

Controle de Esterçamento de Veículo Terrestre com Métodos Clássico e *Linear Quadratic Tracker*^{*}

Renan R. Sacco^{*} Maicon de Miranda^{*} Fábio E. Bisogno^{*}

^{*} Grupo de Eletrônica de Potência e Controle, Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil (e-mail: renansacco@gmail.com, maicondemiranda@hotmail.com, fbisogno@gepoc.ufsm.br)

Abstract: The present work deals with algorithms for lateral position control and steering of land vehicles. The lateral position control is based on the Lookahead algorithm, and two methods for steering control are analyzed: classical and LQT. The Lookahead algorithm and the two designed controllers are evaluated in simulations for straight and circular paths. It appears that both architectures achieve satisfactory results, although they have significant design differences.

Resumo: O presente trabalho aborda algoritmos de controle de posição lateral e esterçamento de veículos terrestres. O controle de posição lateral é baseado no algoritmo Lookahead, e são analisados dois métodos para o controle de esterçamento: clássico e LQT. O algoritmo Lookahead e os dois controladores projetados são avaliados em simulações para trajetórias reta e circular. Verifica-se que ambas arquiteturas atingem resultados satisfatórios, embora possuam diferenças de projeto significativas.

Keywords: Steering Control; Lateral Position Control; Lookahead Algorithm; Linear Quadratic Tracker; Vehicle Modeling;

Palavras-chaves: Controle de Esterçamento; Controle de Posição Lateral; Algoritmo Lookahead; *Linear Quadratic Tracker*; Modelagem de Veículo;

1. INTRODUÇÃO

O uso de piloto automático em tratores agrícolas se popularizou nas últimas duas décadas devido a maior precisão e comodidade que este proporciona em relação a guiação manual. Atualmente, o controle autônomo de direção aliado ao avanço das técnicas de posicionamento possibilita realizar operações de plantio com precisão na ordem de centímetros, o que implica em um aumento de produtividade por área e na redução de custos com insumos.

Um dos primeiros trabalhos na área de controle de esterçamento de tratores foi apresentado por O'Connor (1997), que desenvolveu e implementou um piloto automático para tratores com implemento utilizando CDGPS (*Canadian Differential GPS*), um sistema que à época representava o estado da arte na tecnologia de posicionamento.

Mais recentemente, foram desenvolvidos diversos trabalhos com o propósito de manter o desempenho do controlador apesar das variações paramétricas causadas por alterações nas condições do solo ou pelo uso de diferentes implementos acoplados ao trator. Em Gartley and Bevlý (2008), a planta é estimada em tempo real utilizando o filtro de Kalman e o controle é alterado de maneira indireta, enquanto em Derrick and Bevlý (2009) utilizou-se controle adaptativo por modelo de referência.

^{*} O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES/PROEX)- Código de Financiamento 001.

Este trabalho tem o propósito de analisar técnicas de controle de esterçamento para tratores agrícolas, visando a futura implementação prática das mesmas. Utiliza-se a técnica *lookahead* para geração do ângulo de referência, e são analisados dois métodos para o projeto do controlador do apontamento do veículo: o método clássico, baseado na conexão em cascata das malhas de controle, e o Rastreador Linear Quadrático (*Linear Quadratic Tracker* ou *LQT*), que determina os ganhos de retroação que minimizam um determinado índice de desempenho. O objetivo do trabalho não é comparar diretamente o desempenho entre os controladores clássico e LQT, mas sim abordar aspectos relevantes no projeto de ambos controladores para esta aplicação. Os algoritmos de controle projetados são avaliados em simulação, com um modelo de veículo cinemático planar, para trajetórias reta e circular.

Na Seção 2 o modelo do veículo e seus parâmetros são descritos. Em seguida, na Seção 3, são definidas as duas trajetórias utilizadas nas simulações e são definidos os erros lateral e angular. Na Seção 4, o algoritmo *Lookahead* é descrito em detalhes. Nas Seções 5 e 6 os controladores clássico e LQT são descritos e projetados para a planta utilizada. Os resultados de simulação são apresentados na Seção 7 e ao final, na Seção 8, são feitas as considerações finais.

2. MODELO DA PLANTA

Esta seção apresenta o modelo matemático utilizado para o trator agrícola, bem como suas limitações. Inicialmente,

na Seção 2.1 são definidos os três sistemas de coordenadas utilizados. Em seguida, na Seção 2.2, é apresentado o modelo do veículo e do atuador e ao final, na Seção 2.3, são definidos alguns parâmetros do veículo.

2.1 Sistemas de Coordenadas

Os sistemas de coordenadas utilizados neste trabalho são ilustrados na Figura 1. O sistema I constitui um referencial inercial. O sistema de coordenadas com origem fixa no centro de gravidade (CG) do corpo, denotado por B , possui origem e orientação fixas em relação ao veículo e eixo X apontando para o sentido principal de movimento. Por fim, define-se o sistema da trajetória P , com eixo X paralelo ao segmento de reta considerado e com origem no ponto do segmento que é mais próximo ao veículo. Em todos os sistemas, o eixo Z aponta para cima e o eixo Y é definido de modo a formar um sistema dextrogiro.

