

Caracterização de Sensores MEMS Através da Variância de Allan para a Filtragem de Ruídos Estocásticos

Rafael G. F. Silva* Marcelo H. Jeronymo* Havena L. Pavan**
Marcelo C. Tosin*

* *Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Londrina, PR, (e-mail: rafael.guilhermefs@uel.br, marcelo.henrique@uel.br, mctosin@uel.br).*

** *Departamento de Engenharia de Ciência dos Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, PR (e-mail: havena_pavan@hotmail.br)*

Abstract: This work proposes the Allan Variance application to characterize the stochastic noises included in MEMS sensors signal to remove them through a dynamic filter. As an application, we use the SIRRS01-03 gyrometer to measure the Earth's angular velocity. The Kalman filter implementation improved the performance of the characterized sensor, both in measurement accuracy and in the time required to converge to the value of the Earth's angular velocity. The results indicate that it is possible to use this sensor in an inertial measurement unit to perform a self-alignment and a self-calibration procedure, which are essential in an inertial navigation system.

Resumo: Este trabalho tem como proposta a utilização da variância de Allan para a caracterização dos ruídos estocásticos presentes em sensores do tipo MEMS, com a finalidade de removê-los através de um filtro dinâmico. Como exemplo de aplicação, é utilizado o girômetro SIRRS01-03 para medir a velocidade de rotação da Terra. A implementação do filtro de *Kalman* melhorou a performance do sensor caracterizado, tanto em exatidão da medida quanto no tempo de convergência para o valor real da velocidade de rotação da Terra. Os resultados indicam que é possível utilizar este sensor em uma unidade de medida inercial a fim de realizar um procedimento de auto alinhamento e auto calibração, essenciais em um sistema de navegação inercial.

Keywords: MEMS Girometers; Gyroscopes; Inertial Navigation System; Inertial Measurement Unit; Stochastic Noises; Allan Variance; Allan Deviation; Earth Rotation Measurement; Kalman Filter.

Palavras-chaves: Girômetros MEMS; Giroscópios; Sistema de Navegação Inercial; Unidade de Medida Inercial; Ruídos Estocásticos; Variância de Allan; Desvio de Allan; Medida da Rotação da Terra; Filtro de Kalman.

1. INTRODUÇÃO

Desde o início das navegações, o ser humano vem desenvolvendo métodos de localização no espaço cada vez mais precisos. Tais métodos evoluíram desde a utilização de estrelas para determinar a latitude do navegador, até o que conhecemos hoje como o Sistema Global de Posicionamento (GPS - *Global Positioning System*). Porém, há situações que tornam a utilização deste serviço inviável, como a passagem de um veículo por um túnel. Assim, a solução utilizada é integrar um sistema de navegação ao dispositivo, o Sistema de Navegação Inercial (SNI) (D. H. Titterton, 2004; Kaplan, 1996). O SNI utiliza uma Unidade de Medida Inercial (UMI) para determinar a atitude, posição, velocidade e aceleração do corpo. (Lawrence, 1998)

Uma UMI é composta por uma tríade de acelerômetros e girômetros, que medem a aceleração e a velocidade angular do corpo, respectivamente. Estes sensores podem ser fabricados de diversas maneiras, entre elas, usando tecnologia de sistemas microeletromecânicos (MEMS) (Lawrence, 1998). Entretanto, independente do processo de fabricação utilizado, estes sensores estão sujeitos a perturbações e ruídos de diversas fontes (U. Qureshi, 2017).

Para determinar os parâmetros dos processos estocásticos intrínsecos nos sensores é necessário que seja feita sua caracterização (D. A. Cucci, 2022). A caracterização dos parâmetros é importante, pois podem ser utilizados em algum filtro dinâmico, como o filtro de Kalman (P. Zarchan, 2005), para estimar os erros entre o valor real e o medido (P. G. Savage, 2006).

Este trabalho tem como objetivo apresentar um método para a caracterização de sensores do tipo MEMS e mostrar

* Este artigo foi parcialmente financiado pelo programa UNIES-PAÇO da Agência Espacial Brasileira (AEB).

