

Modelo Baseado em Otimização Robusta para o Planejamento Energético de Sistemas Hidrotérmicos

João Paulo Manarelli Gaspar * Leonardo Nepomuceno **

* Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista
"Júlio de Mesquita Filho", SP, (e-mail: joao.pm.gaspar@unesp.br).

** Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista
"Júlio de Mesquita Filho", SP (e-mail:
leonardo.nepomuceno@unesp.br)

Abstract: This paper proposes an hydrothermal scheduling model for hydrothermal systems based on robust optimization. In the proposed model, the uncertainties in the water inflows to the system's reservoirs are handled by means of the robust optimization approach, in which water inflows are treated as variables and optimized within a range of values denominated uncertainty set. The generation and operational policies obtained by the model are "immunized" against the uncertainties in the inflows, within the previously established uncertainty set, providing greater security and operational reliability to the system. The results obtained from 100 simulation processes of the decisions calculated by the proposed model show the robustness of the decisions obtained, which are 100% immunized in the range of the region of uncertainty, as expected.

Resumo: Este artigo propõe um modelo de planejamento energético para sistemas hidrotérmicos baseado na otimização robusta. No modelo proposto, as incertezas nas vazões afluentes aos reservatórios do sistema são tratadas por meio da abordagem de otimização robusta, em que as vazões afluentes são tratadas como variáveis e otimizadas dentro de uma faixa de valores denominada de conjunto de incertezas. As políticas de geração e operativa obtidas pelo modelo ficam "imunizadas" contra as incertezas nas vazões afluentes, dentro do conjunto de incerteza previamente estabelecido, proporcionando maior segurança e confiabilidade operativa ao sistema. Os resultados obtidos a partir de 100 processos de simulação das decisões calculadas pelo modelo proposto mostram a robustez das decisões obtidas, as quais ficam 100% imunizadas na faixa da região de incerteza, conforme esperado.

Keywords: Robust Optimization; Hydrothermal Systems; Hydrothermal Scheduling.

Palavras-chaves: Otimização Robusta; Sistemas Hidrotérmicos; Planejamento Energético.

1. NOMENCLATURA

| | | | |
|-------------------------|--|--------------------------|---|
| <i>Conjuntos</i> | | Γ | Constante para a conversão de vazão em m^3/s para volume em hm^3 . Para discretização em semanas, tem-se $\Gamma = 0.6048$; |
| B | Blocos utilizados na linearização da curva de custo de combustíveis das unidades termelétricas; | $\bar{\psi}_{rk}$ | Valor médio da vazão afluente à usina r no período k . |
| F_r | Usinas hidrelétricas à montante de r ; | $\hat{\psi}_{rk}$ | Valor do desvio da vazão afluente em relação à média da usina r no período k ; |
| H | Unidades geradoras hidrelétricas; | ψ_{rk} | Vazão afluente à usina r no período k [m^3/s]; |
| I | Unidades geradoras termelétricas e hidrelétricas; | A_t, B_t, C_t | Parâmetros da curva de custo de combustíveis da unidade termelétrica t ; |
| J_r | Usinas hidrelétricas à jusante de r ; | \bar{E}_{tb} | Limite máximo do bloco b da unidade termelétrica t , no período k [MW]; |
| K | Períodos para o problema de otimização; | H_h^A | Altura de queda efetiva da unidade geradora hidrelétrica h [m]; |
| R | Usinas hidrelétricas; | k_h | Produtibilidade da unidade geradora hidrelétrica h ; |
| T | Unidades geradoras termelétricas; | P_k^D | Potência demanda total no período k [MW]; |
| U_r | Unidades geradoras hidrelétricas vinculadas à usina r . | P_h^{Hmin}, P_h^{Hmax} | potências mínima e máxima geradas pela unidade hidrelétrica h [MW], respectivamente; |
| <i>Parâmetros</i> | | | |
| α_{tb}, γ_t | Parâmetros da curva de custo de combustíveis linearizada da unidade termelétrica t , sendo que α é diferente para cada segmento b ; | | |

| | |
|--------------------------|---|
| P_t^{Tmin}, P_t^{Tmax} | potências mínima e máxima geradas pela unidade termelétrica t [MW], respectivamente; |
| Q_h^{min}, Q_h^{max} | Vazões turbinadas mínima e máxima da unidade hidrelétrica h [m ³ /s], respectivamente; |
| S_r^{min} | Vertimento mínimo da usina r [m ³ /s]; |
| U_r^{min}, U_r^{max} | Defluências mínima e máxima da usina r [m ³ /s], respectivamente; |
| V_r | Volume inicial da usina r [hm ³]; |
| V_r^{goal} | Meta de volume final da usina r [hm ³]; |
| V_r^{min}, V_r^{max} | Volumes mínimo e máximo da usina r [hm ³], respectivamente. |

