo

Guilherme S. Salati* Fausto B. Líbano* Aurélio T. Salton*
Jeferson V. Flores*

* *PPGEE, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, RS, (e-mail: {
guilherme.salati; fausto.libano; aurelio.salton;
jeferson.flores}@ufrgs.br).*

Abstract: Resonant converter's main feature is its increased efficiency, however, the dynamic modeling of these converters are not trivial and may result in high order or high complexity models. This paper presents the dynamic modeling of a Dual Series-Resonant Active Clamp DC-DC converter through the Generalizing State Space Average method. Simulations performed with PSIM are presented in order to evaluate the time and frequency responses of the obtained model.

Resumo: Conversores ressonantes tem como principal característica o aumento da eficiência energética, contudo, a obtenção de um modelo dinâmico para esses conversores não é trivial e pode resultar em modelos de ordem elevada e maior complexidade. Este trabalho apresenta a modelagem dinâmica de um conversor CC-CC Duplo Série-Ressonante com Grampeamento Ativo através do método do Modelo Médio Generalizado no Espaço de Estados. Simulações utilizando o *software PSIM* são apresentadas para avaliar a resposta temporal e em frequência do modelo obtido.

Keywords: DC-DC Resonant Converter; Dynamic Model; State Space Average;

Palavras-chaves: Conversor CC-CC Ressonante; Espaço de Estados, Modelo Dinâmico;

1. INTRODUÇÃO

Com o crescente interesse em energias renováveis e no melhor aproveitamento da energia elétrica, conversores estáticos de potência representam um tópico de pesquisa relevante tanto na academia quanto na indústria. Tais dispositivos são amplamente encontrados em aplicações atuais, como na elevação e regulação da tensão de saída em painéis fotovoltaicos (Vettuparambil et al., 2021), em aplicações de telecomunicação (Tahavorgar and Quaicoe, 2019), em veículos elétricos e aplicações automotivas (Shang et al., 2017), entre outras.

Nesse contexto, torna-se evidente a busca pela melhor eficiência energética desses processos. Dessa maneira, conversores CC-CC com topologias ressonantes tornam-se boas alternativas. Estes conversores são capazes de aprimorar a eficiência do dispositivo através da mitigação das perdas de comutação dos elementos semicondutores (Tahavorgar and Quaicoe, 2019). Essa mitigação é obtida uma vez que essas topologias são classificadas como conversores de comutação suave, i.e., permitem a operação em condição de comutação com corrente nula (ZCS, do inglês *zero-current*

switching) ou tensão nula (ZVS, do inglês *zero-voltage switching*) (Buccella et al., 2015; Barbi et al., 1990).

Tipicamente, conversores CC-CC são modelados através do Modelo Médio no Espaço de Estados (SSA, do inglês *State Space Average*). Para a correta aplicação desse método, assume-se que as variáveis do conversor possuem baixa variação no entorno de seu valor médio (*ripple*) e podem ser aproximadas por este valor (Erickson and Maksimovic, 2004). Em conversores ressonantes, as variáveis (correntes e tensões) ressonantes evoluem de forma predominantemente oscilatória. Como consequência, tais variáveis apresentam elevado *ripple* e podem apresentar valor médio nulo, inviabilizando a aplicação do SSA (Sanders et al., 1991). Para contornar esse problema, diferentes métodos capazes de capturar a influência do *ripple* foram desenvolvidos. Em (Blin et al., 2020), uma comparação entre diferentes métodos de modelagem que levam em conta o comportamento das componentes harmônicas dos sinais é realizada. Dentre os métodos analisados, destaca-se o Modelo Médio Generalizado em Espaço de Estados (GSSA - *Generalized State Space Averaging*), proposto por Sanders et al. (1991). Nessa metodologia, as variáveis do conversor são aproximadas por expansões em Série de Fourier com coeficientes variantes no tempo. Esses coeficientes são escolhidos como as variáveis de estado do sistema, permitindo que, além do valor médio, o *ripple* das variáveis do conversor sejam modelados. Ainda, em (Yang et al., 1991) uma técnica similar é proposta e o método é derivado

* Este estudo foi financiado em partes pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal em Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de financiamento 001; Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil (CNPq), bolsas PQ-306223/2018-0 e 306214/2018-0; Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul - Brasil (FAPERGS), PqG 2019.

a partir da Série de Fourier trigonométrica, enquanto em (Sanders et al., 1991) o método é desenvolvido a partir dos coeficientes da Série de Fourier complexa. Diversos modelos de conversores obtidos através desses métodos são encontrados na literatura. Em Tahavorgar and Quaicoe (2019) e Buccella et al. (2015), a abordagem com a Série de Fourier trigonométrica é adotada. Em Dahl et al. (2020), é utilizada a Série de Fourier complexa e o efeito da quantidade de coeficientes utilizados na aproximação das variáveis é investigado.

