

Preditor de Smith Baseado em Receptâncias para Sistemas de Segunda Ordem com Atraso e Compensação de Zona Morta

André J. J. Duarte*. Tito L. M. Santos**
José M. Araújo***

*Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Bahia, Escola Politécnica, Rua Aristides Novis, 02, Federação, 40210-630, Salvador, BA, Brasil (e-mail: andrejuarezjaime@gmail.com).

** Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Bahia, Escola Politécnica, Rua Aristides Novis, 02, Federação, 40210-630, Salvador, BA, Brasil (e-mail: tlsantos@ufba.br).

*** Grupo de Pesquisa em Sinais e Sistemas, Instituto Federal da Bahia, Rua Emídio dos Santos, S/N, Barbalho, 40301-015, Salvador, BA, Brasil (e-mail: araujo@ieee.org)

Abstract: Nonlinearities such as dead zone and time delay are, in general, present in real physical systems. They have several adverse effects, affecting the performance of control systems, which can lead to instability. In this context, the objective of this work is to present a second order systems control strategy based on a filtered Smith predictor approach for time delay compensation, including dead zone compensation using inverse function in system state feedback, using receptance approach at the frequency domain. Such proposal uses a filtered prediction error that considers the effects of these nonlinearities, and can be applied to mitigate the undesired effect of weakly damped eigenvalues. A numerical experiment is presented to illustrate the effectiveness of the proposed approach.

Resumo: Certas características de sistemas, como o atraso de tempo e a zona morta, estão presentes em diversos sistemas físicos reais. Elas apresentam múltiplos efeitos adversos, afetando o desempenho dos sistemas de controle, podendo levar à instabilidade. Neste contexto, o objetivo deste trabalho é apresentar uma estratégia de controle de sistemas de segunda ordem baseada em preditor de Smith filtrado para compensação do atraso de tempo, incluindo-se a compensação de zona morta por função inversa na realimentação de estados do sistema, sendo o projeto realizado utilizando receptâncias no domínio da frequência. Tal proposta utiliza um erro de predição filtrado incorporando os efeitos dessas não linearidades, podendo ser aplicado para atenuar o efeito indesejado de autovalores fracamente amortecidos. É apresentado um exemplo de simulação numérico, para ilustrar a eficácia da abordagem proposta.

Keywords: Receptances; Smith Predictor; Second-Order Systems; Time-Delay; Dead-Band, Pole Assignment.

Palavras-chaves: Receptâncias; Preditor de Smith; Sistemas de Segunda Ordem; Atraso no Tempo; Zona Morta; Alocação de Polos.

1. INTRODUÇÃO

A análise e projeto de sistemas de controle com atraso no tempo são desafios no contexto de sistemas de segunda ordem. Os atrasos internos estão presentes em diversas aplicações práticas, devido a uma série de motivos, como a separação física entre os locais dos sensores e os pontos de medição ideais, atraso na comunicação em sistemas ou modelos de controle em redes com parâmetros distribuídos (Palmer et al. 2005). Sendo assim, a propriedade de estabilidade de malha fechada pode ser perdida na presença de atraso de tempo, devido à natureza dimensional infinita do polinômio característico em malha fechada (Araújo et al. 2018).

O controle de malha fechada de sistemas descritos por modelos de segunda é de grande relevância, pois a partir desses modelos é possível representar várias aplicações relevantes, como controle de vibrações mecânicas, oscilações

em redes elétricas, fenômenos vibro-acústicos, entre outros (Fuller, 2008; Lisitano et al. 2018). Nesse tipo de problema de controle, a realimentação de estados é comumente empregada a partir dos vetores de posição e de velocidade medidos (Mottershead et al. 2007; Ram et al. 2009). Outrossim, as abordagens de projeto e controle baseadas em receptâncias têm sido amplamente utilizadas, porque o modelo de receptâncias pode ser obtido experimentalmente e as matrizes de massa, rigidez e amortecimento não precisam ser conhecidas (Li et al. 2013).

Uma ampla parte dos sistemas em geral apresenta determinadas não linearidades, tais como a zona morta, saturação, entre outras, geralmente quando acionados dentro de um sistema de controle (Khalil, 2002; Bai, 2001). As zonas mortas podem ocorrer em atuadores pneumáticos e hidráulicos e têm vários efeitos indesejados nos sistemas de controle, sendo o efeito mais comum a diminuição da precisão do controle. Eles também podem levar a ciclos-

limite ou instabilidade do sistema (Hsu et al. 2001; Bai, 2001), podendo ser acompanhados da saturação.

Uma solução para tratamento do atraso no tempo pode ser obtida através da utilização de controladores com compensação de atraso de tempo (em inglês, *dead time compensator*, (DTC)), sendo o primeiro proposto por Smith (1957), conhecido como Preditor de Smith. Este preditor consiste em uma estrutura de controle que desloca o atraso para fora da malha de realimentação, fazendo com que o controlador atue sobre o processo como se a dinâmica de malha fechada não apresentasse atraso (Palmor, 1996). Dentre as aplicações dos preditores de Smith filtrados (em inglês, *filtered Smith predictor* (FSP)) para sistemas sujeitos a não linearidades na entrada, em (Lima et al. 2015) é proposto uma estrutura utilizando o FSP para entradas representadas por funções não lineares, onde os resultados demonstram que a predição filtrada para o atraso de tempo pode ser projetada para atender um compromisso entre a robustez, estabilidade interna e rejeição de perturbações, valendo-se as mesmas propriedades para o FSP linear apresentado em (Normey-Rico et al. 2007; Torrico et al. 2020). A utilização do preditor de Smith filtrado pode ser vista em aplicações práticas (Lima et al. 2016; Saback et al. 2020). Em Araújo et al (2018), o FSP é utilizado em sistemas representados por matriz de receptâncias, sob influência do atraso no tempo, para atenuação de perturbações e dos efeitos de polos fracamente amortecidos.

Na seção seguinte são apresentados os conceitos teóricos e o problema a ser tratado e na sequência os resultados de um exemplo numérico. Por fim, são apresentadas as conclusões.

