

## Identificação e Controle LPV de uma Incubadora Neonatal<sup>★</sup>

Igor R. Sousa<sup>\*</sup> Felipe J. S. Vasconcelos<sup>\*\*</sup> Fabrício G. Nogueira<sup>\*\*</sup>  
Guilherme A. Barreto<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup> Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática, Universidade Federal do Ceará, CE, (e-mail: igor.sousa@alu.ufc.br, gbarreto@ufc.br).

<sup>\*\*</sup> Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará, CE, (e-mail: felipe.sousa.vasconcelos@dee.ufc.br, fnogueira@dee.ufc.br)

---

**Abstract:** In this work, the identification of the thermal system of a neonatal incubator is performed using a local ARX LPV model whose scheduling variable is the ambient temperature. The LPV model performance indices are VAF=97.90% and RMSE=0.0077. The performance of this model is compared with ARX LTI models obtained by fixing the scheduling variable of the LPV model. The identified model is used for the synthesis of an RST LPV controller by solving a PLMI by sum of squares relaxation. The closed-loop responses for the same reference step at different levels of the scheduling variable are quite close to each other. The pole map shows that the poles are confined around the desired target poles. The RST LPV controller is compared to fixed RST controllers.

**Resumo:** Neste trabalho, é realizada a identificação do sistema térmico de uma incubadora neonatal por um modelo ARX LPV local cuja variável de *scheduling* é a temperatura ambiente. O modelo LPV possui índice VAF=97,90% e RMSE=0,0077. A performance deste modelo é comparada com modelos ARX LTI obtidos a partir da fixação da variável de *scheduling* do modelo LPV. O modelo identificado é utilizado para a síntese de um controlador RST LPV através da solução de uma PLMI por relaxação em soma de quadrados. As respostas em malha fechada para o mesmo degrau de referência em diferentes níveis da variável de *scheduling* são bastante próximas entre si. O mapa de polos demonstra que estes estão confinados em torno dos polos alvo desejados. O controlador RST LPV é comparado com controladores RST fixos.

*Keywords:* neonatal incubator; LPV identification; SOS; LPV control; RST control.

*Palavras-chaves:* incubadora neonatal; identificação LPV; SOS; controle LPV; controle RST.

---

### 1. INTRODUÇÃO

Incubadoras neonatais são utilizadas no tratamento de recém-nascidos prematuros ou doentes que, geralmente, têm capacidade limitada de reagir à situações adversas (Cavalcante *et al.*, 2010). Tais equipamentos devem produzir um ambiente confortável por meio do controle da umidade temperatura interna (Iaione *et al.*, 1999).

Vários autores têm investigado a identificação e controle de incubadoras neonatais, como Rahmatillah *et al.* (2020) que utilizam um modelo de primeira ordem com atraso e um controlador PID para regulação de temperatura sintonizados pelo método de Ziegler-Nichols. Já Pereira e Torrico (2015) fazem a identificação TITO para temperatura e umidade e realizam a sintonia automática de um controlador PID multivariável. Outros autores utilizam métodos inteligentes, que não dependem do modelo da planta, como o controlador *fuzzy* em Utomo *et al.* (2021) e o controlador neural em Amer e Al-Aubidy (2005).

Embora esses modelos e controladores LTI (do inglês *Linear Time Invariant*) tenham obtido bons resultados, não levam em consideração uma variável chave, que é a temperatura do local em que a incubadora está instalada. Esta temperatura influencia diretamente os valores dos parâmetros do modelo do sistema (Ogata, 2010). Uma abordagem que considera a influência de fatores externos (*scheduling*) no valor dos parâmetros do modelo é a de sistemas LPV (do inglês *Linear Parameter-Varying*). Assim, mesmo que estes fatores mudem, o modelo LPV é capaz de representar as dinâmicas do processo, assim como o controlador LPV é capaz de corrigir corretamente as saídas do sistema.

Neste trabalho, é realizada a identificação LPV do sistema de temperatura de uma incubadora neonatal. O modelo LPV é utilizado para a síntese de um controlador LPV. O trabalho é dividido em 5 seções. A Seção 2 apresenta a incubadora neonatal utilizada. A Seção 3 contém uma revisão sobre o método de identificação e controle LPV, enquanto que as Seções 4 e 5 discutem respectivamente os resultados e conclusões do trabalho.

---

<sup>\*</sup> O presente trabalho foi realizado com apoio da CAPES (Código de Financiamento 001) e do CNPq (No. 309379/2019-9).

## 2. RETROFIT DE UMA INCUBADORA NEONATAL COMERCIAL

A fim de realizar aquisições de dados para o levantamento do modelo, uma bancada de testes é utilizada conforme a Figura 1.



Figura 1. Incubadora neonatal C186 TS, FANEM®.

O sistema térmico é composto por uma incubadora neonatal, modelo C186 TS da FANEM®, cuja forma de gerar calor se dá através de uma resistência acionada por um TRIAC via ângulo de disparo. Por se tratar de um modelo comercial, ensaios de identificação e controle da planta não são permitidos a não ser via *retrofit* da máquina. Assim, são realizadas modificações na placa eletrônica da unidade de processamento, em que as conexões entre o microcontrolador original, o acionamento do TRIAC e os relés de segurança são desfeitas. Posteriormente, um microcontrolador externo foi acoplado e novas conexões puderam ser criadas, como a detecção da passagem por zero e acionamento do TRIAC.

Assim, essas modificações (*retrofit*) na incubadora possibilitam realizar uma aquisição de dados e posteriormente o controle da planta. A aquisição é feita com o auxílio de um cartão de memória conectado ao novo microcontrolador, que registra as seguintes informações: ângulo de disparo, temperatura interna da incubadora e temperatura externa para capturar a temperatura ambiente, utilizada neste trabalho como variável de *scheduling*.

### 2.1 Caracterização do problema

O diagrama esquemático simplificado da bancada de testes é apresentado na Figura 2. Pode-se observar que, por meio da resistência de aquecimento e do misturador, o calor é fornecido para o ambiente interno, que está sob o domo.

