

# Controle baseado em observador-preditor com atenuação de perturbações para sistemas discretos com atraso<sup>★</sup>

Gabriel F. Machado, Juliana S. Barros, Bismark C. Torrico,  
Fabrício G. Nogueira \*

\* Departamento de Engenharia Elétrica,  
Universidade Federal do Ceará, CE,  
e-mails: gabrielfreitas@alu.ufc.br, julianasobral@alu.ufc.br,  
bismark@dee.ufc.br, fnogueira@ufc.br

---

**Abstract:** In this work, a control structure based on an observer-predictor for discrete time-delay systems is proposed. This strategy allows attenuating both polynomial and sinusoidal disturbances with known frequencies at steady-state from the process output. For this purpose, first, an extended observer-predictor based on the disturbance model is used to estimate the process states with zero error at the steady-state. Then, a predictor-based state-feedback gain is computed to obtain the desired setpoint response. Finally, to evaluate the performance of the proposed controller, it is compared through simulations with another recently published controller.

**Resumo:** Neste trabalho, uma estrutura de controle baseada em um observador-preditor é proposta para sistemas discretos de atraso. Esta estratégia permite atenuar tanto perturbações polinomiais quanto senoidais com frequências conhecidas em regime estacionário a partir da saída do processo. Para este fim, primeiro, é utilizado um observador-preditor estendido baseado no modelo de perturbação para estimar os estados do processo com erro zero no regime estacionário. Em seguida, é calculado um ganho de realimentação de estados baseado em preditor para obter a resposta à referência desejada. Finalmente, para avaliar o desempenho do controlador proposto, este é comparado através de simulações com outro controlador recentemente publicado.

*Keywords:* Time-delay systems; Extended state-observer; Predictor-based feedback; Disturbance attenuation; Discrete-time systems

*Palavras-chaves:* Sistemas com atraso; Observador de estados estendido; Realimentação baseada em preditor; Atenuação de perturbação; Sistemas de tempo discreto;

---

## 1. INTRODUÇÃO

Em diversas áreas da ciência como engenharia, biologia e economia, sistemas com atraso são utilizados para modelar processos dinâmicos (Gu et al., 2003), o que indica também sua importância para a teoria de controle. Esses tipos de sistema ocorrem amplamente nos sistemas devido a várias causas, seja por uma propriedade intrínseca de sua dinâmica ou por conta de uma ação de controle por realimentação. Assim, o desafio de adquirir, criar e executar informações para controlar esses sistemas é comumente enfrentado em um sistema de controle (Fridman, 2014).

Uma das primeiras estratégias para compensar os efeitos do atraso em um sistema de controle de malha fechada foi elaborada por Smith (1957), esta baseada na ideia de realimentação da saída de um modelo do processo sem atraso. Em sua filosofia, inclui-se uma realimentação

também do erro entre as saídas do processo e do modelo interno utilizado para as predições.

Alternativamente, o método de Manitius and Olbrot (1979) fundamenta-se em uma análise no domínio do tempo e apresenta uma extensão para as aplicações nos casos de sistemas instáveis em malha aberta e de múltiplas entradas e saídas. Assim, enquanto a primeira proposta utiliza um modelo do sistema, a segunda propõe a substituição das predições por um controle linear com o qual a malha fechada se comporta como um sistema livre do atraso e tem espectro finito após um tempo finito.

Uma terceira técnica que também estende a ideia do preditor para sistemas instáveis em malha aberta é o método de redução de Artstein (1982). Este se concentra na geração das predições dos estados a partir de uma representação transformada do espaço de estados, que considera a evolução das predições. Naturalmente, essas técnicas introduziram uma nova área de estudo dentro da teoria de controle de sistemas com atraso denominada controle baseado em preditor.

---

\* Os autores reconhecem o suporte financeiro das agências de fomento à pesquisa: CAPES, CNPq (445435/2020-8, 313000/2021-2 e 422633/2021-6) e FUNCAP (09779122/2021).

