

# Detecção de Barras Interrompidas em Motores de Indução Através da Combinação entre o Algoritmo $k$ -NN e um Método de Subespaços para Identificação

Raíssa R. da Silva\* e Mateus Giesbrecht\*\*

\*Universidade Estadual de Campinas  
r232082@dac.unicamp.br

\*\* Universidade Estadual de Campinas  
mateus@fee.unicamp.br

**Abstract:** The construction of models of induction machines is a key theme for industrial development, due to the growing interest in vector control and in condition monitoring. In this context, Subspace Methods for Systems Identification are efficient tools to find minimum realizations of dynamic systems through inputs and outputs data. In this article, an application of the combined deterministic-stochastic method for determining the states and matrices of a multivariable linear state space model that has as inputs and outputs, respectively, the three-phase voltages and currents of an induction motor, using only experimental data is presented. With the realizations found, both for the motor in a healthy state and with a broken rotor bar, the  $k$ -Nearest Neighbors ( $k$ -NN) algorithm is applied to the Markov Parameters to detect the occurrence or not of a fault. The accuracy of the results obtained is greater than 80%.

**Resumo:** — A construção de modelos matemáticos de máquinas de indução é um tema chave para o desenvolvimento industrial, tanto pelo crescente interesse no controle vetorial quanto para o monitoramento das condições de operação. Nesse contexto, os Métodos de Subespaços de Estados para Identificação de Sistemas apresentam-se como ferramentas eficientes para encontrar realizações mínimas de sistemas dinâmicos através de dados de entradas e saídas. Neste artigo é apresentada a aplicação do método combinado determinístico-estocástico para determinação dos estados e das matrizes de um modelo linear multivariável em espaço de estados que tem como entradas e saídas, respectivamente, as tensões e as correntes trifásicas de um motor de indução, utilizando apenas dados experimentais. Com as realizações encontradas, tanto para o motor em estado saudável quanto para uma barra do rotor interrompida, o algoritmo  $k$ -Nearest Neighbors ( $k$ -NN), no português, método dos vizinhos mais próximos, é aplicado aos Parâmetros de Markov dos modelos identificados para detectar a ocorrência ou não de falha. A acurácia dos resultados obtidos foi superior a 80%.

**Keywords:** Subspace methods; systems identification; induction motor; broken bars; fault detection.

**Palavras-chaves:** Métodos de subespaços; identificação de sistemas; motor de indução; detecção de falhas.

## 1. INTRODUÇÃO

A modelagem de sistemas é um problema essencial para o controle e monitoramento de motores elétricos. De acordo com Overschee et al. (1996), existem duas vertentes na construção de um modelo matemático: modelos que buscam explicar com exatidão os fenômenos físicos observados e modelos baseados em técnicas de identificação de sistemas, que fornecem a precisão, qualidade e performance necessárias nas aplicações de engenharia.

A teoria de subespaços aplicada aos problemas de máquinas rotativas tem sido recentemente explorada na literatura, apresentando soluções alternativas aos métodos tradicionais de identificação de sistemas. Elbouchikhi et al. (2017) propuseram uma metodologia para detecção de falhas em motores pela análise da assinatura de corrente através de um detector de subespaço compatível. Trachi et al. (2015) desenvolveram uma proposta para monitoramento das condições da máquina utilizando o método de subespaços. Naha et al. (2016) utilizaram o algoritmo MUSIC para detecção das componentes da frequência associadas às barras

interrompidas em motores de indução. Tariq et al. (2019) apresentaram um algoritmo baseado no método de subespaços que visava determinar e isolar falhas em motores.

No presente artigo é proposta a utilização do método de subespaços para identificação dos modelos em espaço de estados de motores de indução trifásicos, para os casos de rotor saudável e com uma barra interrompida, através de dados de correntes e tensões medidas. A partir dos parâmetros de Markov determinados, o algoritmo  $k$ -Nearest Neighbors ( $k$ -NN), no português, método dos vizinhos mais próximos, é utilizado para determinar a ausência ou presença de barra interrompida. A principal contribuição deste artigo é a aplicação do conhecido método de subespaços para a geração de características para classificação de falha do rotor. Até onde os autores sabem, essa característica ainda não foi empregada na literatura para esse tipo de problema.