Este trabalho apresenta a obtenção de um modelo dinâmico linear do conversor duplo série-ressonante com grampeamento ativo (DSRAC - *Dual Series-Resonant Active-Clamp Converter*) proposto por Lee et al. (2008). Este conversor combina a operação em ZVS e ZCS, proporcionando um aumento significativo de sua eficiência. Trabalhos anteriores modelam conversores com topologias similares a do DSRAC. Um conversor com o mesmo circuito de grampeamento ativo (similar ao estágio de entrada de um conversor Flyback com grampeamento ativo) do DSRAC é modelado através da abordagem com coeficientes trigonométricos em (Tahavorgar and Quaicoe, 2019). Em (Shang et al., 2017) um conversor com o mesmo circuito ressonante conectado ao estágio de saída do conversor é modelado, mas a dinâmica do estágio de entrada é negligenciada. Contudo, um modelo para o DSRAC ainda não foi obtido na literatura. No modelo do conversor considerando a dinâmica dos dois estágios é obtido por GSSA. Através de simulações utilizando o *PSIM*, as principais características da resposta temporal do modelo são analisadas. Por fim, utilizando um modelo linear identificado através da simulação a resposta em frequência do modelo desenvolvido é analisada.

2. CONVERSOR DSRAC

A topologia do conversor DSRAC é apresentada na Fig. 1. Ele é composto por um circuito no lado primário do transformador (T) semelhante ao de um conversor Flyback com grampeamento ativo, e no lado secundário um tanque ressonante composto por uma indutância L_s e dois capacitores C_1 e C_2 , considerados iguais, conectados entre um retificador do tipo *voltage doubler*, ligados a um capacitor de filtro C_o . O transformador é modelado como um transformador ideal com relação de espiras $n_2/n_1 = n$. A carga alimentada pelo conversor é representada pela resistência R . As chaves S_1 e S_2 operam de forma complementar e são controladas através de modulação de largura de pulso (PWM), representado na figura por $s(t)$, com sua razão cíclica (*duty cycle*) D referente à chave S_1 .

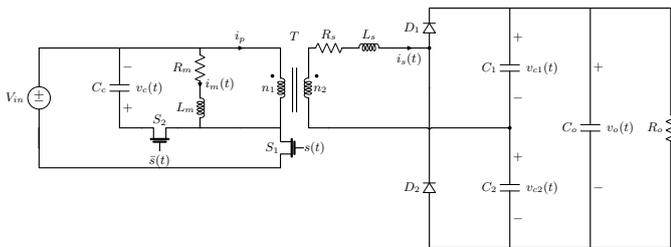


Figura 1. Circuito do conversor DSRAC.

O circuito de grampeamento ativo no lado primário permite a operação em ZVS das chaves S_1 e S_2 , enquanto o

circuito ressonante no secundário garante a operação em ZCS dos diodos D_1 e D_2 . Lee et al. (2008) mostra que o conversor tem ganho estático similar a de um conversor Boost isolado e, através da escolha da relação de espiras n , o conversor DSRAC pode ser utilizado tanto na elevação quanto no rebaixamento da tensão de entrada. Considerando $L_m \gg L_s$, o ganho estático do conversor é dado por,

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{n}{1-D}, \quad 0 \leq D < 1. \quad (1)$$

3. METODOLOGIA DE OBTENÇÃO DO GSSA

Considerando que, devido a comutação periódica, as formas de onda das variáveis (tensões e correntes) do conversor serão periódicas de período T_s , essas variáveis podem ser aproximadas em um intervalo de tempo $\tau \in (t - T_s, t]$ por uma Série de Fourier com coeficientes variantes no tempo na forma,

$$x(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle x \rangle_k(t) e^{jk\omega_s \tau}, \quad (2)$$

onde $\omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$ e $\langle x \rangle_k(t)$ é o k -ésimo coeficiente de Fourier calculado no intervalo $(t - T_s, t]$. Considerando que esses coeficientes variam de forma mais lenta que o período de comutação do sinal de PWM, o k -ésimo coeficiente é então definido pelo seu valor médio em um período:

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^{t} x(\tau) e^{-jk\omega_s \tau} d\tau. \quad (3)$$

Observa-se que (2) e (3) equivalem à aplicação da Série de Fourier em uma janela de tempo móvel τ de tamanho T_s . Por consequência, os coeficientes generalizados são funções do tempo. Além disso, o k -ésimo coeficiente $\langle x \rangle_k(t)$ representa a k -ésima harmônica do sinal na frequência $\frac{k}{T_s}$. Logo, se o sinal $x(t)$ for periódico para $t \geq t_i$, seus coeficientes generalizados de Fourier serão constantes para $t \geq t_i + T_s$, ou seja, (2) torna-se a Série de Fourier tradicional. Por esses motivos, como os sinais de um conversor de potência em regime permanente são periódicos com período igual ao de comutação, T_s é assumido igual ao próprio período de comutação (Blin et al., 2020).

