

## Modelos de programação linear para o planejamento do deslocamento de bobinas em uma fábrica de tubos flexíveis

Letícia D. Cruz \* Ricardo H. C. Takahashi \*\* Eduardo G. Carrano \*\*\*

\* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, MG, (e-mail: leticiadc@ufmg.br).

\*\* Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, MG, (e-mail: taka@mat.ufmg.br)

\*\*\* Departamento de Engenharia Elétrica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, MG, (e-mail: egcarrano@ufmg.br)

---

**Abstract:** At a flexible pipe factory, the pipes are stored in reels, which are moved with the aid of cranes. Specific reels must be positioned in predetermined locations so that machines can perform the pipes' construction. As the physical space and reach of the cranes is limited, there are several movement constraints for the reels. In this context, this work proposes two models of linear programming where, given the plant's initial configuration and the planning, an optimized list of movements is built for the reels' displacement. The objectives considered are tardiness minimization, earliness maximization and minimization of the movements count. In the first model the objectives are treated simultaneously while the second one is divided into two sequential stages. The proposed models are compared with each other according to the execution time and the values obtained for earliness and tardiness, demonstrating that the model with two sequential steps obtains better results.

**Resumo:** Em uma fábrica de tubos flexíveis, os tubos são armazenados em bobinas, que são deslocadas com o auxílio de pontes rolantes. Bobinas específicas devem ser posicionadas em locais pré-determinados de modo que máquinas possam executar a construção dos tubos. Como o espaço físico e o alcance das pontes rolantes é limitado, existem diversas restrições para o deslocamento das bobinas. Nesse contexto esse trabalho propõe dois modelos de programação linear onde, dada a configuração inicial da planta e o planejamento, é construída uma lista de movimentos otimizada para o deslocamento das bobinas. Os objetivos considerados são a minimização do atraso, a maximização do adiantamento e a minimização da quantidade de movimentos. No primeiro modelo os objetivos são tratados simultaneamente enquanto o segundo é dividido em duas etapas sequenciais. Os modelos propostos são comparados entre si de acordo com o tempo de execução e os valores obtidos de adiantamento e atraso, demonstrando que o modelo com duas etapas sequenciais obtém melhores resultados.

**Keywords:** Integer linear programming; Scheduling; Multiobjective optimization, Heuristics, Production planning.

**Palavras-chaves:** Programação linear inteira; Scheduling; Otimização multiobjetivo; Heurísticas; Planejamento da produção.

---

### 1. INTRODUÇÃO

Tubos flexíveis são estruturas compostas pela sobreposição de camadas poliméricas cilíndricas e fios metálicos enrolados. Essa tecnologia tem sido amplamente empregada pela indústria de óleo e gás em aplicações *offshore* nas últimas décadas. Dependendo de sua finalidade, esses tubos podem ser compostos por diferentes camadas. No entanto, durante sua construção, as camadas iniciais devem ser armazenadas em instalações adequadas de modo que não

haja exposição a condições climáticas adversas, como sol e chuva. Usualmente, os tubos são armazenados em bobinas de grandes dimensões, que são movimentadas por pontes rolantes a fim de disponibilizar os tubos para máquinas em diferentes etapas do processo produtivo. Como o alcance das pontes rolante e o espaço físico são limitados, as bobinas devem ser movidas em caminhos específicos e respeitando diversas restrições.

Uma variável importante do processo de produção é o tempo de deslocamento das bobinas. Dado um planejamento prévio de quando os tubos devem ser processados e por quais máquinas, é necessário otimizar a sequência

---

\* O presente trabalho foi realizado com apoio das agências de fomento CAPES, CNPq e FAPEMIG.

de deslocamento das bobinas buscando minimizar o número de movimentos, minimizar os atrasos e maximizar o adiantamento na execução do planejamento. A otimização proposta pode evitar atrasos aos clientes finais da fábrica de tubos flexíveis que é o caso de estudo deste trabalho.

A movimentação de uma bobina entre dois pontos da planta envolve três operações: *i*) içar com a ponte rolante; *ii*) mover, e; *iii*) abaixar a bobina na posição de destino. Dentre estas três etapas, a primeira e a terceira demandam um tempo significativo para serem realizadas. Logo, para garantir o menor atraso e o maior adiantamento é necessário executar a menor quantidade de movimentos possível, em uma ordenação adequada.

Na literatura existem poucos trabalhos relacionados ao planejamento de produção com características semelhantes. Entretanto é possível citar estudos como Tassis et al. (2012) que apesar de ser um problema diferente, aborda o mesmo contexto de otimização das manobras de bobinas com tubos flexíveis, e também como Daganzo (1989); Legato et al. (2012); Guan et al. (2013) que tratam do problema de programação de guindastes. A referência Daganzo (1989) estuda o problema de carregamento de navios em portos utilizando guindastes, sem restrições relacionadas ao movimento dos guindastes ou das cargas. O modelo resultante torna-se semelhante aos problemas de programação de máquina. Os trabalhos Legato et al. (2012) e Guan et al. (2013) estudam o problema específico de operação de guindastes em terminais de contêineres portuários. Em ambos os modelos, existe uma restrição que impede os guindastes de cruzarem uns com os outros. Existem também restrições de precedência entre as operações de descarga e carga e restrições temporais para a disponibilidade de cada guindaste para os navios. Ambos os trabalhos desenvolvem métodos exatos (programação dinâmica ou branch-and-bound) para pequenas instâncias do problema e métodos heurísticos para grandes instâncias.