## 2. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Um sistema dinâmico linear e invariante no tempo de ordem  $n$  pode ser representado através do conjunto de equações escritas

em (1),

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \\ y_k = Cx_k + Du_k + v_k \end{cases}, \quad (1)$$

em que  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$  e  $D \in \mathbb{R}^{l \times m}$ . Os dados de entradas  $u_k \in \mathbb{R}^m$  e saídas  $y_k \in \mathbb{R}^l$  medidos fornecem informações úteis para a determinação de seus estados  $x_k \in \mathbb{R}^n$  (Overschee et al. 1996). Os vetores  $w_k$  e  $v_k$ , representam, respectivamente, ruídos de processo e medição, e são sequências de ruído branco, com média zero, cujas relações com as matrizes de covariância  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $S \in \mathbb{R}^{n \times l}$  e  $R \in \mathbb{R}^{l \times l}$ , são mostradas em (2):

$$E \left[ \begin{pmatrix} W_p \\ v_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_q^T & v_q^T \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} \delta_{pq} \quad (2)$$

O primeiro problema em questão é determinar os estados desconhecidos dos modelos caixa-preta que representam os motores ensaiados e as matrizes que representam as realizações mínimas em espaço de estados. Os modelos devem ser determinados tanto para o caso saudável quanto para o caso de falha por barra interrompida.

O segundo problema em questão é utilizar os Parâmetros de Markov, que caracterizam os modelos em espaço de estados (MEEs), como características para classificar uma possível falha, estudando a influência da quantidade  $i$  de parâmetros utilizados na performance do algoritmo. A fundamentação teórica para a solução desses problemas será apresentada a seguir.

### 3. EMBASAMENTO TEÓRICO

Conforme observado na figura 1, as medições das entradas e saídas do sistema estão sujeitas a ruídos, que podem não ser brancos. Assim, para a determinação dos modelos em espaço de estados, optou-se pela utilização do teorema combinado determinístico-estocástico apresentado por Overschee et al. (1996), principal base teórica deste estudo.

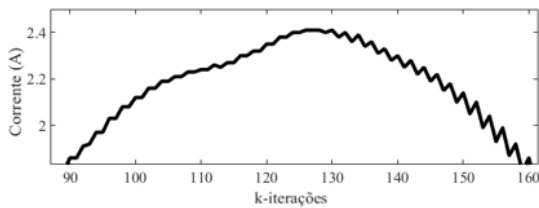


Fig. 1 Aproximação no gráfico da corrente medida.

#### 3.1. Definições Básicas

Os vetores de entradas e saídas observadas são rearranjados na forma de matrizes de Hankel e divididos em instantes passados ( $Y_p$  e  $U_p$ ) e futuros ( $Y_f$  e  $U_f$ ), conforme (3), (4), (5) e (6).

$$U_p \triangleq \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & \dots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & \dots & u_j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{i-1} & u_i & \dots & u_{i+j-2} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{im \times j} \quad (3)$$

$$Y_p \triangleq \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \dots & y_{j-1} \\ y_1 & y_2 & \dots & y_j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{i-1} & y_i & \dots & y_{i+j-2} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{il \times j} \quad (4)$$

$$U_f \triangleq \begin{bmatrix} u_i & u_{i+1} & \dots & u_{i+j-1} \\ u_{i+1} & u_{i+2} & \dots & u_{i+j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{2i-1} & u_{2i} & \dots & u_{2i+j-2} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{im \times j} \quad (5)$$

$$Y_f \triangleq \begin{bmatrix} y_i & y_{i+1} & \dots & y_{i+j-1} \\ y_{i+1} & y_{i+2} & \dots & y_{i+j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{2i-1} & y_{2i} & \dots & y_{2i+j-2} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{il \times j} \quad (6)$$

Concatenando (3) e (4), define-se a matriz  $W_p$ , e (5) e (6), a matriz  $W_f$ :

$$W_p \triangleq \begin{bmatrix} U_p \\ Y_p \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{im+il \times j} \quad (7)$$

$$W_f \triangleq \begin{bmatrix} U_f \\ Y_f \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{im+il \times j} \quad (8)$$

Em seguida, os estados passados  $X_p$  e futuros  $X_f$  são definidos conforme (9) e (10), respectivamente.

$$X_p \triangleq [x_0 \quad x_1 \quad \dots \quad x_{j-1}] \in \mathbb{R}^{n \times j} \quad (9)$$

$$X_f \triangleq [x_i \quad x_{i+1} \quad \dots \quad x_{i+j-1}] \in \mathbb{R}^{n \times j} \quad (10)$$

As matrizes de observabilidade estendida  $\Gamma_i$  e controlabilidade invertida  $\Delta_i^d$ , são:

$$\Gamma_i \triangleq \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{i-1} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{li \times n}, \quad (11)$$

$$\Delta_i^d \triangleq [A^{i-1}B \quad A^{i-2}B \quad \dots \quad B] \in \mathbb{R}^{n \times mi}, \quad (12)$$

possuindo um papel importante na extração das matrizes do sistema, tópico a ser discutido adiante. Ao retirar as últimas  $l$  linhas da matriz de observabilidade estendida  $\Gamma_i$ , tem-se  $\Gamma_{i-1}$ .