Com os sensores de temperatura conectados, são realizadas duas aquisições de dados do sistema em diferentes faixas da variável de *scheduling* para serem utilizadas no processo de identificação do modelo. Uma vez que a relação entre ângulo de disparo e temperatura interna é inversamente proporcional, é realizada uma mudança de variável. A nova variável está dentro da faixa linear entre ângulo de disparo e tensão média para uma carga resistiva e é diretamente proporcional à temperatura interna da incubadora. A

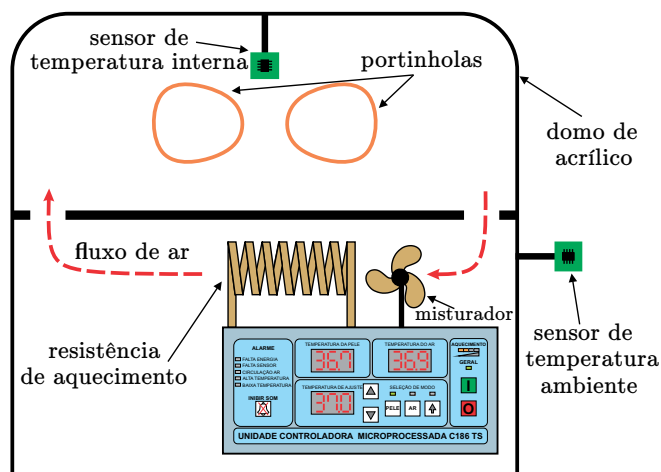
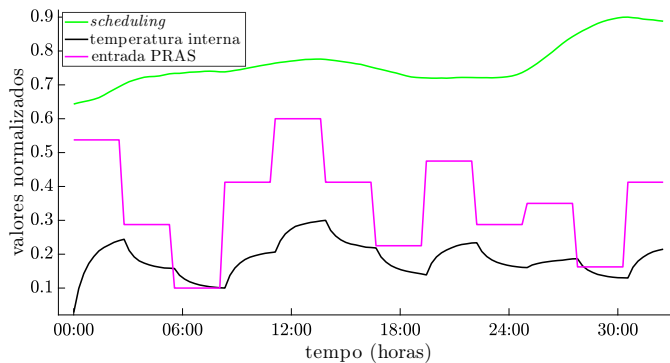


Figura 2. Desenho esquemático da planta térmica.

entrada do sistema é um PRAS (do inglês *Pseudo Random Analog Signal*) desta nova variável. Os dados normalizados das aquisições são apresentadas na Figura 3 e possuem taxa de amostragem de 1 mHz.

Considerando que é necessária a regulação da temperatura interna em valores preestabelecidos de referência, é indesejado que o sistema tenha respostas fora das esperadas pelo(a) projetista. Dessa forma, é interessante que o modelo inclua o valor de temperatura externa, de forma que possa ser utilizado um algoritmo de controle capaz de fornecer a mesma resposta desejada para diferentes valores de temperatura ambiente.

(a) Conjunto de dados 1.



(b) Conjunto de dados 2.

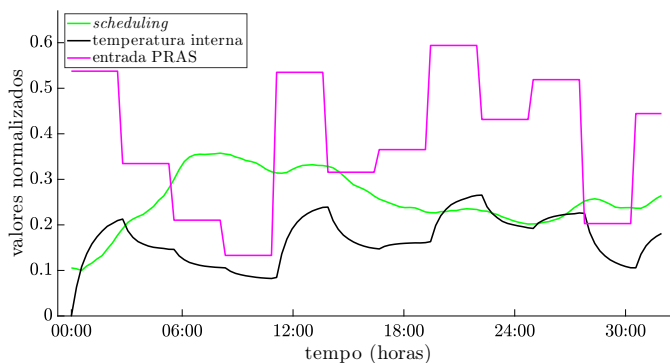


Figura 3. Resultados normalizados das aquisições de dados em diferentes faixas da variável de *scheduling*.

### 3. METODOLOGIA

Uma vez que a temperatura externa não deve ser ignorada na modelagem da incubadora, neste trabalho esta variável é considerada como *scheduling* para a identificação do sistema como um modelo LPV (Gabano *et al.*, 2011). Assim, a metodologia proposta para lidar com a regulação da temperatura dentro de uma incubadora neonatal é a de identificar o sistema por um modelo ARX (do inglês *AutoRegressive eXogenous*) LPV e projetar um controlador RST LPV conforme descrito nas subseções subsequentes.

#### 3.1 Identificação da incubadora com modelo ARX LPV

A estrutura de modelo escolhida para representar o sistema, capaz de capturar os modos dominantes da dinâmica da planta, é a de um modelo LPV de tempo discreto dado por

$$G(q^{-1}, \theta) = \frac{y[k]}{u[k]} = \frac{B(q^{-1}, \theta)}{A(q^{-1}, \theta)}, \quad (1)$$

em que  $u[k]$  e  $y[k]$  são a entrada e a saída do sistema, respectivamente. A variável  $q^{-1}$  é o operador de atraso e os parâmetros de *scheduling* são dados pelo vetor  $\theta[k] = [\theta_1[k] \ \theta_2[k] \ \dots \ \theta_p[k]]$ , o qual é composto por sinais em tempo discreto que representam diferentes pontos de operação. Os polinômios  $B(q^{-1}, \theta)$  e  $A(q^{-1}, \theta)$  tem a forma

$$B(q^{-1}, \theta) = b_1(\theta)q^{-1} + b_2(\theta)q^{-2} + \dots + b_{n_b}(\theta)q^{-n_b} \quad (2)$$

$$A(q^{-1}, \theta) = 1 + a_1(\theta)q^{-1} + \dots + a_{n_a}(\theta)q^{-n_a}, \quad (3)$$

em que as variáveis  $n_b$  e  $n_a$  indicam as ordens dos polinômios.