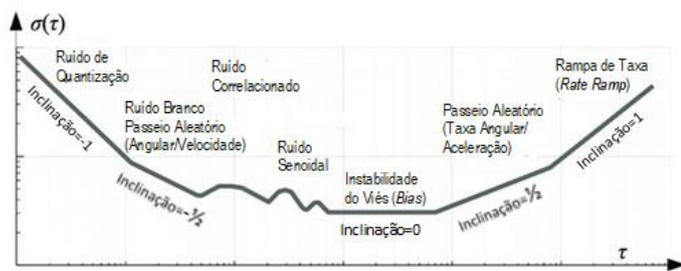


Figura 1. Curva Padrão do Desvio de Allan.

que é possível utilizar o sensor SIRRS01-03 devidamente caracterizado, utilizando algum método de filtragem para aplicações de navegação inercial de baixo custo.

Em aplicações de navegação inercial, é importante determinar a orientação inicial do corpo com relação ao referencial inercial escolhido, onde é necessário utilizar as informações da aceleração da gravidade e da velocidade de rotação da Terra para sua estimação. A orientação pode ser estimada, por exemplo, com a utilização de redundância, como proposto em (A. Waegli, 2010), ou com o Filtro de Kalman, como proposto em (M. Cong, 2019; M. Wu, 2020). Este processo é denominado auto alinhamento e é etapa necessária que antecede a navegação. Assim, para utilizar um girômetro como elemento sensor para a navegação inercial, é condição primordial que este tenha sensibilidade suficiente para detectar e medir com relativa precisão a velocidade de rotação da Terra. Neste trabalho, a estimação da velocidade de rotação da Terra (dada a tolerância requerida) será usada como figura de mérito inicial para inferir se o sensor escolhido poderia ser utilizado em um processo de auto alinhamento e auto calibração.

Uma dificuldade encontrada nesta experiência é dada pelo fato da velocidade de rotação da Terra, com seu valor de $15^\circ/\text{h}$ ou $\approx 0.004167^\circ/\text{s}$, ser baixa quando comparada com o ruído presente no sensor utilizado, o que requer um tratamento de dados sofisticado.

2. A VARIÂNCIA DE ALLAN

A Variância de Allan é um método muito empregado para caracterização de sensores MEMS. O método consiste em gerar uma curva característica relativa ao sensor. A Fig. 1 mostra uma curva típica gerada pelo método. De modo geral, a Variância de Allan gera um gráfico que mostra diversos componentes de ruído presentes nos dados coletados, que são utilizados na caracterização dos sensores.

Cada um desses parâmetros representa uma fonte de ruído presente no sensor, que podem ser utilizados na modelagem de ruídos para a implementação em um filtro dinâmico. A curva característica da Variância de Allan é dada por:

$$\sigma_{\theta}^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2(L-2n)} \sum_{i=1}^{L-2n} (\tilde{\theta}_{i+2n} - 2\tilde{\theta}_{i+n} + \tilde{\theta}_i)^2 \quad (1)$$

3. COMPONENTES DE RUÍDO EM UM SENSOR DE ROTAÇÃO

Em sensores MEMS inerciais, os componentes de ruído mais significativos são o ruído branco (*Angle Random Walk*), o ruído rosa (*Flicker Noise*) e o random walk de aceleração ou velocidade (*Acceleration/Rate Random Walk*).

O ruído branco é caracterizado como (J. Farrell, 2021):

$$n \sim \mathcal{N}(0, N^2)$$

Onde N é encontrado extraíndo-se o valor de τ e $\sigma(\tau)$ na região de inclinação $-1/2$ e utilizando a equação:

$$N = \sigma(\tau)\sqrt{\tau} \quad (2)$$

O ruído rosa é caracterizado como:

$$\dot{z}_f = -\beta z_f + w_f$$

$$w_f \sim \mathcal{N}(0, S_B)$$

$$S_B = \frac{2B^2 \ln 2}{\pi(0.4365)^2 T_b}$$

$$\beta = \frac{1}{T_b}$$

onde B e T_b são encontrados de maneira similar a N , extraíndo-se τ e $\sigma(\tau)$ na região de inclinação zero e utilizando as equações:

$$B = \frac{\sigma(\tau)}{0.664} \quad (3)$$

$$T_b = \frac{\tau}{1.89} \quad (4)$$

O random walk de aceleração ou velocidade, que é caracterizado como um random walk já presente na saída do sensor é dado por:

$$\dot{z}_{rrw} = w_{rrw}$$

$$w_{rrw} \sim \mathcal{N}(0, K^2)$$

Onde K é encontrado extraíndo-se τ e $\sigma(\tau)$ na região de inclinação $1/2$ e utilizando a equação:

$$K = \sigma(\tau)\sqrt{\frac{3}{\tau}} \quad (5)$$

Sabendo disso, a saída do sensor é dada por:

$$\tilde{\theta}_{ib} = \theta_{ib} + z_f + z_{rrw} + n + b \quad (6)$$

Onde o viés (*bias*) do sensor é modelado por uma constante b . Com a observação e métodos simples, é possível determinar os valores de N , B , T_b e K com o resultado obtido do Desvio de Allan. A determinação de tais valores é importante, pois serve como parâmetro para utilização do filtro de Kalman quando utilizado para a estimação e posterior subtração dos ruídos do sinal do sensor.

