

PLANEJAMENTO ESTÁTICO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA VIA ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO ARITMÉTICA

Renato Andrade Mosqueira Furtado* Ivo C. Silva Junior**

* Departamento de Energia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora Campus da UFJF, Faculdade de Engenharia, CEP. 36015-400, Juiz de Fora, MG (e-mail: renato.andrade@engenharia.ufjf.br).

** Departamento de Energia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora Campus da UFJF, Faculdade de Engenharia, CEP. 36015-400, Juiz de Fora, MG (e-mail: ivo.junior@ufjf.edu.br).

Abstract: This article aims to explain the application of a recent intelligent technique that is supported by the four basic operations of mathematics ($+$, $-$, \div , \times) whose name is Arithmetic Optimization Algorithm (AOA). Therefore, the recent method is used, in this work, in order to solve the static planning of the expansion of electric power transmission systems, which is a complex issue, since it is a problem of Mixed Integer Linear Programming (MILP), presents several solutions and can lead to the phenomenon of combinatorial explosion due to the different alternatives. Finally, a comparison is made with the Genetic Algorithm (GA). All simulations were performed in the academic system IEEE 24 bus and the results show the applicability and efficiency of AOA in solving the problem in question.

Resumo: O presente artigo tem como objetivo explicitar a aplicação de uma técnica inteligente recente que é apoiada nas quatro operações básicas da matemática ($+$, $-$, \div , \times) cujo nome é Algoritmo de Otimização Aritmética (AOA). Para tanto, o recente método é utilizado, neste trabalho, a fim de solucionar o planejamento estático da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica que é um tema complexo, uma vez que é um problema de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), apresenta várias soluções e pode levar ao fenômeno da explosão combinatoria devido às diferentes alternativas. Por fim, é feita uma comparação com o Algoritmo Genético (AG). Todas as simulações foram consumadas no sistema acadêmico IEEE 24 barras e os resultados mostram a aplicabilidade e eficiência do AOA na resolução do problema em questão.

Keywords: Arithmetic Optimization; Genetic Algorithm; Optimization; Planning; Transmission Systems

Palavras-chaves: Otimização Aritmética; Algoritmo Genético; Otimização; Planejamento; Sistemas de Transmissão

1. INTRODUÇÃO

O Planejamento Estático da Expansão do Sistema de Transmissão (PEEST) tem como principal objetivo determinar, entre um conjunto pré-definido de circuitos candidatos (linhas de transmissão e/ou transformadores), aqueles que devem ser construídos no menor custo possível, garantindo a máxima confiabilidade e suprindo a demanda prevista para o horizonte de planejamento (Mendonça, 2012). Este problema de otimização é de difícil solução com certas particularidades: (i) região de solução não convexa (multimodal), o que leva grande parte dos algoritmos a convergirem em direção de uma solução ótima local (de boa qualidade ou não); (ii) a natureza combinatoria do processo que pode levar ao fenômeno da explosão combinatoria devido a diversidade de alternativas de investimento, resultando em um elevado esforço computacional;

(iii) a existência de sistemas elétricos não conexos (ilhados) (Arêdes et al., 2014). Portanto, esses detalhes ilustram a necessidade de técnicas diversas para aplicação no âmbito do planejamento.

Fazendo uma análise na literatura especializada podem-se distinguir três grupos importantes de algoritmos aplicados à resolução do PEEST: (i) Algoritmos Heurísticos Construtivos: são robustos e geralmente apresentam pouco esforço computacional, entretanto eventualmente encontram a solução ótima global, principalmente para sistemas reais e/ou de grande porte (Monticelli et al., 1982); (ii) Algoritmos de Otimização Clássica: utilizam decomposição matemática e frequentemente encontram soluções ótimas globais de sistemas de pequeno a médio porte enquanto que em sistemas de grande porte podem apresentar problema de convergência e grande tempo computacional; (iii) Meta-heurísticas: encontram soluções ótimas ou locais até para

sistemas de maior porte através da combinação de escolhas aleatórias e conhecimento histórico dos resultados anteriores. Embora existam casos em que o tempo computacional pode ser uma adversidade, tem sido recorrente a utilização de meta-heurísticas o que levou ao surgimento de novas técnicas e aperfeiçoamento das já difundidas (Moraes, 2015), (Shaheen et al., 2018).