2.2 Modelo do Veículo

A modelagem do veículo é feita a partir da Geometria de Ackerman, tal como em Rill (2012). Esse tipo de modelo supõe que as forças laterais atuantes nas rodas são nulas, o que é uma boa aproximação apenas para baixas velocidades. Em operações com tratores que demandam grande precisão, como o plantio, as velocidades de operação são normalmente menores que 3 m/s, o que permite o uso do modelo cinemático para o projeto preliminar do controlador. Vale ressaltar que para projetar um controlador robusto a variações paramétricas causadas pelo implemento acoplado ou pelas condições do solo, por exemplo, é preciso utilizar um modelo mais completo, como em O'Connor (1997) e Derrick and Bevly (2009).

Além de desprezar as forças laterais nas rodas, outra simplificação é feita ao substituir as duas rodas traseiras e frontais por uma roda de efeito equivalente, tal como em O'Connor (1997) e Hoffmann et al. (2007). Assim, o trator de quatro rodas é modelado como um veículo de duas rodas, com esterçamento apenas na roda frontal, conforme ilustrado na Figura 1.

As distâncias da roda traseira e frontal até o CG são denominadas L_r e L_f , respectivamente. O ângulo de esterçamento da roda frontal δ é medido em relação ao eixo X do veículo, e deve satisfazer $-\delta_{max} \leq \delta \leq \delta_{max}$ pois o esterçamento máximo δ_{max} é limitado em tratores reais. A posição do veículo em relação ao sistema inercial é representada pelo vetor $\mathbf{r}_{IB}^I = [x, y]$ e a orientação pelo ângulo ψ . O vetor velocidade $\mathbf{v}_{IB}^B = C_I^B \dot{\mathbf{r}}_{IB}^I$ representa, no sistema B , a velocidade de B em relação a I . O ângulo entre velocidade \mathbf{v}_{IB}^B e o sistema do veículo é o escorregamento β . A Figura 1 ilustra as variáveis do veículo.

As equações (1), (2) e (3) representam a cinemática de translação e de rotação do veículo.

$$\dot{x} = v \sin(\psi + \beta) \quad (1)$$

$$\dot{y} = v \cos(\psi + \beta) \quad (2)$$

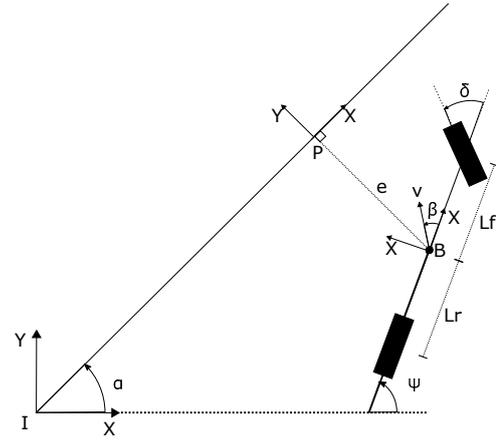


Figura 1. Veículo: Variáveis do veículo e da trajetória de referência.

$$\dot{\psi} = \frac{v \cos(\beta) \tan(\delta)}{L_r + L_f} \quad (3)$$

em que o escorregamento β é dado por

$$\beta = \arctan\left(\frac{L_f \tan(\delta)}{L_r + L_f}\right) \quad (4)$$

O ângulo do curso do veículo, ψ_c , é definido por

$$\psi_c = \psi + \beta \quad (5)$$

e indica o ângulo do vetor velocidade.

O modelo desenvolvido até aqui considera como sinal de entrada o ângulo de esterçamento da roda frontal, δ . O atuador considerado neste trabalho é um motor de passo acoplado à direção do veículo. Deste modo, deve-se considerar a dinâmica entre a velocidade angular ω do motor e o ângulo δ da roda.

Assim como em O'Connor (1997), utiliza-se o modelo simplificado mostrado em (6).

$$\dot{\delta} = k\omega \quad (6)$$

A constante k modela o ganho estático entre o ângulo do motor de passo e a direção, e entre a direção e as rodas do veículo. Os atrasos do sistema mecânico e do atuador em si são desprezados. O atuador considerado possui velocidade angular limitada, portanto deve-se satisfazer $-\omega_{max} < \omega < \omega_{max}$.

2.3 Parâmetros do Veículo

Para as simulações realizadas neste trabalho, utilizou-se os parâmetros de veículo mostrados na Tabela 1. As distâncias L_r e L_f correspondem às do trator Massey Ferguson 6713, onde assumiu-se que o centro de gravidade estivesse centrado ($L_r = L_f$). A velocidade angular de saturação ω_{max} e o ganho k foram obtidos a partir de um piloto automático elétrico instalado no mesmo trator.

Tabela 1. Parâmetros do Veículo

Parâmetro	Valor	Unidade
L_r	2,36	metros
L_f	2,36	metros
δ_{max}	0,7	rad
ω_{max}	9,4	rad/s
k	0,045454	-

3. TRAJETÓRIA DE REFERÊNCIA

A trajetória constitui o caminho de referência para o veículo, e a partir dela e do vetor de estados do veículo calcula-se os erros lateral e angular usados pelo sistema de controle. Na Seção 3.1 serão calculados o erro lateral e angular para uma referência reta, bem como suas dinâmicas. Em seguida, na Seção 3.2 são calculados os erros para uma trajetória circular.

3.1 Trajetória Reta

O erro de translação entre o CG do veículo (sistema B) e um ponto qualquer da trajetória pode ser dividido em um componente frontal, paralela à trajetória, e uma componente lateral, e , normal à trajetória. Se for considerado o erro de translação entre os sistemas B e P em uma trajetória reta então o erro de translação possui somente componente lateral, como se pode verificar na Figura 1.