A capacidade de compensar longos atrasos é apontada como a principal vantagem do controle baseado em preditores em comparação a outros métodos, como por exemplo os que envolvem o procedimento de análise de estabilidade de Lyapunov-Krasovskii (Fridman, 2014; Gu et al., 2003). De fato, um esquema para gerar as previsões dos estados e o efeito na realimentação destas é uma solução ativa na compensação do atraso, independente de sua magnitude. Um desenvolvimento detalhado dos fundamentos e uma extensa apresentação dos principais trabalhos para diferentes classes de problemas utilizando essa técnica podem ser encontrados em Deng et al. (2022).

Diversos esquemas de previsão têm sido propostos recentemente, preocupando-se principalmente com o problema da atenuação de perturbações. Um dos trabalhos mais citados neste tema e que, talvez, tenha sido responsável por colocar em destaque os métodos de controle baseado em preditores nos últimos sete anos foi o de Léchappé et al. (2015b). Nele, a proposta do esquema de previsão utilizado no método de Artstein com a inclusão de uma estimativa das perturbações desconhecidas obteve sucesso em reduzir eficientemente erros de previsão.

Essa estratégia é no mínimo interessante, e o trabalho de Wu and Wang (2021) utiliza seu fundamento para formular, em sistemas de tempo discreto, a técnica de sucessivos esquemas de previsão, os quais consideram a adição de termos de correção obtidos com base no erro de previsão do esquema antecedente.

Os esquemas de previsão de Wu and Wang (2021) demonstram eficiência quando presentes perturbações constantes. No caso de perturbações senoidais o erro de previsão é reduzido consideravelmente em comparação ao esquema utilizado no método de Artstein. Portanto, consiste em uma abordagem eficiente para o problema de compensação do atraso com atenuação de perturbações e pode ser considerado de grande importância na área.

Nesse contexto, surgem também as estratégias que unem a estimativa dos estados do processo e das perturbações aos esquemas de previsão, denominadas estruturas de observador-preditor (Albertos and García, 2012; Léchappé et al., 2015a; Hao et al., 2017; González and García, 2021).

Em particular, observadores lineares tais como o de Luenberger, utilizado em Hao et al. (2019), ou baseados no filtro de Kalman, considerado por Lima et al. (2021), dispõem de uma síntese menos complexa, além da vantagem do princípio da separação na realimentação das previsões.

Diante disso, este trabalho apresenta uma estrutura de controle baseada em um observador-preditor, para atenuar perturbações e controlar a saída com a realimentação dos estados preditos. Nela, o observador-preditor baseado no modelo de perturbações é utilizado para estimar os estados e compensar o atraso em malha fechada, com base na teoria do controle baseado em preditor.

O controlador proposto é comparado ao trabalho de Wu and Wang (2021) em exemplos de simulação e mostra melhor desempenho nas previsões de perturbações polinomiais e senoidais conhecidas. Ademais, os objetivos de atenuação dessas perturbações e de seguimento de referências constantes são alcançados com a estrutura proposta,

demonstrando a eficiência não só na elaboração das previsões, mas também no controle da saída do sistema discreto.

O restante do texto está organizado como segue: a Seção 2 apresenta a estrutura de controle proposta, na Seção 3 são apresentados os resultados de comparação por meio de exemplos de simulação e a Seção 4 finaliza o texto com as conclusões do trabalho.

A seguir, é apresentada a notação utilizada neste trabalho e a definição do tipo de sistema tratado pela estrutura de controle proposta.

### 1.1 Notação

Define-se  $I_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$  a matriz identidade e  $0_{n \times m} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  uma matriz de zeros. Um sinal discreto de dimensão vetorial  $n \times 1$  é definido como  $x(k) = [x_1(k) \dots x_n(k)]^T \in \mathbb{R}^n$  para todo o tempo  $k$ . Para um sinal  $x(k) : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $q^{-1}$  é o operador atraso tal que  $q^{-1}x(k) = x(k-1)$ . A Transformada  $\mathcal{Z}$  de uma sequência  $x(k)$  é representada por  $\mathcal{Z}\{x(k)\} = X(z)$  e, portanto,  $\mathcal{Z}\{q^{-1}x(k)\} = z^{-1}X(z)$ , com  $z \in \mathbb{C}$ . A norma-2 de um sinal  $x(k)$  é definida como  $\|x(k)\|_2 := (\sum_{i=1}^n |x_i(k)|^2)^{1/2}$ .