Na equação (13), define-se a matriz de controlabilidade estocástica invertida,

$$\Delta_i^s \triangleq [A^{i-1}G \quad A^{i-2}G \quad \dots \quad G] \in \mathbb{R}^{n \times li}, \quad (13)$$

sendo  $G = A\Sigma^s C^T + S$  e, a matriz de covariância de estados  $\Sigma^s = \Phi_{[x_k^s, x_k^s]}$ , com a representação  $\Phi_{[A,B]} = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{1}{j} [A, B^T]$ .

Outra definição importante para este estudo é a matriz de blocos de Toeplitz  $H_i^d$ , dada por:

$$H_i^d = \begin{pmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & \dots & D \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{li \times mi}. \quad (14)$$

#### 3.2. Modelo de Predição um Passo à Frente

Existem diversas formas equivalentes de representar um MEE. Ao aplicar o filtro de Kalman ao sistema (1), pode-se convertê-lo à forma de modelo de predição um passo à frente, do inglês *forward innovation model*, apresentada em (15):

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Ke_k \\ y_k = Cx_k + Du_k + e_k \end{cases}, \quad (15)$$

em que  $e_k$  representa as inovações, e  $K$ , o ganho de Kalman dado por:

$$K_{k-1} = (G - AP_{k-1}C^T)(\Lambda_0 - CP_{k-1}C^T)^{-1}. \quad (16)$$

A matriz de covariância de estados pode ser calculada conforme:

$$P_k = AP_{k-1}A^T + (G - AP_{k-1}C^T)(\Lambda_0 - CP_{k-1}C^T)^{-1}(G - AP_{k-1}C^T)^T, \quad (17)$$

sendo as matrizes de covariâncias da saída representadas por  $\Lambda_i = \Phi_{[Y_{i|}, Y_{0|}]}$ , onde  $Y_{i|}$  é uma matriz de bloco de Hankel com apenas uma linha de saídas.

Para qualquer  $\hat{X}_0$  e  $P_0$  escolhidos, então, a equação (18) pode ser utilizada para estimar a sequência de estados  $\hat{x}_k$  através do filtro de Kalman não-estacionário.

$$\hat{x}_k = A\hat{x}_{k-1} + Bu_k + K_{k-1}(y_{k-1} - Cx_{k-1} - Du_{k-1}) \quad (18)$$

Nota-se que o filtro de Kalman usa informações parciais da saída, funcionando em direção vertical, podendo-se rescrever a sequência (18), conforme (19):

$$\hat{X}_i = (A^i - \Omega_i \Gamma_i \mid \Delta_i^d - \Omega_i H_i^d \mid \Omega_i) (\hat{X}_0 \mid U_p \mid Y_p)^T, \quad (19)$$

onde:

$$\Omega_i \triangleq (\Delta_i^s - A^k P_0 \Gamma_i^T)(L_i - \Gamma_i P_0 \Gamma_i^T)^{-1}, \quad (20)$$

e a matriz de bloco de Toeplitz  $L_i$  será formada pelas matrizes de covariâncias da saída:

$$L_i \triangleq \Phi_{[Y_p, Y_p]} = \Phi_{[Y_f, Y_f]} = \begin{pmatrix} \Lambda_0 & \Lambda_{-1} & \Lambda_{-2} & \dots & \Lambda_{1-i} \\ \Lambda_1 & \Lambda_0 & \Lambda_{-1} & \dots & \Lambda_{2-i} \\ \Lambda_2 & \Lambda_1 & \Lambda_0 & \dots & \Lambda_{3-i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Lambda_{i-1} & \Lambda_{i-2} & \Lambda_{i-3} & \dots & \Lambda_0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{lixli}. \quad (21)$$

### 3.3. Extração dos Estados Futuros e da Matriz de Observabilidade Estendida a partir das Entradas e Saídas

As relações entre as matrizes de estados, observabilidade, entradas e saídas são enunciadas por Overschee et al. (1996) no teorema 10, formado pelo conjunto de equações (22), (23) e (24), que são modelos estendidos em espaço de estados.

$$Y_p = \Gamma_i X_p^d + H_i^d U_p + Y_p^s \quad (22)$$

$$Y_f = \Gamma_i X_f^d + H_i^d U_f + Y_f^s \quad (23)$$

$$X_f^d = A^i X_p^d + \Delta_i^d U_p \quad (24)$$

Para determinação de um modelo determinístico-estocástico, supõe-se que (Overschee et al. 1996):

- A entrada determinística não é correlacionada com os ruídos de processo  $w_k$  e de medição  $v_k$ ;
- O número de medições tende ao infinito  $j \rightarrow \infty$ ; e
- A entrada fornecida seja persistentemente excitante de ordem  $2i$  (Ljung, 1987).