2. CONCEITOS TEÓRICOS

2.1 Considerações Preliminares.

Considere o sistema de segunda ordem ilustrado na Fig. 1 e representado por (1):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t), \quad (1)$$

sendo $\mathbf{M} > \mathbf{0}$, $\mathbf{C} \geq \mathbf{0}$ e $\mathbf{K} > \mathbf{0}$ são, respectivamente, as matrizes de massa, de amortecimento e de rigidez mecânica de ordem n , $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de deslocamento e $\mathbf{f}(t)$ o vetor que representa as forças externas sobre o sistema. No caso sem zona morta, o vetor $\mathbf{f}(t)$ é definido conforme (2):

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{B}\mathbf{u}(t - \tau) + \mathbf{d}(t), \quad (2)$$

sendo $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ a matriz de influência sobre o sistema (distribuição de forças dos atuadores), $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ é o sinal de controle (na forma vetorial), $\mathbf{d}(t) \in \mathbb{R}^n$ o sinal de perturbação externa (limitado) e $\tau > 0$ o atraso no tempo e associado ao sinal de controle $\mathbf{u}(t)$. Aplicando a transformada de Laplace em (1), o vetor de posição pode ser expresso no domínio da frequência por (3):

$$\mathbf{X}(s) = e^{-s\tau} \mathbf{H}(s) \mathbf{B} \mathbf{U}(s) + \mathbf{W}(s) \quad (3)$$

$$\mathbf{W}(s) = \mathbf{H}(s) [(\mathbf{M}s + \mathbf{C})\mathbf{x}(0) + \mathbf{M}s\dot{\mathbf{x}}(0)] + \mathbf{H}(s)\mathbf{D}(s) \quad (4)$$

sendo $\mathbf{H}(s) = (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K})^{-1}$ é conhecida como a receptância de malha aberta ou simplesmente receptância, e

$\mathbf{W}(s)$ a parcela (4) correspondente às condições iniciais do sistema e à influência de perturbação externa.

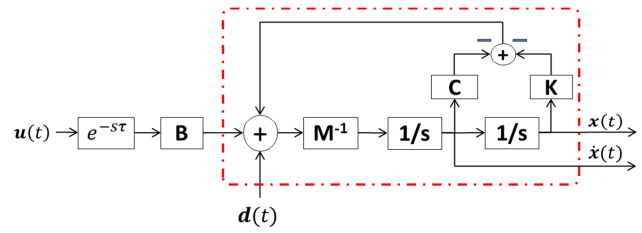


Fig. 1 Representação do sistema de segunda ordem com atraso.

Além disso, é possível definir a lei de controle sobre esse sistema, conforme (5):

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{F}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{G}\mathbf{x}(t), \quad (5)$$

sendo $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ são as matrizes de ganho na realimentação do sistema.

O problema central do presente trabalho pode ser enunciado da seguinte forma: dado o sistema (1), deve-se projetar um controle linear por realimentação de estado que corresponda o máximo possível ao objetivo do controle e, simultaneamente, compensem atrasos temporais na entrada e a influência da zona morta associada aos atuadores, ambos sobre a entrada do sistema. Para o tratamento da influência da zona morta (em inglês, *dead-zone*), consideram-se como premissas: (i) a matriz de influência \mathbf{B} terá valores constantes ao longo do tempo; (ii) a zona morta será externa à matriz \mathbf{B} , representando fisicamente um fenômeno não-linear de atrito mecânico estático e com influência direta na entrada do sistema (1).

2.2 Considerações sobre a Zona Morta (Dead-Zone)

De uma maneira geral, a zona morta é uma não linearidade que ocorre quando a saída é zero até que a magnitude da entrada exceda um determinado valor, fenômeno este ilustrado na Fig. (2), com as constantes situadas em $0 < b_l$, b_r , m_l , $m_r < \infty$.

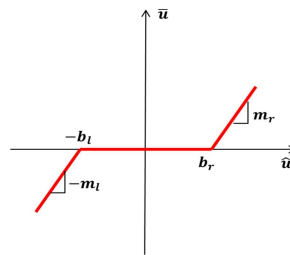


Fig. 2 Função representativa da não-linearidade do tipo zona morta.

Definindo matematicamente a zona morta, com base no modelo descrito em (Bai, 2001) e ilustrado na Fig. 2, tem-se, em (6):

$$\bar{\mathbf{u}}(t) = \begin{cases} m_r \hat{\mathbf{u}}(t) - m_r b_r, & \text{se } \hat{\mathbf{u}}(t) > b_r \text{ ou } \bar{\mathbf{u}}(t) > 0, \\ 0, & \text{se } -b_l \leq \hat{\mathbf{u}}(t) \leq b_r \text{ ou } \bar{\mathbf{u}}(t) = 0, \\ m_l \hat{\mathbf{u}}(t) + m_l b_l, & \text{se } \hat{\mathbf{u}}(t) < -b_l \text{ ou } \bar{\mathbf{u}}(t) < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Sem perda de generalidade, considera-se a zona morta (6) com $m_r = m_l = 1$ e $b_r = b_l = \xi$. Uma proposta para minimizar o efeito da zona morta, baseada em (Tao et al. 1994), é o compensador de zona morta inversa $\gamma_i(t)$, ilustrado na Fig. 3 e definido em (7), onde: (i) $i = 1, 2, \dots, n$ denota a i -ésima entrada do compensador; (ii) $u_i(t)$ e $\hat{u}_i(t)$ a entrada e a saída do compensador, respectivamente; (iii) $\beta \gg 1$ e sat_{ξ_i} a função saturação, para realizar a compensação inversa da zona morta e evitar o *chattering*, a exemplo do que ocorre com o uso da função do tipo $\text{sign}(u_i)$.

$$\hat{u}_i(t) = u_i(t) + \text{sat}_{\xi_i}(\beta u_i) \quad (7)$$

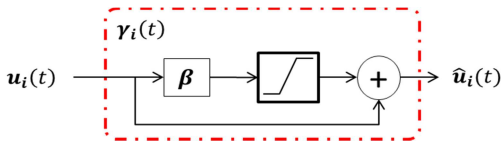


Fig. 3 Compensador de zona morta por ação inversa.

De acordo com (Bai, 2001), em sistemas assintoticamente estáveis em malha aberta, a diferença entre o sinal de controle na entrada do compensador de zona morta $u(t)$ e o sinal de saída da zona morta $\bar{u}(t)$ será limitada e estável em L_2 (desigualdade de Schwarz) e irá convergir para zero quando $t \rightarrow \infty$. Entretanto, em sistemas instáveis em malha aberta, a zona morta leva o sistema a uma perda de estabilidade local em torno da origem, embora exista uma região em torno dela para a qual as trajetórias do sistema convergem em tempo finito e permanecem em seu interior (Dilda, et al. 2015; Hsu, et al. 2001).