### 1.2 Sistema discreto com atraso na entrada

O sistema discreto linear invariante no tempo (LIT) com atraso na entrada é descrito pelas equações a diferenças:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B(u(k-d) + w(k)), \\ u(k) = u_0(k), \quad k \in [-d, -1], \\ y(k) = Cx(k), \end{cases} \quad (1)$$

onde  $x(k) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(k) \in \mathbb{R}$ ,  $w(k) \in \mathbb{R}$ ,  $y(k) \in \mathbb{R}^m$  e  $d$  representam os estados, a entrada, a perturbação, as saídas e o atraso discreto, respectivamente. As dimensões das matrizes que representam esse sistema são deduzidas pelas dimensões de estados e sinais e, definidos  $x(0)$  e  $u_0(k)$  (termos que definem a condição inicial), a solução do sistema discreto é calculada recursivamente para  $k \geq 0$ .

## 2. ESTRUTURA DE CONTROLE

### 2.1 Perturbações conhecidas e Princípio do Modelo Interno

Assume-se que, mesmo em geral desconhecida,  $w(k)$  satisfaz alguma sequência do tipo:

$$w(k) = \frac{(kT_s)^{r-1}w_0}{k^{r-1}!} + \sum_{i=0}^p \alpha_i \sin(\omega_i kT_s + \beta_i), \quad (2)$$

onde  $r$ ,  $p$ ,  $\omega_i$  e  $T_s$  são, respectivamente, a ordem de uma componente polinomial do sinal de perturbação, o número de componentes senoidais, a  $i$ -ésima frequência senoidal associada a estas componentes e o período de amostragem. Supõe-se, ainda, que as frequências senoidais  $\omega_i$  são conhecidas e as amplitudes  $w_0$ ,  $\alpha_i$  e as fases  $\beta_i$  não são incorporadas no modelo de perturbações.

Define-se o operador:

$$\Delta := (1 - q^{-1})^r \prod_{i=1}^p (1 - 2 \cos(\omega_i T_s) q^{-1} + q^{-2}) \quad (3)$$

e um sistema:

$$\Delta^{-1} := \left[ \begin{array}{c|c} A_\delta & B_\delta \\ \hline C_\delta & 1 \end{array} \right], \quad (4)$$

representado em espaço de estados, equivalente a:

$$\begin{cases} x_\delta(k+1) = A_\delta x_\delta(k) + B_\delta \Delta u(k), \\ u(k) = C_\delta x_\delta(k) + \Delta u(k), \end{cases} \quad (5)$$

onde  $x_\delta \in \mathbb{R}^h$  :  $h = r + 2p$  é o estado desse sistema e  $\Delta u(k)$  é o resultado do operador  $\Delta$  em  $u(k)$ .

Ao considerar a Transformada  $\mathcal{Z}$  de (5), a relação entre  $u(k)$  e  $\Delta u(k)$  no domínio da frequência é dada por:

$$\mathcal{Z} \left\{ \frac{u(k)}{\Delta u(k)} \right\} = \mathcal{Z} \{ \Delta^{-1} \} = \frac{1}{(1-z^{-1})^r \prod_{i=1}^p (1-2\cos(\omega_i T_s)z^{-1} + z^{-2})}, \quad (6)$$

verifica-se que (5) é a aplicação inversa de  $\Delta$  ao sinal  $\Delta u(k)$  representada em espaço de estados para recuperar  $u(k)$ .

Portanto, (5) inclui os modos de (2) em  $u(k)$  para controlar a saída em regime, resultando em uma lei de controle dinâmica. Por exemplo, considerando uma perturbação constante, temos que  $\Delta^{-1}$  representa um sistema em espaço de estados de um integrador discreto e a sua inclusão na lei de controle resulta na atenuação de  $w(k)$  constante. O mesmo pode ser verificado para o caso de perturbação senoidal.