O vetor de erro entre o veículo e P , \mathbf{r}_{PB}^P , é definido por (7), e o erro lateral e é a componente Y de \mathbf{r}_{PB}^P .

$$\mathbf{r}_{PB}^P = C_I^P (\mathbf{r}_{IB}^I - \mathbf{r}_{IP}^I) \quad (7)$$

em que C_I^P é a matriz de rotação do sistema inercial para o sistema da trajetória.

Derivando (7) e observando-se que $\dot{C}_I^P = 0$ para retas, obtém-se

$$\dot{\mathbf{r}}_{PB}^P = C_I^B \dot{\mathbf{r}}_{IB}^I - C_I^B \dot{\mathbf{r}}_{IP}^I \quad (8)$$

Observe que a componente Y da segunda parcela em (8) é nula, pois o sistema P , por definição, pertence à trajetória e por isso deve ter velocidade lateral nula. Expandindo (7) obtém-se uma equação explícita para e , que é válida para uma trajetória reta e independe do modelo da planta:

$$\dot{e} = -\sin(\alpha)\dot{x} + \cos(\alpha)\dot{y} \quad (9)$$

Substituindo-se (1) e (2) em (9) e realizando algumas manipulações algébricas, obtém-se a dinâmica de e para o modelo de veículo considerado na Seção 2.2 em uma trajetória reta:

$$\dot{e} = v \sin(\psi + \beta - \alpha) \quad (10)$$

3.2 Trajetória Circular

Para uma trajetória circular com raio R , centrada na origem e percorrida no sentido horário, o erro lateral pode ser calculado por

$$e = R - \sqrt{x^2 + y^2} \quad (11)$$

em que x e y indicam a posição do veículo. Ainda, o ângulo da reta tangente à trajetória no ponto mais próximo ao veículo é dado por

$$\alpha = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{\pi}{2} \quad (12)$$

A Figura 2 ilustra o erro lateral e o ângulo α para uma trajetória circular. Observe que o erro lateral é negativo para a trajetória no sentido anti-horário, pois o veículo está fora da circunferência e o eixo Y do sistema P aponta para dentro.

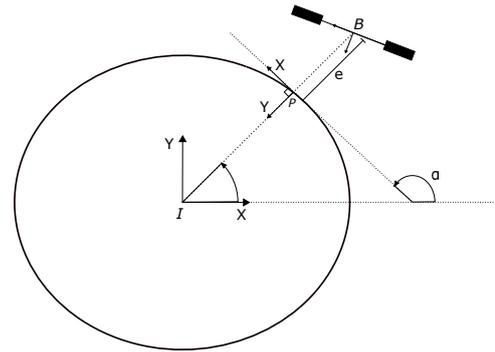


Figura 2. Erro lateral e ângulo de referência para trajetória circular

4. GERAÇÃO DE REFERÊNCIA COM LOOKAHEAD

O controle *Lookahead* pertence à categoria de controle *Line of Sight* (LOS). Conforme Jensen (2011), os algoritmos de navegação baseados em (LOS) utilizam um ponto de referência pertencente à reta que interliga dois *waypoints* p_k e p_{k+1} . O vetor do veículo ao ponto de referência é usado para determinar o curso de referência ψ_c^* .

No caso do algoritmo *Lookahead*, o ponto de referência é determinado à uma distância Δ em frente à origem do sistema P , conforme a Figura 3. O ângulo ψ_c^* é dado por

$$\psi_c^* = \alpha + \phi \quad (13)$$

em que α é o ângulo do segmento de trajetória e ϕ é definido por

$$\phi = \arctan\left(\frac{-e}{\Delta}\right) \quad (14)$$

A estrutura geral do controlador e do algoritmo *Lookahead* é mostrada na Figura 4. O *lookahead* gera uma referência de curso que visa garantir erro lateral nulo, enquanto o controlador tenta rastrear o curso de referência a partir do controle da velocidade angular ω .

Assumindo que o curso de referência é seguido de forma ideal, tem-se $\psi_c = \psi_c^*$. Neste caso, substituindo (13) em (10), obtém-se

$$\dot{e} = v \sin(\phi) = \frac{-ve}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} \quad (15)$$

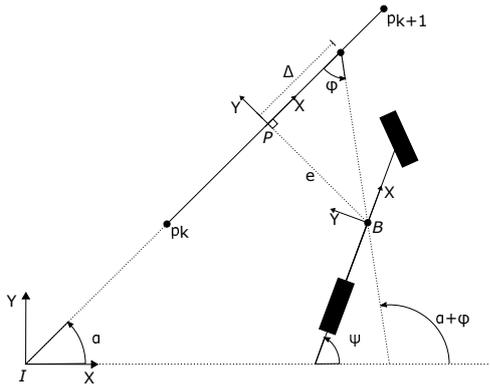


Figura 3. Algoritmo de geração de referência *Lookahead*

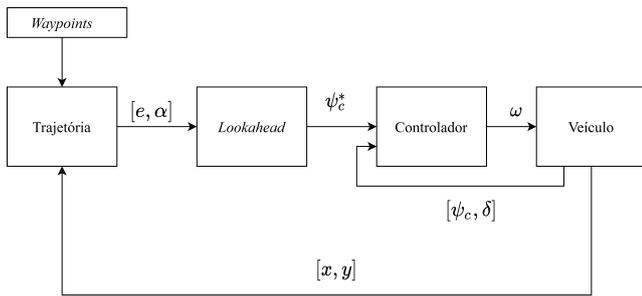


Figura 4. Estrutura de controle e geração de referência com *Lookahead*

Em Lekkas and Fossen (2012) é demonstrado que (15) é um sistema com estabilidade assintótica global, segundo Lyapunov, se a velocidade v for não-nula. Isto significa que a referência gerada pelo *Lookahead* conduz o veículo a um erro lateral nulo quando o rastreamento de ψ_c^* é ideal.