Para este trabalho é considerado apenas uma única variável de *scheduling*, logo o vetor  $\theta$  passa a ser representado como um escalar  $\theta$ , de modo que os termos  $b_i(\theta)$  e  $a_j(\theta)$  podem ser escolhidos como funções fixas com dependência polinomial em  $\theta$  e com  $N$  parâmetros, sendo dados por

$$b_i(\theta) = b_{i1} + b_{i2}\theta + \dots + b_{iN}\theta^{N-1}, \quad i = 1, \dots, n_b \quad (4)$$

$$a_j(\theta) = a_{j1} + a_{j2}\theta + \dots + a_{jN}\theta^{N-1}, \quad j = 1, \dots, n_a. \quad (5)$$

A Equação (1) é denominada de modelo ARX LPV (Bamieh e Giarre, 2002; Nogueira *et al.*, 2018), o qual pode ter seus parâmetros identificados por alguma técnica de estimação. Considere a matriz de parâmetros  $\Theta$ , de dimensões  $(n_b + n_a) \times N$ , composta pelos coeficientes do sistema a serem identificados dada por

$$\Theta = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n_a 1} & \dots & a_{n_a N} \\ b_{11} & \dots & b_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n_b 1} & \dots & b_{n_b N} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$(7)$$

e a matriz de regressão estendida  $\Psi$ , composta pelo vetor regressão  $\phi$  e o vetor de *scheduling*  $\pi$ ,

$$\Psi[k] = \phi[k]\pi[k] = \begin{bmatrix} -y[k-1] \\ \vdots \\ -y[k-n_a] \\ u[k-1] \\ \vdots \\ u[k-n_b] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \theta[k] \\ \theta[k]^2 \\ \vdots \\ \theta[k]^{N-1} \end{bmatrix}^T. \quad (8)$$

Quando se possui mais de um conjunto de dados de aquisição, em que cada conjunto possui diferentes faixas de operação do parâmetro  $\theta$ , é possível utilizar o algoritmo P-LMS (do inglês *Parallel Least Mean Squares*) LPV (Nogueira *et al.*, 2018) para a identificação LPV local do modelo.

Para a utilização do P-LMS, considere que  $m$  seja o número de aquisições a serem utilizadas na identificação de modo que as matrizes de regressão estendidas possam ser calculadas recursivamente por

$$\begin{aligned} \Psi_1[k] &= \phi_1[k]\pi_1[k] \\ &\vdots \\ \Psi_m[k] &= \phi_m[k]\pi_m[k] \end{aligned} \quad (9)$$

e sejam calculados  $m$  erros de estimação na forma

$$\begin{aligned} \epsilon_1[k] &= y_1[k] - \langle \hat{\Theta}[k], \Psi_1[k] \rangle \\ &\vdots \\ \epsilon_m[k] &= y_m[k] - \langle \hat{\Theta}[k], \Psi_m[k] \rangle, \end{aligned} \quad (10)$$

em que  $\langle a, b \rangle$  representa o produto interno entre  $a$  e  $b$ . Assim, a atualização recursiva de  $\hat{\Theta}$  para método local P-LMS se dá como

$$\hat{\Theta}[k+1] = \hat{\Theta}[k] + \alpha[k] (\epsilon_1[k]\Psi_1[k] + \dots + \epsilon_m[k]\Psi_m[k]), \quad (11)$$

em que  $\alpha[k]$  é a taxa de aprendizagem no instante  $k$ . É importante salientar que a taxa  $\alpha[k]$  deve possuir algum tipo de decaimento, o qual para este trabalho é escolhido como

$$\alpha[k] = \alpha_{inicial} - \left( \left( \frac{k}{T} \right) (\alpha_{inicial} - \alpha_{final}) \right), \quad (12)$$

em que  $T$  é o número de pontos do conjunto de aquisição e  $\alpha_{inicial} > \alpha_{final}$  são os valores inicial e final, respectivamente. Após a realização desses passos,  $k$  é incrementado e o algoritmo retorna ao passo inicial, em (9), para uma nova iteração.

#### 3.2 Controlador RST LPV

Considere o sistema LPV em malha fechada apresentado na Fig. 4. O controlador RST LPV é formado por funções de transferência discretas na forma

$$\begin{aligned} R(q^{-1}, \theta) &= r_1(\theta)q^{-1} + r_2(\theta)q^{-2} + \dots + r_{n_r}(\theta)q^{-n_r} \\ S(q^{-1}, \theta) &= 1 + s_1(\theta)q^{-1} + \dots + s_{n_s}(\theta)q^{-n_s} \\ T(q^{-1}, \theta) &= t_1(\theta), \end{aligned} \quad (13)$$

em que  $n_r$ ,  $n_s$  e  $n_t$  são as ordens dos polinômios e

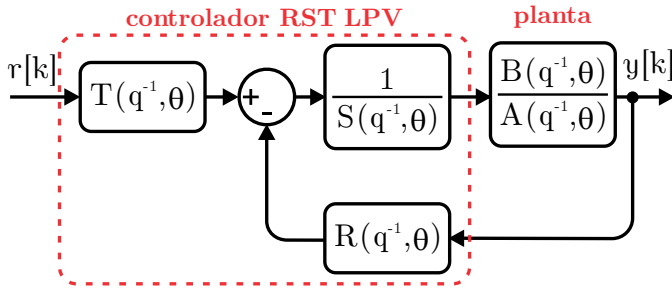


Figura 4. Estrutura do controlador RST LPV.

$$\begin{aligned} r_i(\theta) &= r_{i1} + r_{i2}\theta + \dots + r_{iN}\theta^{N-1}, \quad i = 1, \dots, n_r \\ s_j(\theta) &= s_{j1} + s_{j2}\theta + \dots + s_{jN}\theta^{N-1}, \quad j = 1, \dots, n_s(14) \\ t_j(\theta) &= t_{j1} + t_{j2}\theta + \dots + t_{jN}\theta^{N-1}, \quad j = 1, \dots, n_t, \end{aligned}$$

são funções com dependência em  $\theta$ .