Assim, no presente artigo, será apresentado uma nova meta-heurística chamada Algoritmo de Otimização Aritmética (AOA) a fim de solucionar o problema de planejamento estático da expansão de sistemas de transmissão. Dessa forma, será explicitada a formulação do problema, a metodologia do AOA e os resultados advindo das simulações bem como a comparação com o Algoritmo Genético (AG). A aplicação foi desenvolvida sobre o sistema IEEE 24 barras.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Nas aplicações de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, o modelo de fluxo de carga é linearizado sendo conhecido como modelo CC. Conseqüentemente, o fluxo de potência ativa entre duas barras é dependente dos seus respectivos ângulos, respeitando o balanço de potência. Tal particularização é advinda do modelo de carga CA, sendo ideal para as aplicações uma vez que apresenta resultados bem próximos do fluxo CA (não-linear) (Resende, 2014). Dessa forma, o problema de otimização pode ser formulado como:

$$\text{Min} \left\{ \sum_{m=1}^{n_{bc}} c_m \cdot p_m + \sum_{k=1}^{n_c} c_k \cdot N_k \right\} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$g_i + p_i - \sum_{j \in \Omega_i} f_{ij} = D_{max,i} \quad (2)$$

$$|f_{ij}| \leq f_{ij}^{max}, \quad \forall (i, j) \in E, C \quad (3)$$

$$0 \leq g_u \leq g_u^{max}, \quad \forall u \in \Omega_g \quad (4)$$

$$0 \leq p_u \leq p_u^{max}, \quad \forall u \in \Omega_{corte} \quad (5)$$

$$f_{ij} = b_{ij} \cdot \theta_{ij}, \quad \forall (i, j) \in E \quad (6)$$

$$f_{ij} = I_{ij} \cdot b_{ij} \cdot \theta_{ij}, \quad \forall (i, j) \in C \quad (7)$$

$$f_{ij} = b_{ij,F} \cdot \phi_{ij}, \quad \forall (i, j) \in F \quad (8)$$

$$b_{ij,F} \ll b_{ij}, \quad \forall (i, j) \in F, E \quad (9)$$

$$\phi_{ij} \gg \frac{f_{ij}^{max}}{b_{ij}}, \quad \forall (i, j) \in F \quad (10)$$

$$I_{ij} \in \{0, 1\} \quad (11)$$

$$N_k \in \{0, 1, 2, 3, \dots, N_k^{max}\} \quad (12)$$

A equação (1) representa a Função Objetivo (FOB) do problema de otimização cuja finalidade é a minimização dos custos de deficit de energia e dos investimentos referentes à expansão do sistema de transmissão. A primeira parcela é associada ao custo do corte de carga que é representado por um gerador fictício com alto custo e que somente irá entrar em operação caso a demanda prevista não seja atendida em sua integridade; o coeficiente c_m representa o custo do gerador fictício na barra (US\$/MW-ano), p_m é a geração

da unidade de deficit em (MW) e n_{bc} é o número de barras com carga. Já a segunda parcela é referente ao custo de investimento das linhas candidatas na qual c_k representa o custo de cada linha candidata, N_k , a quantidade de linhas construídas e n_c , o número de circuitos candidatos.

A equação (2) é uma restrição de igualdade a qual explicita o balanço de potência ativa em cada uma das barras i existentes no sistema; g_i é a geração, p_i representa o corte de carga, f_{ij} corresponde ao fluxo de potência ativa que flui da barra i para a barra j e $D_{max,i}$ é a demanda da carga. Além disso, vale destacar que as linhas apresentam limites de fluxo de potência ativa entre as barras i e j , sendo representado pela inequação (3) e apontam tanto para o conjunto de linhas existentes E quanto para o conjunto de linhas candidatas C .

A restrição (4) indicia os limites mínimos e máximos de geração para cada barra u pertencente ao conjunto Ω_g que discrimina as barras com geração. De forma análoga, a restrição (5) representa os limites mínimos e máximos de corte de carga para cada barra u pertencentes ao conjunto Ω_{corte} que faz correspondência às barras que possuem carga.

As equações (6) e (7) explicitam o cálculo de fluxo passante nas linhas existentes E e candidatas C , respectivamente, onde b_{ij} representa a susceptância da linha e θ_{ij} , a diferença angular entre as barras i e j .