4.1 Distância *Lookahead*

A distância Δ é um parâmetro de projeto, e define a agressividade da trajetória criada pelo *Lookahead*. No limite, quando $\Delta = 0$, o veículo é guiado de modo perpendicular ao segmento da trajetória. Analogamente, para $\Delta \rightarrow \infty$, o veículo é guiado de forma paralela ao segmento de trajetória.

Assumindo um controle de esterçamento ideal, em que $\psi_c = \psi_c^*$, pode-se obter a trajetória de referência gerada pelo *Lookahead* a partir de (1) e (2). A Figura 5 ilustra a trajetória percorrida por um veículo com rastreamento perfeito de ψ_c^* , para diferentes valores de Δ , e a Figura 6 ilustra os ângulos ψ_c^* para as mesmas trajetórias. O veículo possui condição inicial $x_0 = 0$ m, $y_0 = 1$ m e $\psi_0 = 0$ rad, e a trajetória de referência é a reta $y = 0$. Observe que a trajetória independe da velocidade v , mas o ângulo ψ_c^* possui dinâmica mais rápida conforme Δ diminui.

5. CONTROLE CLÁSSICO

Nesta seção será desenvolvido um controlador para o rastreamento do curso de referência gerado pelo algoritmo *Lookahead*. Será utilizada a abordagem de controle clássico, com os sistemas representados em função de transferência e com malhas em cascata.

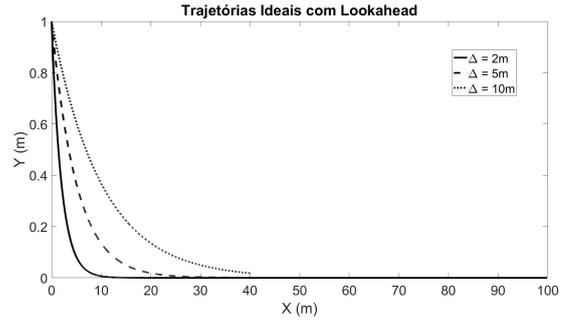


Figura 5. Trajetórias ideais com algoritmo *Lookahead* para diferentes distâncias Δ

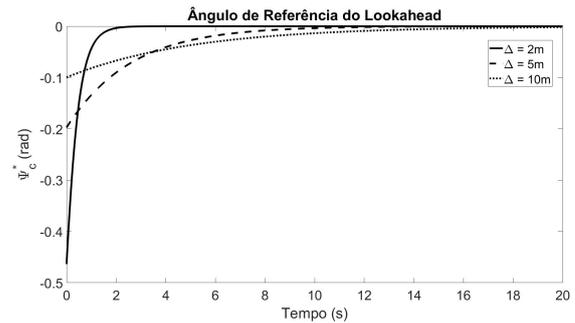


Figura 6. Ângulo de referência do algoritmo *Lookahead* para diferentes distâncias Δ

No projeto de controle clássico, considera-se uma malha interna para controle do esterçamento δ e uma malha externa para controle do curso ψ_c , conforme o diagrama de blocos da Figura 7. As funções de transferência das plantas e dos controladores serão desenvolvidas nas seções seguintes.

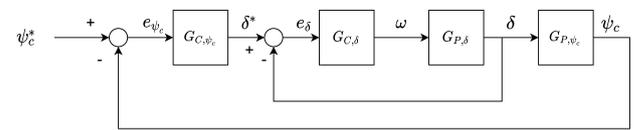


Figura 7. Estrutura do controlador clássico com malha dupla

5.1 Obtenção dos modelos em função de transferência

Aplicando a transformada de Laplace em (6), obtém-se a planta do atuador $G_{P,\delta}(s)$:

$$G_{P,\delta}(s) = \frac{\delta}{\omega} = \frac{k}{s} \quad (16)$$

Como $G_{P,\delta}(s)$ possui um integrador, pode-se utilizar um controlador de esterçamento escolhido do tipo proporcional:

$$G_{C,\delta}(s) = K_{P,\delta} \quad (17)$$

A dinâmica de ψ_c é obtida de forma aproximada a partir da linearização de (3) e (4). Para $L_r = L_f$ e considerando $\tan(\delta) \approx \delta$, obtém-se

$$\beta \approx \frac{\delta}{2} \quad (18)$$

e

$$\dot{\psi} \approx \frac{v\delta}{L_r + L_f} \quad (19)$$

A dinâmica linearizada de ψ_c , então, é obtida a partir de (5), (18) e (19):

$$\dot{\psi}_c \approx \frac{v\delta}{L_r + L_f} + \frac{\dot{\delta}}{2} \quad (20)$$

Aplicando a transformada de Laplace em (20), obtém-se $G_{P,\psi_c}(s)$:

$$G_{P,\psi_c}(s) = \frac{\psi_c}{\delta} = \frac{0.5s + v/(L_r + L_f)}{s} \quad (21)$$