O espaço de parâmetros  $\Omega$  é definido como um conjunto semialgébrico na forma:

$$\Omega = \{ \theta : g_i(\theta) \geq 0, \quad i = 1, \dots, r \}, \quad (15)$$

em que  $g_i(\theta)$  são polinômios com dependência em  $\theta$ . Considerando que o sistema em malha fechada representado na Figura 4 é dado por  $M(q^{-1}, \theta) = N(q^{-1}, \theta)/D(q^{-1}, \theta)$ ,

$$\frac{N(q^{-1}, \theta)}{D(q^{-1}, \theta)} = \frac{B(q^{-1}, \theta)T(q^{-1}, \theta)}{B(q^{-1}, \theta)R(q^{-1}, \theta) + A(q^{-1}, \theta)S(q^{-1}, \theta)}, \quad (16)$$

o problema de controle pode ser formulado como uma LMI parametrizada (PLMI, sigla em inglês) definida pelo Teorema 1 em Gilbert *et al.* (2010), a qual utiliza a restrição de desempenho  $H_\infty$ .

**Teorema 1.** (Gilbert, Henrion, Bernussou, e Boyer, 2010). Dado um polinômio estável discreto  $C(q^{-1})$ , a função de transferência  $M(q^{-1}, \theta)$  é estável e atende à condição de performance  $H_\infty$  para todo  $\theta \in \Omega$ , se existir uma matriz simétrica  $\mathbf{P}$  e um escalar  $\lambda$  de modo que a LMI  $L(\nu, \theta)$  seja semidefinida positiva

$$L(\nu, \theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \mathbf{D}(\theta) + \mathbf{D}^T(\theta) \mathbf{C} - \mathbf{F}_d - \lambda \mathbf{C}^T \mathbf{C} & \mathbf{N}^T(\theta) \\ \mathbf{N}(\theta) & \lambda \gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \succeq 0, \quad (17)$$

em que  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{N}(\theta)$  e  $\mathbf{D}(\theta)$  são os vetores associados aos polinômios  $C(q^{-1})$ ,  $D(q^{-1}, \theta)$  e  $N(q^{-1}, \theta)$  respectivamente. As variáveis de decisão, isto é, a matriz  $\mathbf{P}$ , o escalar  $\lambda$  e os ganhos do controlador formam o vetor  $\nu$ . O polinômio central  $C(q^{-1})$ , especificado em projeto, deve ser estável pois atua diretamente na alocação de polos, sendo associado como alvo dos polos de malha fechada (Gilbert *et al.*, 2010).

A matriz  $\mathbf{F}_d$  é uma função da matriz  $\mathbf{P}$  e tem o propósito de garantir que todos os polos de malha fechada permaneçam dentro do círculo unitário. Sua estrutura tem a seguinte forma:

$$\mathbf{F}_d = \mathbf{\Pi}_1^T \mathbf{P} \mathbf{\Pi}_2 - \mathbf{\Pi}_2^T \mathbf{P} \mathbf{\Pi}_1, \quad (18)$$

$$\text{em que } \mathbf{\Pi}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{\Pi}_2 = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

A solução da PLMI (17) consiste em determinar valores das variáveis de decisão que garantam  $L(\nu, \theta)$  semidefinida positiva para todos os valores de  $\theta \in \Omega$ . Contudo, é necessário salientar que existem infinitos valores possíveis para  $\theta$  dentro do espaço semialgébrico, dessa forma é razoável inferir que a PLMI (17) consiste em uma família de infinitas LMIs.

**Relaxação por soma de quadrados (SOS).** A solução da PLMI pode ser obtida através da técnica de SOS, a qual proporciona um sistema resultante que pode ser solucionado por meio de um problema de programação semidefinida (Scherer, 2006). Considere o Teorema 2, para uma matriz polinomial.

**Teorema 2.** (Scherer, 2006). Dada uma base monomial  $\mathbf{U}(\mathbf{x})$ , a matriz  $\mathbf{S}(\mathbf{x})$  é SOS se existe uma matriz simétrica  $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$  tal que:

$$\mathbf{S}(\mathbf{x}) = \mathbf{U}(\mathbf{x})^T \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \mathbf{U}(\mathbf{x}) \quad , \quad \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \succeq 0. \quad (19)$$

A Equação (19) deve resultar em uma matriz vazia, porém na prática podem surgir problemas numéricos tornando a solução inviável. Um forma de garantir a restrição de  $\mathbf{Q}$  e lidar com os cálculos da programação semidefinida é utilizando o módulo SOS do YALMIP (Lofberg, 2009).

No que concerne à relaxação SOS para sistemas LPV, a matriz  $\mathbf{S}(\theta)$  é parametrizada em  $\theta \in \Omega$ , e tem sua positividade relaxada pelo Teorema 3 (Scherer, 2006; Gilbert *et al.*, 2010).

**Teorema 3.** (Scherer, 2006; Gilbert *et al.*, 2010). Admitindo que  $L(\eta, \theta) \succeq 0$  equivale a  $L(\eta, \theta) \succ 0$ , então existe  $\nu$  de modo que  $L(\nu, \theta) \succ 0$  para todo  $\theta \in \Omega$  se e somente se existem matrizes SOS polinomiais  $S_i(\theta)$  tal que

$$L(\nu, \theta) = S_0(\theta) + \sum_{i=1}^{n+1} g_i(\theta) S_i(\theta). \quad (20)$$

A restrição  $L(\eta, \theta) \succ 0$  é uma combinação linear de matrizes polinomiais SOS. Assim, pode ser representada como uma LMI que contenha essas mesmas matrizes e todas as variáveis de decisão agrupadas no vetor  $\nu$  a fim de serem tratadas como variáveis de decisão do problema de otimização.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os desempenhos dos modelos são avaliados com a aplicação dos índices VAF (*Variance Accounted For*) e RMSE (*Root Mean Squared Error*), definidos como

$$\text{VAF} = 100\% \cdot \max \left( 1 - \frac{\text{var}(y[k] - \hat{y}[k])}{\text{var}(y[k])}, 0 \right), \quad (21)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i[k] - \hat{y}_i[k])^2}. \quad (22)$$

Os resultados da identificação local são apresentados na Tabela 1. Para todos os diferentes modelos, é utilizada uma taxa de aprendizagem conforme (12) com  $\alpha_{inicial} = 0,02$ ,