Na equação (8) há a representação do fluxo de potência ativa nos circuitos fictícios pertencentes ao conjunto F onde $b_{ij,F}$ é a susceptância das linhas fictícias e ϕ_{ij} é a diferença angular entre as barras que, inicialmente, não estão interligadas. Em (9) há a condição de susceptância muito baixa nos circuitos fictícios que leva até (10) a qual concretiza que a diferença angular entre sistemas ilhados é grande o que, conseqüentemente, permite fluxos que não interfiram na potência ativa que transita nos circuitos existentes e candidatos. Tal artifício é de extrema importância já que garante um problema factível.

Finalmente, para complementar o processo de escolhas das rotas candidatas, (11) e (12) são de extrema importância. Em (11), I_{ij} representa a variável discreta referente à tomada de decisão: 0 é não investir na construção da linha ij e 1 é investir. Já em (12), N_k diz respeito ao número de circuitos que podem ser construído por cada caminho k possível.

3. METODOLOGIA PROPOSTA

A meta-heurística proposta, intitulada Arithmetic Optimization Algorithm (AOA) ou Algoritmo de Otimização Aritmética, usufrui dos principais operadores matemáticos (multiplicação, divisão, subtração e adição) a fim de encontrar uma possível solução usando o conceito de inteligência populacional, ou seja, ao longo do processo iterativo as incógnitas $x_{i,j}$ são atualizadas de acordo com os parâmetros obtidos pela solução ótima x_{best} até então (Hylário et al., 2021). Ao longo do processo, distinguem-se dois caminhos: diversificação e intensificação. A diversificação é a fase de exploração global de possíveis soluções em um amplo espaço de busca enquanto a intensificação é responsável por acentuar o processo de busca ao redor

de soluções subótimas, objetivando resultados de melhor qualidade (Abualigah et al., 2021).

As operações aritméticas irão decidir o espaço de busca: multiplicação e divisão avançam a solução em um âmbito global enquanto que adição e subtração direcionam a solução para o espaço de busca local. A escolha do espaço de busca está correlacionada com o Acelerador de Otimização Matemático (AOM) equacionado por (13):

$$AOM(ite\textit{r}) = Min + ite\textit{r} \cdot \left(\frac{Max - Min}{N_{ite\textit{r}}} \right) \quad (13)$$

Onde $AOM(ite\textit{r})$ é o valor do acelerador de otimização matemático na iteração atual; Min e Max são seus valores mínimos e máximos; $N_{ite\textit{r}}$ é o total de iterações do processo de busca.

Já a escolha das operações aritméticas é feita de acordo com os parâmetros r_1 , r_2 e r_3 que são escolhidos aleatoriamente à cada iteração. A seguir, é possível ver como as variáveis são atualizadas:

- Divisão (Global):

$$x_{i,j}(ite\textit{r} + 1) = x_{best}(j) \div (OMP + \epsilon) \times ((UB_j - LB_j) \times \mu + LB_j) \quad (14)$$

- Multiplicação (Global):

$$x_{i,j}(ite\textit{r} + 1) = x_{best}(j) \times OMP \times ((UB_j - LB_j) \times \mu + LB_j) \quad (15)$$

- Adição (Local):

$$x_{i,j}(ite\textit{r} + 1) = x_{best}(j) + OMP \times ((UB_j - LB_j) \times \mu + LB_j) \quad (16)$$

- Subtração (Local):

$$x_{i,j}(ite\textit{r} + 1) = x_{best}(j) - OMP \times ((UB_j - LB_j) \times \mu + LB_j) \quad (17)$$

Das equações (14) à (17), $x_{i,j}(ite\textit{r} + 1)$ corresponde à variável atualizada; UB_j e LB_j são os limites máximos e mínimos de cada variável respectivamente; ϵ é um valor muito pequeno para evitar divisão por zero; μ é determinado como um parâmetro de ajuste do processo de busca. Por último, OMP é o Otimizador Matemático de Probabilidade que é calculado ao longo do processo iterativo:

$$OMP(ite\textit{r}) = 1 - \frac{ite\textit{r}^{\frac{1}{\alpha}}}{N_{ite\textit{r}}^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (18)$$

Em (18), α é cognominado ajuste de exploração e é determinado de acordo com cada tipo de problema.

A seguir é mostrado um pseudocódigo que ilustra todo processo iterativo ao longo do AOA.