4. FILTRO DE KALMAN

O filtro de Kalman, desenvolvido por (Kalman, 1960) é o estimador linear ótimo no sentido de minimizar o erro médio quadrático:

$$P = \mathbb{E}\{(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^T\}$$

Onde P é a matriz de covariância do erro entre o estado \mathbf{x} e seu valor estimado $\hat{\mathbf{x}}$.

Tipicamente, \mathbf{x} é dado pela equação diferencial (7) juntamente com a equação de medida (8):

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} + G\mathbf{w} \quad (7)$$

$$\mathbf{y} = C\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (8)$$

$$\mathbf{w} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, Q)$$

$$\mathbf{n} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, R)$$

Onde A , B , G , C são matrizes constantes de dimensão apropriada. A é chamada de matriz de estado ou sistema, B de matriz de entrada, G matriz de distúrbio e C matriz de sensor ou saída (Crassidis, 2011). O filtro de Kalman é um método recursivo para determinar a matriz de ganho K_k do observador discreto acoplado:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = F\hat{\mathbf{x}}_k^+ + \Gamma\mathbf{u}_k \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^+ = \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- + K_k(\mathbf{y}_k - H\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-) \quad (10)$$

Onde F , Γ , H são dadas pela discretização de A , B e C , respectivamente. O subscrito k em \mathbf{u} e \mathbf{y} representa a k -ésima amostra em instantes kT_s , onde T_s é o período de amostragem. Métodos numéricos para determinação destas matrizes podem ser encontrados em (Franklin, 1998, 2018; Dorf, 2017). Utilizando as equações (9) e (10), pode-se fazer a predição e a atualização dos estados mediante novas medições.

O ganho pode ser calculado recursivamente pelas equações:

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R_d)^{-1} \quad (11)$$

$$P_{k+1}^- = F P_k^+ F^T + G_d Q_d G_d^T \quad (12)$$

$$P_{k+1}^+ = (I - K_k H)^{-1} P_k^- \quad (13)$$

Onde R_d , Q_d e G_d são dadas pela discretização de R , Q e G respectivamente. Uma possível simplificação pode ser realizada $G_d Q_d G_d^T \approx T_s G Q G^T$ (Crassidis, 2011). Equações (12) e (9) são utilizadas para predição dos estados, caso uma medição seja pulada ou ocorrer falhas no sistema. De forma semelhante, as equações (13) e (10) são utilizadas para atualização dos estados na presença de novas medições. P_0^- e $\hat{\mathbf{x}}_0^-$ tipicamente são inicializados como αI e $\mathbf{0}$, respectivamente, onde α é um valor numérico adequado que reflete a precisão do nosso conhecimento sobre $\hat{\mathbf{x}}_0^-$. Os cálculos então seguem a lógica: Ganho \rightarrow Atualização \rightarrow Predição \rightarrow Ganho \rightarrow (...).

5. CÁLCULO DA VARIÂNCIA DE ALLAN

Para o cálculo da variância de Allan, o sensor foi deixado em repouso e foram medidos os seus valores de tensão

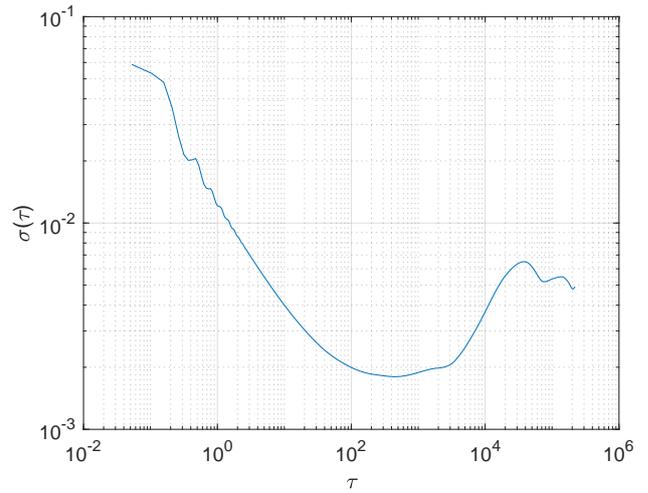


Figura 2. Desvio de Allan obtido através das medições do girômetro SIRS01-03.