Tabela 1. Resultados da identificação local para os conjuntos de dados 1 e 2.

|                     |      | ARX LPV de 1ª ordem |         |         | ARX LPV de 2ª ordem |         |         | ARX LPV de 3ª ordem |         |         |
|---------------------|------|---------------------|---------|---------|---------------------|---------|---------|---------------------|---------|---------|
|                     |      | $p = 1$             | $p = 2$ | $p = 3$ | $p = 1$             | $p = 2$ | $p = 3$ | $p = 1$             | $p = 2$ | $p = 3$ |
| conjunto de dados 1 | VAF  | 84,13%              | 83,58%  | 84,04%  | 92,16%              | 91,81%  | 92,42%  | 93,79%              | 93,68%  | 94,22%  |
|                     | RMSE | 0,0207              | 0,0210  | 0,0207  | 0,0143              | 0,0145  | 0,0140  | 0,0127              | 0,0128  | 0,0127  |
| conjunto de dados 2 | VAF  | 96,35%              | 96,66%  | 96,58%  | 97,45%              | 97,98%  | 97,90%  | 97,50%              | 98,15%  | 98,16%  |
|                     | RMSE | 0,0109              | 0,0104  | 0,0105  | 0,0084              | 0,0075  | 0,0077  | 0,0083              | 0,0071  | 0,0071  |

$\alpha_{final} = 0,001$  e 5.000 épocas de parametrização. O grau de dependência de  $\theta$  é definido como  $p = N - 1$ .

Nota-se que o modelo que obteve melhor desempenho, com VAF= 94,22% no conjunto de dados 1 e VAF= 98,16% no conjunto de dados 2, possui ordem 3 e polinômios  $b_i(\theta)$  e  $a_j(\theta)$  também de grau 3. Entre os modelos de ordem 2, o que possui grau de dependência de grau 3 obtém melhor resultado, com VAF= 92,42% no conjunto de dados 1 e VAF= 97,90% no conjunto de dados 2. Uma vez que estes dois modelos possuem desempenho similares nos dois conjuntos de dados, o modelo LPV escolhido é o de ordem 2. Esta escolha é baseada no princípio da parcimônia, uma vez que este modelo possui 8 parâmetros a menos que o modelo de ordem 3.

O modelo ARX LPV escolhido pelo método P-LMS é apresentado como

$$\frac{y[k]}{u[k]} = G(q^{-1}, \theta) = \frac{b_1(\theta)q^{-1} + b_2(\theta)q^{-2}}{1 + a_1(\theta)q^{-1} + a_2(\theta)q^{-2}}, \quad (23)$$

em que

$$\begin{aligned} b_1(\theta) &= 0,1385 + 0,0416\theta[k] - 0,0341\theta^2[k] + 0,0040\theta^3[k] \\ b_2(\theta) &= 0,0156 - 0,0033\theta[k] - 0,0564\theta^2[k] - 0,0090\theta^3[k] \\ a_1(\theta) &= -0,3696 - 0,1235\theta[k] - 0,0601\theta^2[k] - 0,0703\theta^3[k] \\ a_2(\theta) &= -0,2421 - 0,0053\theta[k] + 0,0290\theta^2[k] - 0,0034\theta^3[k]. \end{aligned}$$

O gráfico de convergência do algoritmo de identificação é ilustrado na Figura 5. Já a vantagem de um modelo LPV para representar este sistema pode ser observada na Figura 6 e Tabela 2. Em amarelo e laranja, estão, respectivamente, as respostas do modelo ARX LPV para  $\theta$  máximo e mínimo. Observa-se que para um  $\theta$  fixo ( $\theta_{min}$  e  $\theta_{max}$ ), o modelo LPV torna-se um modelo LTI e seu desempenho é bastante inferior ao do modelo LPV. De fato, os modelos LTI da figura possuem um *offset* em relação ao modelo LPV e aos dados originais de saída da planta. Os diferentes valores de  $b_i$  e  $a_j$  para diferentes ordens dos polinômios  $b_i(\theta)$  e  $a_j(\theta)$  são ilustrados na

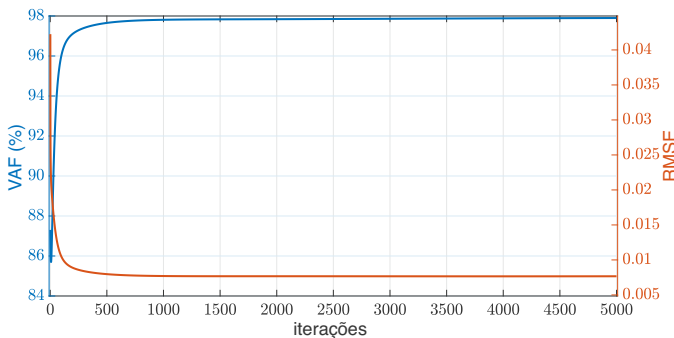


Figura 5. Convergência dos índices de desempenho.

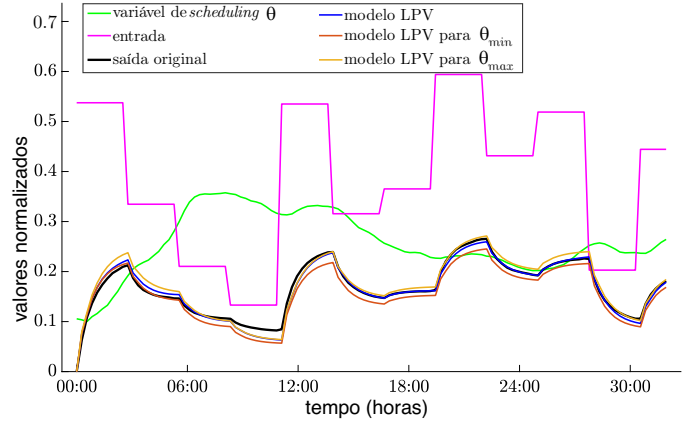


Figura 6. Comparação do modelo LPV com modelos LTI.