Sumariamente, isso corresponde ao Princípio do Modelo Interno (Francis and Wonham, 1976), que permite eliminar em regime permanente os efeitos das perturbações na saída a partir da inclusão dos modos característicos daquelas no ganho de malha do sistema de controle.

Dessa forma, para rejeitar perturbações constantes ( $r = 1$  e  $p = 0$ ), faz-se  $A_\delta = B_\delta = C_\delta = 1$  e para uma perturbação senoidal ( $r = 0$  e  $p = 1$ ) de frequência  $\omega$ , tem-se que:

$$\begin{aligned} A_\delta &= \begin{bmatrix} 2\cos(\omega T_s) & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_\delta = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ C_\delta &= [2\cos(\omega T_s) \quad -1]. \end{aligned} \quad (7)$$

## 2.2 Observador de estados estendido

Um observador estendido é definido por:

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}\Delta u(k-d) + L(y(k) - \hat{y}(k)), \\ \hat{y}(k) = \tilde{C}\tilde{x}(k), \end{cases} \quad (8)$$

onde  $\tilde{x}(k) = [\hat{x}^\top(k) \quad \hat{x}_\delta^\top(k)]^\top$ ,  $\hat{y}(k) \in \mathbb{R}^m$  e  $L \in \mathbb{R}^{(n+h) \times m}$  :  $L = [L_x^\top \quad L_\delta^\top]^\top$  são, respectivamente, os estados, a saída estimada e o ganho do observador e as matrizes definidas como:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & BC_\delta \\ 0_{h \times n} & A_\delta \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ B_\delta \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = [C \quad 0_{m \times h}]. \quad (9)$$

O observador estendido é utilizado para estimar os estados  $x(k)$  e  $x_\delta(k)$  a partir da medição da saída  $y(k)$ .

As matrizes que o definem o observador estendido são obtidas a partir da representação em espaço de estados de um sistema aumentado. Primeiro, considera-se a associação em série das funções de transferência do sistema (1) e de (5), utilizando a Transformada  $\mathcal{Z}$ . Em seguida, é obtida a realização mínima em espaço de estados da planta, com entrada  $\Delta u(k-d)$  e saída  $y(k)$ , onde as matrizes  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{C}$  são escritas como em (9), sem perda de generalidade.

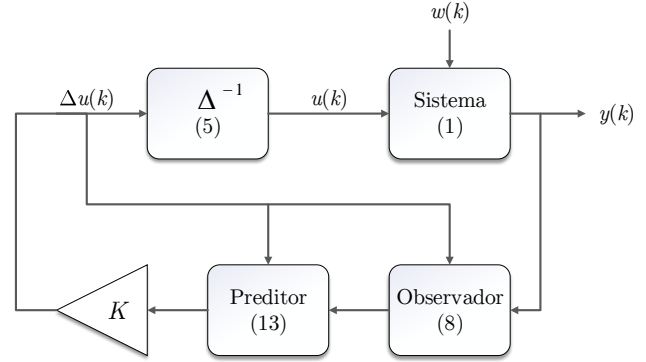


Figura 1. Diagrama representativo da estrutura de controle proposta para o problema de regulação.

O sistema aumentado que representa a planta é representado por:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ x_\delta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & BC_\delta \\ 0_{h \times n} & A_\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x_\delta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ B_\delta \end{bmatrix} \Delta u(k-d), \\ y(k) = [C \quad 0_{m \times h}] \begin{bmatrix} x(k) \\ x_\delta(k) \end{bmatrix}, \end{cases}$$

onde, levando em conta que a matriz de estado é diagonal superior, os autovalores de  $A_\delta$  aparecem explicitamente na dinâmica da planta e, no domínio da frequência, tem-se que:

$$\frac{Y(z)}{\Delta U(z)} = \tilde{C} (zI_{n+h} - \tilde{A})^{-1} \tilde{B} z^{-d}$$