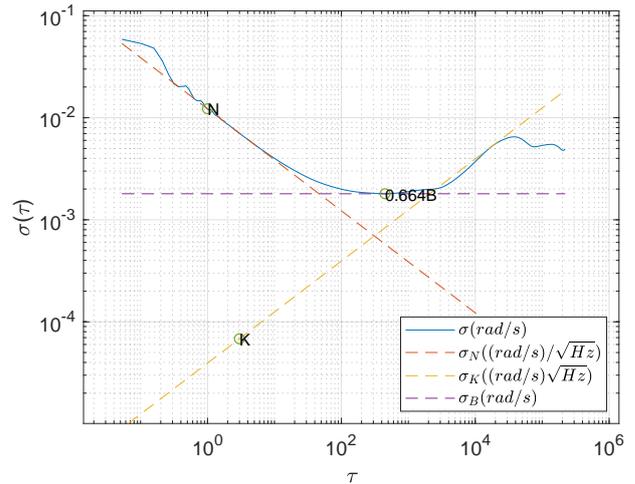


Figura 3. Obtenção dos parâmetros estatísticos N , B e K , utilizados na implementação do filtro de Kalman.

de saída pelo período de uma semana. Com os dados coletados, foi possível calcular a variância de Allan e, em sequência, o desvio de Allan e os parâmetros utilizados para a caracterização do sensor, que são apresentados pelos gráficos das Fig. 2 e Fig. 3, respectivamente.

5.1 Resultados de N , B , T_b e K

Com a curva característica do sensor obtida, como mostram a Fig. 2 e a Fig. 3, encontra-se os parâmetros N , B , K e T_b , utilizando as equações (2), (3), (4) e (5).

Os valores obtidos para tais parâmetros foram:



Figura 4. Montagem experimental. À esquerda o multímetro *Agilent Technologies*, modelo 3458A. À direita, a fonte de alimentação simétrica. Ao centro, a placa contendo o sensor SIRRS01-3 montada em um suporte de alinhamento para realizar as medições.

$$\begin{aligned} N &= 0.0122^\circ/\sqrt{s} \\ B &= 0.0027^\circ/s \\ K &= 6.8314 \times 10^{-5} \text{ }^\circ/s^{3/2} \\ T &= 238.1 \text{ s} \end{aligned}$$

6. MEDIDA DA ROTAÇÃO DA TERRA

Para o cálculo da velocidade de rotação da Terra, o seguinte procedimento experimental foi realizado. Neste, inicializa-se a captura de amostras com o eixo de medida do sensor direcionado a um dos polos da Terra (Polo Norte, por exemplo), e a cada 30 segundos o sensor é direcionado no sentido oposto (Polo Sul), desta forma o viés (*bias*) do sensor é removido calculando ω_{ie} através da equação (14):

$$\omega_{ie} = \frac{\omega_N - \omega_S}{2 \cos \phi} \quad (14)$$

Onde ω_{ie} é a rotação da Terra, ω_N é média das medidas do sensor apontado para o norte, ω_S é a média das medidas do sensor apontado para o sul e ϕ a latitude do local onde foi realizado o procedimento. A captura de dados é feita com um multímetro *Agilent Technologies*, modelo 3458A, com 8.5 casas de precisão e com uma frequência de amostragem de 32Hz, conectado a um computador através de uma interface GPIB. A configuração experimental é apresentada na Fig. 4.

A primeira tomada de dados apresentada teve duração de 2 horas. Esta tomada é apresentada na Fig.5, com os pontos de inversão de sentido do sensor (*outliers*) em vermelho.

A segunda, a terceira e a quarta tomadas de dados tiveram duração de 12, 25 e 60 minutos, respectivamente. Estas são apresentadas na Fig. 6, na Fig. 7 e na Fig. 8, respectivamente.

Para uma melhor visualização de como é a medida do sensor sem os *outliers* de rotacionamento, é apresentada

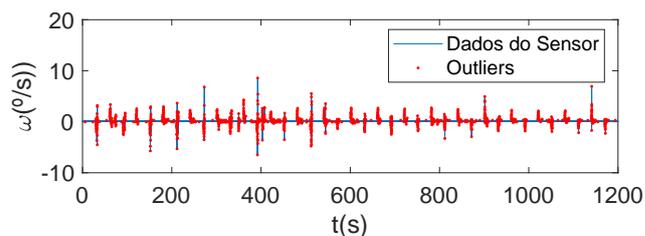


Figura 5. Medição do sensor no período de 2 horas. Os picos de *outliers* indicam o momento do rotacionamento do sensor.