Nesse trabalho são propostos dois modelos de programação linear para solução do problema de movimentação de bobinas em uma planta de produção de tubo flexíveis. O primeiro, denominado modelo temporal, trata simultaneamente tanto a criação da rota de distância mínima quanto a ordenação dos movimentos para obter o melhor tempo de planejamento. O segundo, denominado modelo em estágios, divide essas duas atribuições em dois modelos sequenciais. Com a comparação entre as duas propostas, espera-se verificar o desempenho e qual é capaz de encontrar os melhores resultados para atraso e adiantamento.

Na Seção 2, são apresentadas as características e restrições do problema. Em seguida, nas Seções 3 e 4, são apresentados os dois modelos propostos. O algoritmo capaz de implementá-los é proposto na Seção 5. Por fim os resultados obtidos são discutidos na Seção 6.

## 2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O local disponível para a fabricação dos tubos flexíveis pode ser representado pelo grafo da Figura 1. Neste grafo cada vértice representa uma posição e cada aresta indica um caminho entre duas posições (posições adjacentes). Os vértices em cinza indicam que alguma bobina está

armazenada nessa posição. A figura representa apenas a parte coberta do espaço físico disponível, onde as bobinas podem ficar abrigadas de condições climáticas. Por sua vez, a posição 59 é um nó auxiliar para indicar que existe alguma bobina na parte externa a ser utilizada (ponto de conexão com a parte externa da planta).

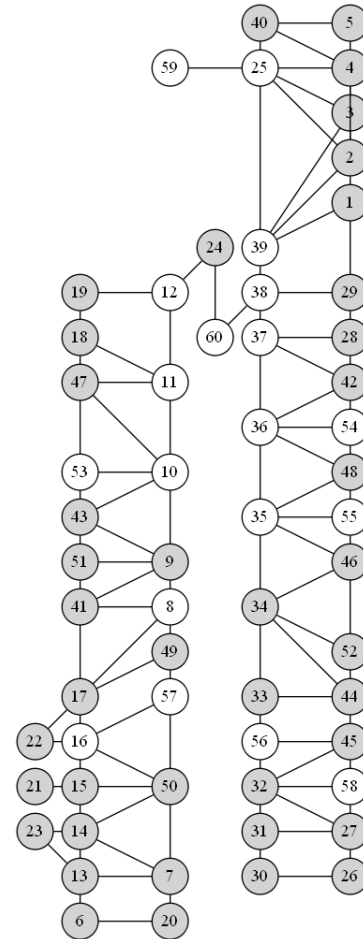


Figura 1. Representação da planta.

Existem três tipos de posições na planta: armazenamento, máquinas e carros. As posições de armazenamento podem receber e fornecer bobinas a qualquer momento. As posições de máquina são aquelas onde as atividades de projeto são executadas. Elas também podem armazenar bobinas, mas quando existe alguma atividade de projeto programada para elas, essas posições recebem as bobinas específicas das atividades e as bobinas não podem ser retiradas da posição enquanto a atividade estiver sendo executada. Os carros são posições que permitem o deslocamento das bobinas entre regiões diferentes da planta. Para todos os tipos de posição apenas uma bobina pode ser armazenada por vez.

O movimento das bobinas entre as posições é realizado ou por pontes rolantes ou pelos carros. Estes equipamentos podem ser operados em paralelo, mas estão restritos a regiões específicas da planta. Do lado direito da planta ilustrada na Figura 1 está presente a ponte rolante 1 e do lado esquerdo a ponte rolante 2. Para permitir a comunicação entre os dois lados, existe um carro que opera entre as posições 24 e 60. Também existe um carro

na posição 25, garantindo que bobinas armazenadas na parte externa da fábrica possam ser deslocadas para a parte interna. Só é possível sugerir um movimento entre duas posições, utilizando um determinado equipamento, se houver um caminho válido e livre (uma ponte rolante não consegue passar uma bobina por cima de outra). As arestas permitem o movimento entre duas posições em qualquer direção, com exceção do caminho 59-25, que indica que uma bobina é movida para o espaço coberto, mas nunca na direção contrária (região interna para externa). Em acréscimo, não existe nenhuma preferência por posição ou caminho, desde que o objetivo do planejamento seja cumprido respeitando as restrições estabelecidas. Existe ainda uma regra específica para as posições 22 e 23: para colocar ou retirar uma bobina dessas posições é necessário que os nós 16 e 17 (caso da posição 22) ou que os nós 13 e 14 estejam livres (caso da posição 23).