Algoritmo 1 Pseudocódigo AOA

```

1: Inicializar os parâmetros  $\alpha$  e  $\mu$ .
2: Inicializar randomicamente o conjunto de soluções.
3: Enquanto ( $ite\textit{r} < N_{ite\textit{r}}$ ) , faça:
4:   Calcular a FOB para cada conjunto de soluções.
5:   Obter  $x_{best}$  a partir da comparação entre as FOBs.
6:   Atualizar AOM conforme em (13).
7:   Atualizar OMP conforme em (18).
8:   para  $i = 1$  até  $N_{solucoes}$  , faça:
9:     para  $j = 1$  até  $N_{variaveis}$  , faça:
10:      Gerar randômicos valores  $[0, 1](r_1, r_2$  e  $r_3)$ 
11:      se  $r_1 > AOM$  , então:
12:        Busca global
13:        se  $r_2 > 0,5$  , então:
14:          Atualiza  $x_{i,j}$  (Multiplicação).
15:        senão
16:          Atualiza  $x_{i,j}$  (Divisão).
17:        fim se
18:      senão
19:        Busca local
20:        se  $r_3 > 0,5$  , então:
21:          Atualiza  $x_{i,j}$  (Adição).
22:        senão
23:          Atualiza  $x_{i,j}$  (Subtração).
24:        fim se
25:      fim se
26:    fim para
27:  fim para
28:   $ite\textit{r} = ite\textit{r} + 1$ 
29: fim Enquanto
30: Devolve a melhor solução.

```

Após cada atualização, as variáveis são arredondadas uma vez que no PEEST essas variáveis são inteiras e ilustram a quantidade de linhas a serem construídas.

4. ASPECTOS COMPUTACIONAIS

O ambiente computacional utilizado foi um processador Intel® Core(TM) i5-7200U CPU @ 2.50GHz 2.70 GHz e de 8,00 GB de memória RAM. A meta-heurística baseada em aritmética foi executada em ambiente MATLAB ®.

Desse modo, após o término do AOA, é utilizado o *Linprog* (Ploskas et al., 2017) para obter o valor da FOB para cada solução advinda do processo iterativo como mostra a Figura 1.

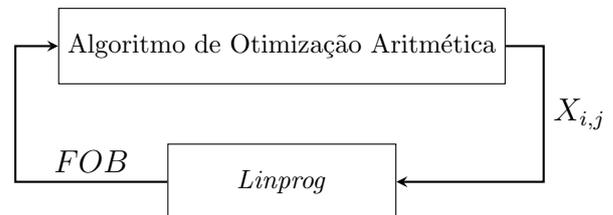


Figura 1. Acoplamento entre AOA e *Linprog* para solução de um PLIM.

5. SIMULAÇÕES AOA

A metodologia proposta neste trabalho foi aplicada e verificada no Sistema IEEE 24 barras que vem sendo utilizado

para validar os resultados de novos métodos de resolução do PEEST considerando os cinco cenários dos níveis de geração e de carga. Esse sistema possui 38 circuitos existentes na topologia base, 41 caminhos candidatos e uma demanda prevista de 8550 MW. Vale destacar que todos os cenários, dados de linhas existentes e candidatas, dados de barra e resultados foram devidamente explicitados em (Mendonça, 2016), (Araujo, 2012) e (Resende, 2014).

Referente às simulações, em todos os casos foram utilizados 100 soluções, número máximo de iteração igual a 100, $\epsilon = 0,000001$ e tolerância de 1 MW para o corte total de carga do sistema elétrico. Para cada cenário foi usado um valor diferente de α e μ no início do processo. Além disso, ao longo do processo iterativo, o parâmetro μ foi sendo decrescido em 0,015 a partir da 16ª iteração a fim de garantir pequenas mudanças nos resultados advindos das operações, garantindo variabilidade.

5.1 Caso G0

O caso G0 é o único cenário com geração de 10215 MW, ou seja, apresenta reprogramação da geração. Os parâmetros iniciais de α e μ foram, respectivamente, 5,50 e 0,50. Ao aplicar o AOA, foi possível chegar até a solução ótima global de US\$ 152.000.000,00 com as linhas construídas explicitadas na Tabela 1. A convergência do processo é mostrada na Figura 2. Verifica-se que a solução final é obtida na 63ª iteração.

Tabela 1. Rotas escolhidas pelo AOA - G0.