Observa-se que os coeficientes k diferentes de zero, $\langle x \rangle_k(t)$ são variáveis complexas conjugadas,

$$\begin{aligned} \langle x \rangle_k(t) &= \langle x \rangle_k^R(t) + j \langle x \rangle_k^I(t) \\ \langle x \rangle_{-k}(t) &= \langle x \rangle_k^R(t) - j \langle x \rangle_k^I(t) \end{aligned} \quad (4)$$

Dessa maneira, o objetivo do GSSA é definir um modelo médio utilizando os coeficientes $\langle x \rangle_0(t)$ e as partes reais e imaginárias de cada coeficiente $\langle x \rangle_k(t)$, com $k \neq 0$ como os estados do sistema. Assim, o estado correspondente ao coeficiente $\langle x \rangle_0(t)$ modela o valor médio do sinal e os estados correspondentes as partes reais e imaginárias dos coeficientes $\langle x \rangle_k(t)$, incorporam o efeito do *ripple* nas variáveis do conversor.

Nota-se que a Série de Fourier (2) deve ser truncada em algum k finito, portanto, a precisão do modelo está diretamente relacionada a composição frequencial dos sinais e ao número de coeficientes considerados. Logo, torna-se claro

o compromisso entre a precisão e a complexidade do sistema, visto que o aumento dos coeficientes na aproximação acarreta no aumento do número de estados do sistema.

Para derivação do modelo, duas propriedades da operação de média (3) devem ser exploradas. A derivada do coeficiente médio $\langle x \rangle_k(t)$ em relação ao tempo,

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle_k(t) = \left\langle \frac{d}{dt} x \right\rangle_k(t) - jk\omega_s \langle x \rangle_k(t), \quad (5)$$

e a computação do k-ésimo coeficiente da média do produto entre dois sinais $x(t)$ e $q(t)$,

$$\langle qx \rangle_k(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle q \rangle_{(k-i)}(t) \langle x \rangle_i(t). \quad (6)$$

Além disso, as equações diferenciais que descrevem os modos de operação do conversor devem ser descritas através das funções de comutação que regem o conversor por um conjunto único de equações generalizadas.

4. MODELO DINÂMICO DO CONVERSOR DSRAC

Lee et al. (2008) divide o conversor em oito modos de operação. Como alguns modos descrevem pequenos eventos que ocorrem dentro de um mesmo circuito equivalente, para a modelagem dinâmica, serão considerados quatro modos de operação, de acordo com as combinações de comutação possíveis das chaves semicondutoras e dos diodos.

Os circuitos equivalentes dos quatro modos são mostrados na Fig. 2. Para fins de estudo de caso, as formas de onda obtidas através de simulação no PSIM de um conversor projetado de acordo com as instruções de projeto de Lee et al. (2008) em regime permanente são apresentadas na Fig. 3. O conversor foi projetado para aplicação da conexão de um sistema de energia solar a rede, buscando a obtenção de um barramento CC de 310V a partir de uma tensão de entrada de 40V. Os parâmetros obtidos são exibidos na Tabela. 1.

Tabela 1. Parâmetros do Conversor.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
V_{in}	40V	n	4
L_m	15 μ H	R_m	5m Ω
C_c	150 μ F	L_s	1 μ H
R_s	2 μ Ω	C_r	1 μ F
C_o	150 μ F	R	275 Ω
D	0.484	f_s	50kHz

Os modos 1 e 2 equivalem ao período em que a chave semicondutora S_1 está ativa, sendo p modo 1 equivalente ao diodo D_1 em condução e o modo 2 em bloqueio com a corrente $i_s(t)$ interrompida. De maneira similar, nos modos 3 e 4 a chave S_1 está aberta enquanto a chave S_2 conduz. O modo 3 equivale ao período de condução do diodo D_2 e o modo 4 em bloqueio.

O primeiro passo para aplicação do GSSA é descrever os modos de operação do conversor em um conjunto único de equações diferenciais generalizadas. Para aplicação do método no conversor proposto, o sinal de PWM pode ser representado considerando T_s o período de comutação do dispositivo pela função de comutação,

$$s(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < DT_s \\ 0, & DT_s \leq t < T_s. \end{cases} \quad (7)$$

Nota-se na Fig. 3 que, devido a característica ressonante do circuito, a corrente $i_s(t)$ equivale durante o modo 1 a meio período de uma senoide de frequência natural do tanque ressonante $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{2L_sC_r}}$, sendo $C_r = C_1 = C_2$ (Lee et al., 2008). Portanto, a comutação do diodo D_1 , representando a transição do modo 1 para o modo 2 acontece de forma periódica através do sinal,

$$q_1(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < T_{q_1} \\ 0, & T_{q_1} \leq t < T_s, \end{cases} \quad (8)$$

sendo $T_{q_1} = \frac{T_r}{2}$ e $T_r = \frac{2\pi}{\omega_r}$. De maneira análoga, a comutação do diodo D_2 , entre os modos 3 e 4, pode ser representada pelo sinal,

$$q_2(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < DT_s \\ 1, & DT_s \leq t < T_{q_2} \\ 0, & T_{q_2} \leq t < T_s, \end{cases} \quad (9)$$

onde $T_{q_2} = DT_s + \frac{T_r}{2}$.