Para o controlador da malha externa, utiliza-se um PID com filtro derivativo:

$$G_{C,\psi_c}(s) = K_{P,\psi_c} + \frac{K_{I,\psi_c}}{s} + K_{D,\psi_c} \frac{s}{T_F s + 1} \quad (22)$$

5.2 Determinação dos Ganhos

A velocidade do sistema em malha fechada da malha interna é projetado para ser de 5 a 10 vezes mais rápida que a velocidade da malha externa, de modo que o projeto da malha externa pode ser feito desconsiderando o regime transitório da malha interna (Bevly, 2010). Além disso, para que o desempenho do sistema real seja satisfatório, o projeto da malha interna deve levar em consideração a saturação de ω , que limita, na prática, o valor máximo do ganho $K_{P,\delta}$.

Observando a velocidade máxima permitida para o atuador, foi definido a partir de simulações um ganho $K_{P,\delta} = 500$ para a malha interna. Durante as simulações, foi verificado que este ganho resulta em saturações rápidas durante o regime transitório. A função de transferência em malha fechada (FTMF) da malha interna possui diagrama de Bode conforme mostrado na Figura 8, onde verifica-se que a largura de banda do sistema é de 3,6 Hz.

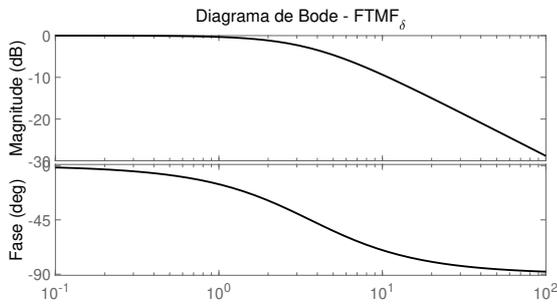


Figura 8. Diagrama de Bode da FTMF da malha interna

Para o projeto do controlador da malha externa, utilizou-se controlador do tipo avanço de fase com integrador. A alocação do pólo e do zero foi feita numericamente com o *software sisotool*, atendendo ao critério de ter uma banda passante de aproximadamente 0.72 Hz (5 vezes menor que a malha interna) e um *overshoot* menor que 10%. Os ganhos obtidos são $K_{P,\psi} = 2,68$, $K_{I,\psi} = 7,07$, $K_{D,\psi} = -0,183$ e $T_f = 0,0683$. O diagrama de Bode da FTMF da malha externa é mostrada na Figura 9.

6. CONTROLE COM RASTREADOR LINEAR QUADRÁTICO

Nesta seção, será projetado um controlador de esterçamento utilizando um Rastreador Linear Quadrático (*Li-*

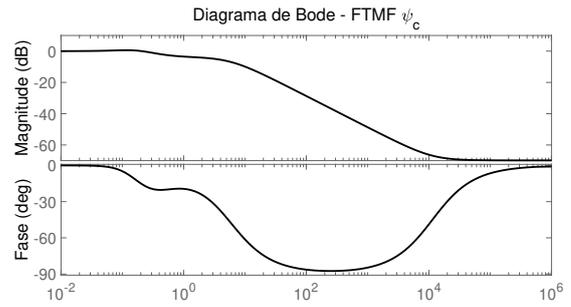


Figura 9. Diagrama de Bode da FTMF da malha externa

near Quadratic Tracker ou *LQT*). Ao contrário da abordagem anterior, este método não possui estrutura com modelos em função de transferência com malhas dispostas em cascata. Ao invés disso, define-se *a priori* a arquitetura do controlador, e então os estados da planta e do controlador são concatenados em uma planta aumentada. Os ganhos de retroação são obtidos de modo a minimizar um índice quadrático.

A arquitetura da planta e do controlador em malha fechada é mostrada na Figura 10. O sinal de referência r corresponde ao curso de referência ψ_c^* , gerado pelo *lookahead*. As demais variáveis serão definidas a seguir.

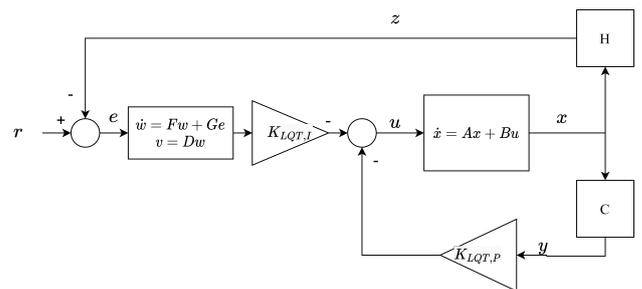


Figura 10. Arquitetura do controlador LQT

6.1 Modelo da Planta

O modelo do veículo no espaço de estados é dado por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (23)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (24)$$

$$z = \mathbf{H}\mathbf{x} \quad (25)$$

em que $\mathbf{x} = [\psi, \delta]$ é o estado do veículo, a ação de controle u é a velocidade angular, y é o vetor de medida e z é a variável de rastreo.