Variáveis

| | |
|------------|--|
| e_{tkb} | Potência utilizada no bloco b da unidade termelétrica t , no período k ; |
| p_{hk}^H | potência gerada pela unidade hidrelétrica h no período k [MW]; |
| p_{tk}^T | potência gerada pela unidade termelétrica t no período k [MW]; |
| q_{hk} | vazão turbinada pela unidade h no período k [m ³ /s]; |
| s_{rk} | vertimento da usina r no período k [m ³ /s]; |
| u_{rk} | defluência da usina r no período k [m ³ /s]; |
| v_{rk} | volume da usina r no período k [hm ³]. |

2. INTRODUÇÃO

O problema de planejamento energético (PE) de sistemas hidrotérmicos tem como objetivo o cálculo de uma política de operação dos reservatórios de usinas hidrelétricas de um sistema, bem como a definição de uma política de despacho de geração destes sistema, para um horizonte de planejamento que pode envolver um ou vários anos à frente. Uma das questões mais centrais que dificultam a solução deste problema consiste no tratamento das incertezas que ocorrem nas vazões afluentes e nas demandas futuras.

São várias as técnicas que permitem modelar as incertezas associadas às vazões afluentes Ψ_{rk} . Em Labadie (2004), os autores classificam as abordagens de tratamento de incertezas em problemas de planejamento energético em modelos de otimização estocástica implícita e explícita. Nos modelos de otimização estocástica implícita, as incertezas são implicitamente tratadas utilizando-se abordagens de otimização determinística, enquanto que nas abordagens explícitas operam diretamente sobre descrições probabilísticas dos processos aleatórios. Em Pereira and Pinto (1982), Pereira and Pinto (1983) e Pereira and Pinto (1991) os autores utilizam uma abordagem de otimização estocástica explícita, com uma formulação baseada na programação dinâmica estocástica dual para o tratamento destas incertezas. Em Zambelli et al. (2011) os autores propõem uma abordagem de otimização estocástica implícita baseada em um esquema de controle preditivo, em que processos de simulação e otimização são integrados.

Neste trabalho propõe-se um modelo de PE de sistemas hidrotérmicos para um horizonte de planejamento de um ano, com modelagem baseada em otimização robusta. O modelo tem como objetivo tratar as incertezas nas vazões afluentes de um sistema hidrotérmico, de forma que se obtenha “imunidade” contra as incertezas nestas vazões,

dentro de um conjunto de incertezas previamente estabelecido. Pelo fato de conferir, inerentemente à sua formulação, imunidade contras as incertezas nas vazões afluentes, o modelo robusto tem como vantagem a obtenção de uma política de geração e operação do sistema que proporciona segurança e confiabilidade ao sistema. Além disso, os modelos robustos necessitam de uma menor quantidade de informações relacionadas às variáveis incertas, tais como a média de longo termo (MLT) e uma faixa de valores em torno desta média, que define, em conjunto com outras restrições, o conjunto de incertezas. Esta estrutura de tomada de decisão com base no conjunto de incerteza não necessita trabalhar com conjuntos de cenários, o que faz com que sua solução seja potencialmente mais rápida que as abordagens estocásticas implícitas e explícitas.

O modelo proposto considera os limites de potência para cada unidade geradora, restrições de balanço de água, limites nos volumes, engolimentos e vertimentos para as usinas hidrelétricas, além de metas de volume para os reservatórios ao fim do horizonte estudado. Na Seção 3 o modelo de PE geral é descrito, envolvendo sua função objetivo e restrições. Na Seção 4 o modelo de PE robusto proposto é descrito em detalhes. Na Seção 5 os resultados envolvendo o modelo proposto são descritos, em que são exploradas situações mais ou menos conservadoras para o conjunto de incertezas. As principais conclusões do trabalho são descritas na seção 6.

3. FORMULAÇÃO GERAL

Nesta seção apresenta-se o modelo de planejamento energético geral com uma abordagem para o período de um ano.

3.1 Função objetivo

O objetivo do problema de planejamento energético em sistemas hidrotérmicos consiste na minimização da esperança matemática do custo de combustíveis da geração das usinas termelétricas, expressa em (1):

$$Min_{\psi_{rk}} \mathcal{E} \left(\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} A_t (p_{tk}^T)^2 + B_t p_{tk}^T + C_t \right), \quad (1)$$

em que $\mathcal{E}(\cdot)$ representa a esperança matemática de uma determinada função com relação às incertezas nas vazões afluentes ψ_{rk} . Porém, na modelagem robusta, a esperança será tratada através do conjunto de incertezas, o qual será posteriormente definido na Seção 4.1. Além disso, a fim de transformar o problema em um de Programação Linear (PL), a função objetivo é linearizada conforme descrito em Arenales et al. (2007), ficando portanto expressa conforme em (2):

$$Min_{\mathbf{p}, \chi, e} \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{b \in B} \alpha_{tb} e_{tkb} + \gamma_t \quad (2)$$

onde $\mathbf{p} = [p_{tk}^T, p_{hk}^H]$ e $\chi = [v_{rk}, u_{rk}, s_{rk}, q_{hk}]$.