Linhas selecionadas	Quantidade ($x_{i,j}$)
6-10	1
7-8	2
10-12	1
14-16	1

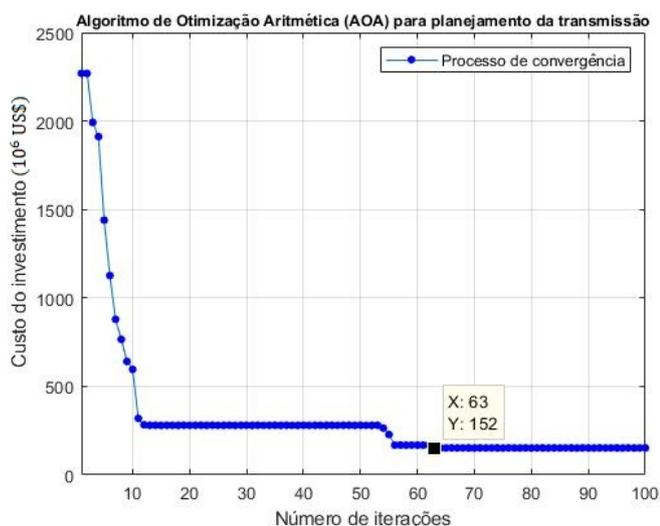


Figura 2. Processo de convergência do AOA para o caso G0.

5.2 Caso G1

Os parâmetros iniciais de α e μ foram, respectivamente, 5,50 e 0,50. Ao aplicar o AOA, foi possível chegar até a so-

lução sub-ótima de US\$ 406.000.000,00 com as linhas construídas explicitadas na Tabela 2. A convergência do processo é mostrada na Figura 3. De acordo com (Mendonça, 2016), a solução ótima global é de US\$ 370.000.000,00. Assim, a solução advinda do AOA, apesar de não ser ótima global, é um ótimo local de boa qualidade, apresentando um erro somente de 9,73%. Verifica-se que a solução final é obtida na 55ª iteração.

Tabela 2. Rotas escolhidas pelo AOA - G1.

Linhas selecionadas	Quantidade ($x_{i,j}$)
1-5	1
3-24	1
6-10	1
7-8	2
14-16	1
15-24	1
16-17	3
16-19	1
17-18	1

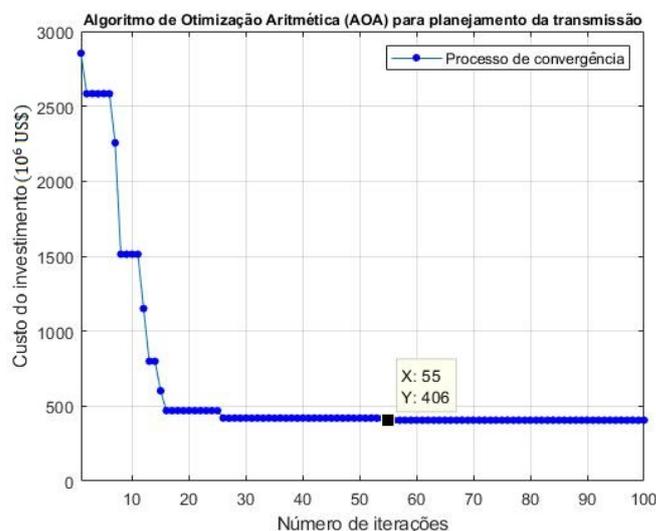


Figura 3. Processo de convergência do AOA para o caso G1.

5.3 Caso G2

Os parâmetros iniciais de α e μ foram, respectivamente, 5,50 e 0,50. Ao aplicar o AOA, foi possível chegar até a solução ótima global de US\$ 392.000.000,00, com as linhas construídas explicitadas na Tabela 3. A convergência do processo é mostrada na Figura 4. Verifica-se que a solução final é obtida na 58ª iteração.

Tabela 3. Rotas escolhidas pelo AOA - G2.

Linhas selecionadas	Quantidade (x_{ij})
1-5	1
3-24	1
6-10	1
7-8	1
10-12	1
14-16	1
15-24	1
16-17	2
17-18	2

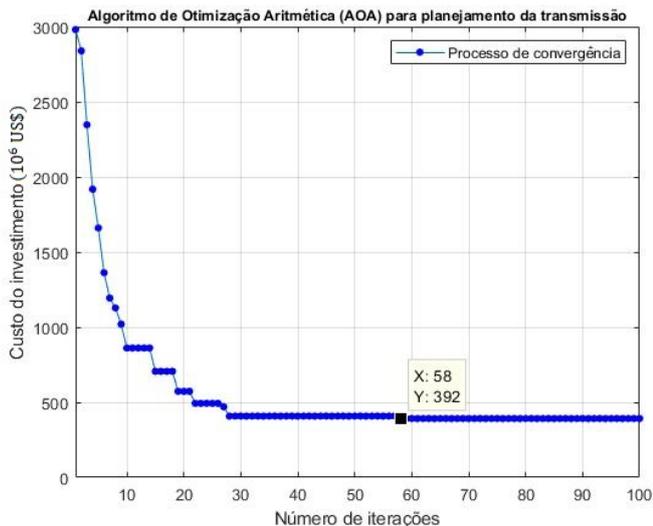


Figura 4. Processo de convergência do AOA para o caso G2.