Tabela 2. Métricas dos modelos comparados.

| índice | LPV    | LPV $_{\theta_{min}}$ | LPV $_{\theta_{max}}$ |
|--------|--------|-----------------------|-----------------------|
| VAF    | 97,90% | 96,92%                | 95,80%                |
| RMSE   | 0,0077 | 0,0149                | 0,0118                |

Figura 7. Pode-se observar a mudança de valores à medida que  $\theta = 0,1 \rightarrow 0,9$ .

Para realizar a síntese do controlador LPV, são utilizados os seguintes requisitos do sistema em malha fechada: resposta com sobressinal zero e tempo de subida  $T_r = 5.400$  s. Assim, os polos do polinômio desejado são  $0,5728 \pm 0,1158i$ . Além destes polos, são utilizados dois polos auxiliares (-0,2 e 0,2) para montar o polinômio central  $C(q^{-1}, \theta)$ .

Como se deseja que a saída siga a referência, deve-se impor um ganho unitário em estado permanente. Assim, para fins de solução do problema, faz-se  $\mathbf{T}(\theta) = \mathbf{R}(\theta)$ . Já na implementação, utiliza-se

$$T(q^{-1}, \theta) = \lim_{q \rightarrow 1} R(q^{-1}, \theta), \quad (24)$$

de forma a não inserir zeros no função de transferência de malha fechada. Para a performance  $H_\infty$ , foi realizada a análise de alguns valores, em que foi escolhido  $\gamma^{-1} = 0,001$  por tornar os polos de malha fechada mais confinados em torno dos polos alvo.

O conjunto semialgébrico  $\Omega$  possui apenas uma dimensão, uma vez que é considerada apenas uma variável de *scheduling*,  $\theta \in [0,1, 0,9]$ . Assim, as funções do conjunto semialgébrico são definidas como

$$g_1(\theta) \Rightarrow \theta - 0,1 \geq 0$$

$$g_2(\theta) \Rightarrow 0,9 - \theta \geq 0.$$

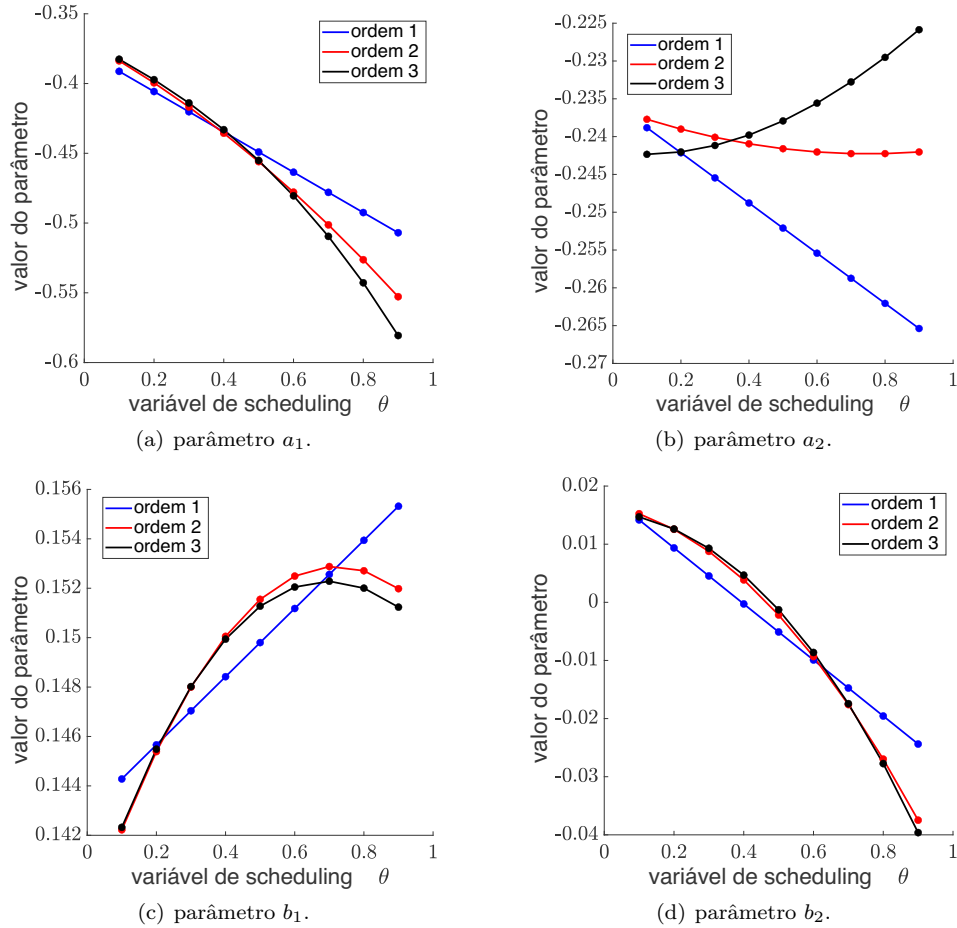


Figura 7. Posição dos parâmetros  $b_i$  e  $a_j$  para diferentes ordens de  $b_i(\theta)$  e  $a_j(\theta)$ .

A PLMI é solucionada pela técnica de relaxação em SOS utilizando o *parser* YALMIP e o *solver* SeDuMi 1.3 (Sturm, 1999) no *software* MATLAB<sup>®</sup>. Os resultados da otimização são

$$\mathbf{P} = 10^{-4} \cdot \begin{bmatrix} 0,3914 & 0,0009 & 0,0319 & 0,0167 \\ 0,0009 & 0,0152 & 0,0152 & 0,0042 \\ 0,0319 & 0,0152 & 0,0378 & 0,0063 \\ 0,0167 & 0,0042 & 0,0063 & 0,0279 \end{bmatrix}$$