2.3 Preditor de Smith Filtrado com Atraso no Tempo e Zona Morta

Neste trabalho, será utilizada uma estratégia baseada com Preditor de Smith com filtro de robustez baseado em matriz de receptâncias, para lidar com sistemas de segunda ordem com atraso, conforme abordado em (Araújo et al. 2018), considerando-se também a influência da zona morta na entrada do sistema definido em (1).

De uma maneira geral, a estrutura do preditor de Smith filtrado (Normey-Rico et al. 1997) é apresentada na Fig. 4, sendo: $r(t)$ o set-point desejado, $d(t)$ a perturbação na entrada, $y_n(t)$ a saída do modelo nominal utilizado pelo preditor, $e_p(t)$ o erro de predição, $y_p(t)$ a predição sem atraso no tempo do sistema, $C(s)$ o controlador primário, $P_n(s)$ o modelo ideal do sistema (sem atraso), $P(s)$ o modelo real do sistema e $\phi(s)$ o filtro do preditor.

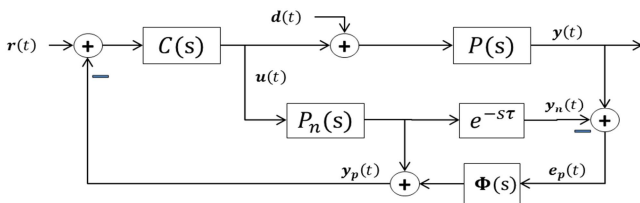


Fig. 4 Estrutura do FSP para o caso clássico de primeira ordem.

Uma forma alternativa do preditor da Fig. 4, apresentada em (Lima et al. 2015) é ilustrada na Fig. 5, sendo (8) a representação de $y_p(t)$ em Laplace e (9) a expressão de $S_n(s)$.

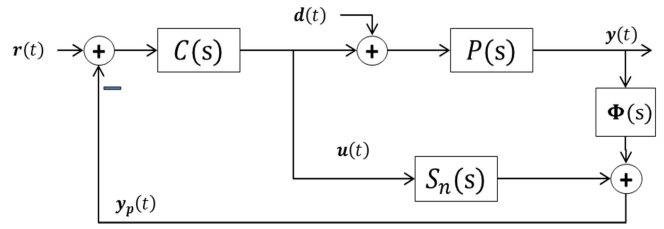


Fig. 5 Estrutura alternativa para o FSP para o caso clássico de primeira ordem.

$$Y_p(s) = S_n(s)U(s) + \phi(s)Y(s) \quad (8)$$

$$S_n(s) = P_n(s)[1 - \phi(s)e^{-s\tau}] \quad (9)$$

Em (8) e (9), é possível verificar que filtro $\phi(s)$ pode ser projetado para atenuação do efeito do atraso de tempo no sinal de saída do preditor, influenciando diretamente na robustez e na rejeição de perturbações sobre o sistema.

Na definição da estrutura de predição utilizando receptâncias, com base nos conceitos apresentados e na Fig. 6, além do atraso no tempo τ , definem-se: (i) $\gamma(\circ) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ uma função que representa o cálculo da zona morta inversa sobre o sinal de controle $u(t) \in \mathbb{R}^m$ e advindo do sistema (1); (ii) $\lambda(\circ) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ uma função que representa as não linearidades sobre o sistema relativas à zona morta, na entrada de (1); (iii) $\delta(\circ) \in [0, \delta_{max}]$ a representação do sinal de incerteza de cancelamento do efeito da zona morta, a ser considerado limitado e obtido do cálculo de compensação sobre a zona morta $\lambda(\circ)$ através de $\gamma(\circ)$; (iv) o sinal de referência $r(t)$, que, neste trabalho, será considerado como nulo, para efeitos de análise, sem perda de generalidade.

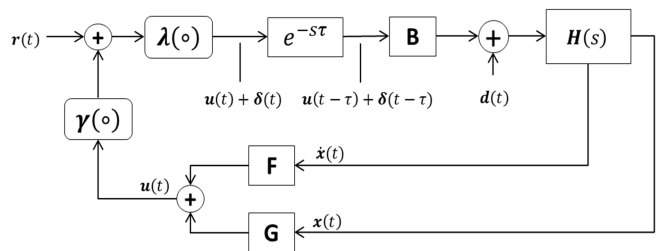


Fig. 6 Representação de um sistema com zona morta e atraso no tempo.

Além das definições anteriores, com base em (7) e considerando a função não linear $\lambda(\circ)$, é possível representar a zona morta conforme (10):

$$\bar{u}_i(t) = \lambda(u_i(t)) = \hat{u}_i(t) - \text{sat}_{\xi_i}(u_i(t)) \quad (10)$$

sendo a função saturação definida em (11).

$$\text{sat}_{\xi_i}(u_i(t)) = \begin{cases} b_r, & \text{se } u_i(t) > b_r, \\ u_i(t), & \text{se } b_r \leq u_i(t) \leq -b_l, \\ -b_l, & \text{se } u_i(t) < -b_l. \end{cases} \quad (11)$$

A compensação de zona morta ou *free-play* é dada por (12):

$$\hat{u}_i(t) = \gamma(u_i(t)) = u_i(t) + \text{sat}_{\xi_i}(\beta u_i(t)) \quad (12)$$

O sinal na entrada do sistema (1), representado na Fig. 6 e considerando a influência de $\delta(\circ)$, é dado por (13):

$$u_i(t) + \delta(t) = \lambda[\gamma(u_i(t))] = u_i(t) + \text{sat}_{\xi_i}(\beta u_i(t)) - \text{sat}_{\xi_i}[u_i(t) + \text{sat}_{\xi_i}(\beta u_i(t))] \quad (13)$$

Logo, $\delta(t)$ é representado por (14), de onde é possível concluir que, se $\delta(t)$ é limitado, então será nulo sempre que o termo $\beta u_i(t)$ saturar.

$$\delta(t) = \text{sat}_{\xi_i}(\beta u_i(t)) - \text{sat}_{\xi_i}[u_i(t) + \text{sat}_{\xi_i}(\beta u_i(t))] \quad (14)$$

Como $\delta(t)$ é uma diferença de duas saturações (limitadas), o mesmo será limitado mesmo que o modelo de saturação não seja idêntico aos limites da zona morta. Em resumo, $\delta(t)$ é uma perturbação limitada, o que é importante já que o sistema é internamente estável, mas os sinais precisam ser limitados.