5.4 Caso G3

Os parâmetros iniciais de α e μ foram, respectivamente, 5,50 e 0,50. Ao aplicar o AOA, foi possível chegar até a solução ótima global de US\$ 218.000.000,00 com as linhas construídas explicitadas na Tabela 4. A convergência do processo é mostrada na Figura 5. Verifica-se que a solução final é obtida na 12ª iteração.

Tabela 4. Rotas escolhidas pelo AOA - G3.

Linhas selecionadas	Quantidade (x_{ij})
6-10	1
7-8	2
10-12	1
14-16	1
16-17	1
20-23	1

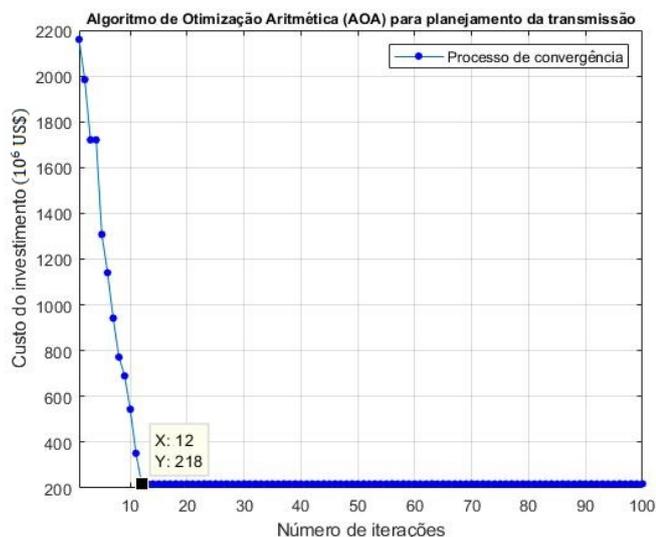


Figura 5. Processo de convergência do AOA para o caso G3.

5.5 Caso G4

Os parâmetros iniciais de α e μ foram, respectivamente, 6,00 e 0,55. Ao aplicar o AOA, foi possível chegar até a solução ótima global de US\$ 342.000.000,00 com as linhas construídas explicitadas na Tabela 5. A convergência do processo é mostrada na Figura 6. Apesar de na Figura 6 a solução ótima ter sido explicitada sobre a abscissa 48, verifica-se que a solução final é obtida na 47ª iteração.

Tabela 5. Rotas escolhidas pelo AOA - G4.

Linhas selecionadas	Quantidade (x_{ij})
3-24	1
6-10	1
7-8	2
9-11	1
10-12	1
14-16	2
16-17	1

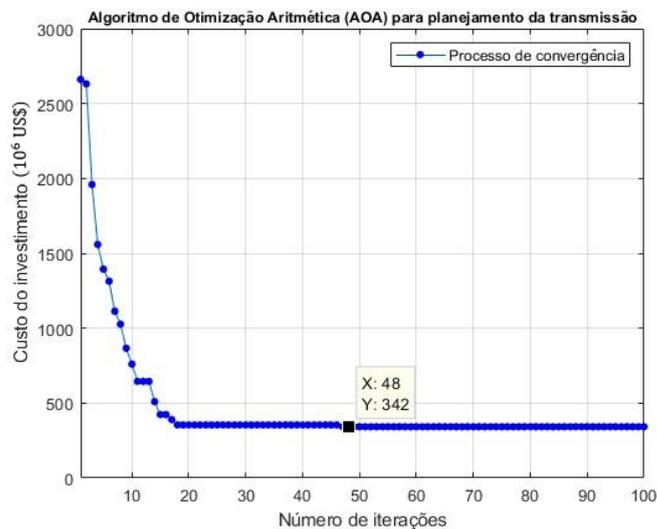


Figura 6. Processo de convergência do AOA para o caso G4.