## 2.3 Preditor proposto

A solução clássica para a compensação do atraso em (1) por uma realimentação dos estados do processo é tal que:

$$u(k) = Kx(k+d). \quad (10)$$

Utilizando o observador estendido, para a compensação do atraso da planta,  $\Delta u(k)$  em (5) é dado por uma realimentação com predição dos estados observados  $d$  amostras à frente, ou seja:

$$\Delta u(k) = K\tilde{x}(k+d), \quad (11)$$

onde  $K \in \mathbb{R}^{1 \times (n+h)}$  :  $K = [K_x \quad K_\delta]$ . Assim, a lei de controle é obtida como:

$$\begin{aligned} u(k) &= C_\delta \hat{x}_\delta(k) + K\tilde{x}(k+d) \\ &= C_\delta \hat{x}_\delta(k) + [K_x \quad K_\delta] \begin{bmatrix} \hat{x}(k+d) \\ \hat{x}_\delta(k+d) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (12)$$

A predição dos estados gerados pelo observador é proposta como:

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k+d) &= \tilde{A}^d \tilde{x}(k) + \sum_{i=1}^d \tilde{A}^{i-1} \tilde{B} \Delta u(k-i) + \\ &+ \tilde{A}^{d-1} L (y(k) - \tilde{C}\tilde{x}(k)). \end{aligned} \quad (13)$$

A estrutura de controle proposta é finalmente definida pelo sistema de equações (14) e apresentada na Fig. 1 em formato de diagrama de blocos simplificado.

### 2.4 Projeto dos ganhos do observador e de realimentação de estados

Seja o par  $(\tilde{A}, \tilde{C})$  observável e  $\lambda_o := \{\lambda_{oi} : i = 1, \dots, n+h\}$  o conjunto de autovalores de  $\tilde{A} - L\tilde{C}$ , o projeto de  $L$  é realizado tal que  $|\lambda_{oi}| < 1 \forall \lambda_{oi} \in \lambda_o$ .

Dessa maneira, tem-se que, em regime estacionário,  $[x^\top(k) \ x_\delta^\top(k)]^\top - [\hat{x}^\top(k) \ \hat{x}_\delta^\top(k)]^\top \rightarrow 0$  para algum  $k$ .

Considerando o projeto adequado do observador estendido, tem-se que  $y(k) - \hat{y}(k) \rightarrow 0$ . Logo, seja  $\hat{x}(k+d)$  a predição exata obtida recursivamente, então  $[x^\top(k+d) \ x_\delta^\top(k+d)]^\top - [\hat{x}^\top(k+d) \ \hat{x}_\delta^\top(k+d)]^\top \rightarrow 0$ . Desse modo, o erro de predição dos estados converge assintoticamente para zero em regime estacionário com um projeto adequado de  $L$ .

Para a estabilização assintótica da saída, seja o par  $(\tilde{A}, \tilde{B})$  controlável, o projeto de  $K$  é realizado tal que os autovalores da matriz  $\tilde{A} + \tilde{B}K$  no conjunto  $\lambda_c := \{\lambda_{ci} : i = 1, \dots, n+h\}$  satisfazem  $|\lambda_{ci}| < 1 \forall \lambda_{ci} \in \lambda_c$ .

Portanto, uma condição suficiente para o controle baseado no observador-preditor estendido é que as matrizes  $\tilde{A} - L\tilde{C}$  e  $\tilde{A} + \tilde{B}K$  sejam Schur estáveis, ou seja, que  $|\lambda_{oi}| < 1 \forall \lambda_{oi} \in \lambda_o$  e  $|\lambda_{ci}| < 1 \forall \lambda_{ci} \in \lambda_c$ .

## 3. RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados resultados numéricos de simulação do observador-preditor proposto em comparação ao trabalho de Wu and Wang (2021).

No exemplo utilizado, o sistema discreto (1) é definido com:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3,2 & -1,4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

condições iniciais  $x(0) = [1,5 \ 1,0]^\top$  e atraso  $d = 5$ . O período de amostragem é  $T_s = 1$  e a lei de controle  $u(k) = [-3,14 \ 1,50] x(k)$  é utilizada em Wu and Wang (2021), e estabiliza o sistema sem atraso. Ademais, o ganho de realimentação utilizado admite uma alocação dos autovalores  $\lambda_c = \{-0,2, 0,3\}$ , que será utilizado nos exemplos.