Da equação 23 é possível demonstrar que a projeção oblíqua das saídas futuras na matriz de dados passados ao longo das entradas futuras  $O_i$  satisfaz (25) e a projeção ortogonal das saídas futuras no espaço gerado por dados passados e entradas futuras  $Z_i$  satisfaz (26),

$$O_i \triangleq Y_f / U_f W_p = \Gamma_i \tilde{X}_f, \quad (25)$$

$$Z_i \triangleq Y_f / \begin{pmatrix} W_p \\ U_f \end{pmatrix} = \Gamma_i \tilde{X}_f + H_i^d U_f, \quad (26)$$

sendo que ao adicionar um bloco linha aos dados futuros de  $Z_i$ , tem-se  $Z_{i+1}$  (27).

$$Z_{i+1} \triangleq Y_f^- / \begin{pmatrix} W_p^+ \\ U_f^- \end{pmatrix} = \Gamma_{i-1} \tilde{X}_{f_{i+1}} + H_{i-1}^d U_f^- \quad (27)$$

Para determinar cada uma das matrizes do lado direito de (25), em que  $\tilde{X}_f$  representa uma sequência de estados estimados, pode-se separar a decomposição em valores singulares  $W_1 O_i W_2 = U_1 S_1 V_1^T$  em duas partes, segundo (28) e (29):

$$W_1 \Gamma_i = U_1 \cdot S_1^{1/2} \cdot T \quad (28)$$

$$\tilde{X}_f W_2 = T^{-1} \cdot S_1^{1/2} \cdot V_1^T \quad (29)$$

sendo  $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$  uma transformação de similaridade arbitrária, aqui considerada igual a  $I_n$ , e  $W_1 \in \mathbb{R}^{lixli}$  e  $W_2 \in \mathbb{R}^{jxj}$ , as matrizes de peso definidas pelo usuário.

Neste estudo, foram adotados os pesos característicos do algoritmo *Multivariable Output-Error State sPace (MOESP)*, em que  $W_1 = I_{li}$  e  $W_2 = \Pi_{U_f^{\perp}}$  (Verhaegen, 1994) e  $U_f^{\perp}$  representa o complemento ortogonal do espaço linha de  $U_f$ .

Assim, para estimar a matriz de observabilidade estendida, tem-se que uma parte desta se encontra no espaço coluna das entradas e saídas passadas  $W_p$ , podendo-se extrair a igualdade:

$$\Gamma_i = W_1^{-1} \cdot U_1 \cdot S_1^{1/2} \cdot T \quad (30)$$

Para computar o vetor de estados futuros, sabe-se que uma parte deste se encontra no espaço linha de  $W_p$ , podendo-se escrever:

$$\tilde{X}_f = \Gamma_i^{\dagger} O_i \quad (31)$$

Nota-se que, embora as covariâncias iniciais das projeções  $O_i$  e  $Z_i$  sejam iguais a,

$$P_0 = - \left[ \Phi_{[X_p^d, X_p^d]} - \Phi_{[X_p^d, U]} \cdot (\Phi_{[U, U]})^{-1} \cdot (\Phi_{[X_p^d, U]})^T \right], \quad (32)$$

as sequências  $\tilde{X}_f$ , obtida através da projeção oblíqua (25), e  $\hat{X}_f$ , obtida com a projeção ortogonal (26), são diferentes, pois seus estados iniciais são estimados por (33) e (34), respectivamente.

$$\hat{X}_0 = X_p^d / U_f U_p \quad (33)$$

$$\hat{X}_0 = X_p^d / \begin{pmatrix} U_p \\ U_f \end{pmatrix} \quad (34)$$

É importante salientar esta diferença, visto que a projeção oblíqua  $O_i$  possibilita estimar  $\Gamma_i$  diretamente das entradas e saídas medidas e, a projeção ortogonal  $Z_i$ , será utilizada, na subseção seguinte, para determinar as matrizes do MEE.

### 3.4. Determinação das Matrizes do Sistema

A ordem escolhida para o sistema dinâmico que representa a máquina de indução trifásica é dada por  $n = 6$ , de acordo com as dimensões do vetor de fluxos do modelo apresentado por Krause et al. (2002).