As matrizes A e B são obtidas diretamente de (6) e (3). A matriz H é obtida a partir de (5) considerando a aproximação em (18), e a matriz C considera que todas as variáveis estão disponíveis para medição. De forma explícita, tem-se:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{v}{L_r + L_f} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ k \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad H = [1 \ 0 \ 5].$$

6.2 Modelo do Controlador

O controlador possui estrutura dada por (26) e (27), em que $e = r - z$, \mathbf{w} é o vetor de estados e v é a saída do controlador.

$$\dot{\mathbf{w}} = F\mathbf{w} + Ge \quad (26)$$

$$v = D\mathbf{w} \quad (27)$$

A estrutura do controlador deve ser definida antes do cálculo dos ganhos de retroação. Será utilizado um integrador duplo para garantir erro nulo em regime permanente para trajetórias circulares, quando a referência r é do tipo rampa. As matrizes F , G e D , portanto, são dadas por

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D = [0 \ 1].$$

6.3 Planta Aumentada

A planta aumentada com a dinâmica da planta e do controlador, conforme arquitetura da Figura 10, é dada por (28), (29) e (30).

$$\dot{\mathbf{x}}_a = A_a\mathbf{x}_a + B_a u + G_a r \quad (28)$$

$$\mathbf{y}_a = C_a\mathbf{x}_a \quad (29)$$

$$z_a = H_a\mathbf{x}_a \quad (30)$$

De forma explícita, as equações (28), (29) e (30) são dadas por (31) (32) e (33), respectivamente.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{w}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -GH & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix} r \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$z = [H \ 0] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} \quad (33)$$

Conforme a Figura 10, o sinal de controle u é dado pela retroação dos estados da planta aumentada.

$$u = -[K_{LQT,P} \ K_{LQT,I}] \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ v \end{bmatrix} \quad (34)$$

6.4 Determinação do Ganho de Retroação

O ganho de retroação do sistema aumentado será determinado de modo a minimizar um índice de desempenho quadrático.

Define-se o erro de uma dada variável do sistema aumentado como a diferença do seu valor em um dado instante em relação ao seu valor em regime permanente. O índice de desempenho em (35) penaliza os erros de rastreamento, $\tilde{\mathbf{e}}_a$, e do sinal de controle \tilde{u}_a . A matriz R é um parâmetro de projeto, utilizada para ponderar o peso do sinal de atuação na função de custo.

$$J = \int_0^\infty (\tilde{\mathbf{e}}_a^T \tilde{\mathbf{e}}_a + \tilde{u}^T R \tilde{u}) dt \quad (35)$$

Conforme Brian L. Stevens (2016), o erro do sistema aumentado possui dinâmica dada por (36), em que as matrizes A_a e B_a são as mesmas de (28).

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_a = A_a \tilde{\mathbf{x}}_a + B_a \tilde{u} \quad (36)$$

Além disso, tem-se $\tilde{\mathbf{e}}_a^T \tilde{\mathbf{e}}_a = \tilde{\mathbf{x}}_a^T H_a^T H_a \tilde{\mathbf{x}}_a$, e então a determinação do ganho de retroação se resume à determinação dos ganhos do Regulador Linear Quadrático (*Linear Quadratic Regulator, LQR*) para a planta em (36), com matrizes de ponderação R e $Q = H_a^T H_a$. (Brian L. Stevens, 2016)

A matriz de ponderação $Q = H_a^T H_a$ permite a resolução do problema de otimização para o índice de desempenho (35), porém não é possível calcular o ganho de retroação com esta escolha se o par (H_a, A_a) não for observável. Em Brian L. Stevens (2016) são propostas modificações no índice de desempenho de modo a se obter uma matriz Q apropriada. Neste trabalho, no entanto, a diagonal de matriz Q será modificada de modo a permitir o cálculo dos ganhos de retroação. Este procedimento abre mão da otimalidade do resultado obtido, porém, é uma alternativa simples e que conduz a resultados satisfatórios.

6.5 Projeto do Controlador

O projeto do controlador foi realizado a partir da escolha da matriz R e dos dois últimos termos da diagonal matriz Q . O valor associado à R ajusta a amplitude do sinal de atuação e foi escolhido a partir de simulações considerando o valor máximo permitido de ω_{max} . Os parâmetros $Q(3, 3)$ e $Q(4, 4)$ são associados aos estados do controlador, e, em geral, regulam a velocidade da resposta ao degrau (trajetória reta) e da resposta à rampa (trajetória circular). Definiu-se as seguintes matrizes de ponderação

$$R = [0, 005], \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 400 \end{bmatrix}.$$

O ganho de retroação foi calculado considerando resolvendo o problema do LQR para a planta aumentada em (31). Utilizou-se os parâmetros da Tabela 1 e velocidade nominal de $v = 2$ m/s. Os ganhos resultantes são mostrados abaixo:

$$\begin{aligned} K_{LQT,P} &= [252, 81 \ 144, 82] \\ K_{LQT,I} &= [-736, 89 \ -282, 84] \end{aligned} \quad (37)$$

7. RESULTADOS

Os dois controladores foram avaliados em uma trajetória reta e em uma trajetória circular, para o veículo com parâmetros definidos na Tabela 1.

7.1 Trajetória Reta

Nesta simulação, a trajetória de referência é a reta $y = 0$. O veículo possui velocidade $v = 2$ m/s, posição inicial $x(0) = 0$ m, $y(0) = 1$ m e ângulo inicial $\psi(0) = 0$, ou seja, o veículo se encontra alinhado com a referência mas com um erro lateral inicial de 1 metro. Utilizou-se uma distância *lookahead* $\Delta = 10$.

Estado do Veículo As variáveis ψ_c e δ e os valores de referências são mostradas na Figura 11 para o controlador clássico e na Figura 12 para o LQT. Para o caso do LQT, não há uma referência para δ . Pode-se observar que o tempo de acomodação para os dois controladores projetados são similares.