3.2 Restrições

Devido a linearização da função objetivo as restrições que definem a potência consumida como a soma dos blocos da

linearização e os limites dos blocos são descritas em (3) e (4), respectivamente:

$$p_{tk}^T = \sum_{b \in B} e_{tkb}, \forall t \in T, \forall k \in K, \quad (3)$$

$$0 \leq e_{tkb} \leq \bar{E}_{tb}, \forall t \in T, \forall k \in K, \forall b \in B. \quad (4)$$

Uma restrição fundamental para o problema de planejamento energético consiste no atendimento da demanda em cada período deste problema, conforme mostrado em (5):

$$\sum_{t \in T} p_{tk}^T + \sum_{h \in H} p_{hk}^H = P_k^D, \forall k \in K. \quad (5)$$

As restrições associadas aos limites operacionais são descritas em :

$$P_h^{Hmin} \leq p_{hk}^H \leq P_h^{Hmax}, \forall h \in H, \forall k \in K, \quad (6)$$

$$P_t^{Tmin} \leq p_{tk}^T \leq P_t^{Tmax}, \forall t \in T, \forall k \in K, \quad (7)$$

$$V_r^{min} \leq v_{rk} \leq V_r^{max}, \forall r \in R, \forall k \in K, \quad (8)$$

$$U_r^{min} \leq u_{rk} \leq U_r^{max}, \forall r \in R, \forall k \in K, \quad (9)$$

$$Q_h^{min} \leq q_{hk} \leq Q_h^{max}, \forall h \in H, \forall k \in K, \quad (10)$$

$$S_r^{min} \leq s_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (11)$$

Além disso, a vazão defluente é definida como a soma das vazões turbinadas por cada unidade e as vazões vertidas, conforme mostrado em (12):

$$u_{rk} = \sum_{h \in U_r} q_{hk} + s_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (12)$$

Outra restrição fundamental para o problema de planejamento energético consiste no balanço de massa de água, conforme mostrado em (13) e (14):

$$v_{rk} = v_{r(k-1)} + \Gamma \left(\psi_{rk} + \sum_{f \in F_r} u_{fk} - u_{rk} \right), \quad (13)$$

$$\forall r \in R, \forall k \in K : k \neq 1$$

$$v_{r1} = V_r + \Gamma \left(\psi_{r1} + \sum_{f \in F_r} u_{f1} - u_{r1} \right), \forall r \in R. \quad (14)$$

Para que as usinas não utilizem de forma não coordenada todos os seus recursos hídricos no período de planejamento, é comum estabelecer alguma forma de coordenação com horizontes de planejamento de mais longo prazo. Isso é feito por meio de restrições de metas de volume final para cada usina, conforme mostrado em:

$$v_{r|K|} \geq V_r^{goal}, \forall r \in R. \quad (15)$$

A função de produção relaciona a entrada de vazão turbinada em cada unidade com a saída de geração de potência ativa nas unidades, conforme mostrado em (16):

$$p_{hk}^H = k_h H_h^A q_{hk}, \forall h \in H, \forall k \in K. \quad (16)$$

Assim, o modelo de planejamento energético completo é mostrado de (2)–(16). Definindo-se as restrições (3)–(16) de forma simplificada, por meio do subconjunto $\Omega(\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}, \Psi)$, podemos representar este problema parametrizado em Ψ e dado por $S(\Psi)$, conforme (17):

$$S(\Psi) \begin{cases} \text{Min}_{\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}} \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{b \in B} \alpha_{tb} e_{tkb} + \gamma_t \\ \text{s.a. :} \\ (\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}) \in \Omega(\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}, \Psi) \end{cases} \quad (17)$$

Este modelo calcula as potências despachadas em cada usina para cada período de tempo (despacho de geração), bem como as variáveis relacionadas à operação hidráulica, representadas pela vazão turbinada, vertida e volumes dos reservatórios de cada usina em cada período de tempo (despacho hidráulico). É importante destacar que as variáveis de decisão calculadas pelo planejamento energético (despachos de geração e hidráulico) dependem das incertezas associadas às vazões afluentes Ψ_{rk} , que serão tratadas na Seção 4.

4. MODELO PROPOSTO

Para o tratamento das incertezas nas vazões afluentes, é proposto neste trabalho a utilização da otimização robusta (OR). Na OR, tais incertezas são representadas por meio do conjunto de incertezas, o qual estabelece uma região do problema de otimização em que o sistema fica “imunizado” contra as aleatoriedades nas vazões afluentes. Na abordagem robusta, busca-se uma solução para o pior caso possível associado à variável incerta, dentro do limite estabelecido pelo conjunto de incertezas. Assim, a abordagem robusta busca uma operação em que haja uma maior segurança contra as incertezas nas vazões afluentes.

A modelagem robusta traz algumas dificuldades na resolução computacional de forma que essas serão tratadas ainda nesta seção.