Dessa forma, considerando também o atraso no tempo τ , é possível reescrever (2) na forma apresentada em (15):

$$f(t) = \mathbf{B}\lambda[\gamma(u(t - \tau))] + \mathbf{d}(t) \quad (15)$$

Além disso, é possível reescrever (10) por uma aproximação linear em função de $\delta(\circ)$ representada em (16), conforme ilustrado na Fig. 6.

$$f(t) = \mathbf{B}[u(t - \tau) + \delta(t - \tau)] + \mathbf{d}(t) \quad (16)$$

Substituindo (11) em (1) e aplicando a transformada de Laplace, o vetor de posição pode inicialmente ser expresso no domínio da frequência por (17).

$$\mathbf{X}(s) = e^{-s\tau}\mathbf{H}(s)\mathbf{B}\mathbf{U}(s) + \bar{\mathbf{W}}(s) \quad (17)$$

onde $\bar{\mathbf{W}}(s)$ é representada por (18), sendo a versão modificada de (4) para inclusão da influência da incerteza de cancelamento δ na entrada do sistema representado por (1).

$$\bar{\mathbf{W}}(s) = \mathbf{W}(s) + \mathbf{W}_{\Delta}(s) = \mathbf{W}(s) + e^{-s\tau}\mathbf{B}\Delta(s) \quad (18)$$

De (16), observa-se diretamente a influência da incerteza no uso do compensador de zona morta inversa, já que, sendo γ parametrizado para mitigar os efeitos da não linearidade de λ , tais efeitos indesejados não serão transmitidos para o vetor de estados do sistema (1), fazendo $\delta \rightarrow \mathbf{0}$. Além disso, de (18), infere-se também que, não havendo os efeitos da presença da zona morta, $\bar{\mathbf{W}}(s) = \mathbf{W}(s)$, tendo $\mathbf{X}(s)$ a formulação apresentada em (3) e abordada por (Araújo et al. 2018), reduzindo-se ao caso somente da existência do atraso no tempo e de perturbação externa $\mathbf{d}(t)$.

A predição nominal, considerando o sistema inicialmente relaxado, sem perturbações externas e sem a zona morta pode ser definida por (19).

$$\hat{\mathbf{X}}(s) = \mathbf{H}(s)\mathbf{B}\mathbf{U}(s) \quad (19)$$

Entretanto, a predição em malha aberta definida em (19) não pode ser diretamente utilizada por não levar em consideração as imprecisões da modelagem do sistema, perturbações externas e não linearidades diversas. Assim sendo, define-se em (20) a predição compensada para inclusão desses fatores, com o erro de predição definido em (21) e que representa a

diferença entre o valor do estado no instante atual e a respectiva predição obtida no instante $(t - \tau)$, podendo também ser utilizado como um estimador da perturbação $\bar{\mathbf{W}}(s)$, que já inclui o efeito das incertezas de compensação da zona morta.

$$\mathbf{X}_p(s) = \hat{\mathbf{X}}(s) + [\mathbf{X}(s) - \hat{\mathbf{X}}(s)e^{-s\tau}] \quad (20)$$

$$\mathbf{E}(s) = \mathbf{X}(s) - \hat{\mathbf{X}}(s)e^{-s\tau} \quad (21)$$

É importante destacar que, se o sistema (1) não for BIBO (em inglês, *Bounded-Input Bounded-Output*) estável, o sistema em malha fechada pode não ser internamente estável em decorrência da estrutura de predição. Assim, a BIBO estabilidade de $\mathbf{H}_{\Delta}(s)$, definida em (22), é uma condição necessária para a estabilidade interna (Araújo et al. 2018).

2.4 Lei de Controle Baseada no Preditor de Smith Filtrado

Em (Araújo et al. 2018), é apresentada uma versão do preditor de Smith Filtrado aplicada a sistemas de segunda com polos dentro do semiplano esquerdo, baseado na matriz de receptâncias. Para tal, nesta estratégia, é definida uma matriz de receptância ajustada $\mathbf{H}_{\Delta}(s)$, conforme (22).

$$\mathbf{H}_{\Delta}(s) = [\mathbf{M}s^2 + (\sigma\mathbf{I} + \mathbf{C})s + \mathbf{K}]^{-1} \quad (22)$$

sendo $\sigma > 0$ uma variável escalar positiva, de valor arbitrário $|\sigma| \ll 1$, e \mathbf{I} a matriz identidade. O objetivo é, com a inserção de σ e considerando que $\mathbf{C} \geq 0$, tornar o termo ajustado $(\sigma\mathbf{I} + \mathbf{C}) > 0$, para que os polos de $\mathbf{H}_{\Delta}(s)$ situem-se no semiplano esquerdo e fora do eixo imaginário. A incerteza numérica σ é definida de tal forma a proporcionar uma pequena variação na matriz original \mathbf{C} do sistema definido por (1) e, dentro do contexto apresentado, permitir a aplicação do preditor de Smith para sistemas marginalmente estáveis, garantindo assim estabilidade BIBO. Dessa forma, a nova predição nominal é definida em (23).

$$\hat{\mathbf{X}}_{\Delta}(s) = \mathbf{H}_{\Delta}(s)\mathbf{B}\mathbf{U}(s) \quad (23)$$

O preditor filtrado, com a matriz de receptâncias ajustada, é representado por (24) e em sua forma alternativa por (25), onde $\Phi(s) = \phi(s)\mathbf{I}$ é um filtro estável e usado para atenuar eventuais erros de modelagem e eliminar frequências de ressonância provocadas pela entrada $\mathbf{U}(s)$ e eventuais perturbações e não linearidades.

$$\mathbf{X}_f(s) = \hat{\mathbf{X}}_{\Delta}(s) + \Phi(s)[\mathbf{X}(s) - \hat{\mathbf{X}}_{\Delta}(s)e^{-s\tau}] \quad (24)$$

$$\mathbf{X}_f(s) = \mathbf{H}_{\Delta}(s)\mathbf{B}[1 - \phi(s)e^{-s\tau}]\mathbf{I}\mathbf{U}(s) + \Phi(s)\mathbf{X}(s) \quad (25)$$