Os resultados numéricos de simulação são utilizados para comparar a predição e a atenuação de perturbação constante e de perturbação senoidal entre os dois controladores. Nos exemplos utilizados, as perturbações satisfazem as condições do Teorema 1 de Wu and Wang (2021).

Nas comparações desta seção, é utilizada a norma-2 do erro de predição  $x(t+d) - \hat{x}(k)$  com o objetivo de avaliar a qualidade das predições de cada método. Ainda, a norma-2 dos estados da planta é apresentada para comparar a eficiência de cada estrutura de controle na atenuação das perturbações.

Por fim, é apresentada a solução para seguimento de referências constantes e um exemplo no domínio do tempo do controle da saída para o valor desejado e da atenuação de perturbação senoidal com a estrutura de controle proposta.

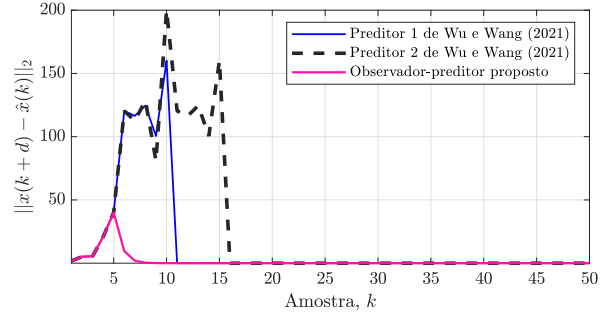


Figura 2. Norma-2 do erro de predição para o caso de perturbação constante.

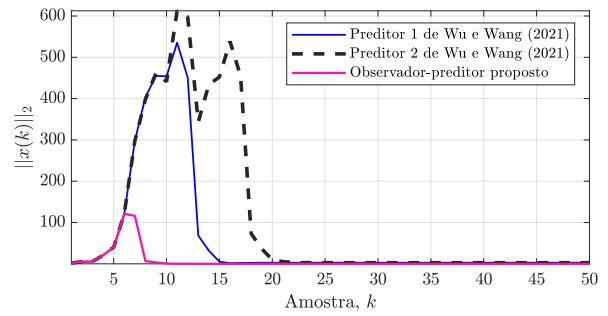


Figura 3. Norma-2 dos estados para o caso de perturbação constante.

### 3.1 Perturbações constantes

Seja a perturbação constante:

$$w(k) = 1,6, \quad \forall k \geq 0, \quad (16)$$

o sistema (5) é definido com  $A_\delta = B_\delta = C_\delta = 1$ .

O ganho do observador-preditor é projetado para que os autovalores do observador na malha fechada sejam  $\lambda_o = \{0,2, 0,2, 0\}$  e o ganho de realimentação é calculado tal que  $\lambda_c = \{-0,2, 0,3, 0\}$ .

Portanto,  $L$  e  $K$  são calculados, respectivamente, como:

$$L = \begin{bmatrix} -0,20 & 3,20 & 0,00 \\ 1,00 & -0,70 & 0,72 \end{bmatrix}^\top, \quad (17)$$

$$K = [-3,14 \ 1,50 \ 1,00].$$

A Fig. 2 apresenta a norma-2 do erro de predição rapidamente convergindo a zero com o observador-preditor proposto. Além disso, o efeito da perturbação no erro de predição é muito menor em comparação aos preditores de Wu and Wang (2021).

Na Fig. 3 é apresentada a comparação do desempenho na atenuação da perturbação, quantificado pela norma-2 dos estados. Neste resultado, o observador-preditor proposto apresenta menor norma dos estados e reduz o efeito da perturbação na parte transitória da resposta.