A partir do modelo inovativo, pode-se escrever os estados futuros e saídas estimadas como (35) e (36).

$$\hat{X}_{i+1} = A\hat{X}_i + BU_{i|i} + K_i(Y_{i|i} - C\hat{X}_i - DU_{i|i}) \quad (35)$$

$$Y_{i|i} = C\hat{X}_i + DU_{i|i} + (Y_{i|i} - C\hat{X}_i - DU_{i|i}) \quad (36)$$

Como as inovações do filtro de Kalman não-estacionário não estão correlacionadas à sequência  $\hat{X}_i$ , tem-se que:

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{1}{j} \left[ (Y_{i|i} - C\hat{X}_i - DU_{i|i}) \begin{pmatrix} W_p \\ U_f \\ \hat{X}_i \end{pmatrix}^T \right] = 0 \quad (37)$$

Assim, pode-se formar o conjunto de equações em (38), em que  $\rho_w$  e  $\rho_v$  representam os resíduos.

$$\begin{pmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{X}_i \\ U_{i|i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{pmatrix} \quad (38)$$

Entretanto, as matrizes  $\hat{X}_i$  e  $\hat{X}_{i+1}$  não podem ser determinadas diretamente a partir das entradas e saídas. Então, das projeções ortogonais  $Z_i$  (25) e  $Z_{i+1}$  (25), pode-se escrever as sequências (39) e (40), cujas incógnitas são  $H_i^d$  e  $H_{i-1}^d$ .

$$\hat{X}_i = \Gamma_i^\dagger [Z_i - H_i^d U_f] \quad (39)$$

$$\hat{X}_{i+1} = \Gamma_{i-1}^\dagger [Z_{i+1} + H_{i-1}^d U_f] \quad (40)$$

Substituindo (39) e (40) em (38), chegamos ao conjunto de equações lineares (41), em que os termos 1 e 2 podem ser resolvidos através do método dos mínimos quadrados para extração das matrizes  $A$  e  $C$ . As matrizes  $\Gamma_i$  e  $\Gamma_{i-1}$  podem, então, ser recalculadas para alcançar as estimativas das matrizes  $B$  e  $D$ .

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{i-1}^\dagger \cdot Z_{i+1} \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \Gamma_i^\dagger \cdot Z_i}_{\text{Termo 1}} + \underbrace{\begin{pmatrix} (B | \Gamma_{i-1}^\dagger \cdot H_{i-1}^d) - A \cdot \Gamma_i^\dagger \cdot H_i^d \\ (D | 0) - C \cdot \Gamma_i^\dagger \cdot H_i^d \end{pmatrix} U_f}_{\text{Termo 2}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{pmatrix}}_{\text{Termo 3}} \quad (41)$$

As matrizes  $B$  e  $D$  podem ser calculadas diretamente de (41), a partir da função convexa reescrita em (42), cujo resultado mínimo pode ser encontrado através de um algoritmo de otimização não-linear ou reescrevendo a função como combinação linear de  $B$  e  $D$ , possibilitando resolver por mínimos quadrados.

$$B, D = \text{argmin}_{B, D} \left\| \begin{pmatrix} \Gamma_{i-1}^\dagger \cdot H_{i-1}^d \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \Gamma_i^\dagger \cdot Z_i - (\text{Termo 2}) \cdot U_f \right\|_F^2 \quad (42)$$

Assim, os Parâmetros de Markov  $M_k$ , que são as matrizes de resposta ao impulso do sistema (Giesbrecht et al. 2018), podem ser determinados através de (43).

$$M_k = \begin{cases} D & k = 0 \\ CA^{k-1}B & k \neq 0 \end{cases} \quad (43)$$

Apesar do modelo em espaço de estados obtido não ser único, os parâmetros de Markov são e, portanto, podem ser utilizados para comparar modelos obtidos com dados experimentais em diferentes condições e ainda para detectar falhas, conforme detalhado em Gonçalves et al. (2021).

Como  $\rho_w$  e  $\rho_v$  são ortogonais aos espaços linha de  $Z_i$  e  $U_f$ , o Termo 3 de (41) pode ser encontrado a partir dos resíduos ortogonais aos regressores da solução de mínimos quadrados, estimando as covariâncias  $Q$ ,  $S$  e  $R$  por meio de (44).

$$\begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} = \lim_{j \rightarrow \infty} \frac{1}{j} \left[ \begin{pmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \rho_w^T & \rho_v^T \end{pmatrix} \right] \quad (44)$$

### 3.5. Classificação através do Algoritmo $k$ -NN

O algoritmo  $k$ -NN é um classificador não paramétrico, conhecido como de aprendizado lento, por não necessitar de um modelo de treinamento em sua implementação. Cada conjunto de dados utilizados para o treinamento recebe um rótulo (*label*), de acordo com as  $n$ -classificações. O método avalia, então, a similaridade entre um novo conjunto de dados e os dados existentes, através do cálculo da distância entre as suas  $f$ -características (*features*) às dos  $k$  vizinhos mais próximos, sendo o valor de  $k$  determinado pelo programador, com a condição de ser um número ímpar para classes binárias (Hall et al. 2008).