Supondo um conjunto de k pólos indesejados a serem realocados, o filtro pode ser definido conforme (26), onde $\tau_f > 0$ é um parâmetro de sintonia livre, $a_l, l = 1, \dots, k$ são definidos para obter $(1 - \phi(s)e^{-s\tau})|_{s=j\omega_i} = 0, i = 1, \dots, v$, v sendo o número total de picos de ressonância indesejados e o filtro propriamente estrito para evitar a amplificação de ruídos.

$$\phi(s) = \frac{1 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_k s^k}{(\tau_f s + 1)^{k+1}} \quad (26)$$

A lei de controle, baseada no preditor em estudo e aplicando a transformada de Laplace em (5), pode ser definida

conforme (27) e ilustrada na Fig. 7 onde $\mathbf{F}, \mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ são as matrizes de realimentação de estado, sendo $\mathbf{u}(t)$ obtida dos vetores de posição $\mathbf{x}_f(t)$ e de velocidade $\dot{\mathbf{x}}_f(t)$, respectivamente.

$$\mathbf{U}(s) = (s\mathbf{F} + \mathbf{G})\{[1 - \phi(s)e^{-s\tau}]\hat{\mathbf{X}}_{\Delta}(s) + \Phi(s)\mathbf{X}(s)\} \quad (27)$$

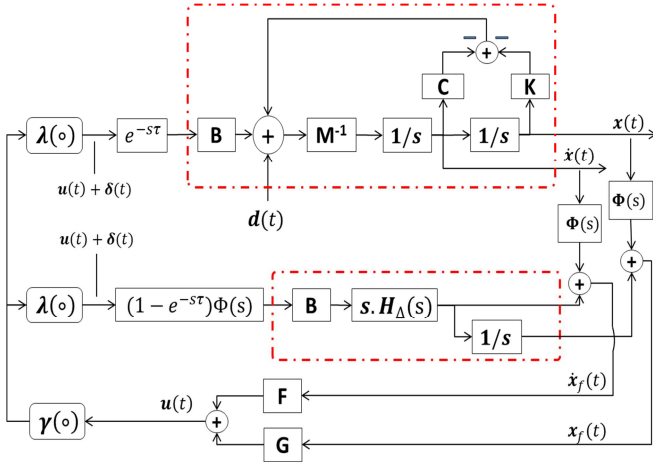


Fig. 7 Representação em malha fechada do preditor proposto com a influência da zona morta e atraso no tempo.

É possível escrever a dinâmica de malha fechada conforme (28), considerando $\tau = 0$ (para efeitos de simplificação) e com base em (1), (5) e (16).

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{x}}(t) + [\mathbf{C} - \mathbf{B}\mathbf{F}]\dot{\mathbf{x}}(t) + [\mathbf{K} - \mathbf{B}\mathbf{G}]\mathbf{x}(t) = \mathbf{d}(t) \quad (28)$$

Sendo $\hat{\mathbf{d}}(t)$ a perturbação equivalente e representada por (29) e $\mathbf{w}_{\delta}(t)$ a parcela correspondente à incerteza no cancelamento da zona morta mencionada em (18).

$$\hat{\mathbf{d}}(t) = \mathbf{d}(t) - \mathbf{B}\mathbf{F}\mathbf{w}_{\delta}(t) - \mathbf{B}\mathbf{G}\mathbf{w}_{\delta}(t) \quad (29)$$

3. ESTUDO DE CASO

Este exemplo, ilustrado na Fig. 8, foi extraído de (Ram et al. 2011) e foi recentemente analisado em (Santos et al. 2018) e (Araújo et al. 2018), sendo um sistema com 2 graus de liberdade (em inglês *two degrees of freedom* (2DOF)) e 1 atuador. Tal exemplo será também abordado neste trabalho, para avaliar o comportamento dinâmico do atraso no tempo e da zona morta sobre o sistema.

Tal sistema possui as matrizes de massa \mathbf{M} , de amortecimento \mathbf{C} , de rigidez mecânica \mathbf{K} e de influência sobre o atuador \mathbf{B} definidas conforme (30):

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}.$$

sendo $m_1 = m_2 = 1$, $c_1 = 1$, $k_1 = k_3 = 1$, $k_2 = 2$, $b_1 = 1$ e $b_2 = 0$. Os autovalores em malha aberta são $\lambda_{1,2} = \pm i$, $\lambda_{3,4} = -1 \pm 2i$. Neste caso, sendo o sistema marginalmente estável, a matriz $\mathbf{H}_{\Delta}(s)$ do sistema será ajustada com

$\sigma = 10^{-4}$, para efeitos de simulação e garantia da estabilidade BIBO.

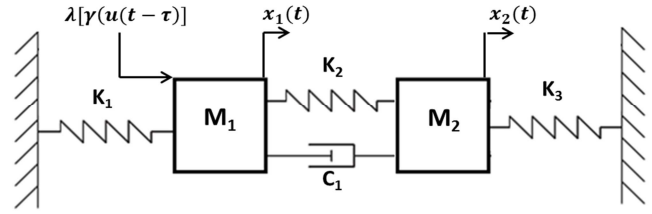


Fig. 8 Representação do sistema considerado no estudo de caso.

Pelo método proposto em (Ram et al. 2009), baseado em realimentação de estados utilizando matriz de receptâncias, o primeiro par de polos é definido para ser realocado para a posição $\lambda_{1,2} = -1 \pm i$, mantendo-se os demais inalterados. As matrizes de realimentação projetadas para o sistema sem atraso, por esse método, são $\mathbf{F} = [-2 \ -2]$ e $\mathbf{G} = [-1 \ -1]$ e serão utilizadas como referência nos experimentos numéricos deste trabalho.

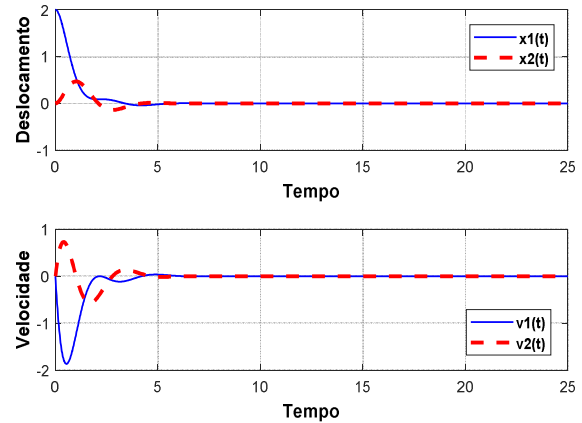


Fig. 9 Respostas em malha fechada e sem atraso.