A partir das funções (7)-(9) e das equações de malhas e nós que descrevem os circuitos equivalentes de cada modo, o sistema pode ser representada pelas equações generalizadas:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_m(t) &= -\frac{R_m}{L_m} i_m(t) - \frac{(1-s(t))}{L_m} v_c(t) + \frac{s(t)}{L_m} V_{in} \\ \frac{d}{dt} v_c &= \frac{(1-s(t))}{C_c} i_m(t) + \frac{q_2(t)}{C_c} n i_s(t) \\ \frac{d}{dt} i_s(t) &= \frac{q_1(t)}{L_s} (-R_s i_s(t) + v_{c2}(t) - v_o(t) + n V_{in}) + \\ &\quad \frac{q_2(t)}{L_s} (-n v_c(t) - R_s i_s(t) + v_{c2}(t)) \\ \frac{d}{dt} v_{c2}(t) &= \left(\frac{1}{C_b} q_1(t) - \frac{1}{C_a} q_2(t) \right) i_s(t) - \frac{1}{RC_x} v_o(t) \\ \frac{d}{dt} v_o(t) &= \frac{q_1(t) - q_2(t)}{C_x} i_s(t) - \frac{2}{RC_x} v_o(t), \end{aligned} \quad (10)$$

onde, $C_x = 2C_o + C_r$, $\frac{1}{C_a} = \frac{C_r + C_o}{C_x C_r}$, $\frac{1}{C_b} = \frac{1}{C_a} - \frac{1}{C_r}$.

O segundo passo para aplicação do GSSA é definir as aproximações das funções não lineares do sistema. Para a função de chaveamento $s(t)$, considerando que o *duty cycle* é a entrada de controle do sistema, seus coeficientes de Fourier são:

$$\langle s \rangle_0(t) = D(t), \quad (11)$$

$$\langle s \rangle_k(t) = \frac{j}{2\pi k} \left(e^{-j2\pi k D(t)} - 1 \right). \quad (12)$$

Para $q_1(t)$ e $q_2(t)$, segue que

$$\langle q_1 \rangle_0(t) = \langle q_2 \rangle_0(t) = \frac{\omega_{sr}}{2}, \quad (13)$$

$$\langle q_1 \rangle_k(t) = \frac{j}{2\pi k} \left(e^{-j\pi k \omega_{sr}} - 1 \right), \quad (14)$$

$\langle q_2 \rangle_k(t) = \frac{j}{2\pi k} \left(e^{-j(2\pi k D(t) + \pi k \omega_{sr})} - e^{-j2\pi k D(t)} \right)$, (15) sendo $\omega_{sr} = \frac{\omega_s}{\omega_r}$, no qual ω_s é a frequência de comutação.

O terceiro passo é definir o número de harmônicas que será utilizado na aproximação (3) de cada sinal do sistema. Na Fig. 3 observa-se que a corrente $i_s(t)$ possui valor médio nulo e, buscando a maior simplicidade do modelo, será