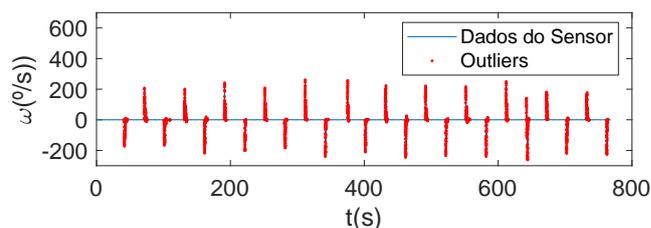


Figura 6. Medição do sensor no período de 12 minutos. Os picos de *outliers* indicam o momento do rotacionamento do sensor.

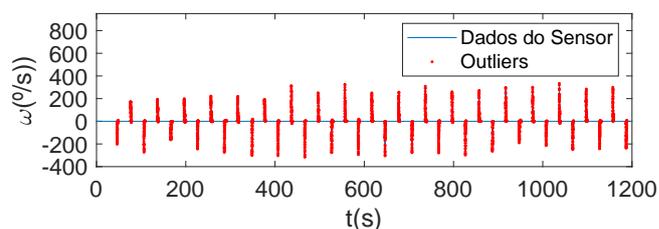


Figura 7. Medição do sensor no período de 25 minutos. Os picos de *outliers* indicam o momento do rotacionamento do sensor.

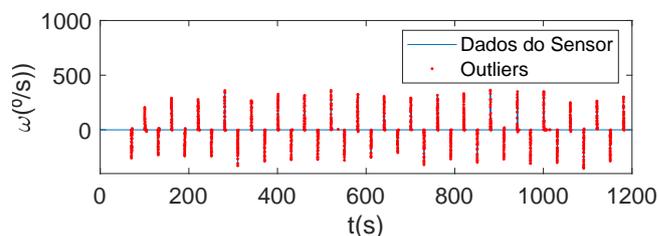


Figura 8. Medição do sensor no período de 1 hora. Os picos de *outliers* indicam o momento do rotacionamento do sensor.

a Fig. 9 com o gráfico da segunda tomada de dados, que encontra-se na seção Aplicação de Filtragem Dinâmica.

O processamento de dados é feito da seguinte forma: primeiro detecta-se os pontos em que o sensor inverte de sentido, e então, calcula-se a media entre dois *outliers* consecutivos, que representam o momento no qual o sensor

foi rotacionado, gerando uma sequência de valores ω_N e ω_S , e é feita a média para cada sentido, resultando em valores ω_{N_i} e ω_{S_i} . Utilizando (14) para cada i , obtêm-se uma sequência de estimativas para a rotação da Terra e, calculando a média dessa sequência, determina-se uma melhor estimativa para a rotação da Terra. Para a realização dos cálculos, os *outliers* detectados foram removidos e desconsiderados, de forma a diminuir os erros de medida. Para cada tomada de dados, a estimativa final é, respectivamente:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= 0.004396^\circ/\text{s} \\ \omega_2 &= 0.0004846^\circ/\text{s} \\ \omega_3 &= 0.002483^\circ/\text{s} \\ \omega_4 &= -0.000193^\circ/\text{s}\end{aligned}$$

Para a primeira tomada de dados, o resultado obtido da velocidade de rotação da Terra foi muito próximo ao do valor real. Com isso, verificou-se que é possível extrair essa informação das medições do sensor, mesmo com uma abordagem mais simples, sem a utilização de um filtro dinâmico.

Para a segunda tomada, nota-se que o valor obtido foi de uma ordem de grandeza menor que o valor real. Devido ao fato de ter sido uma tomada de dados de mais curta duração, a filtragem dos ruídos feita pela média dos valores não foi suficiente para atenuá-los de forma significativa.

Para a terceira, o valor encontrado foi da mesma ordem de grandeza do valor real, porém menor do que o mesmo. Isso indica que o período de amostragem, para essa abordagem mais simples, quase foi o suficiente na filtragem dos ruídos não cancelados pelo método utilizado.