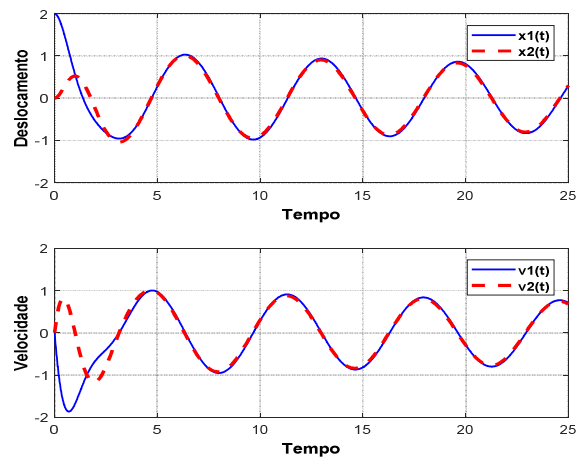


Fig. 10 Respostas com atraso no tempo e matrizes de ganho pelo método de Ram et al. (2011).

Para avaliação do método com base no sistema apresentado, definiu-se o comportamento dinâmico do sistema para uma condição inicial $\mathbf{x}(0) = [2 \ 0]^T$ e $\mathbf{v}(0) = \dot{\mathbf{x}}(0) = [0 \ 0]^T$,

utilizando o preditor de Smith filtrado para $\tau = 5$ e parâmetro livre de sintonia do filtro $\tau_f = 0.5$, além da presença da zona morta sobre o atuador do sistema ($b_r = b_l = 1$). Pelo método proposto em (Ram, 2011), é demonstrado que as matrizes de ganho de realimentação de estados $F = [-0.0130 \quad -0.0103]$ e $G = [-0.0213 \quad -0.0213]$ projetadas para um atraso $\tau = 5$ impondo ao sistema, em termos práticos, uma condição geralmente não adequada, já que não há a rejeição de perturbações oriundas do atraso de tempo na entrada, conforme Fig. 10. O filtro resultante é descrito a seguir:

$$\phi(s) = \frac{1 + 0.1503s - 0.3894s^2}{(0.5s + 1)^3}$$

Observa-se, na Fig. 11, no comportamento em malha fechada do sistema, que em regime permanente há uma oscilação oriunda da influência da zona morta não compensada, conforme (12) e (13), mas que o sistema apresenta saída limitada devido à atuação do preditor na mitigação da influência do atraso τ pelo filtro $\phi(s)$, fato que também pode ser deduzido de (18).

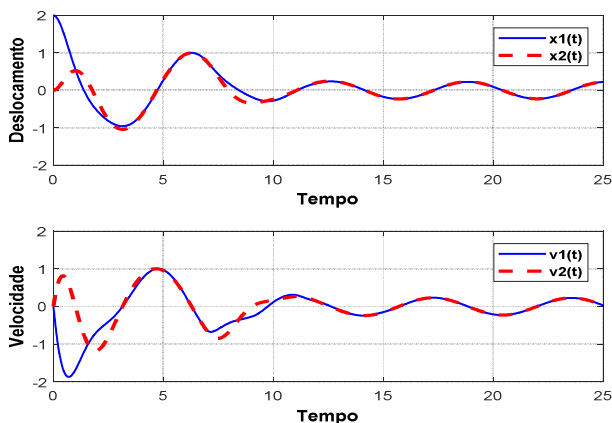


Fig. 11 Respostas com FSP e zona morta.

Na Fig. 12, é utilizado o compensador de zona morta, com $\beta = 10^4$ e a curva $\text{sat}_{\xi_i}(\beta u_i)$ ajustada de tal forma a se obter $\delta \rightarrow 0$, atuando dessa forma como a inversa da função zona morta representada na Fig. 2. É possível deferir que a estratégia proposta atende ao propósito de cancelamento do efeito da zona morta presente no comportamento dinâmico do sistema na Fig. 9, sem modificar as propriedades do preditor filtrado quanto à mitigação dos efeitos do atraso τ . Na Fig. 13, o compensador é ajustado de forma que $\delta \neq 0$, havendo uma compensação parcial desta não linearidade e fazendo com que $|\mathbf{w}_\Delta(t)| > 0, \forall t$ em (13).

É importante destacar que, analisando a Fig. 12 e utilizando (21) e (22), a dinâmica em regime permanente do sistema, com o preditor filtrado e o compensador de zona morta escolhidos, apresenta comportamento dinâmico similar em comparação com a dinâmica da Fig. 9. Convém ressaltar que o filtro $\phi(s)$ é projetado para atender a um compromisso de rejeição de perturbações em regime permanente e a escolha de seus parâmetros influencia diretamente no desempenho do regime transiente, o que pode ser visto comparando a Fig. 9 com a Fig. 12.

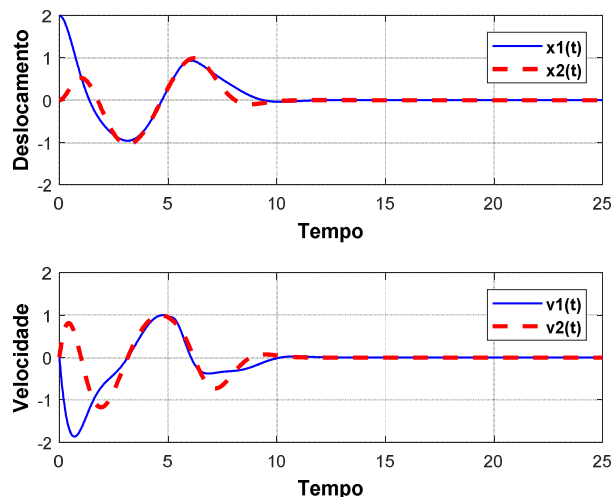


Fig. 12 Respostas com FSP e compensação de zona morta.