São necessárias 3 e 5 unidades de tempo<sup>1</sup> para deslocar as pontes rolantes e os carros, respectivamente, entre duas posições de planta. Estes tempos indicam a quantidade de unidades de tempo necessária para deslocar uma bobina entre duas posições quaisquer utilizando um mesmo equipamento (compreendendo as atividades de içar, deslocar e abaixar a bobina). Dessa forma, deslocar uma bobina da posição 12 para 11 gasta 3 unidades de tempo, assim como deslocar a mesma bobina de 12 para 53. Com isso, nota-se que o tempo de deslocamento está associado ao uso da unidade de movimentação em si e não ao tamanho do caminho percorrido por esta. Porém, ainda que isso não afete o tempo de deslocamento, é interessante realizar sempre o menor caminho possível, com o intuito de estender a vida útil dos equipamentos de transporte.

Para cumprir o planejamento da empresa, é necessário posicionar bobinas que contenham tubos específicos em determinadas posições de máquina durante um determinado intervalo de tempo. Nesse período de operação, o tubo vai sendo retirado de uma bobina, processado e enrolado em uma segunda bobina, com a nova camada construída. Por essa razão, com exceção dos processos de construção da primeira camada ou de finalização do tubo, é sempre necessário posicionar a bobina com o tubo na posição de máquina informada e uma dada bobina vazia na posição de máquina específica correspondente do outro lado da planta. As posições 42 e 47 na Figura 1 são um exemplo de um par de posições de máquinas. Nesse contexto, é fornecida uma lista de atividades que devem ser executadas, como apresentado na Tabela 1. Cada tarefa tem um horário de início e de fim, duas bobinas e duas posições associadas. O conjunto bobina/tarefa é denominado subtarefa e, portanto, cada tarefa tem duas subtarefas. No caso de exceção, é necessário um único conjunto bobina/tarefa, sendo o segundo conjunto representado como uma repetição do primeiro.

O problema possui três objetivos principais: minimizar o atraso global, maximizar o adiantamento global e minimizar a quantidade de movimentos. O atraso é definido no nível da tarefa, sendo calculado pelo máximo entre o atraso das respectivas subtarefas. Já o adiantamento é

Tabela 1. Planejamento para produção de tubos flexíveis

Tarefa	Início	Fim	Bobina 1	Bobina 2	Posicao 1	Posicao 2
1	0	56	21	3	45	50
2	0	224	24	40	42	47
3	23	716	28	28	5	5
4	98	674	8	39	43	48

definido por subtarefa, ou seja, é a diferença, em unidades de tempo, entre o horário planejado de início da tarefa e o horário de chegada de cada bobina à posição de destino. O atraso global é a soma de todos os atrasos e o adiantamento global a soma de todos os adiantamentos. Por fim, existe uma ordem de prioridade entre os objetivos, sendo o atraso o mais importante e a quantidade de movimentos a de menor importância.

### 3. MODELO TEMPORAL

Primeiramente é proposto um modelo linear inteiro misto, denominado Modelo Temporal, para solucionar o problema descrito na Seção 2. Esse modelo trata simultaneamente tanto a criação da rota de distância mínima quanto a ordenação dos movimentos para obter o melhor adiantamento. O planejamento de movimentação de cada subtarefa é executado separadamente e, por isso, o modelo não é capaz de calcular o atraso, definido a nível da tarefa. A lista completa de movimentos é obtida agrupando os movimentos fornecidos para cada subtarefa. Abaixo são definidos três conjuntos de variáveis e, em seguida, os parâmetros do modelo.

- $pos_{i,b,m}$ : variável binária que indica se a bobina  $b$  está na posição  $i$  durante um movimento  $m$ .
- $mov_{b,i,j,q,m}$ : variável binária que indica se a bobina  $b$  é deslocada da posição  $i$  para a posição  $j$  no movimento  $m$ , usando o equipamento de movimentação  $q$ .
- $t_m$ : variável inteira que representa a quantidade de unidades de tempo necessárias até um determinado movimento  $m$ .
- $\mathcal{P}$ : conjunto de posições.
- $\mathcal{Q}$ : conjunto de equipamentos.
- $\mathcal{B}$ : conjunto de bobinas.
- $\mathcal{M}$ : conjunto de movimentos permitidos (a quantidade de movimentos é limitada; o modelo pode usar a quantidade necessária de movimentos desde que esta não ultrapasse o limite).
- $t_i$ : tempo mínimo para iniciar os movimentos.
- $t_s$ : tempo de início da subtarefa  $s$  no planejamento.
- $b_s$ : bobina da subtarefa  $s$ .
- $p_s$ : posição destino da subtarefa  $s$ .
- $c_{i,j,q}$ : parâmetro binário que estabelece se o equipamento  $q$  conecta diretamente as posições  $i$  e  $j$ .
- $p_{i,b}$ : parâmetro binários que indica se, inicialmente, a bobina  $b$  está alocada na posição  $i$ .
- $n$ : fator que pondera a prioridade entre os objetivos de adiantamento e quantidade de movimentos.

As restrições são representadas pelas equações (1) a (14). (1) define a restrição de fluxo, indicando que se uma posição recebeu ou forneceu uma bobina, deve haver um movimento indicando isso. Em sequência, (2) restringe que uma bobina deve estar em uma única posição. Já (3) estabelece que cada posição pode conter no máximo uma bobina em um dado instante de tempo.