### 3.2 Perturbações senoidais

Dada a perturbação senoidal:

$$w(k) = 0,6 \sin(1,35 k), \quad \forall k \geq 0, \quad (18)$$

o sistema (5) é definido por:

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = \begin{bmatrix} A+BK_x - L_x C & BC_\delta + BK_\delta \\ B_\delta K_x - L_\delta C & A_\delta + B_\delta K_\delta \end{bmatrix} \tilde{x}(k) + \begin{bmatrix} L_x \\ L_\delta \end{bmatrix} y(k), \\ \tilde{x}(k+d) = \tilde{A}^d \tilde{x}(k) + \sum_{i=1}^d \tilde{A}^{i-1} \tilde{B} \Delta u(k-i) + \tilde{A}^{d-1} L (y(k) - \tilde{C} \tilde{x}(k)), \\ u(k) = C_\delta \hat{x}_\delta(k) + K \tilde{x}(k+d) \end{cases} \quad (14)$$

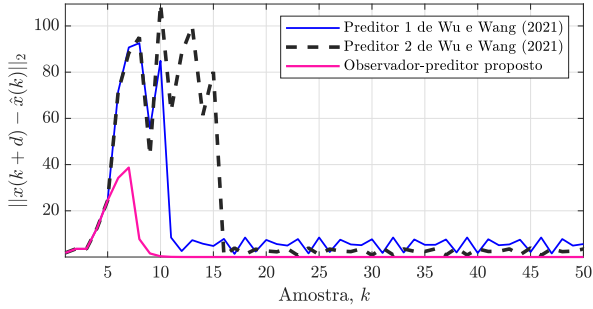


Figura 4. Norma-2 do erro de predição para o caso de perturbação senoidal.

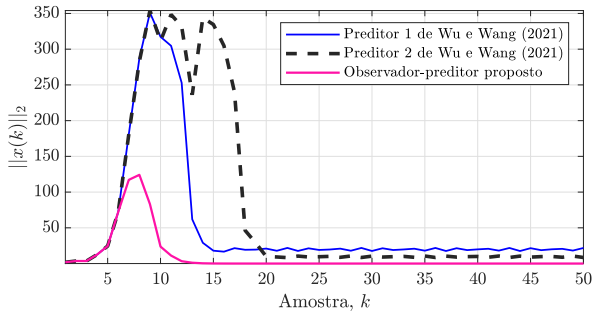


Figura 5. Norma-2 dos estados para o caso de perturbação senoidal.

$$\begin{aligned} A_\delta &= \begin{bmatrix} 2 \cos(1,35) & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_\delta = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ C_\delta &= [2 \cos(1,35) \quad -1]. \end{aligned} \quad (19)$$

Neste caso,  $L$  e  $K$  são obtidos para o projeto da estrutura com os autovalores de malha fechada  $\lambda_o = \{0,2, 0,2, 0, 0\}$  e  $\lambda_c = \{-0,2, 0,3, 0, 0\}$ , o que resulta em:

$$\begin{aligned} L &= \begin{bmatrix} -0,200 & 3,200 & -0,000 & -0,000 \\ 1,000 & -1,1620 & 0,238 & 1,000 \end{bmatrix}^\top, \\ K &= [-3,140 \quad 1,500 \quad -0,438 \quad 1,000]. \end{aligned} \quad (20)$$

A Fig. 4 apresenta a norma-2 do erro de predição. Na comparação, o erro de predição converge rapidamente a zero e o efeito da perturbação nas predições é menor com o observador-preditor proposto.

O erro de predição zero em regime estacionário evidencia a qualidade das predições com a estrutura proposta. Como resultado, o controlador efetivamente atenua a perturbação quando realimentadas as predições.

A norma-2 dos estados é apresentada na Fig. 5 e mostra que a perturbação é atenuada completamente com o esquema proposto, mas não pelos preditores de Wu and Wang (2021).