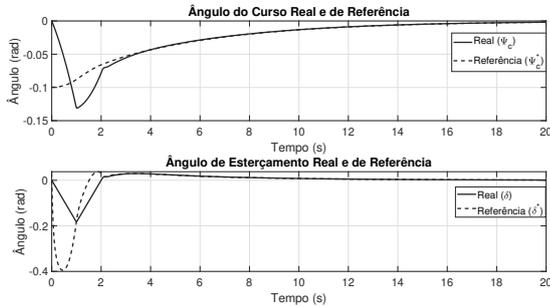


Figura 11. Variáveis de estado ψ_c e δ e referências para simulação em trajetória reta com controlador clássico

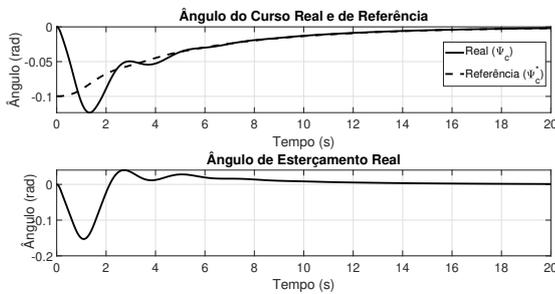


Figura 12. Variáveis ψ_c e δ e referências para simulação em trajetória reta com controlador LQT

Sinais de Controle O sinal de controle ω para o controlador clássico e para o LQT são ilustrados nas Figuras 13 e 14, respectivamente. Pode-se notar que embora os sinais sejam similares, o controlador clássico foi projetado de modo mais agressivo que o LQT e possui tempo de acomodação menor.

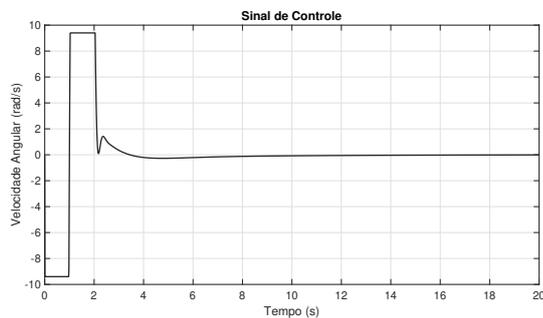


Figura 13. Sinal de atuação para simulação em trajetória reta para controlador clássico

Erros Os erros do curso e do esterçamento são definidos para o controlador clássico de acordo com a Figura 7, e o erro lateral é o mesmo definido na Seção 3.1. Os três erros são mostrados na Figura 15.

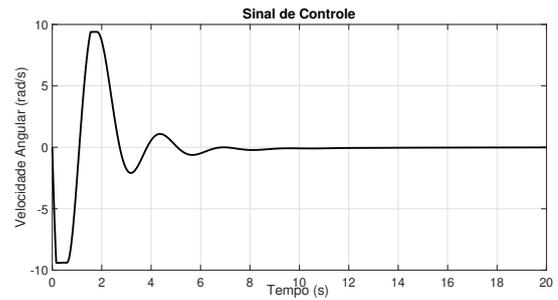


Figura 14. Sinal de atuação para simulação em trajetória reta para controlador LQT

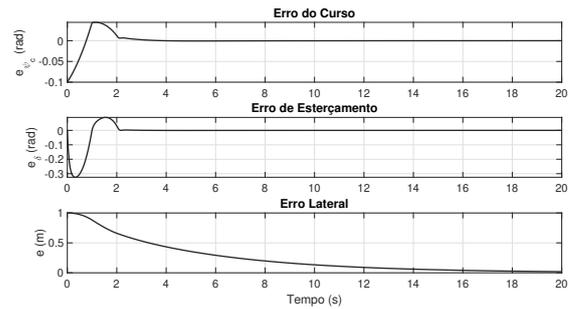


Figura 15. Erros de ψ_c , δ e e para simulação em trajetória reta com controlador clássico

O erro de curso do controlador LQT, definido na Figura 10, e o erro lateral são mostrados na Figura 16.

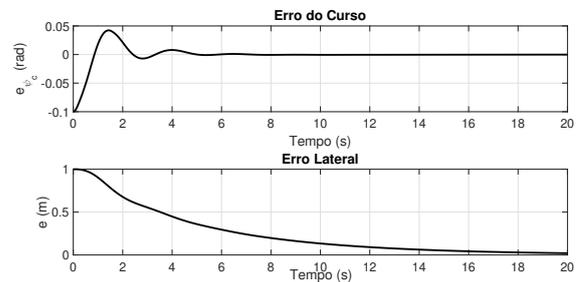


Figura 16. Erros de ψ_c e e para simulação em trajetória reta com controlador LQT

7.2 Trajetória Circular

Nesta simulação, a trajetória de referência é um círculo com raio $R = 10$ m e centrado na origem. O erro lateral e o ângulo de referência são calculados por (11) e (12). A distância *lookahead* Δ é configurada em 10 m.

O veículo possui velocidade $v = 2$ m/s e é inicializado em $x = 0$ m, $y = -10$ m e $\psi = 0$ rad, ou seja, com erros lateral e angular nulos.