<sup>1</sup> A unidade de tempo foi definida com base em um fator arbitrário constante, com o intuito de proteger informação sensível da companhia.

$$pos_{i,b,q} - pos_{i,b,q+1} = \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{j \in \mathcal{P}} mov_{b,i,j,q,m+1} - \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{j \in \mathcal{P}} mov_{b,j,i,q,m+1} \quad \forall m \in \mathcal{M}, b \in \mathcal{B}, i \in \mathcal{P} \quad (1)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{P}} pos_{i,b,m} = 1 \quad \forall m \in \mathcal{M}, b \in \mathcal{B} \quad (2)$$

$$\sum_{b \in \mathcal{B}} pos_{i,b,m} \leq 1 \quad \forall m \in \mathcal{M}, i \in \mathcal{P} \quad (3)$$

$$mov_{b,i,j,q,m} \leq c_{i,j,q} \quad \forall m \in \mathcal{M}, b \in \mathcal{B}, q \in \mathcal{Q}, i \in \mathcal{P}, j \in \mathcal{P} \quad (4)$$

$$\sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{i \in \mathcal{P}} \sum_{j \in \mathcal{P}} mov_{b,i,j,q,m} \leq 1 \quad \forall m \in \mathcal{M}, q \in \mathcal{Q} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{b \in \mathcal{B}} mov_{b,12,24,2,m} + \sum_{b \in \mathcal{B}} mov_{b,24,12,2,m} + \sum_{b \in \mathcal{B}} mov_{b,24,60,4,m} \\ & + \sum_{b \in \mathcal{B}} mov_{b,60,24,4,m} + \sum_{b \in \mathcal{B}} mov_{b,60,38,1,m} + \sum_{b \in \mathcal{B}} mov_{b,38,60,1,m} \leq 1 \quad \forall m \in \mathcal{M} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\sum_{b \in \mathcal{B}} mov_{b,59,25,3,m} + \sum_{b \in \mathcal{B}} mov_{b,25,59,3,m} + \sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{i \in \mathcal{P}} mov_{b,i,25,1,m} + \sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{i \in \mathcal{P}} mov_{b,25,i,1,m} \leq 1 \quad \forall m \in \mathcal{M} \quad (7)$$

$$pos_{i,b,1} = p_{i,b} \quad \forall b \in \mathcal{B}, i \in \mathcal{P} \quad (8)$$

$$t_1 = t_i + \max[\min(3, \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{b \in \mathcal{B}} 3 \cdot \sum_{i \in \mathcal{P}} \sum_{j \in \mathcal{P}} mov_{b,i,j,q,1}), \min(5, \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{b \in \mathcal{B}} 5 \cdot \sum_{i \in \mathcal{P}} \sum_{j \in \mathcal{P}} mov_{b,i,j,q,1})] \quad (9)$$

$$\begin{aligned} t_q = t_{q-1} + \max[ & \min(3, \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{b \in \mathcal{B}} 3 \cdot \max(0, \sum_{i \in \mathcal{P}} \sum_{j \in \mathcal{P}} mov_{b,i,j,q,m} - \sum_{i \in \mathcal{P}} \sum_{j \in \mathcal{P}} mov_{b,i,j,q,m-1})), \\ & \min(5, \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{b \in \mathcal{B}} 5 \cdot \max(0, \sum_{i \in \mathcal{P}} \sum_{j \in \mathcal{P}} mov_{b,i,j,q,m} - \sum_{i \in \mathcal{P}} \sum_{j \in \mathcal{P}} mov_{b,i,j,q,m-1}))] \quad \forall m \in \mathcal{M} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{b \in \mathcal{B}} pos_{16,b,m} + mov_{b,16,22,2,m+1} + mov_{b,22,16,2,m+1} + mov_{b,17,22,2,m+1} + mov_{b,22,17,2,m+1} \leq 1 \quad (11)$$

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{b \in \mathcal{B}} pos_{17,b,m} + mov_{b,16,22,2,m+1} + mov_{b,22,16,2,m+1} + mov_{b,17,22,2,m+1} + mov_{b,22,17,2,m+1} \leq 1 \quad (12)$$

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{b \in \mathcal{B}} pos_{13,b,m} + mov_{b,13,23,2,m+1} + mov_{b,23,13,2,m+1} + mov_{b,14,23,2,m+1} + mov_{b,23,14,2,m+1} \leq 1 \quad (13)$$

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{b \in \mathcal{B}} pos_{14,b,m} + mov_{b,13,23,2,m+1} + mov_{b,23,13,2,m+1} + mov_{b,14,23,2,m+1} + mov_{b,23,14,2,m+1} \leq 1 \quad (14)$$

$$\max_{m \in \mathcal{M}} [n \cdot \sum_{b \in \mathcal{B}} \max(0, (t_s \cdot pos_{p_s,b_s,m}) - t_q) - (\sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{i \in \mathcal{P}} \sum_{j \in \mathcal{P}} mov_{b,i,j,q,m})] \quad (15)$$

$$\max_{m \in \mathcal{M}} [(n \cdot \sum_{b \in \mathcal{B}} pos_{p_s,b_s,m}) - (\sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{i \in \mathcal{P}} \sum_{j \in \mathcal{P}} mov_{b,i,j,q,m})] \quad (16)$$

As restrições em (4) definem que só pode haver movimento se existir um caminho válido entre as respectivas posições. A quantidade de movimentos por equipamento por instante é limitada a 1, conforme indicado em (5). Essa regra permite que as pontes rolantes e carros operem em paralelo, mas não define condições específicas na interseção entre as pontes rolantes e carros. Essa regras específicas, apresentadas em (6) e (7), mostram que em um mesmo movimento uma de três situações deve ocorrer: *i*) uma bobina é adicionada no carro, ou; *ii*) o carro se desloca, ou; *iii*) a bobina é retirada do carro. Elas são necessárias uma vez que os carros não conseguem estar fisicamente em duas posições no mesmo instante.