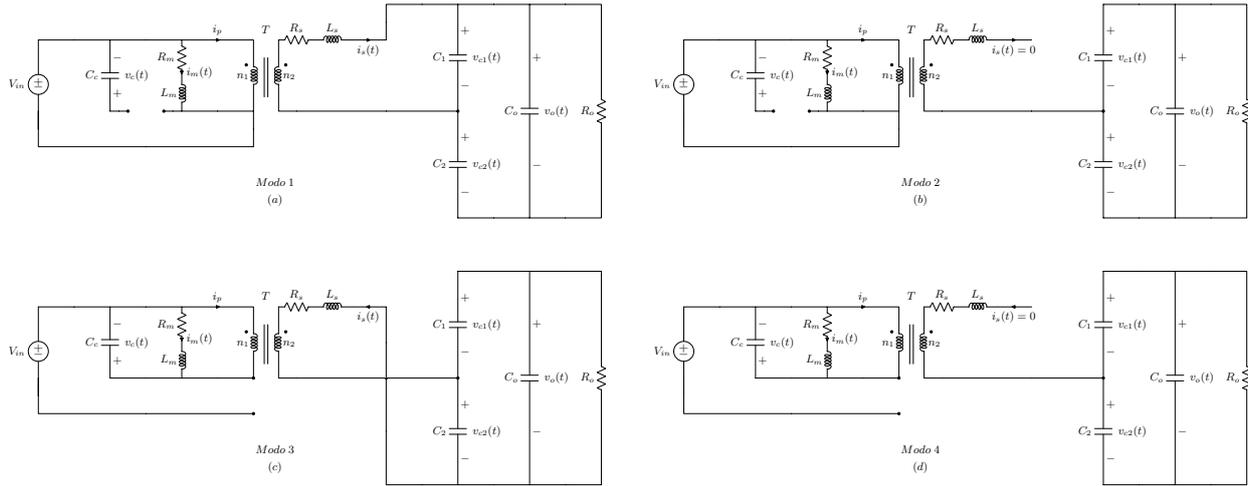


Figura 2. Modos de operação para modelagem do conversor DSRAC.

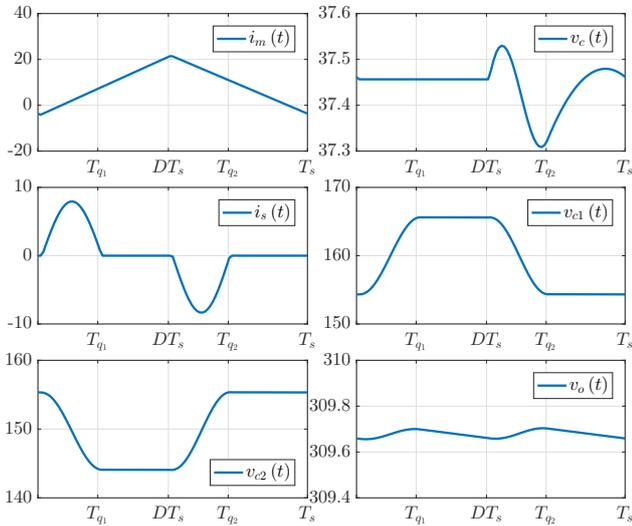


Figura 3. Formas de onda em regime permanente e espectro de frequência dos sinais.

aproximada apenas pelos coeficientes da sua harmônica fundamental. Para modelar a interação entre as variáveis ressonantes, a tensão do capacitor ressonante $v_{c2}(t)$ será aproximada pelos coeficientes da sua harmônica fundamental e o seu valor médio.

As demais variáveis serão aproximadas apenas pelo seu valor médio, uma vez que as tensões $v_c(t)$ e $v_o(t)$ apresentam baixo *ripple* e o *ripple* da corrente $i_m(t)$ não influencia significativamente as demais variáveis do sistema, como pode ser observado em (10). Dessa maneira, os estados definidos são,

$$\mathbf{x}(t) = [i_m(t)_0 \ v_c(t)_0 \ i_s(t)_1^R \ i_s(t)_1^I \ v_{c2}(t)_0 \ v_{c2}(t)_1^R \ v_{c2}(t)_1^I \ v_o(t)_0]^T \quad (16)$$

Nota-se, uma vez que $v_o(t) = v_{c1}(t) + v_{c2}(t)$ para todos os modos, é indiferente a escolha das variáveis relacionadas a $v_{c1}(t)$ e $v_{c2}(t)$ ou $v_o(t)$ e $v_{c2}(t)$ como estados do sistema.

Com os estados definidos, a partir das propriedades definidas em (5)-(6) e das equações generalizadas do conversor (10), suprimindo a dependência temporal para simplifica-

ção, obtém-se o sistema médio descrito pelas equações,

$$\frac{d}{dt} \langle i_m \rangle_0 = \frac{1}{L_m} \left(-R_m \langle i_m \rangle_0 - (1 - \langle s \rangle_0) \langle v_c \rangle_0 + \langle s \rangle_0 V_{in} \right) \quad (17)$$

$$\frac{d}{dt} \langle v_c \rangle_0 = \frac{1}{C_c} \left((1 - \langle s \rangle_0) \langle i_m \rangle_0 + n \langle q_2 \rangle_1 \langle i_s \rangle_{-1} + n \langle q_2 \rangle_{-1} \langle i_s \rangle_1 \right) \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt} \langle i_s \rangle_1 = \frac{1}{L_s} \left(-n \langle q_2 \rangle_1 \langle v_c \rangle_0 + R_s (\langle q_1 \rangle_0 + \langle q_2 \rangle_0) \langle i_s \rangle_1 + (\langle q_1 \rangle_1 + \langle q_2 \rangle_1) \langle v_{c2} \rangle_0 + (\langle q_1 \rangle_0 + \langle q_2 \rangle_0) \langle v_{c2} \rangle_1 - \langle q_1 \rangle_1 \langle v_o \rangle_0 + n \langle q_1 \rangle_1 V_{in} \right) - j\omega_s \langle i_s \rangle_1 \quad (19)$$