Na Figura 17 são comparados os erros para simulações com controle *feedback* e com ambas ações *feedback* e *feedforward* para o controlador clássico. No caso da ação *feedforward*, o sinal adicionado é o esterçamento necessário para percorrer a trajetória, dado por $\delta_{FF} \approx (L_r + L_f)/R = 0,472$ rad.

Pode-se observar que o tempo de convergência do erro lateral é menor para o controlador com ações *feedback*

e *feedforward*. Isto deve ocorrer sempre que for possível calcular de forma precisa o ângulo de esterçamento necessário para percorrer uma trajetória. Se o veículo estiver desalinhado ou deslocado da referência, por exemplo, a ação *feedforward* pode piorar o desempenho do sistema ao invés de melhorar.

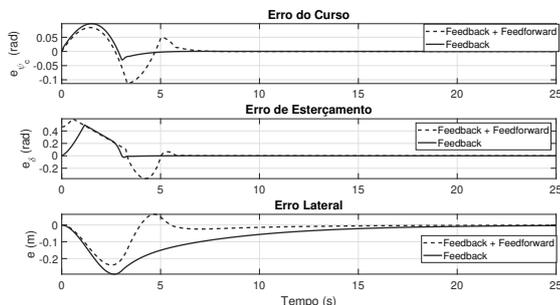


Figura 17. Erros de estado para trajetória circular para controlador clássico.

Na Figura 18, são mostrados os erros de curso e lateral para trajetória circular com controlador LQT. Pode-se observar que o em regime permanente o erro tende a zero, embora de maneira mais lenta que o controlador clássico.

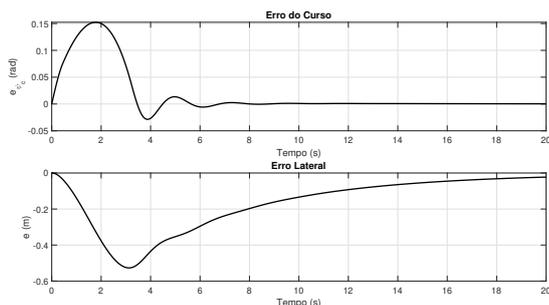


Figura 18. Erros de estado para trajetória com controlador LQT.

8. CONCLUSÃO

Foram desenvolvidos dois controladores de esterçamento para veículos terrestres, um deles utilizando as técnicas de controle clássico e outro utilizando o LQT. As diferenças construtivas entre os dois métodos são relevantes: o primeiro utiliza malhas em cascata, com controlador PID para a malha externa e P para a malha interna. O segundo utiliza uma estrutura de controle definida *a priori* (neste caso, um integrador duplo) e determina os ganhos para retroação de estados a partir da minimização de uma função de custo.

A principal dificuldade do método clássico consiste em rastrear o sinal de referência e respeitar a saturação do atuador, ao mesmo tempo em que a malha interna deve ser 5 a 10 vezes mais rápida que a malha externa. Para os valores $\Delta = 10\text{m}$ e $\omega_{max} = 9,4\text{ rad/s}$ foi possível projetar as duas malhas sem maiores dificuldades, porém a medida que Δ diminui a malha externa precisa ser mais rápida, e pode haver problemas no projeto devido à saturação do atuador.

O método LQT, por sua vez, possui um projeto simples e com poucos parâmetros para otimização. A não observabilidade do par (H_a, A_a) compromete a otimalidade dos ganhos encontrados, mas mesmo assim foi possível obter um desempenho aceitável. A definição *a priori* da estrutura do controlador é uma dificuldade deste método, pois faz-se necessário o projeto e simulação com diferentes arquiteturas.

De um modo geral, ambos os controladores projetados atingiram desempenho satisfatórios para as duas trajetórias. Não é possível compará-los diretamente em termos de desempenho, pois eles foram projetados de formas distintas. Futuramente, pretende-se definir os ganhos dos dois controladores de modo a minimizar uma mesma função de custo. Neste caso, será possível uma comparação direta entre as arquiteturas. Além disso, pretende-se avaliar a robustez dos controladores para variações paramétricas da planta.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES/PROEX)- Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

- Bevly, D.M. (2010). *GNSS for Vehicle Control*. Artech House, Norwood MA.
- Brian L. Stevens, Frank L. Lewis, E.N.J. (2016). *Aircraft Control and Simulation*. Wiley, Canada.
- Derrick, J.B. and Bevly, D.M. (2009). Adaptive steering control of a farm tractor with varying yaw rate properties. *Journal of Field Robotics*, 26(6-7), 519–536.
- Gartley, E.R. and Bevly, D.M. (2008). On-Line Adaptive Control of a Farm Tractor by Compensation of Parameter Variations. 977–985.
- Hoffmann, G.M., Tomlin, C.J., Montemerlo, M., and Thrun, S. (2007). Autonomous automobile trajectory tracking for off-road driving: Controller design, experimental validation and racing. In *2007 American Control Conference*, 2296–2301.
- Jensen, T.M. (2011). *Waypoint-Following Guidance Based on Feasibility Algorithms*. Master's thesis, Norwegian University of Science and Technology.
- Lekkas, A.M. and Fossen, T.I. (2012). A time-varying lookahead distance guidance law for path following. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(27), 398–403.
- O'Connor, M.L. (1997). *Carrier-Phase Differential GPS for Automatic Control of Land Vehicles*. Master's thesis, Stanford University.
- Rill, G. (2012). *Road Vehicle Dynamics Fundamentals and Modeling*. CRC Press, Boca Raton FL.