A equação (8) define a distribuição inicial das bobinas entre as posições da planta. (9) representa o tempo de planejamento no primeiro movimento, considerando o tempo inicial fornecido como parâmetro e se existe algum movimento naquele instante (caso exista algum movimento são contabilizadas 3 ou 5 unidades de tempo, dependendo do equipamento utilizado). Movimentos com equipamentos diferentes podem ser executados em paralelo, o que é garantido por (10), que calcula o tempo nos demais instantes, sempre somando o tempo anterior com o atual. Essa equação se difere da anterior porque movimentos em sequência com a mesma bobina são contabilizados em uma única unidade de tempo. Logo, é verificado se existe algum movimento começando naquele instante para somar as unidades de tempo. Caso o deslocamento de uma mesma bobina esteja sendo finalizado ou ainda esteja em execução, não existe acréscimo de tempo.

Os últimos conjuntos de restrições, que limitam os movimentos entre as posições 16/17/22 e 13/14/23, são representado pelas equações (11) a (14). Apesar do modelo conter dois objetivos, eles são agregados em uma única função (Equação 15), com definição de prioridade entre eles.

#### 4. MODELO EM ESTÁGIOS

O modelo temporal é responsável por encontrar simultaneamente as rotas com a menor quantidade de movimentos e identificar a melhor ordenação desses movimentos. No segundo modelo proposto neste trabalho, denominado Modelo em Estágios, essas responsabilidades são desacopladas em dois submodelos.

O primeiro submodelo é igual ao modelo anterior, com exceção das equações 9 e 10, que definem o tempo de planejamento a partir da ordenação das bobinas movimentadas e da função objetivo. As restrições mencionadas deixam de existir e a função objetivo é substituída pela Equação 16, sem uma definição de quando a subtarefa foi finalizada. O adiamento é calculado pela quantidade de movimentos em que a bobina está posicionada no destino.

O segundo submodelo, denominado encaixe temporal, é responsável pela ordenação temporal dos movimentos obtidos na etapa anterior. Essa ordenação é obtida a partir das definições do problema e de regras de precedência entre os movimentos. Uma melhoria importante adquirida nesse submodelo é que a ordenação temporal não é restrita à subtarefa: ela é realizada nos movimentos de todas as subtarefas conjuntamente. Dessa forma, é possível adiantar

alguns movimentos, desde que as regras de precedência não seja quebradas.

É necessário que o submodelo de encaixe temporal receba alguns dados como parâmetro, tanto da definição do problema quanto do submodelo anterior. A partir da definição da instância são obtidos:

- $t_{max}$ : tempo máximo de planejamento, que é igual ao horário de término da última tarefa.
- $\mathcal{T} = \{1, 2, \dots, t_{max}\}$ : conjunto de unidades de tempo.
- $\mathcal{B}$ : conjunto de bobinas.
- $\mathcal{S}$ : conjunto de subtarefas.
- $\mathcal{K}$ : conjunto de tarefas.
- $\mathcal{Q}$ : conjunto de equipamentos.
- $T_u$ : início da tarefa  $u$ .
- $C_{Kq}$ : tempo de movimentação do equipamento  $q$ .
- $n1$  e  $n2$ : fatores de ponderação para definição de prioridade entre os objetivos do problema.

Já partir da solução do submodelo anterior são definidos:

- $j_{max}$ : quantidade total de movimentos.
- $\mathcal{J} = \{1, 2, \dots, j_{max}\}$ : conjunto de movimentos.
- $\mathcal{J}_q$ : conjuntos de movimentos executados pelo equipamento  $q$ .
- $j_{k1}$ : último movimento da subtarefa 1 da tarefa  $k$ .
- $j_{k2}$ : último movimento da subtarefa 2 da tarefa  $k$ .
- $\mathcal{P}_j$ : conjunto de posições usadas no movimento  $j$ .
- $bob_j$ : bobina deslocada no movimento  $j$ .
- $bob_{b,j}$ : parâmetro binário que indica se a bobina  $b$  é deslocada no movimento  $j$ .
- $t_{ij}$ : definição do tempo inicial mínimo para o movimento  $j$  caso seja utilizada alguma bobina ou posição envolvida em uma tarefa anterior.

Para definir o horário em que cada movimento deve ser executado na nova ordenação, é necessário definir um conjunto de variáveis binárias  $x_{j,t}$  que indicam se o movimento  $j$  é executado no instante de tempo  $t$  e um outro conjunto de variáveis binárias  $y_{b,q,t}$ , que indicam se a bobina  $b$  é movimentada pelo equipamento  $q$  no instante de tempo  $t$ . A atribuição de valores às variáveis é condicionada às restrições das equações (17) a (23) e à função objetivo representada pela equação (26).