$$eig(\mathbf{P}) = 10^{-4} \cdot [0,0069 \ 0,0251 \ 0,0452 \ 0,3951]^T$$

$$\lambda = 0,037611$$

e

$$R(q^{-1}, \theta) = r_1(\theta) + r_2(\theta)q^{-1} + r_3(\theta)q^{-2}$$

$$S(q^{-1}, \theta) = 1 + s_2(\theta)q^{-1} + s_3(\theta)q^{-2}$$

$$T(q^{-1}, \theta) = 1,2057 - 0,0940\theta - 0,0540\theta^2 + 0,8292\theta^3$$

$$r_1(\theta) = 1,2262 + 1,5909\theta + 1,0858\theta^2 + 1,3046\theta^3$$

$$r_2(\theta) = 1,6321 - 2,5692\theta - 1,7319\theta^2 + 0,4742\theta^3$$

$$r_3(\theta) = -1,6526 + 0,8842\theta + 0,5920\theta^2 - 0,9497\theta^3$$

$$s_2(\theta) = -0,9449 - 0,1547\theta - 0,1110\theta^2 - 0,0968\theta^3$$

$$s_3(\theta) = -0,0550 + 0,1547\theta + 0,1110\theta^2 + 0,0968\theta^3,$$

em que pode-se observar que os autovalores de  $\mathbf{P}$  são todos positivos.

O mapa de polos do sistema em malha aberta (MA) e fechada (MF) com controlador RST LPV é ilustrado na Figura 8 enquanto que a simulação da resposta temporal

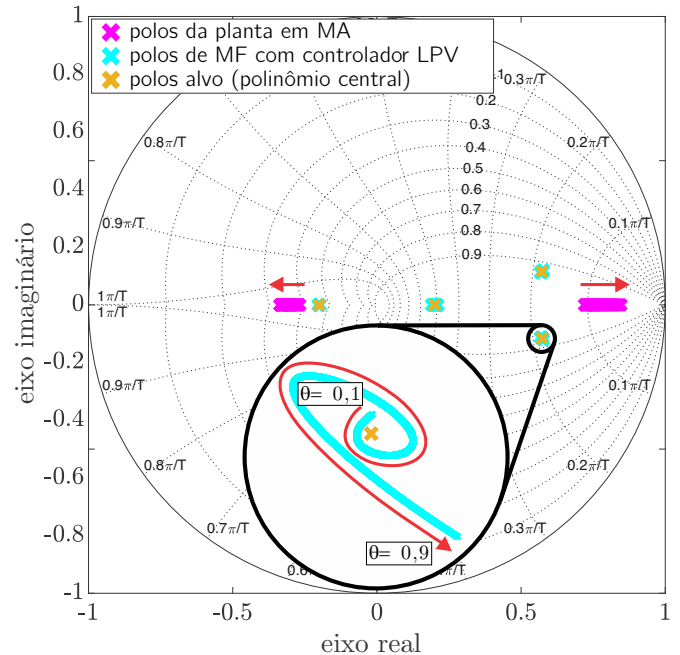


Figura 8. Mapa de polos do sistema com controlador RST LPV.



é ilustrada na Figura 9. Nota-se que os polos de malha fechada com controlador RST LPV ficam confinados em uma pequena região em torno dos polos alvos para qualquer  $\theta \in \Omega$ . As setas em vermelho indicam a direção dos polos à medida que  $\theta = 0,1 \rightarrow 0,9$ . Já as respostas temporais são bastante próximas entre si para a entrada em degrau em razão dos polos de malha fechada estarem confinados em torno dos polos alvo. Observa-se que o controlador LPV fornece uma saída de controle diferente para cada  $\theta$ .

O desempenho do controlador RST LPV é comparado com o desempenho de controladores RST fixos (linear). Através da solução da Equação Diofantina do sistema com ação integral, são projetados três controladores RST fixo: para a planta em  $\theta = 0,1$ ,  $\theta = 0,5$  e  $\theta = 0,9$ . Para a condição em que  $\theta = 0,9$ , a simulação das respostas temporais do sistema em malha fechada são apresentadas na Figura 10. Nota-se as diferenças de desempenho, em que o controlador RST fixo projetado para  $\theta = 0,1$  possui sobressinal de 7,46%, o controlador RST fixo projetado para  $\theta = 0,5$  possui sobressinal de 4,04% e o controlador RST fixo projetado para  $\theta = 0,9$  possui sobressinal de 0,02%.

Uma comparação entre os mapas de polos do sistema com os três controladores RST fixos e o controlador RST LPV pode ser observada na Figura 11. Nota-se uma grande diferença entre as posições dos polos dos controladores RST fixos, que possuem grande variação à medida que a variável de *scheduling* muda de 0,1 para 0,9. Isto explica o comportamento das respostas presentes na Figura 10.

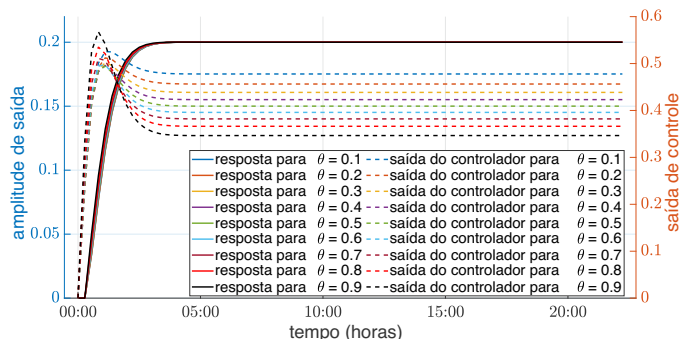


Figura 9. Respostas do controlador RST LPV para diferentes pontos de operação.

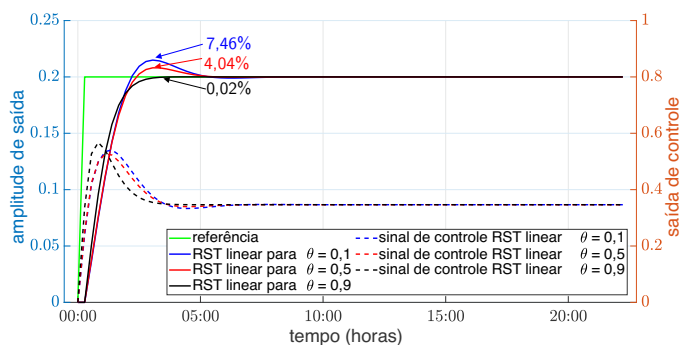


Figura 10. Resposta dos controladores RST fixos para  $\theta = 0,9$ .