4.1 Conjunto de Incertezas

O primeiro passo para a descrição de um modelo robusto consiste na definição de seu conjunto de incertezas associado. Para tal, são estabelecidos valores médios associados as variáveis incertas ψ_{rk} dados por $\bar{\psi}_{rk}$, bem como os desvios associados a tais valores médios, dados por $\hat{\psi}_{rk}$, para cada reservatório r e cada período k . Com estes dados estabelecidos, é possível também definir o conjunto de certezas associado a ψ_{rk} , conforme:

$$U_k \left(\bar{\psi}_{rk}, \hat{\psi}_{rk}, \Delta_k \right) = \left\{ \psi_{rk} \in R^{|R|} : \sum_{r \in R} \frac{|\psi_{rk} - \bar{\psi}_{rk}|}{\hat{\psi}_{rk}} \leq \Delta_k, \right. \\ \left. \psi_{rk} \in \left[\bar{\psi}_{rk} - \hat{\psi}_{rk}, \bar{\psi}_{rk} + \hat{\psi}_{rk} \right], \forall r \in R \right\} \quad (18)$$

em que Δ_k é denominado de meta de incerteza, e $|R|$ é o cardinal do conjunto de reservatórios R .

É importante destacar que Δ_k pode assumir valores que variam de 0 a $|R|$. Para $\Delta_k = 0$, o conjunto de incerteza U_k assume um único valor possível, dado pela média $\bar{\psi}_{rk}$, e o problema de otimização se torna portanto, determinístico. Para valores de $\Delta_k = |R|$, o conjunto de incerteza U_k é igual ao hiper-cubo completo definido pelos intervalos para cada ψ_{rk} .

Por fim, a aplicação da abordagem robusta ao problema de planejamento energético consiste em tomar o pior caso (maximização em ψ_{rk}) na região de incerteza definida em (18). Assim, o modelo de PE robusto é definido como P conforme (19). Nota-se que o sub-problema $S(\Psi)$ está interno a P , para valores fixos de Ψ :

$$P \left\{ \begin{array}{l} \text{Max}_{\Psi} \quad \text{Min}_{\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}} \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{b \in B} \alpha_{tb} e_{tkb} + \gamma_t \\ \text{s.a. :} \\ (\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}, \Psi) \in \Omega(\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e}, \Psi) \\ \sum_{r \in R} \frac{|\psi_{rk} - \bar{\psi}_{rk}|}{\hat{\psi}_{rk}} \leq \Delta_k \\ \bar{\psi}_{rk} - \hat{\psi}_{rk} \leq \psi_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K \\ \psi_{rk} \leq \bar{\psi}_{rk} + \hat{\psi}_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K \end{array} \right. \quad (19)$$

Para a solução da estrutura Max-Min em (19), é importante identificar que o problema P é escrito em termos da variável incerta ψ_{rk} e das variáveis primais $(\mathbf{p}, \chi, \mathbf{e})$. Para valores fixos de ψ_{rk} o problema resultante é o modelo de PE determinístico $S(\Psi)$, dado em (17). Reescrevendo-se $S(\Psi)$ na sua forma dual, obtém-se (20), o qual é um problema de maximização em termos das variáveis duais α do PE:

$$S(\Psi) \left\{ \begin{array}{l} \text{Max}_{\alpha} \quad D(\alpha; \Psi) \\ \text{s.a. :} \\ (\alpha^E, \alpha^I) \in \mathcal{U}(\alpha^E, \alpha^I), \\ \alpha = (\alpha^E, \alpha^I) \\ \alpha^I \geq 0; \alpha^E \text{ livre} \end{array} \right. \quad (20)$$

em que $D(\alpha; \Psi)$, $\mathcal{U}(\alpha^E, \alpha^I)$ e α são a função objetivo, o conjunto de restrições e as variáveis do problema dual, respectivamente. O problema dual completo de $S(\Psi)$ está definido em anexo ao final deste artigo.

Reinserindo-se o problema dual $S(\Psi)$ em P , chega-se ao problema (21), em que ocorre uma única estrutura de maximização:

$$P \left\{ \begin{array}{l} \text{Max}_{\Psi, \alpha} \quad D(\alpha, \Psi) \\ \text{s.a. :} \\ (\alpha^E, \alpha^I) \in \mathcal{U}(\alpha^E, \alpha^I) \\ \alpha = (\alpha^E, \alpha^I) \\ \alpha^I \geq 0; \alpha^E \text{ livre} \\ \sum_{r \in R} \frac{|\psi_{rk} - \bar{\psi}_{rk}|}{\hat{\psi}_{rk}} \leq \Delta_k \\ \bar{\psi}_{rk} - \hat{\psi}_{rk} \leq \psi_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K \\ \psi_{rk} \leq \bar{\psi}_{rk} + \hat{\psi}_{rk}, \forall r \in R, \forall k \in K \end{array} \right. \quad (21)$$

A função objetivo $D(\alpha, \Psi)$ possui um termo bilinear dado por $\phi_{rk} \psi_{rk}$. Utilizou-se uma heurística simplificada para a solução deste problema bilinear, a qual é descrita a seguir:

- (1) Fixa-se o valor de ψ (com um valor inicial ou obtido anteriormente) e resolve-se P como um problema linear. Registram-se os valores ótimos de ϕ da função objetivo FO_1 .
- (2) Fixa-se o valor de ϕ com valor obtido no passo anterior e resolve-se P como um problema linear. Registram-se os valores ótimos de ψ e da função objetivo FO_2 .
- (3) Se $|FO_1 - FO_2| < \varepsilon$ então um ponto local ótimo foi encontrado. Senão, volta-se ao Passo 1.