As restrições em (17) definem que cada movimento deve ser executado uma única vez. Por sua vez, (18) restringe que cada ponte rolante/carro só pode movimentar uma bobina por vez e que o somatório de tempo é igual ao tempo de movimentação do equipamento. O conjunto de restrições (19) estabelece a associação entre bobina e movimento. Se um determinado movimento é executado em um dado instante de tempo, então a variável que indica o movimento da bobina correspondente àquele instante também deve ter valor unitário. Essa associação permite que os movimentos gerados no submodelo anterior sejam agrupados para redução do tempo de deslocamento, uma vez que mais de um movimento com a mesma bobina pode ser executado em um mesmo instante de tempo/equipamento.

A equação (20) estabelece um tempo inicial mínimo para cada movimento, baseado no planejamento. Caso a bobina e/ou a posição de destino do movimento sejam utilizadas em uma tarefa anterior, o movimento só pode iniciar após a finalização da operação anterior.

As restrições em (21) e (22) definem que se uma bobina estava deslocando em um equipamento, só pode haver um próximo movimento para ela em outro equipamento após a finalização do anterior. (21) indica a restrição no sentido carro - ponte rolante, enquanto (22) indica a restrição no sentido ponte rolante - carro. Nesta última equação, apenas o tempo do equipamento 1 é utilizado, uma vez que o tempo de movimentação é igual para as duas pontes rolantes. Um ponto importante é que (22) não é válida para o carro 3, uma vez que não são permitidos movimentos da parte interna da fábrica para a parte externa.

Para finalizar, as restrições em (23) definem, para cada equipamento, que se um movimento utiliza alguma posição de um movimento anterior, ele deve acontecer depois.

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} x_{j,t} = 1 \quad \forall j \in \mathcal{J} \quad (17)$$

$$\sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{s=t}^{t+C_{Kq}-1} y_{b,q,s} \leq 1 \quad (18)$$

$$\forall q \in \mathcal{Q}, t \in 1..t_{max} - C_{Kq} + 1$$

$$\min(1, \sum_{j \in \mathcal{J}_\Pi} bob_{b,j} \cdot x_{j,t}) = y_{b,q,t} \quad (19)$$

$$\forall q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}, b \in \mathcal{B}$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} t \cdot x_{j,t} \geq t_{i_j} \quad \forall j \in \mathcal{J} \quad (20)$$

$$bob_i = bob_j \Rightarrow \sum_{t \in \mathcal{T}} t \cdot x_{i,t} \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} t \cdot x_{j,t} + C_{K4} \quad (21)$$

$$\forall i \in \mathcal{J}_1 \cup \mathcal{J}_2, j \in \mathcal{J}_3 \cup \mathcal{J}_4, i > j$$

$$bob_i = bob_j \Rightarrow \sum_{t \in \mathcal{T}} t \cdot x_{j,t} \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} t \cdot x_{i,t} + C_{K1} \quad (22)$$

$$\forall i \in \mathcal{J}_1 \cup \mathcal{J}_2, j \in \mathcal{J}_4, j > i$$

$$\mathcal{P}_i \cap \mathcal{P}_j \geq 1 \Rightarrow \sum_{t \in \mathcal{T}} t \cdot x_{i,t} \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} t \cdot x_{j,t} + C_{Kq} \quad (23)$$

$$\forall q \in \mathcal{Q}, i, j \in \mathcal{J}_q, i > j$$

$$Atraso(x) = \sum_{k \in \mathcal{K}} \max(0, \sum_{t \in \mathcal{T}} t \cdot x_{j_{k1},t} - T_{task_k}, \sum_{t \in \mathcal{T}} t \cdot x_{j_{k2},t} - T_{task_k}) \quad (24)$$

$$Antecipacao(x) = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} t \cdot x_{j_{k1},t} + t \cdot x_{j_{k2},t} \quad (25)$$

$$\min f(x) = n1 \cdot Atraso(x) + n2 \cdot Antecipacao(x) + \sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{t \in \mathcal{T}} y_{b,q,t} \quad (26)$$

Os dois objetivos principais tratados nesse submodelo são o atraso global e o adiantamento global. O cálculo

do atraso foi mantido assim como explicado na Seção 2, mas o adiantamento foi convertido em antecipação. Nesse caso basta obter o tempo de conclusão dos movimentos da subtarefa. (24) e (25) expressam matematicamente a soma dos atrasos e o adiantamento para cada tarefa, respectivamente.

(26) consolida a função objetivo associando atraso, antecipação e quantidade de movimentos. A quantidade de movimentos é traduzida pela quantidade de bobinas se deslocando, uma vez que a quantidade real de movimentos já foi definida pela etapa anterior, mas é desejável agrupar a maior quantidade possível de movimentos com a mesma bobina. Como o atraso é mais importante que a antecipação, que é mais importante que a quantidade de movimentos, os fatores de ponderação  $n1$  e  $n2$  utilizados nessa equação são definidos de forma que esta ordem de prioridade seja mantida.