$$\frac{d}{dt} \langle v_{c2} \rangle_0 = \left(\frac{1}{C_b} \langle q_1 \rangle_{-1} - \frac{1}{C_a} \langle q_2 \rangle_{-1} \right) \langle i_s \rangle_1 + \left(\frac{1}{C_b} \langle q_1 \rangle_1 - \frac{1}{C_a} \langle q_2 \rangle_1 \right) \langle i_s \rangle_{-1} - \frac{1}{RC_x} \langle v_o \rangle_0 \quad (20)$$

$$\langle v_{c2} \rangle_1 = \left(\frac{1}{C_b} \langle q_1 \rangle_0 - \frac{1}{C_a} \langle q_2 \rangle_0 \right) \langle i_s \rangle_1 - j\omega_s \langle v_{c2} \rangle_1 \quad (21)$$

$$\langle v_o \rangle_0 = \frac{1}{C_x} \left((\langle q_1 \rangle_{-1} - \langle q_2 \rangle_{-1}) \langle i_s \rangle_1 + (\langle q_1 \rangle_1 - \langle q_2 \rangle_1) \langle i_s \rangle_{-1} \right) - \frac{2}{RC_x} \langle v_{c2} \rangle_0 \quad (22)$$

Finalmente, substituindo os coeficientes das aproximações das funções não-lineares (11)-(15), as definições de estado (16) e separando as partes real e imaginária nas equações do sistema médio (17)-(22), obtém-se um modelo médio para o conversor. Nota-se que ao fim deste processo, o modelo obtido será não-linear, uma vez que conterá termos bilineares como o produto $\langle q_2 \rangle_1 \langle v_c \rangle_0$ em (20).

Deseja-se obter um modelo localmente linear entorno do ponto de equilíbrio $\bar{\mathbf{x}}$. Para isso, primeiramente considera-se a tensão de entrada V_{in} como um parâmetro fixo. Então, fixando o valor de $D(t)$ para o ponto de operação desejado,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_m}{L_m} & \frac{1-D}{L_m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1-D}{C_c} & 0 & 2\frac{n\alpha \cos(\xi)}{C_c \pi} & -2\frac{n\alpha \sin(\xi)}{C_c \pi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{n\alpha \cos(\xi)}{L_s \pi} & -\frac{\omega_{sr} R_s}{L_s} & \omega_s & \frac{2\alpha \cos(\xi) + \gamma}{2L_s \pi} & \frac{\omega_{sr}}{L_s} & 0 & -\frac{\gamma}{2L_s \pi} \\ 0 & \frac{n\alpha \sin(\xi)}{L_s \pi} & -\omega_s & -\frac{\omega_{sr} R_s}{L_s} & -\frac{2\alpha \sin(\xi) - \beta}{2L_s \pi} & 0 & \frac{\omega_{sr}}{L_s} & -\frac{\beta}{2L_s \pi} \\ 0 & 0 & \frac{\gamma}{\pi C_b} - 2\frac{\alpha \cos(\xi)}{\pi C_a} & \frac{\beta}{\pi C_b} + 2\frac{\alpha \sin(\xi)}{\pi C_a} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_x R} \\ 0 & 0 & -\frac{\omega_{sr}}{2C_r} & 0 & 0 & 0 & \omega_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\omega_{sr}}{2C_r} & 0 & -\omega_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2\alpha \cos(\xi) + \gamma}{C_x \pi} & \frac{2\alpha \sin(\xi) + \beta}{C_x \pi} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{C_x R} \end{bmatrix} \quad (23)$$

obtem-se o ponto de equilíbrio $\bar{\mathbf{x}}$ para o sistema através da solução de $\frac{d}{dt} \mathbf{x} = 0$ nas equações não-lineares obtidas. Utilizando um modelo de pequenos sinais (Chen, 1999), considera-se $\mathbf{x}(t) = \bar{\mathbf{x}} + \delta \mathbf{x}$ e $D(t) = \bar{D} + \delta d(t)$, onde $\delta \mathbf{x}(t)$ e $\delta d(t)$ representam pequenas variações entorno do ponto de operação $(\bar{\mathbf{x}}, \bar{D})$. Esse procedimento resulta na matriz \mathbf{A} descrita em (23) e em