Existem diversas maneiras de computar a distância: Euclidiana, de Hamming, Manhattan, etc. Neste trabalho, a distância Euclidiana foi utilizada, calculando a distância entre dois pontos  $x$  e  $y$ , conforme (45) (Kubat. 2015).

$$d(x, y) = \sqrt{\sum_{j=1}^f (x_j - y_j)^2} \quad (45)$$

Na figura 2, é mostrado um exemplo de espaço bidimensional, composto por 2 características, em que diversos conjuntos de dados das classes  $A$  e  $B$  são plotados. Ao analisar as características do novo conjunto de dados em relação aos três vizinhos mais próximos ( $k = 3$ ), pode-se classificá-lo como pertencente ao rótulo  $B$ , o mais frequente entre as  $k$  amostras.

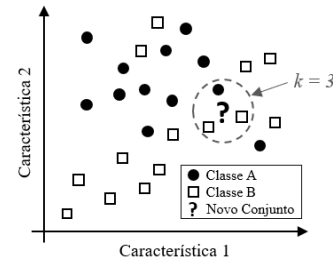


Fig. 2 – Distribuição dos sets dados em um espaço bidimensional.

## 4. EXPERIÊNCIAS PROPOSTAS

Para o levantamento dos dados experimentais, foram utilizados dois motores SEW-EURODRIVE de alta eficiência DRN 80M, 4 pólos, 0,75kW, 460V-Y, 60Hz.

As medições foram realizadas utilizando o analisador de potência Yokogawa WT3000, com uma taxa de atualização de 50 ms, e o servomotor síncrono SEW CFM71L, atuando como freio para alcançar a plena carga da máquina teste. Na figura 3, é mostrado o setup experimental.

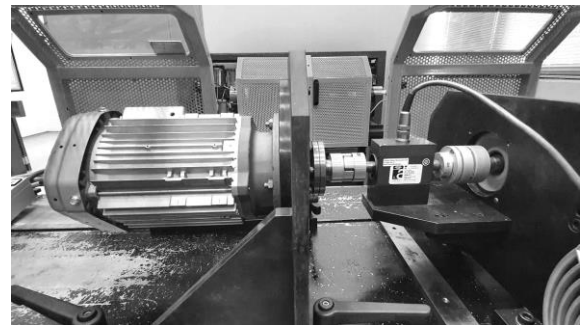


Fig. 3 – Estrutura da bancada de testes.

Ambos os motores 1 e 2 foram testados com o rotor saudável e o motor 2 teve uma barra interrompida, com uso de furadeira, para simular o efeito da falha, conforme apresentado na figura 4.

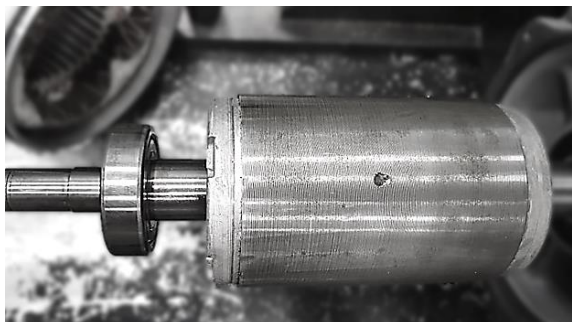


Fig. 4 – Motor 2 com uma barra interrompida.

Para representar diferentes pontos de operação da máquina, foram realizadas as variações de potência e tensão, indicadas na tabela 1.

**Tab. 1 – Variações de potência e tensão nos ensaios dos motores**

Potência (kW)	0,15	0,30	0,45	0,60	0,75	0,90
Tensão (V)	460	460	460	460	460	460
					495	

Tratando os dados trifásicos como um sistema dinâmico linear causal multivariável invariante no tempo, definiram-se os valores  $m = 3$  e  $l = 3$ . Com os dados medidos, então, aplicou-se a teoria apresentada na seção III para determinar os estados dos modelos e as matrizes do modelo em espaço de estados. Ainda que o MATLAB® possua a função *n4sid* em seu Toolbox, optou-se por implementar o código manualmente para flexibilizar a geração das matrizes de Hankel de entradas e saídas, visto que a quantidade de Parâmetros de Markov influencia diretamente na exatidão do modelo, ao determinar o número de blocos linha das matrizes de entradas e saídas.