5. RESULTADOS

Os estudos de caso envolvem um sistema teste com duas unidades de geração termelétrica, dez usinas hidrelétricas, sendo elas as seguintes: Corumbá IV, Corumbá III,

Corumbá I, Emborcação, Nova Ponte, Miranda, Capim Branco I, Capim Branco II, Itumbiara, Cachoeira Dourada. Sendo elas numeradas de 1 a 10, respectivamente, na composição do conjunto R . Essas usinas somam um total de 30 unidades de geração. Os estudos compreendem 48 períodos sendo que cada um representa uma semana e foram consideradas quatro semanas a cada mês. As usinas hidrelétricas são conectadas através dos rios Araguari, Corumbá e Paranaíba conforme mostrado na Figura 1. Na mesma imagem também encontra-se os valores de potência, em MW, de cada usina. Vale ressaltar que a usina de Itumbiara está funcionando com algumas de suas unidades geradoras desligadas para este modelo.



Figura 1. Cascata hidráulica dos rios Araguari, Corumbá e Paranaíba do sistema elétrico brasileiro.

As Tabelas 1 e 2 apresentam os dados referentes aos reservatórios das usinas hidrelétricas e a Tabela 3 apresenta dados referentes às unidades geradoras. Estes dados foram retirados do sistema HydroData em Cicogna (2020).

Tabela 1. Dados referentes às usinas hidrelétricas.

| Usinas | S_r^{min} | U_r^{min} | U_r^{max} | H_h^A | k_h |
|--------|-------------|-------------|-------------|---------|----------|
| 1 | 0 | 22 | 624 | 66,8 | 0.009123 |
| 2 | 0 | 27 | 834 | 38,2 | 0.009086 |
| 3 | 0 | 74 | 1710 | 73,5 | 0.008928 |
| 4 | 0 | 73 | 3144 | 130,3 | 0.008731 |
| 5 | 0 | 53 | 1728 | 96,0 | 0.009223 |
| 6 | 0 | 64 | 2025 | 66,4 | 0.009116 |
| 7 | 0 | 65 | 1485 | 55,0 | 0.008829 |
| 8 | 0 | 68 | 1611 | 44,4 | 0.008829 |
| 9 | 0 | 261 | 8820 | 80,2 | 0.008829 |
| 10 | 0 | 273 | 7539 | 30,0 | 0.008730 |

Tabela 2. Dados referentes aos volumes das usinas hidrelétricas [hm³].

| Usinas | V_r | V_r^{goal} | V_r^{min} | V_r^{max} |
|--------|---------|--------------|-------------|-------------|
| 1 | 3177,77 | 3100,12 | 2916,74 | 3833,63 |
| 2 | 752,24 | 735,23 | 683,29 | 942,99 |
| 3 | 888,06 | 676,53 | 471,55 | 1496,44 |
| 4 | 8047,82 | 7280,14 | 4669 | 17724,72 |
| 5 | 4945,75 | 4488 | 2412 | 12792 |
| 6 | 1092,90 | 1003,52 | 974,40 | 1120 |
| 7 | 236,47 | 230,84 | 228,27 | 241,13 |
| 8 | 859,63 | 862,27 | 859,63 | 872,83 |
| 9 | 7743,78 | 7063,80 | 4573 | 17027 |
| 10 | 310,81 | 353,18 | 310,81 | 522,68 |

Tabela 3. Dados referentes às unidades geradoras hidrelétricas.

| Unidades | Q_h^{min} | Q_h^{max} | P_h^{min} | P_h^{max} |
|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1-2 | 0 | 104 | 0 | 63.5 |
| 3 | 0 | 138 | 0 | 47.8 |
| 4 | 0 | 140 | 0 | 48.6 |
| 5-7 | 0 | 190 | 0 | 125 |
| 8 | 0 | 262 | 0 | 298 |
| 9-11 | 0 | 192 | 0 | 170 |
| 12-14 | 0 | 225 | 0 | 136 |
| 15-16 | 0 | 165 | 0 | 80 |
| 17-19 | 0 | 179 | 0 | 70 |
| 20 | 0 | 490 | 0 | 347 |
| 21-22 | 0 | 65 | 0 | 17 |
| 23-25 | 0 | 206 | 0 | 54 |
| 26-28 | 0 | 321 | 0 | 84 |
| 29-30 | 0 | 401 | 0 | 10 |

As unidades termelétricas, numeradas como 1 e 2 na composição do conjunto T , possuem potência mínima de geração P_t^{Tmin} igual a zero e potências máxima de geração P_t^{Tmax} iguais a 150 e 310, respectivamente. Os parâmetros da curva custo de combustíveis de cada unidade termelétrica se dão por $A_t = [0, 03546; 0, 02111]$, $B_t = [38, 3055; 36, 3278]$, $C_t = [1243, 5311; 1658, 5696]$. Já os blocos de potência B , utilizados na linearização da função objetivo, possuem seus respectivos dados apresentados na Tabela 4, além disso os valores do termo constante da linearização γ_t são os mesmos de C_t .