6. COMPARAÇÃO ENTRE AOA E AG

Algoritmos Genéticos (AG) são inspirados no princípio de Darwin sobre a evolução das espécies e sobre a genética, ou seja, são métodos probabilísticos que fornecem um caminho de busca adaptativa baseado no princípio da sobrevivência dos mais aptos e na reprodução (Pacheco et al., 1999).

A fim de concretizar a viabilidade do AOA, o sistema IEEE 24 barras foi simulado considerando a *toolbox* de AG presente no MATLAB® com intuito de comparar os resultados entre os dois métodos de soluções (AOA e AG). Para garantir uma comparação justa, o AG foi inicializado com o mesmo conjunto de solução inicial para cada caso no AOA fazendo que ambos algoritmos partam do mesmo ponto. Além disso para cada caso do IEEE 24 barras foram feitas duas simulações: (i) 100 indivíduos e 100 gerações; (ii) 80 indivíduos e 500 gerações. Os demais parâmetros foram mantidos no *default* do programa. A seguir, nas Tabelas 6 e 7, os resultados do AG:

Tabela 6. Resultados AG - Simulação (i).

100 gerações e 100 indivíduos		
Casos	Custo	Rotas construídas
G0	US\$ 208.000.000,00	1(13-14), 3(6-10), 3(7-8), 1(10-12)
G1	US\$ 845.000.000,00	3(2-6), 3(3-9), 3(7-8), 3(9-11), 3(9-12), 1(14-16), 3(16-17), 1(16-19), 3(17-18)
G2	US\$ 901.000.000,00	2(2-8), 1(1-2), 1(1-5), 3(3-9), 1(3-24), 3(5-10), 1(6-10), 1(7-8), 2(9-11), 1(10-12), 1(14-16), 1(15-24), 3(16-17), 1(16-19), 3(17-18), 3(20-23)
G3	US\$ 588.000.000,00	2(1-2), 3(2-6), 1(6-10), 3(7-8), 1(10-12), 1(12-13), 1(14-16), 3(16-17), 3(20-23)
G4	US\$ 741.000.000,00	3(1-5), 3(4-9), 3(6-10), 3(7-8), 3(9-11), 3(9-12), 3(14-16), 1(16-17)

Tabela 7. Resultados AG - Simulações (ii).

500 gerações e 80 indivíduos		
Casos	Custo	Rotas
G0	US\$ 168.000.000,00	1(6-10), 3(7-8), 1(10-12), 1(14-16)
G1	US\$ 598.000.000,00	1(1-5), 1(3-24), 1(6-10), 3(7-8), 2(10-11), 3(14-16), 3(16-17), 1(16-19), 3(17-18)
G2	US\$ 508.000.000,00	1(1-5), 3(3-24), 1(6-10), 1(7-8), 1(10-12), 1(14-16), 1(15-24), 3(16-17), 1(17-18)
G3	US\$ 259.000.000,00	1(14-23), 1(5-10), 1(6-10), 3(7-8), 1(10-12), 1(16-17)
G4	US\$ 464.000.000,00	1(3-24), 1(6-10), 3(7-8), 1(10-12), 1(12-13), 1(14-16), 1(15-24), 3(16-17)

Considerando o erro relativo frente às soluções ótimas, têm-se as seguintes tabelas que comparam as eficiências tanto do AOA quanto do AG:

Tabela 8. Erros do AG.

AG	100 indivíduos 100 gerações	80 indivíduos 500 gerações
Casos	Erro frente à solução ótima global	
G0	36,84%	10,53%
G1	128,38%	61,62%
G2	129,85%	29,59%
G3	169,72%	18,81%
G4	116,67%	35,67%

Tabela 9. Erros do AOA.

AOA	100 soluções 100 iterações
Casos	Erro frente à solução ótima global
G0	0,00%
G1	9,73%
G2	0,00%
G3	0,00%
G4	0,00%

Por fim, a média dos tempos computacionais referente à cada método de solução está na Tabela 10.

Tabela 10. Média dos tempos de simulação.

Método	Média do tempo computacional
AOA (100 iterações e 100 soluções)	107,88 s
AG (100 gerações e 100 indivíduos)	112,80 s
AG (500 gerações e 80 indivíduos)	439,51 s

7. CONCLUSÃO

Este artigo explicitou um novo método de solução do PEEST usando a Otimização Aritmética bem como os resultados advindos das simulações. Além disso, foi feita uma comparação final com objetivo de concretizar a viabilidade desse algoritmo frente ao AG.