## 5. ALGORITMO

Para resolver o problema proposto foi desenvolvido um algoritmo em Python integrado ao CPLEX (IBM, 2021) capaz de solucionar os modelos temporal (Seção 3) e em estágios (Seção 4). O conjunto de variáveis de movimento no modelo temporal e na primeira parte do modelo em estágios é indexado pelas posições, bobinas, equipamentos e movimentos, o que torna o problema de alta dimensão. Por essa razão é necessário encontrar alternativas que diminuam o tamanho do modelo e melhorem seu desempenho. A primeira ação foi não contemplar o planejamento completo via modelo, considerando apenas uma subtarefa por vez. Dessa forma foram realizadas múltiplas execuções do CPLEX em sequência, uma para cada subtarefa, considerando o estado da planta ao fim de cada otimização.

Nessas execuções individuais podem existir no máximo 15 movimentos e, caso não seja possível alcançar a posição de destino com essa quantidade, é realizada uma segunda tentativa com 26 movimentos. A posição inicial das bobinas é igual ao posicionamento real na fábrica na primeira otimização e à configuração final da última subtarefa nas demais.

Para o modelo temporal o tempo inicial da subtarefa é o máximo entre o horário de finalização dos movimentos da última subtarefa, o horário de desbloqueio da posição de máquina a ser utilizada (caso no planejamento exista mais de uma atividade para a mesma máquina) e o horário de desbloqueio da bobina a ser utilizada (caso no planejamento uma mesma bobina seja processada por mais de uma máquina). No submodelo de encaixe temporal, essa condição é estabelecida nas restrições de precedência e portanto não é uma configuração adicional no algoritmo.

Para diminuir ainda mais a dimensão do problema, as posições em operação (representadas pelas tarefas anteriores no planejamento cujo horário fim é superior ao horário de início da tarefa corrente) e as respectivas bobinas não são fornecidas ao modelo, uma vez que bobinas em operação não podem ser retiradas das respectivas posições. Também são removidas outras bobinas e posições que potencialmente não serão utilizadas na criação da rota. Para elaborar essa regra, associa-se a cada posição um número que representa uma linha horizontal. Na Figura

1, por exemplo, é associado ao nó 6, a linha horizontal 0 e ao nó 17 a linha 5. A regra é descrita nos itens abaixo:

- Se a bobina e a posição de destino estão do mesmo lado da fábrica e a linha horizontal de ambas é inferior ao número 5, excluem-se da otimização as posições e as respectivas bobinas do outro lado da planta.
- Se a bobina e a posição de destino estão do mesmo lado da fábrica e a linha horizontal de alguma é superior ao número 5, excluem-se da otimização as posições e as respectivas bobinas do outro lado da planta cuja linha horizontal é inferior ao número 10. Optou-se por esta regra pois, neste caso, é mais provável que seja necessário transportar alguma bobina para o lado oposto a fim de gerar caminho livre.
- Se a bobina e a posição de destino estão em lados opostos da fábrica, são excluídas as posições e as respectivas bobinas cuja linha horizontal é igual ao mínimo entre a linha da posição que contém a bobina inicialmente menos 5 e a linha da posição de destino menos 5.

Para agilizar a otimização é definida uma solução inicial para o conjunto de variáveis de movimento, fornecendo um limite superior ao CPLEX. Nessa solução não existe nenhum movimento, ou seja, todas as respectivas variáveis são iguais a zero.

Por fim, o tempo de execução do CPLEX é limitado à uma hora. Caso esse tempo seja atingido e o ótimo não tenha sido encontrado, é retornada a melhor solução obtida até esse instante. Caso nenhuma solução diferente da inicial seja encontrada, considera-se que o algoritmo não foi capaz de solucionar o problema e ele é finalizado.

As especificidades retratadas para o algoritmo nessa seção são exclusivas do modelo temporal e da primeira etapa do modelo em estágios. A dimensão do problema tratado pela fase de encaixe temporal, no modelo em estágios, é significativamente menor e, portanto, o modelo é resolvido diretamente pelo CPLEX.

## 6. RESULTADOS

Cinco instâncias reais (A a E) foram utilizadas para testar o algoritmo e os modelos apresentados nesse trabalho. Para cada instância são fornecidas: as posições, os caminhos válidos, a configuração inicial das bobinas e o planejamento. Os experimentos reportados nesta seção foram executados em um computador com 16 GB de memória RAM e processador Intel Core i7-8565U.

O modelo temporal foi capaz de solucionar apenas as instâncias A e D e os resultados estão apresentados na Tabela 2. Nas demais, para alguma sub tarefa do planejamento não foi possível encontrar uma solução no intervalo de 1 hora. Essa demora para encontrar soluções é devido primeiramente à dimensão do problema, mas também pelo fato de que o modelo é responsável tanto por encontrar rotas válidas quanto por verificar as combinações entre os movimentos em cada rota. Como o tempo para deslocar uma mesma bobina em sequência por duas posições é inferior ao tempo de movimentos separados, a ordenação dos movimentos em cada rota gera uma solução diferente, o que aumenta ainda mais a complexidade computacional.