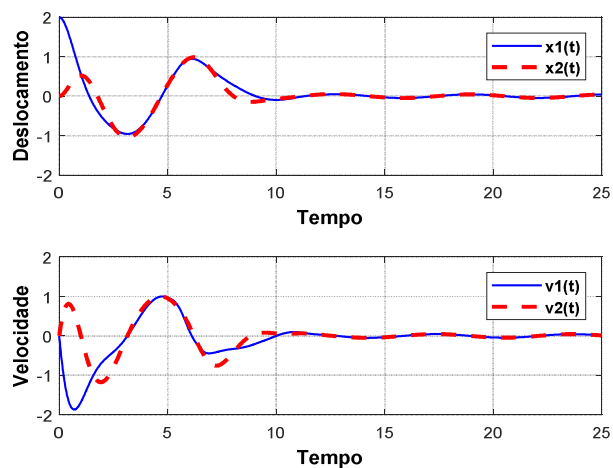


Fig. 13 Respostas com compensação parcial de zona morta.

Uma outra forma de verificação das estratégias de tratamento das não-linearidades aqui discutidas é a avaliação do sinal de controle $\mathbf{u}(t)$ definido em (27) no domínio da frequência. Nas Fig. 14 e Fig. 15, nota-se a influência da zona morta sem compensação e com compensação ($\delta \rightarrow 0$), respectivamente, ambos com a utilização do FSP. Em termos gerais, a zona morta provoca um comportamento oscilatório presente nas variáveis de estado.

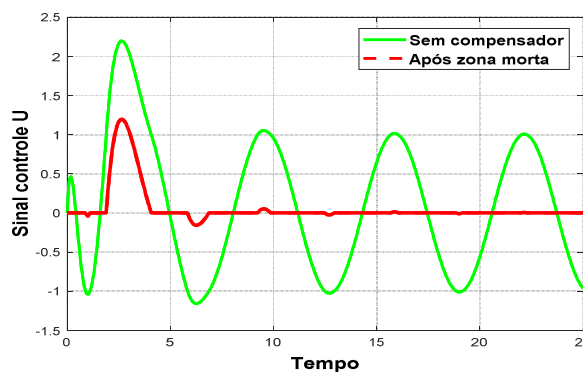


Fig. 14 Sinal de controle sem compensador de zona morta.

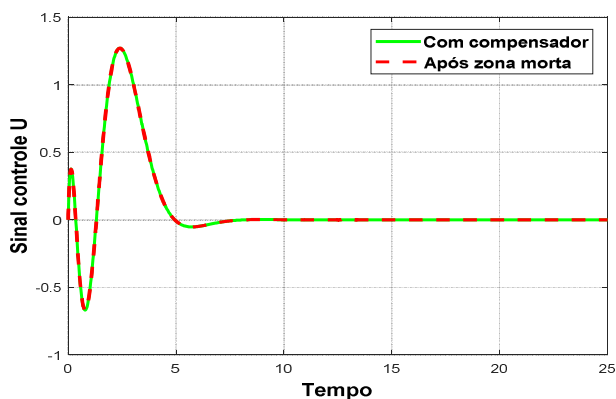


Fig. 15 Sinal de controle com compensador de zona morta.

Quando a zona morta está presente no sistema, as trajetórias convergem para um ciclo-limite em torno da origem, conforme Fig. 16, com o sistema utilizando o FSP projetado. Na Fig. 17, utilizou-se a compensação de zona morta, indicando que as trajetórias convergem para um ponto de equilíbrio próximo da origem, tornando o sistema em malha fechada assintoticamente estável.

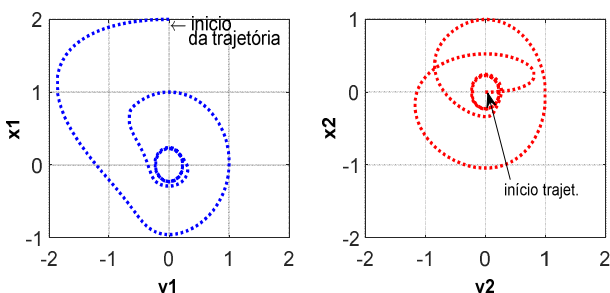


Fig. 16 Trajetórias no plano de fase sem compensação de zona morta.

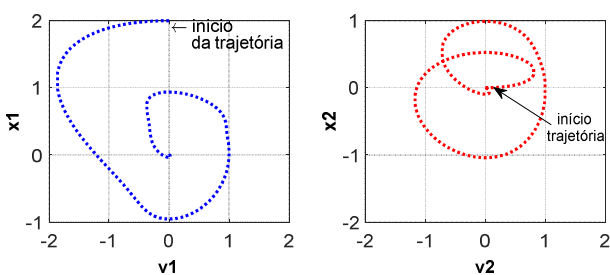


Fig. 17 Trajetórias no plano de fase com a compensação de zona morta.

Para verificar, via simulação, o efeito do ruído aditivo na saída do sistema e sobre a arquitetura de controle com as estratégias de compensação de atraso e de zona morta apresentadas, considerou-se a utilização do bloco *band-limited white noise*, em ambiente *Simulink*, associado individualmente para cada sinal de posição e velocidade do sistema, configurado conforme a seguir: *noise power* em 10^{-3} , *sample time* igual a 5×10^{-2} e *seed* com valores distintos para cada sinal, para representação de sensores com ruídos descorrelacionados. A Fig. 18 ilustra os sinais de ruído aditivo utilizados para cada sinal efetivo de posição e velocidade do sistema. Conforme ilustra a Fig. 19, o

comportamento dinâmico dos vetores posição e velocidade é minimamente afetada pela presença do ruído, comparando-se com a dinâmica apresentada na Fig. 12. Isto se deve ao comportamento passa-baixas em malha fechada entre a ação do ruído e os valores efetivos de posição e velocidade. Além do exposto, a estratégia de compensação de zona morta é ajustada de tal forma a se obter $\delta \rightarrow 0$, minimizando a influência do ruído em regime permanente. Em resumo, a estratégia proposta se comporta de maneira esperada na presença de ruídos de medição.

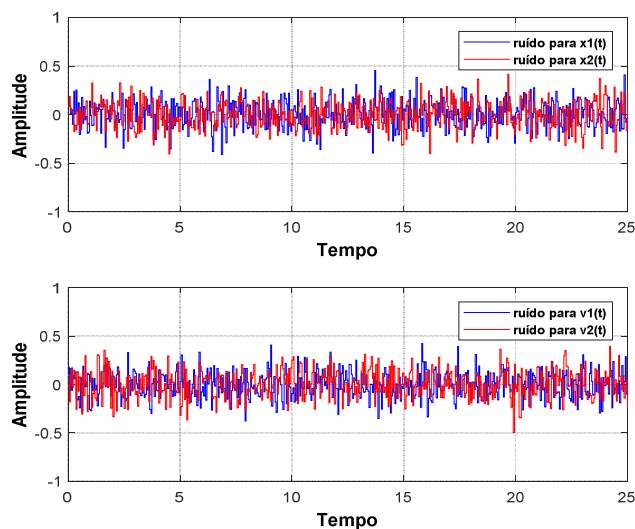


Fig. 18 Ruídos aditivos considerados nas medições de deslocamento e velocidade.