Por fim, na quarta tomada de dados, é possível verificar que o valor encontrado foi basicamente ruído, já que, além de ser uma ordem de grandeza menor que o valor real, possui o sinal negativo, que indicaria uma rotação contrária à real. Apesar de esta tomada de dados ter sido feita em um período de 1 hora, o que deveria atenuar ainda mais os ruídos que a segunda e terceira tomada de dados, não foi possível encontrar a velocidade de rotação da Terra. Uma possibilidade para o ocorrido é o fato de as medidas terem sido realizadas após apenas 15 minutos de o sensor ser ligado, e o mesmo não ter estabilizado o suficiente para que as medidas fossem tomadas com mais exatidão. Para reforçar esta suposição, foi calculado a medição da velocidade de rotação da Terra com os últimos 13 minutos de medição do sensor para a quarta tomada de dados, o que resultou no valor de $0.001132^\circ/\text{s}$, que possui a mesma ordem de grandeza do valor real, além do mesmo sentido de rotação.

7. APLICAÇÃO DE FILTRAGEM DINÂMICA

Visto que a técnica utilizada na estimação da velocidade de rotação da Terra não leva em consideração nenhuma informação obtida com a caracterização do sensor, ainda há espaço para melhoria. Visando aperfeiçoar a estimação obtida e o tempo de convergência obtidos, emprega-se o filtro de Kalman.

Para a implementação do filtro de Kalman, é preciso informar o modelo de sistema (equações 7 e 8). A derivação do modelo é similar ao modelo investigado com mais detalhes em (J. Farrell, 2008) e (X. Xiang, 2017). Neste trabalho, o sensor é modelado como:

$$\tilde{\omega}_{ie} = \omega_{ie} + z_f + z_{rrw} + n$$

e as equações de estado para z_X podem ser escritas em forma matricial:

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{z}_f \\ \dot{z}_{rrw} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\beta & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} z_f \\ z_{rrw} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_G \begin{bmatrix} w_f \\ w_{rrw} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$y = \omega_{ie} - \tilde{\omega}_{ie} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -1 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} z_f \\ z_{rrw} \end{bmatrix} + n \quad (16)$$

Notando-se que o valor negativo em n foi alterado sem perda de generalidade. O viés do sensor b é implicitamente incluída em z_f , pois o filtro estimará o valor de z_{rrw} levando a estimação de um valor constante $z_{rrw} = b$. Para a discretização de (15) e (16) tem-se $F = e^{AT_s} = \text{diag}\{e^{-\beta T_s}, 1\}$, $G_d = G$, $H = C$ e para as matrizes de covariância $R_d = R = N^2/T_s$ e $Q_d = T_s Q = T_s \text{diag}\{S_f, S_K\}$. Os valores iniciais utilizados são $P_0^- = 0.1I$ e $\hat{x}_0^- = 0$.

Com a estimação de z_f e z_{rrw} , a correção é feita realizando $\hat{\omega}_{ie} = \tilde{\omega}_{ie} - \hat{z}_f - \hat{z}_{rrw}$.

Para exemplificar os efeitos do filtro de Kalman aplicado, a Fig. 9 superior apresenta os dados da segunda tomada sem a filtragem. Esta segue o mesmo padrão das outras tomadas de dados, a fim de se comparar os resultados com aqueles da pós-filtragem. Tomando-se a média cumulativa dos dados, apresentado no gráfico inferior, o valor encontrado difere em 1 ordem de grandeza do valor real.

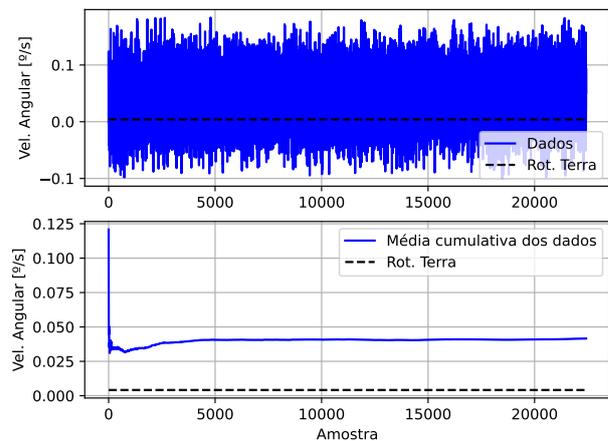


Figura 9. Dados coletados sem correção.

Ao aplicar o filtro de Kalman nas quatro tomadas de dados, as Fig. 10, Fig. 11, Fig. 12 e Fig. 13 apresentam os resultados pós filtragem. Estes revelam que a exatidão das medidas foi significativamente melhorada, com o viés

sendo eliminado e os efeitos de ruído rosa e *rate random walk* reduzidos significativamente.