Os resultados obtidos pelo modelo em estágios são apresentados na Tabela 3. Nessa tabela, as colunas Primeira Etapa e Segunda Etapa representam o tempo, em segundos, que o algoritmo levou para processar o planejamento completamente. É possível notar que todas as subtarefas foram atendidas em todas as instâncias. Em seguida, nas colunas Atraso e Adiantamento são apresentados os valores quantitativos dos objetivos do problema. Os valores obtidos pelo modelo em estágios são melhores que os do modelo temporal.

Os tempos de execução tanto da primeira quanto da segunda etapa, apresentados na Tabela 3, demonstram que a agilidade em obter os resultados depende fortemente da instância analisada. Na instância D, o tempo de execução da primeira etapa foi de 386 segundos, enquanto que para a instância C foi de 4037 segundos. Essa variação está relacionada principalmente com a dificuldade em criar rotas e não com a quantidade de subtarefas do planejamento. Quando é possível criar a rota com 15 movimentos, os resultados são obtidos em poucos segundos. Todavia, quando é necessário aumentar a quantidade de movimentos para 26, o tempo de execução aumenta drasticamente.

Tabela 2. Resultados modelo temporal

Instância	Tempo de Execução (s)	Atraso	Adiantamento
A	1799	164	394
D	480	126	0

Tabela 3. Resultados modelo composto

Instância	Primeira Etapa	Segunda Etapa	Atraso	Adiantamento
A	700	413	58	1602
B	2945	1110	357	33
C	4037	876	228	174
D	386	645	94	0
E	953	850	70	0

Como o conjunto de variáveis de movimento é indexado, além da quantidade máxima de movimentos, pelas posições e bobinas, o tempo de execução também é influenciado pela quantidade delas na otimização. Esse fato enfatiza a necessidade da regra de exclusão de posições e bobinas de acordo com as linhas horizontais apresentada na Seção 5, uma vez que ela é capaz de reduzir a dimensão do problema.

Uma melhoria adquirida na etapa de encaixe temporal no modelo em estágios é ordenar os movimentos do planejamento de forma global. Dessa forma, movimentos de diferentes subtarefas que podem ser executados em paralelo, em equipamentos distintos, e movimentos que podem ser antecipados, são organizados de forma a melhorar o resultado. Entretanto, a primeira etapa do modelo em estágios ainda é executada por sub tarefa. Essa definição é capaz de fornecer uma solução válida para o problema, mas é possível que sejam sugeridos movimentos pouco eficientes no contexto global. Essa constatação não invalida os resultados obtidos, mas indica que em trabalhos futuros possam ser propostos novos modelos que complementem esse trabalho.

## 7. CONCLUSÃO

A fim de obter uma lista de movimentos otimizada para o deslocamento de bobinas em uma fábrica de tubos flexíveis

foram propostos dois modelos de programação linear capazes de solucionar o problema, modelo temporal e modelo em estágios. O primeiro trata tanto a elaboração de rota mínima quanto a ordenação dos movimentos, enquanto o segundo divide essas atribuições em dois submodelos.

Ambos os modelos tem dimensão elevada, uma vez que o conjunto de variáveis de movimento é indexado pelas bobinas, posições, equipamentos e quantidade de movimentos. Por essa razão foi proposto um algoritmo capaz de implementar os modelos adicionando regras para redução da quantidade de variáveis.

Mesmo com as regras apresentadas, o modelo temporal não foi capaz de solucionar todas as instâncias reais selecionadas. Em três das cinco instâncias utilizadas, para alguma subtarefa, não foi possível encontrar uma solução com a quantidade máxima de movimentos igual a 15. Ao aumentar o número de movimentos para 26, nenhum resultado foi encontrado no tempo limite definido. Como o modelo em estágios é dividido em duas etapas de menor dimensão, foram obtidas soluções para todas as instâncias. Em acréscimo, a segunda etapa agregou a capacidade de otimizar os resultados da primeira globalmente, garantindo valores menores para o atraso e maiores para o adiantamento.

Diante dos resultados obtidos e do objetivo deste trabalho em comparar os dois modelos em termos de desempenho e de valores quantitativos, é possível afirmar que o modelo em estágios prevalece nas duas comparações. Ele demonstra ser superior ao encontrar soluções para todas as instâncias e valores de função objetivo melhores, onde ambos obtiveram solução. Por fim, a capacidade de garantir a ordenação global dos movimentos justifica o tempo de execução maior em uma das instâncias para o modelo em estágios, não diminuindo a sua superioridade em relação ao desempenho.

## REFERÊNCIAS

- Daganzo, C.F. (1989). The crane scheduling problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, 23, 159–175.
- Guan, Y.; Yang, K.. et al. (2013). The crane scheduling problem: models and solution approaches. *Annals of Operations Research*, 203, 119–139.
- IBM (2021). Cplex optimizer. URL <https://www.ibm.com/analytics/cplex-optimizer>. Online, Acesso em 09/05/2021.
- Legato, P.; Trunfio, R. et al. (2012). Modeling and solving rich quay crane scheduling problems. *Computers and Operations Research*, 39, 2063–2078.
- Tassis, P. P.; Oliveira, S.F. et al. (2012). Resolvendo o problema de manobras de bobinas em uma empresa de tubos flexíveis via um modelo de programação linear inteira. *Encontro Nacional de Engenharia de Produção: ENEGEP/ABEBRO*.