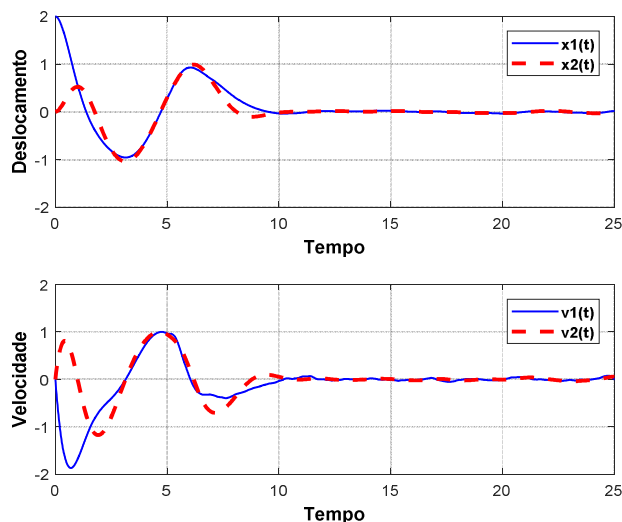


Fig. 19 Respostas com FSP, compensação de zona morta e ruído na saída do sistema.

4. CONCLUSÕES

Uma proposta para tratamento da zona morta e do atraso de tempo na entrada, em sistemas de segunda ordem representados por receptâncias no domínio da frequência, utilizando preditor de Smith filtrado em combinação com um

compensador de zona morta inversa, é apresentada neste artigo. Tais não linearidades foram testadas em um sistema marginalmente estável do tipo 2DOF, onde os resultados numéricos demonstraram uma adequada associação de estratégias para mitigação destas não linearidades, em conjunto com as premissas adotadas ao longo do desenvolvimento teórico. Como trabalho futuro, pretende-se mitigar o efeito da incerteza de zona morta e lidar com sistemas de segunda ordem instáveis.

REFERÊNCIAS

- Araújo, J. M. and Santos T. L. M. (2018). Control of a class of second-order linear vibrating systems with time-delay: Smith predictor approach. *Mechanical Systems and Signal Processing*, volume 108, 173-187.
- Bai, E-W. (2001). Adaptive dead zone inverses for possibly nonlinear control systems. Tao, G., and Lewis, F. L. (ed.), *Adaptive Control of Nonsmooth Dynamic Systems*, 53–64. Springer Verlag, London.
- Dilda, V. and Castelan, E. B. (2015). Análise de estabilidade para sistemas lineares com zona morta e saturação. XII *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)*, Natal.
- Fuller, C. (2008). Active vibration control. Crocker, J. M. (ed.), *Handbook of Noise and Vibration Control*, 770–784. John Wiley, New York.
- Hsu, C. e Fong, I. (2001). Ultimate boundedness control of linear systems with band-bounded nonlinear actuators and additive measurement noise. *Systems & Control Letters*, Vol. 43, pp. 329–336.
- Khalil, H. (2002). *Nonlinear systems*, Vol. 3. Prentice Hall.
- Li, T. and Chu E.K.-W. (2013). Pole assignment for linear and quadratic systems with time-delay in control. *Num. Linear Algebra Appl.*, volume 20, 291-301.
- Lima, D. M., Santos T. L. M, Normey-Rico J. E. (2015). Robust nonlinear predictor for dead-time systems with input nonlinearities. *Journal of Process Control*, volume 27, 1-14.
- Lima, D. M., Normey-Rico J. E., Santos, T. L. M. (2016). Temperature control in a solar collector field using filtered dynamic matrix control. *ISA Transactions*, vol. 62, 39-49.
- Lisitano D., Jiffri S., Bonisoli E., Mottershead J. E. (2018). Experimental feedback linearisation of a vibrating system with a non-smooth nonlinearity. *Journal of Sound and Vibration*, Vol.416, 192-212.
- Mottershead, J. E., Ram, Y. M. (2007). Receptance method in active vibration control. *AIAA Journal*, vol. 45, nº 03, 562–567.
- Normey-Rico, J. E., Camacho, E. (2007). *Control of Dead-time Processes, Advanced Text-Books in Control and Signal Processing*. Springer Verlag, London.
- Palmor, Z. (1996). Time delay compensation smith predictor and its modifications. Levine, W. S. (ed.), *The Control Handbook*, 224-237. CRC Press, Boca Raton.
- Palmor, Z. J., Mirkin L. (2005). Control issues in systems with loop delays. Hristu-Varsakelis, D. (ed.). *Handbook of Networked and Embedded Control Systems*, 627-648. Birkhäuser, Boston.
- Ram, Y. M., Singh A., Mottershead, J. E. (2009). State feedback control with time delay. *Mechanical Systems and Signal Processing*, volume 23, 1940-1945.
- Ram, Y. M., Mottershead, J. E., Tehrani, M. G. (2011). Partial pole placement with time delay in structures using the receptance and the system matrices. *Linear Algebra and its Applications*, volume 434, 1689-1696.
- Saback, R. M., Conceição, A. G. S., Santos T. L. M., Albiez, J., Reis, M. (2020). Nonlinear Model Predictive Control Applied to an Autonomous Underwater Vehicle. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 45, nº 3, 799-812.
- Santos, T. L. M., Araújo, J. M., Franklin, T. S. (2018). Receptance-based stability criterion for second-order linear systems with time-varying delay. *Mechanical Systems and Signal Processing*, volume 110, 428-441.
- Smith, O. J. M. (1957). Closed control of loops with dead-time. *Chemical Engineering Progress*, volume 53, 217-219.
- Tao G., Kokotovic P. (1994). Adaptive control of plants with unknown dead-zones. *IEEE Transactions on Automatic Control*, volume 39, 59-68.
- Torrice B., Pereira R., Sombra A., Nogueira F. (2020). Simplified filtered Smith predictor for high-order dead-time processes. *ISA Transactions*, vol. 109, 11-21.