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{x}_2}{L_m} + \frac{V_{in}}{L_m} \\ -\frac{\bar{x}_1}{C_c} - 4\frac{n\alpha \sin(\xi) \bar{x}_3}{C_c} - 4\frac{n\alpha \cos(\xi) \bar{x}_4}{C_c} \\ 2\frac{n\alpha \sin(\xi) \bar{x}_2}{L_s} - 2\frac{\alpha \sin(\xi) \bar{x}_5}{L_s} \\ 2\frac{n\alpha \cos(\xi) \bar{x}_2}{L_s} - 2\frac{\alpha \cos(\xi) \bar{x}_5}{L_s} \\ 4\frac{\alpha \sin(\xi) \bar{x}_3}{C_a} + 4\frac{\alpha \cos(\xi) \bar{x}_4}{C_a} \\ 0 \\ 0 \\ 4\frac{\alpha \sin(\xi) \bar{x}_3}{C_x} + 4\frac{\alpha \cos(\xi) \bar{x}_4}{C_x} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

onde $\xi = 2\pi\bar{D} + \pi\frac{\omega_{sr}}{2}$, $\alpha = \sin(\pi\frac{\omega_{sr}}{2})$, $\beta = \cos(\pi\omega_{sr}) - 1$, $\gamma = \sin(\pi\omega_{sr})$ e \bar{x}_i é o i -ésimo elemento do ponto de equilíbrio $\bar{\mathbf{x}}$.

Por fim, deseja-se que a saída do sistema seja a tensão de saída do conversor. Definindo $\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$, obtém-se um modelo linear em espaço de estados descrito por:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \delta \mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \delta \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \delta d(t) \\ \delta \mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \delta \mathbf{x}(t) \end{cases}. \quad (25)$$

5. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Para avaliação do modelo, resultados obtidos através de simulação no *software PSIM 10* foram comparados com o

modelo (25) implementado através do *Matlab*. Os parâmetros do conversor utilizados na simulação são os mesmos apresentados anteriormente.

A Fig. 4 apresenta uma comparação entre a simulação e o modelo obtido para a resposta temporal ao salto $\delta d = 0.005$. Note que, devido ao elevado ganho estático decorrente da relação de transformação $n = 4$, essa variação pequena na entrada provoca uma variação significativa na tensão de saída. O erro percentual apresentado na Fig. 4 foi definido em relação ao valor em regime permanente de $v_o(t)$ no *PSIM* e é dado por:

$$erro(\%) = 100 \times \frac{v_o^{PSIM}(t) - v_o^{GSSA}(t)}{v_o^{RP}}. \quad (26)$$

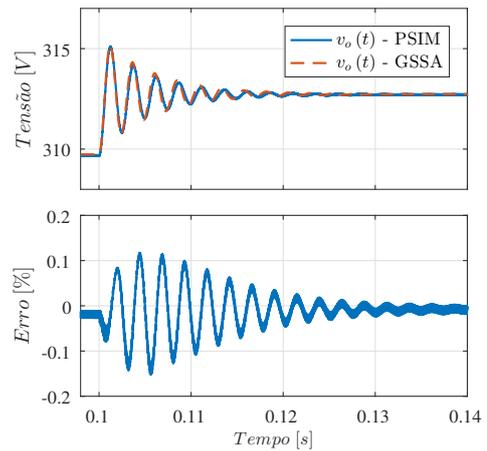


Figura 4. Comparação entre a resposta temporal para um salto no *duty cycle*.

Percebe-se que o modelo foi capaz de prever com precisão adequada tanto o comportamento transitório quanto o regime permanente do sistema. Para comparar a resposta em frequência do modelo obtido, um modelo foi estimado através da co-simulação *Matlab/PSIM*. Para a estimação com o conversor operando no ponto de operação desejado, pequenas variações na entrada $d(t)$ foram realizadas utili-

zando um sinal binário pseudo-aleatório (PRBS) gerado com auxílio do *Matlab*. A variação na tensão de saída foi amostrada no *PSIM* para o *Matlab* utilizando uma frequência de amostragem $f_s = 50\text{kHz}$ (a mesma de comutação do conversor). Com auxílio da função *tfest* do *Matlab*, um modelo de quarta ordem em tempo contínuo foi obtido, resultando em,

$$G(s) = \frac{\delta v_o}{\delta d} = \frac{-16,18 \times 10^3 s^3 + 2,61 \times 10^9 s^2 - 2,39 \times 10^{14} s + 8,17 \times 10^{18}}{s^4 + 1974 s^3 + 2,1 \times 10^9 s^2 + 8,04 \times 10^{11} s + 1,37 \times 10^{16}}. \quad (27)$$

Uma comparação entre as respostas em frequência dos modelos analítico e do identificado é mostrada na Fig. 5. Nota-

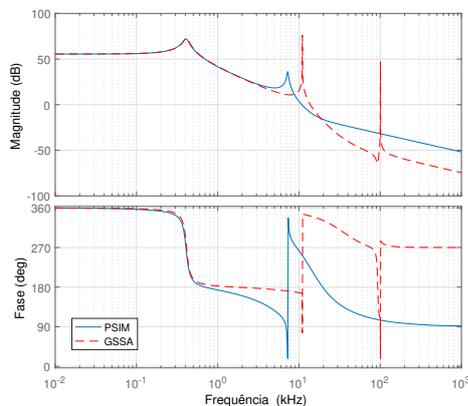


Figura 5. Comparação entre resposta em frequência do modelo e obtida por simulação.

se que o modelo apresenta resposta adequada em baixas frequências. Em altas frequências (superiores à frequência de comutação, próximas de 100kHz) o modelo analítico apresenta picos de ressonância devido aos estados associados as componentes harmônicas das variáveis. Por estarem acima das frequências de comutação e amostragem, esses picos não afetam o desempenho do modelo e não foram captados pelo modelo identificado.