Na programação do algoritmo *k-NN*, 16 conjuntos de dados compostos de correntes e tensões trifásicas foram utilizados na fase de treinamento e 24 conjuntos de dados na fase de validação. Para cada ponto de operação foram obtidas amostras de tensões e correntes durante 50 ms segundos, representando 3 ciclos completos de onda. Durante cada uma das medições, as condições de carga e a velocidade foram mantidas constantes para permitir que o motor fosse aproximado por um modelo linear (Krause et al. 2002).

Embora os estados calculados não tenham significado físico, existe uma relação de similaridade, dependente da resistência do rotor, que leva do modelo ao real modelo da máquina. Como todos os modelos compartilham as mesmas respostas ao impulso, diferenças na resistência do rotor devidas a falhas implicarão em diferenças nas respostas ao impulso que poderão ser detectadas pelo algoritmo classificador. Assim, os Parâmetros de Markov dos modelos obtidos foram utilizados como características, formando um espaço multidimensional e, para associar suas matrizes a um número único, utilizou-se a norma de Frobenius.

Ao comparar os dados de validação com os 3 conjuntos de dados de treinamento mais próximos ( $k = 3$ ), a classificação foi determinada em um dos rótulos com ou sem falha, variando quantidade  $i$  de Parâmetros de Markov para estudar a acurácia do algoritmo.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nas figuras 5 e 6, são mostrados comparativos entre as correntes medidas e estimadas pelos MEEs dos motores em condições nominais, para um valor aleatório de  $i = 6$ . O método combinado determinístico-estocástico aplicado aos valores medidos foi capaz de reproduzir a dinâmica do sistema em regime permanente com erro quase nulo. Adotando a ordem do sistema  $n = 6$ , foi possível extrair os modelos dos motores em diversas condições de operação diretamente dos dados de entradas e saídas, sem necessidade de determinar um modelo de ordem mais alta previamente.

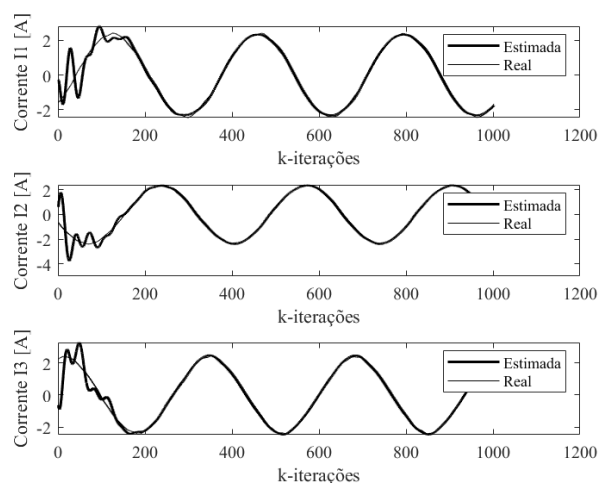


Fig. 5 – Dados reais e estimados para o motor 1, sem falha, operando em 0,75kW, 460V.

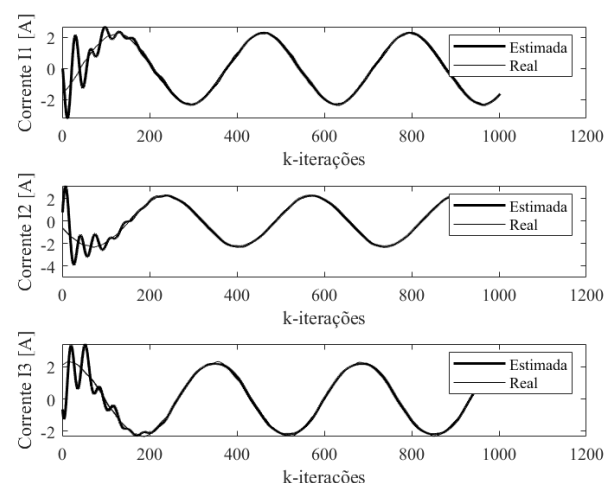


Fig. 6 – Dados reais e estimados para o motor 2, com uma barra do rotor interrompida, operando em 0,75kW, 460V.

Observa-se que, como o método apresentado é baseado no algoritmo de predição um passo à frente, que calcula um instante  $k + 1$  com informações coletadas até o instante  $k$ , nos primeiros ciclos de corrente, devido às poucas informações no vetor de saídas, a estimativa apresenta um erro maior que nos

ciclos subsequentes. Em estudos futuros, pode-se analisar alternativas para reduzir este erro, como: utilizar diferentes pesos  $W_1$  e  $W_2$  no método de subespaços e recalculer os dados iniciais após o primeiro ciclo de aquisição.