Tabela 4. Blocos de potência da linearização da FO.

| Bloco | Unidade 1 | | Unidade 2 | |
|-------|-----------|---------------|-----------|---------------|
| | E_{1b} | α_{1b} | E_{2b} | α_{2b} |
| 1 | 30 | 39.3693 | 62 | 37.6366 |
| 2 | 30 | 41.4969 | 62 | 40.2543 |
| 3 | 30 | 43.6245 | 62 | 42.8719 |
| 4 | 30 | 45.7521 | 62 | 45.4895 |
| 5 | 30 | 47.8797 | 62 | 48.1072 |

Os valores de potência demandada P_k^D para cada período k são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5. Potência demanda em cada semana de cada mês[MW]).

| Mês(Períodos K) | Potência demandada P_k^D | | | |
|-----------------|----------------------------|--------|--------|--------|
| Jan(1-4) | 2359.5 | 2359.5 | 2359.5 | 2359.5 |
| Fev(5-8) | 2241.5 | 2241.5 | 2241.5 | 2241.5 |
| Mar(9-12) | 2713.4 | 2713.4 | 2713.4 | 2713.4 |
| Abr(13-16) | 2123.5 | 2123.5 | 2123.5 | 2123.5 |
| Mai(17-20) | 1887.6 | 1887.6 | 1887.6 | 1887.6 |
| Jun(21-24) | 2005.5 | 2005.5 | 2005.5 | 2005.5 |
| Jul(25-28) | 1769.6 | 1769.6 | 1769.6 | 1769.6 |
| Ago(29-32) | 2123.5 | 2123.5 | 2123.5 | 2123.5 |
| Set(33-36) | 2005.5 | 2005.5 | 2005.5 | 2005.5 |
| Out(37-40) | 2241.5 | 2241.5 | 2241.5 | 2241.5 |
| Nov(41-44) | 2123.5 | 2123.5 | 2123.5 | 2123.5 |
| Dez(45-48) | 2713.4 | 2713.4 | 2713.4 | 2713.4 |

A partir dos dados fornecidos, o modelo de planejamento energético, dado em (21), foi resolvido utilizando-se a linguagem OPL no software IBM-CPLEX para diferentes valores para a meta de incerteza Δ_k , sendo estes valores $\Delta_k = 0$, quando o problema se torna determinístico, $\Delta_k = 5$, quando o conjunto de incertezas é igual a somente

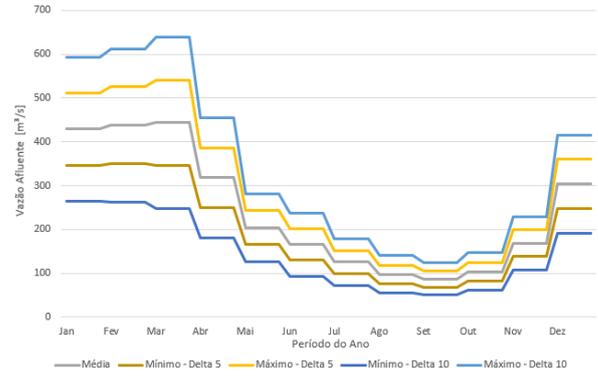


Figura 2. Representação gráfica dos valores possíveis de vazões afluentes na usina de Itumbiara para diferentes valores de Δ_k .



Figura 3. Valores de volume total das usinas hidrelétricas para diferentes valores de Δ_k .

metade de todas as suas possibilidades, e $\Delta_k = 10$, quando o conjunto de incerteza está em sua totalidade. A Figura 2 demonstra os valores possíveis para a vazão afluyente para os diferentes valores de Δ_k para a usina de Itumbiara, percebe-se que os valores da variável ψ_{rk} abrangem uma área maior conforme o valor de Δ_k é incrementado. Vale lembrar que, como o modelo robusto de PE P , conforme mostrado em (21), trata da maximização da FO em função de ψ_{rk} , portanto os menores valores de ψ_{rk} possíveis das variáveis incertas serão os utilizados. Temos pela Figura 2, que os menores valores para cada Δ_k utilizado é o valor resultante de ψ_{9k} , que são as variáveis incertas referentes a usina de Itumbiara.

A Figura 3 mostra os valores obtidos como volume total do sistema estudado para cada valor de Δ_k utilizado. Percebe-se que quando o PE é determinístico, $\Delta_k = 0$, os volumes resultantes são maiores que os das outras metas de incerteza estudadas, isso se dá devido a maior vazão afluyente do modelo. Enquanto isso para os outros percebe-se que o volume para $\Delta_k = 5$ tem volume, em média, um pouco maior que o do $\Delta_k = 10$. Apesar disso todos atingem a meta ao final do horizonte estudado, sendo assim capazes de guardar água para períodos futuros ao horizonte estudado.

As Figuras 4 e 5 mostram os valores de potência total gerada em cada período do ano para as unidades hidrelétricas

e termelétricas, respectivamente. Percebe-se neles que os valores para $\Delta_k = 0$ são zerados para potência termelétrica e toda a demanda é atendida somente por potência hidrelétrica, isso se dá ao maior volume de água disponível, como visto na Figura 2, fazendo que seja possível não ligar as termelétricas em nenhum período do ano. Já para os $\Delta_k = 5$ e 10, percebe-se que as termelétricas ficam ligadas em todos os períodos devido a falta de água disponível. Entre elas quando $\Delta_k = 10$ as termelétricas geram quase o seu valor máximo o ano todo, salvo um único período.