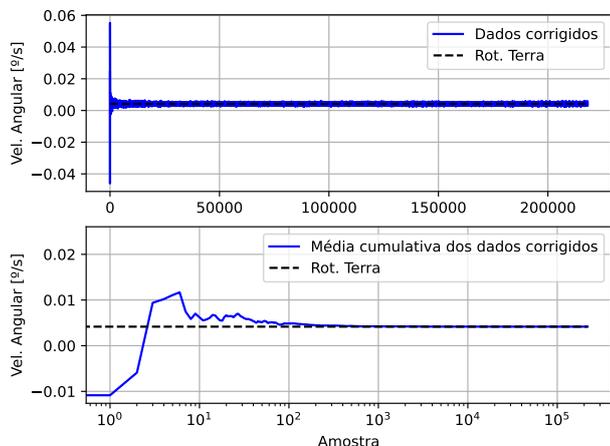


Figura 10. Primeira tomada de dados, corrigidos com filtragem de Kalman.

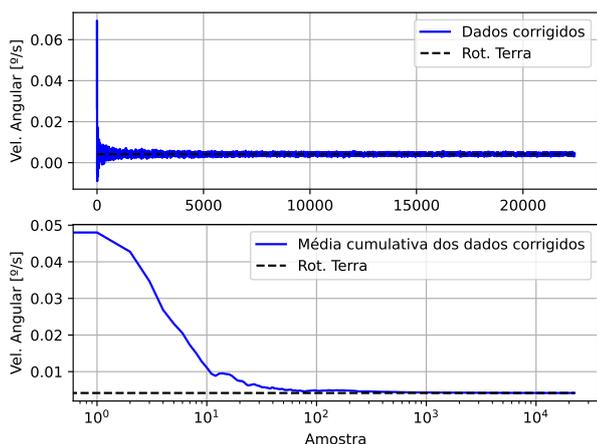


Figura 11. Segunda tomada de dados, corrigidos com filtragem de Kalman.

Ao analisar os gráficos da média cumulativa dos dados corrigidos, percebe-se que as quatro tomadas de dados se alinham com o valor real de velocidade de rotação da Terra após, aproximadamente, 10^3 amostras. Como a média da frequência de amostragem foi de 32 Hz , podemos considerar que todas as tomadas de dados convergiram para o valor real entre 30 e 60 segundos, aproximadamente.

8. CONCLUSÃO

Os resultados mostram que mesmo utilizando um procedimento experimental simples e um sensor com relação sinal ruído suficiente, é possível medir a velocidade de rotação da Terra. Verificou-se que a caracterização do sensor e a aplicação do filtro de *Kalman* pode melhorar muito os resultados obtidos, tanto na exatidão da medida quanto no tempo de convergência. Os resultados indicam que é possível utilizar o sensor SIRRS01-03 em uma UMI, a fim

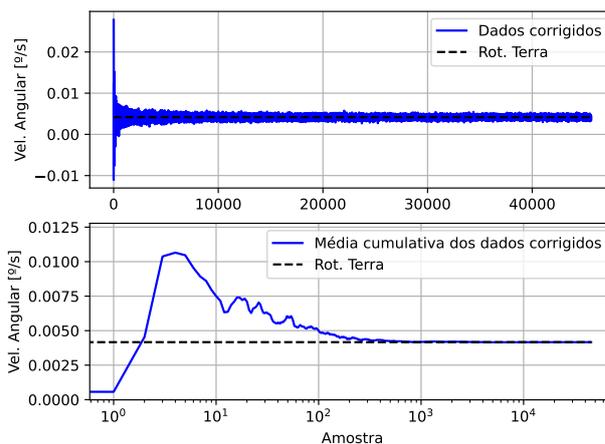


Figura 12. Terceira tomada de dados, corrigidos com filtragem de Kalman.

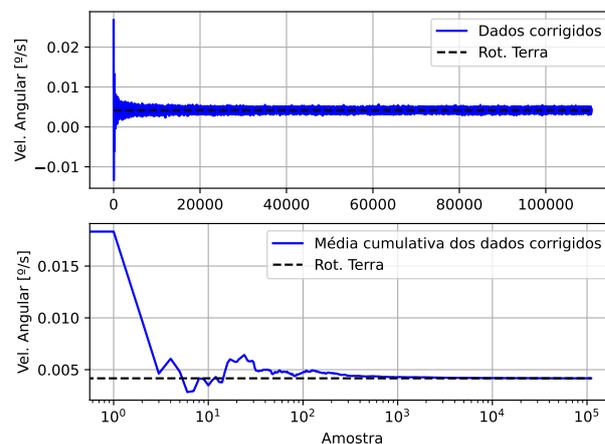


Figura 13. Quarta tomada de dados, corrigidos com filtragem de Kalman.

de se realizar um procedimento de auto calibração e de auto alinhamento.