Ainda, pode-se perceber em frequências próximas à 10kHz divergências nas respostas. Essa diferença pode ser atribuída à precisão das aproximações realizadas na definição dos estados do modelo, uma vez que a influência de componentes harmônicas superiores a fundamental foram negligenciadas. Contudo, nota-se, com auxílio da resposta temporal, que os polos e zeros de baixa frequência tem dominância na resposta do sistema, de forma que o modelo apresentado capta de forma satisfatória a dinâmica mais relevante do sistema.

6. CONCLUSÃO

Nesse trabalho, um modelo dinâmico para o conversor duplo-série ressonante com grameamento ativo proposto por Lee et al. (2008) foi apresentado. O modelo foi obtido através do modelo médio generalizado no espaço de estados, limitando as aproximações harmônicas às componentes fundamentais das variáveis ressonantes. Simulações utilizando o *software PSIM* e comparações com

um modelo identificado a partir de dados de simulação foram apresentadas. Os resultados obtidos mostram uma boa representação da dinâmica do sistema para saltos na variável de entrada, com erro menor que 0,12% do valor da tensão de regime. Além disso, foi mostrado que o modelo obtido representa de forma adequada as características de baixa frequência do conversor.

REFERÊNCIAS

- Barbi, I., Bolacell, J.C., Martins, D.C., and Libano, F.B. (1990). Buck Quasi-Resonant Converter Operating at Constant Frequency: Analysis, Design, and Experimentation. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 5(3), 276–283. doi:10.1109/63.56518.
- Blin, N., Riedinger, P., Daafouz, J., Grimaud, L., and Feyel, P. (2020). A comparison of harmonic modeling methods with application to the interconnection and the control of switched systems. *European Journal of Control*. doi:10.1016/j.ejcon.2020.07.007.
- Buccella, C., Cecati, C., Latafat, H., Pepe, P., and Razi, K. (2015). Observer-Based Control of LLC DC/DC Resonant Converter Using Extended Describing Functions. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 30(10), 5881–5891. doi:10.1109/TPEL.2014.2371137.
- Chen, C.T. (1999). *Linear System Theory and Design*. Oxford University Press, New York, 3th edition.
- Dahl, N.J., Ammar, A.M., Knott, A., and Andersen, M.A. (2020). An Improved Linear Model for High-Frequency Class-DE Resonant Converter Using the Generalized Averaging Modeling Technique. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 8(3), 2156–2166. doi:10.1109/JESTPE.2019.2945182.
- Erickson, R.W. and Maksimovic, D. (2004). *Fundamentals of Power Electronics*. Kluwer Academic, New Work, 2nd edition.
- Lee, J.J., Kwon, J.M., Kim, E.H., and Kwon, B.H. (2008). Dual series-resonant active-clamp converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(2), 699–710. doi:10.1109/TIE.2007.911912.
- Sanders, S.R., Noworolski, J.M., Liu, X.Z., and Verghese, G.C. (1991). Generalized Averaging Method for Power Conversion Circuits. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 6(2), 251–259. doi:10.1109/63.76811.
- Shang, F., Wu, H., Niu, G., Krishnamurthy, M., and Isurin, A. (2017). Dynamic Analysis and Control Approach for a High-Gain Step-Up Converter for Electrified Transportation. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 3(3), 656–667. doi:10.1109/TTE.2017.2743418.
- Tahavorgar, A. and Quaicoe, J.E. (2019). Stability and Small-Signal Analyses of the Dual Series-Resonant DC-DC Converter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 34(2), 1420–1430. doi:10.1109/TPEL.2018.2830358.
- Vettuparambil, A., Chatterjee, K., and Fernandes, B.G. (2021). A Multiport Converter Interfacing Solar Photovoltaic Modules and Energy Storage with DC Microgrid. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 68(4), 3113–3123. doi:10.1109/TIE.2020.2978709.
- Yang, E.X., Lee, F.C., and Jovanovic, M.M. (1991). Small-Signal Modeling of Power Electronic Circuits Using Extended Describing Function Technique. In *Proc. VPEC Seminar*, 167–178.