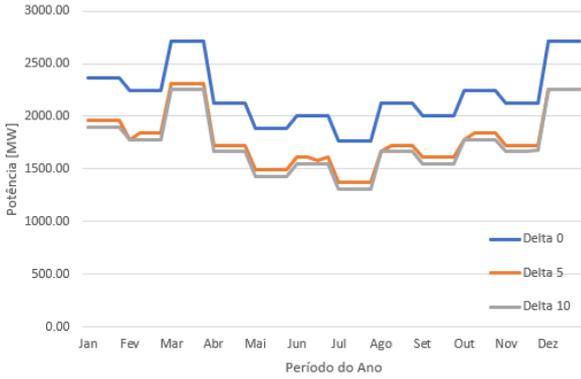


Figura 4. Valores de potência total gerada pelas unidades hidrelétricas para diferentes valores de Δ_k .

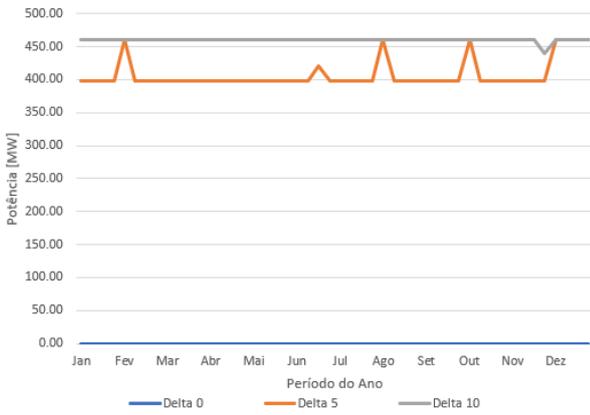


Figura 5. Valores de potência total gerada pelas unidades termelétricas para diferentes valores de Δ_k .

Os valores da FO obtidos para cada valor de $\Delta_k = 0, 5$ e 10 são, respectivamente, 2902, 833726 e 953988. Podemos perceber que esses valores são coerentes com os resultados obtidos nas Figuras 3 – 5, pois as unidades termelétricas não são ligadas quando $\Delta_k = 0$, logo o valor FO resulta somente no termo independente.

Por fim foi feito um teste em relação a segurança garantida por cada um dos valores de Δ_k . Utilizando os valores resultantes de q_{hk} e p_{tk}^T do modelo P de cada um dos Δ_k foram feitas simulações do sistema com as decisões feitas e utilizando um valor aleatório de para ψ_{rk} que esteja dentro do conjunto de incertezas. Foram feitas 100 simulações para cada um dos valores obtidos e os resultados foram: 0 simulações infactíveis para $\Delta_k = 10$, 0 simulações infactíveis para $\Delta_k = 5$ e 99 simulações infactíveis para $\Delta_k = 0$.

Com isso foi possível perceber que ainda que o problema P , sendo resolvido pela forma determinística com $\Delta_k = 0$, tenha um custo muito baixo ele não é capaz de prevenir quase nenhum caso adverso de vazão afluyente, enquanto nos outros casos temos preços que parecem muito caros mas são capazes de prevenir todas as possibilidades de vazões afluyentes dentro de seu conjunto de incertezas.

6. CONCLUSÕES

Este artigo propõe um modelo de planejamento energético em sistemas hidrotérmicos com modelagem baseada em otimização robusta. O modelo tem como objetivo tratar as incertezas de um sistema hidrotérmico, que são as vazões afluyentes, de forma que se obtenha uma certa “imunidade” contra elas, oferecendo como vantagem segurança e confiabilidade ao sistema. A modelagem proposta foi implementada utilizando-se a linguagem OPL na plataforma IBM-CPLEX. Nos resultados buscou-se avaliar as diferenças das decisões obtidas quando diferentes metas de incertezas são utilizadas, avaliando, dessa forma, as variáveis de potência e de volume, os valores de custo e suas capacidades de prevenção das incertezas. Mostrou-se por meio de simulações das decisões obtidas pelo modelo que a abordagem robusta é efetivamente capaz de “imunizar” as decisões do sistema contra casos adversos nas vazões afluyentes dentro do conjunto de incertezas previamente estabelecido.