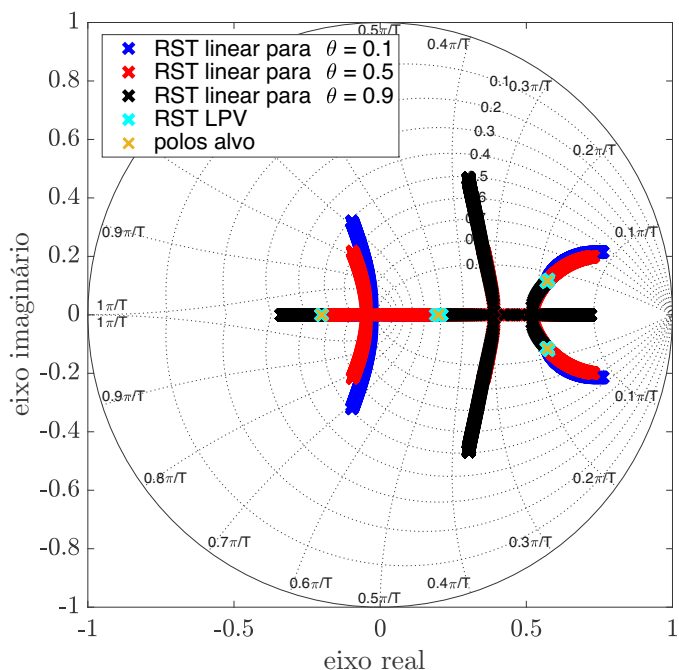


Figura 11. Comparação dos mapas de polos dos sistemas projetados.

## 5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

A identificação ARX LPV de uma incubadora neonatal através do algoritmo P-LMS é realizada com êxito. O modelo LPV, de segunda ordem e dependência em  $\theta$  de grau 3 é utilizado para a síntese de um controlador LPV.

A utilização da técnica de identificação LPV apresenta superioridade aos modelos LTI segundo os índices VAF e RMSE. De fato, o modelo ARX LPV possui VAF = 97,90% e RMSE = 0,0077 contra VAF = 96,92% e 95,80% e RMSE igual a 0,0149 e 0,0118 dos modelos ARX LTI. Observa-se que os modelos LTI possuem um *offset* em relação aos dados originais, diferentemente do modelo LPV.

O sistema em malha fechada com controlador RST LPV apresenta respostas ao degrau bastante próximas para qualquer  $\theta \in \Omega$ . Já os controladores RST fixos possuem diferentes desempenhos, com sobressinais de 0,02% a 7,46%, mostrando-se inferiores ao controlador RST LPV e não seguindo os requisitos do sistema. O mapa de polos do controlador RST LPV apresenta-se contido em torno dos polos alvo, enquanto que os mapas de polos dos controladores RST fixo se apresentam com grandes variações em suas posições para diferentes valores da variável de *scheduling*.

Como trabalhos futuros, pode-se realizar a identificação de um modelo de perturbação do sistema através da abertura das portinholas (vide Figura 2). Com este modelo, pode-se avaliar o desempenho do controlador LPV a estas perturbações. Além disso, pode-se implementar o controlador RST LPV no microcontrolador utilizado no *retrofit* para obter respostas reais.

## REFERÊNCIAS

- Amer, G.M. e Al-Aubidy, K.M. (2005). Novel technique to control the premature infant incubator system using ANN. In *Proceedings of Third International Conference on Systems, Signals & Devices (SSD 2005)*, Sousse, Tunisia, 21–24.
- Bamieh, B. e Giarre, L. (2002). Identification of linear parameter varying models. *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal*, 12(9), 841–853.
- Cavalcante, M.U., Torrico, B.C., da Mota Almeida, O., de Souza Braga, A.P., e da Costa Filho, F.L.M. (2010). Filtered model-based predictive control applied to the temperature and humidity control of a neonatal incubator. In *2010 9th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications-INDUSCON 2010*, 1–6. IEEE.
- Gabano, J.D., Poinot, T., e Kanoun, H. (2011). Identification of a thermal system using continuous linear parameter-varying fractional modelling. *IET Control Theory & Applications*, 5(7), 889–899.
- Gilbert, W., Henrion, D., Bernussou, J., e Boyer, D. (2010). Polynomial LPV synthesis applied to turbofan engines. *Control Engineering Practice*, 18(9), 1077–1083.
- Iaione, F. *et al.* (1999). *Desenvolvimento de equipamento eletrônico para ensaio de incubadoras infantis*. Master's thesis, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Lofberg, J. (2009). Pre-and post-processing sum-of-squares programs in practice. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54(5), 1007–1011.
- Nogueira, F.G., Junior, W.B., da Costa Junior, C.T., e Lana, J.J. (2018). LPV-based power system stabilizer: Identification, control and field tests. *Control Engineering Practice*, 72, 53–67.
- Ogata, K. (2010). *Modern Control Engineering*, volume 5. Prentice hall Upper Saddle River, NJ.
- Pereira, R.D. e Torrico, B.C. (2015). New automatic tuning of multivariable PID controller applied to a neonatal incubator. In *2015 8th International Conference on Biomedical Engineering and Informatics (BMEI)*, 588–593. IEEE.
- Rahmatillah, A., Hidayat, I.F., Putra, A.P., Rahma, O.N., e Suhariningsih (2020). PID control design and implementation for laboratory scale infant incubator temperature using FOPDT model. In *AIP Conference Proceedings*, volume 2314. AIP Publishing LLC.
- Scherer, C.W. (2006). LMI relaxations in robust control. *European Journal of Control*, 12(1), 3–29.
- Sturm, J.F. (1999). Using SeDuMi 1.3, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization Methods and Software*, 11(1-4), 625–653.
- Utomo, S.B., Irawan, J.F., Mujibtamala, A., Nari, M.I., e Amalia, R. (2021). Automatic baby incubator system with fuzzy-PID controller. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, volume 1034. IOP Publishing.