A motivação para aplicação do AOA se deve ao fato dessa meta-heurística ser bastante recente (2021) quando comparada a outros métodos de solução já difundidos na literatura. Desse modo, em aplicações que envolvem áreas de sistemas elétricos de potência, o AOA é praticamente inexistente que, assim, levou à verificação da sua aplicabilidade.

Diante dos resultados obtidos, podem-se ressaltar os seguintes pontos:

- O AOA apresenta poucos parâmetros a serem ajustados (α e μ) o que se tratando de meta-heurística é um ponto positivo;
- Os parâmetros α e μ devem ser ajustados de acordo com cada problema. Além disso, pequenas variações em μ foram fundamentais para garantir diversidade de resultado nos operadores matemáticos;
- Os resultados advindos do AOA foram bastantes satisfatórios os quais entregaram 4 soluções ótimas globais e 1 solução subótima de boa qualidade;
- Em relação ao AG, pode-se observar que esse foi sensível ao número de iterações. Com 100 gerações e 100 indivíduos os resultados foram piores do que com 500 gerações e 80 indivíduos. Essa realidade é mostrada na Tabela 8;
- Comparando ambas as técnicas em relação à otimalidade, conclui-se que o AOA obteve melhores resultados do que o AG em todos os casos apresentados. Esse fato é ilustrado quando se compara as Tabelas 8 e 9;
- Em relação ao tempo computacional, o AOA se mostrou bem próximo quando foi utilizado 100 gerações e 100 indivíduos no AG. Por outro lado, colocando em peso a qualidade da solução, o tempo computacional do AG com 500 gerações e 80 indivíduos foi superior ao AOA, que se mostrou mais eficiente. A Tabela 10 ilustra esse fato;

Finalmente, pode-se concluir que o AOA apresentou resultados e performance bastantes significativos o que demonstra sua viabilidade, aplicabilidade e eficiência na solução do planejamento estático da expansão do sistema de transmissão.

REFERÊNCIAS

- Abualigah, L., Diabat, A., Mirjalili, S., Abd Elaziz, M., and Gandomi, A.H. (2021). The Arithmetic Optimization Algorithm. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 376, 113–609.
- Araujo, P.F.M. (2012). *Planejamento da expansão da transmissão considerando perdas, reconfiguração e confiabilidade*. Ph.D. thesis, Mestrado em Engenharia Elétrica (Dissertação). COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro-RJ.
- Arêdes, C., Da Silva Jr, I.C., Mendonça, I.M., Dias, B.H., and Oliveira, L.W. (2014). Planejamento estático da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica via ecolocalização. *Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática. Belo Horizonte*, 1754–1760.
- Hylário, F.M., Oliveira, E.d.S., De Oliveira, L.M., Da Silva Junior, I.C., and Marcato, A.L.M. (2021). Despacho termoelétrico de geração com zonas proibitivas de operação por meio da otimização aritmética. *Anais do LIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 53, 139–294.
- Mendonça, I. (2012). *Planejamento estático da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica utilizando otimização por enxame de partículas*. Ph.D. thesis, Dissertação M. Sc., Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Juiz de Fora.
- Mendonça, I.M. (2016). *Identificação de rotas relevantes para o planejamento estático da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica*. Ph.D. thesis, Dissertação de Doutorado, Universidade Federal de Juiz de Fora–UFJF, Juiz de Fora.
- Monticelli, A., Santos, A., Pereira, M., Cunha, S., Parker, B., and Praca, J. (1982). Interactive transmission network planning using a least-effort criterion. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 101(10), 3919–3925.
- Moraes, C.A. (2015). *Heurística construtiva e otimização bioinspirada aplicadas à expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica*. Ph.D. thesis, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora–UFJF, Juiz de Fora.
- Pacheco, M.A.C. et al. (1999). Algoritmos genéticos: princípios e aplicações. *ICA: Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada. Departamento de Engenharia Elétrica. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.*, 28.
- Ploskas, N., Samaras, N., et al. (2017). *Linear programming using MATLAB®*, volume 127. Springer.
- Resende, A.S. (2014). *Particle swarm optimization aplicada ao Planejamento da expansão de sistemas de Transmissão*. Ph.D. thesis, Dissertação de Doutorado, Universidade Estadual Paulista (UNESP).
- Shaheen, A.M., Spea, S.R., Farrag, S.M., and Abido, M.A. (2018). A review of meta-heuristic algorithms for reactive power planning problem. *Ain Shams Engineering Journal*, 9(2), 215–231.