Além disso, a partir dos dados de correntes e tensões medidas, não é possível encontrar uma diferença aparente entre as máquinas com e sem falhas. Assim, a característica usada para a detecção das falhas precisou ser capaz de diferenciar a condição de operação, mesmo com comportamentos tão parecidos. Na Figura 7, é mostrada a acurácia do algoritmo  $k$ - $NN$  ao classificar a ocorrência de falha no motor, variando o número  $i$  de Parâmetros de Markov. O valor mínimo encontrado foi de 45,83% e o máximo de 83,33%.

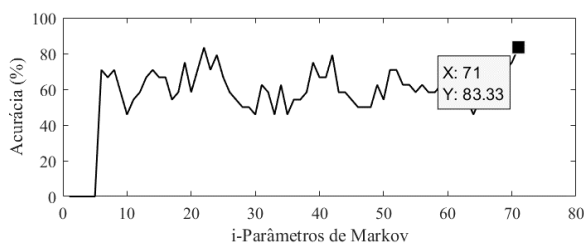


Fig. 7 – Acurácia na detecção de falha com a variação do número de Parâmetros de Markov.

É interessante notar que o algoritmo  $k$ - $NN$  é um dos mais simples a se implementar no campo de aprendizado de máquina, entretanto, observou-se que a escolha correta de  $i$  é fundamental para alcançar uma boa acurácia nos resultados obtidos. Além disso, o algoritmo possui um alto consumo de memória na fase de treinamento, o que seria um ponto negativo para a utilização em sistemas embarcados. Em pesquisas futuras, outros tipos de algoritmos classificadores podem ser testados, buscando garantir uma acurácia mais constante, independentemente das variações de  $i$ .

## 6. CONCLUSÕES

Neste artigo foi apresentado um método combinado determinístico e estocástico, baseado na teoria de subespaços para identificação de sistemas, aplicado aos dados de corrente e tensões de motores de indução trifásicos. As medições, facilmente obtidas através de experimentação, possibilitaram estimar modelos dos sistemas, mesmo não os conhecendo previamente.

Para detectar a ocorrência de barra interrompida nos motores, o algoritmo  $k$ - $NN$  foi utilizado, não necessitando nenhum treinamento especializado em sua implementação, em contrapartida, utilizando um elevado consumo de memória. Os resultados encontrados mostram que, com a escolha correta da quantidade  $i$  de Parâmetros de Markov, uma alta acurácia de classificação pode ser alcançada.

Assim, o método mostrou-se simples e eficiente, sem necessidade de parametrização prévia, tanto na estimação dos modelos quanto na classificação. Utilizando apenas o conhecimento dos dados de corrente e tensões medidas, mostrou uma boa performance, mesmo para motores operando em diversas condições de potência e tensão.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## REFERÊNCIAS

- Overschee, P. Et Moor, B. (1996) *Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implmentation, Applications*. Kluwer Academic Publishers. Boston, London.
- Elbouchikhi, E. Choqueuse, V. Auger Et F. Benbouzid, M. (2017). *Motor Current Signal Analysis Based on a Matched Subspace Detector*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, VOL. 66, Nº 12.
- Trachi, Y. Elbouchikhi, E. Choqueuse, V. Et Benbouzid, M. (2015). *Stator current analysis by subspace methods for fault detection in induction machines*. IECON 2015 - 41st Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society..
- Naha, A. K. Samanta, A. Routray, And Deb, A. (2016) *A method for detecting half-broken rotor bar in lightly loaded induction motors using current*. IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 65, Nº 7.
- Tariq, F. Khan, A. Abid, M. Et Mustafa, G. (2019). *Data-Driven Robust Fault Detection and Isolation of Three-Phase Induction Motor*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, VOL. 66, Nº 6.
- Ljung L. *System identification - Theory for the User*. (1987) Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Verhaegen M. (1994). *Identification of the deterministic part of MIMO state space models given in innovations form from input-output data*. Automatica (Special Issue on Statistical Signal Processing and Control), Vol 30, Nº 1.
- Krause, P. C. Wasynczuk, O. Sudhoff, S. D. (2002). *Analasys of Electric Machinery and Drive Systems*. 2a Ed. WILEY.
- Giesbrecht, M.; Barreto, G. and Pascoli Bottura, C. (2018). *State Space Identification Algorithm based on Multivariable Impulse Response*. In Proceedings of the 15th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics - Vol 1, páginas 466-473.
- Goncalves, J.; Fruett, F.; Dalfre Filho, J. G.; Giesbrecht, M. (2021). *Faults detection and classification in a centrifugal pump from vibration data using markov parameters*. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 158, p. 107694.
- Hall, P. (2008). *Choice of Neighbor Order in Nearest-Neighbor Classification*. The Annals of Statistics. Vol 36, Nº 5.
- Kubat, M. (2015). *An Introduction to Machine Learning*. Springer. London.