9. TRABALHOS FUTUROS

Com os resultados aqui obtidos, objetivando melhorar a qualidade dos dados coletados, sugere-se uma tomada de dados em uma mesa de rotações. Sugere-se também que as tomadas de dados sejam realizadas com períodos maiores. Além disso, poderiam ser feitas tomadas de dados variando-se o tempo do sensor apontando para os polos.

Adicionalmente, poderiam ser realizadas medidas sem a aplicação da rotação entre os polos, de forma a testar uma dada implementação do Filtro de Kalman para verificar se seria possível também estimar o viés do sensor.

Por fim, poderia ser construída uma UMI utilizando-se uma tríade deste sensor, com a finalidade de verificar se realmente seria possível aplicar um método de auto calibração e auto alinhamento.

AGRADECIMENTOS

Deixamos aqui nossos agradecimentos à Universidade Estadual de Londrina (UEL) pelo suporte e à Agência Espacial Brasileira (AEB) pelo fomento através do programa UNIESPAÇO.

micro-electro-mechanical inertial systems. Measurement Science and Technology, 2010.

REFERÊNCIAS

- A. Lawrence. *Modern Inertial Technology: Navigation, Guidance and Control*. Springer, 1998.
- R. Kalman. *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*. ASME Journal of Basic Engineering, 82, 35-45, 1960.
- J. L. Crassidis, and J. L. Junkins *Optimal Estimation of Dynamic Systems*. Chapman and Hall/CRC, 2011.
- G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. Workman *Digital Control of Dynamic Systems*. Addison Wesley Longman Inc, 1998.
- G. F. Franklin, J. D. Powell, and A. E. Naeini *Feedback Control of Dynamic Systems*. Pearson, 2018.
- R. C. Dorf, and R. H. Bishop *Modern Control Systems*. 13th edition, Pearson, 2018.
- J. A. Farrell. *Aided Navigation: GPS with High Rate Sensors*. McGraw-Hill, 2008.
- J.A. Farrell, F.O. Silva, F. Rahman, and J. Wendel. *IMU Error Modeling Tutorial: INS state estimation with real-time sensor calibration*. University of California, Riverside, 2021.
- H.L. Pavan. *Aplicação da Variância de Allan para Caracterizar os Erros do Girômetro MEMS AIS-SiRRS01*. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.
- X. Xiang, X. Xiaosu, Z. Tao, L. Yao, and T. Jinwu. *A Kalman Filter for SINS Self-Alignment Based on Vector Observation*. Basel, Switzerland, 2017.
- D. H. Titterton and J. L. Weston. *Strapdown Inertial Navigation Technology*. Lavenham Press Ltd, London, 2004.
- P. G. Savage. *A Unified Mathematical Framework for Strapdown Algorithm Design*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, Minnesota, 2004.
- P. Zarchan and H. Musoff. *Fundamentals of Kalman Filtering - A Practical Approach*. Cambridge, Massachusetts, 2005.
- M. Cong, H. Lu, X. Cheng and H. Liang. *Transfer Alignment Method and Realization of SINS on Moving Base Based on Kalman Filter*. 2019 IEEE 1st International Conference on Civil Aviation Safety and Information Technology (ICCASIT), Kunming, China, 2019.
- M. Wu and X. Yin. *A Large Misalignment Angles Initial Alignment Method of SINS based on Feedback Correction and the Fading Multi-innovation Tracking*. Beijing, China, 2020.
- U. Qureshi and F. Golnaraghi. *An Algorithm for the In-Field Calibration of a MEMS IMU*. IEEE Sensors Journal, vol. 17, no. 22, 2017.
- D. A. Cucci, L. Voirol, M. Khaghani and S. Guerrier. *On Performance Evaluation of Inertial Navigation Systems: the Case of Stochastic Calibration*. SNSF Professorships and Innosuisse-Boomerang, 2022.
- E. D. Kaplan, and C. J. Hegarty *Understanding GPS: Principles and Applications*. Artech House, 1996.
- A. Waegli, J. Skaloud, S. Guerrier, M. E. Parés and I. Colomina. *Noise reduction and estimation in multiple*