ANEXOS

O problema dual associado a $S(\Psi)$, dado em (17), é mostrado a seguir com sua função objetivo sendo (22), suas restrições (23) – (30) e suas definições de variáveis em (31) – (32):

$$\begin{aligned}
 D(\gamma) = & \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \pi_{tk}^{Tmin} P_t^{Tmin} \\
 & - \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \pi_{tk}^{Tmax} P_t^{Tmax} - \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{b \in B} \kappa_{tkb}^{max} \bar{E}_{tkb} \\
 & + \sum_{k \in K} \mu_k (P_k^D - P_k^{SH}) + \sum_{h \in H} \sum_{k \in K} \pi_{hk}^{Hmin} P_h^{Hmin} \\
 & - \sum_{h \in H} \sum_{k \in K} \pi_{hk}^{Hmax} P_h^{Hmax} + \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \nu_{rk}^{min} V_r^{min} \\
 & - \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \nu_{rk}^{max} V_r^{max} + \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \sigma_{rk}^{min} U_r^{min} \\
 & - \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \sigma_{rk}^{max} U_r^{max} + \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} \theta_{rk}^{min} S_r^{min} \\
 & + \sum_{h \in H} \sum_{k \in K} \tau_{hk}^{min} Q_h^{min} - \sum_{h \in H} \sum_{k \in K} \tau_{hk}^{max} Q_h^{max} \\
 & + \sum_{r \in R} \sum_{k \in K: k \neq 1} \phi_{rk} \Gamma \psi_{rk} + \sum_{r \in R} \phi_{r1} (V_r + \Gamma \psi_{r1}) \\
 & + \sum_{r \in R} \phi_r^{goal} V_r^{goal}.
 \end{aligned} \tag{22}$$

$$\mu_k + \pi_{tk}^T + \pi_{tk}^{Tmin} - \pi_{tk}^{Tmax} = 0, \forall t \in T, \forall k \in K. \tag{23}$$

$$\kappa_{tkb}^{min} - \kappa_{tkb}^{max} - \pi_{tk}^T = \alpha_{tkb}, \forall t \in T, \forall k \in K, \forall b \in B. \tag{24}$$

$$\mu_k + \pi_{hk}^{Hmin} - \pi_{hk}^{Hmax} + \pi_{hk}^H = 0, \forall h \in H, \forall k \in K. \tag{25}$$

$$\nu_{rk}^{min} - \nu_{rk}^{max} + \phi_{rk} - \phi_{r(k+1)} = 0, \tag{26}$$

$$\forall r \in R, \forall k \in K : k \neq |K|$$

$$\nu_{r|K}^{min} - \nu_{r|K}^{max} + \phi_{r|K} + \phi_r^{goal} = 0, \forall r \in R \quad (27)$$

$$\theta_{rk}^{min} - \delta_{rk} = 0, \forall r \in R, \forall k \in K. \quad (28)$$

$$\tau_{hk}^{min} - \tau_{hk}^{max} - \delta_{rk} - k_h H_h^A \pi_{hk}^H = 0, \quad (29)$$

$$\forall r \in R, \forall h \in U_r, \forall k \in K.$$

$$\sigma_{rk}^{min} - \sigma_{rk}^{max} + \delta_{rk} + \Gamma \phi_{rk} - \sum_{j \in J_r} \Gamma \phi_{jk} = 0, \quad (30)$$

$$\forall r \in R, \forall k \in K$$

$$\alpha^I \geq 0; \alpha^E \text{ livre} \quad (31)$$

$$\alpha^I = \begin{bmatrix} \pi_{tk}^{Tmin}, \pi_{tk}^{Tmax}, \kappa_{tkb}^{min}, \kappa_{tkb}^{max}, \\ \pi_{hk}^{Hmin}, \pi_{hk}^{Hmax}, \nu_{rk}^{min}, \nu_{rk}^{max}, \sigma_{rk}^{min}, \\ \sigma_{rk}^{max}, \theta_{rk}^{min}, \tau_{hk}^{min}, \tau_{hk}^{max}, \phi_r^{goal} \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$\alpha^E = [\pi_{tk}^T, \pi_{hk}^H, \mu_k, \delta_{rk}, \phi_{rk}]$$

REFERÊNCIAS

- Arenales, M., Armentano, V., Morabito, Reinaldo, and Yanasse, Horacio (2007). *Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia*. Rio de Janeiro/RJ.
- Cicogna, M.A. (2020). HydroByte Software, <https://hydrobyte.com.br/site/en/company>.
- Labadie, J.W. (2004). Optimal Operation of Multireservoir Systems: State-of-the-Art Review. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 130(2), 93–111. doi:10.1061/(ASCE)0733-9496(2004)130:2(93). Publisher: American Society of Civil Engineers.
- Pereira, M. and Pinto, L. (1982). A Decomposition Approach to the Economic Dispatch of Hydrothermal Systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101(10), 3851–3860. doi:10.1109/TPAS.1982.317035.
- Pereira, M. and Pinto, L. (1983). Application of Decomposition Techniques to the Mid - and Short - Term Scheduling of Hydrothermal Systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-102(11), 3611–3618. doi:10.1109/TPAS.1983.317709.
- Pereira, M. and Pinto, L. (1991). Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming*, 52(1-3), 359–375. doi:10.1007/BF01582895.
- Zambelli, M., Soares Filho, S., Toscano, A.E., Santos, E.d., Filho, S., and Da, D. (2011). NEWAVE versus ODIN: comparison of stochastic and deterministic models for the long term hydropower scheduling of the interconnected brazilian system. *Sba Controle e Automacao - Sociedade Brasileira de Automatica*, 22(6), 598–609. doi: 10.1590/S0103-17592011000600005.