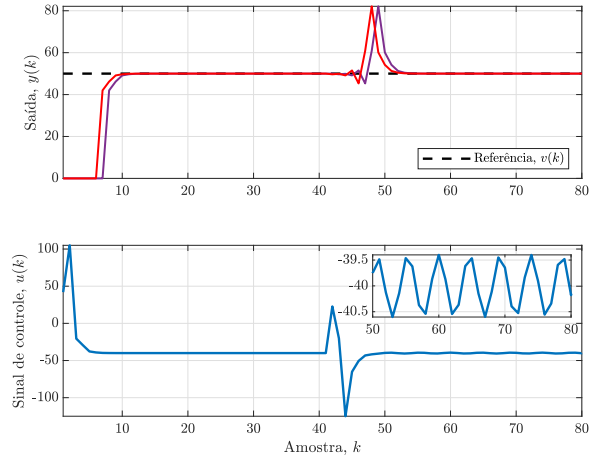


Figura 6. Saída e sinal de controle para o caso de seguimento da referência e com adição de perturbação senoidal.

### 3.3 Seguimento de referências constantes

Um sinal  $v(k) \in \mathbb{R}^m$  é definido como:

$$v(k) = v_0, \quad \forall k \geq 0 \quad (21)$$

onde  $v_0 \in \mathbb{R}^m$  é a referência constante e o seguimento desta é obtido fazendo:

$$\Delta u(k) = K \tilde{x}(k+d) + K_v v(k), \quad (22)$$

onde  $K_v \in \mathbb{R}^{1 \times m}$  é calculado como:

$$K_v = \left( \tilde{C} \left( I_{n+h} - (\tilde{A} + \tilde{B}K) \right)^{-1} \tilde{B} \right)^{-1}. \quad (23)$$

Portanto, a lei de controle para seguimento da referência é obtida como:

$$u(k) = C_\delta \hat{x}_\delta(k) + K \tilde{x}(k+d) + K_v v(k). \quad (24)$$

No exemplo com perturbação senoidal, o ganho de realimentação  $K$  e as matrizes aumentadas (9) são utilizados para calcular o ganho de referência:

$$K_v = [0 \quad 0,84]. \quad (25)$$

Uma referência desejada para a saída é inserida na estrutura de controle e escolhida como:

$$v(k) = [50 \quad 50]^\top, \quad \forall k \geq 0. \quad (26)$$

A Fig. 6 mostra a saída  $y(k)$  do sistema na malha fechada e o sinal de controle  $u(k)$ , onde a perturbação senoidal (18) é adicionada em  $k = 40$  e as condições iniciais são nulas ( $x(0) = [0 \quad 0]^\top$ ).

Neste resultado, o ganho de realimentação  $K$  define a dinâmica da resposta, enquanto  $K_v$  garante erro zero em regime estacionário no seguimento da referência.

Constata-se que, pelo uso de um ganho de referência na estrutura, o controlador é capaz não só de atenuar perturbações, mas também de efetivamente controlar a saída para um valor constante desejado.

#### 4. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi proposta uma estrutura de controle baseada em observador-preditor com atenuação de perturbações para sistemas discretos com atraso.

O observador-preditor estendido baseado no modelo de perturbações foi utilizado para estimar os estados da planta e gerar as predições destes. O projeto do observador-preditor estendido garante erro zero de estimativa dos estados do processo em regime estacionário.

Desse modo, a lei de controle em (14) compensa o atraso na malha fechada e ao mesmo tempo atenua completamente as perturbações polinomiais desejadas e senoidais com frequências conhecidas.

Portanto, não somente é realizada a estimativa e a predição dos estados, mas também o controle da saída com a realimentação das predições.

A eficiência da estrutura proposta na predição dos estados e na atenuação completa das perturbações é evidente nas comparações com o trabalho de Wu and Wang (2021). Nelas, tanto no caso de perturbação constante quanto no de perturbação senoidal, o desempenho das predições e a atenuação das perturbações são superiores com o controlador proposto.

Além dessas características, o seguimento de referências constantes é cometido sem dificuldades pela inserção de um ganho de referência na lei de controle, como mostrado em um exemplo de simulação.

Interesses futuros de pesquisa incluem a síntese do observador estendido e da realimentação dos estados estimados, considerando aspectos de robustez à incertezas no sistema discreto com atraso na entrada e perturbações externas.

#### REFERÊNCIAS

- Albertos, P. and García, P. (2012). Predictor–observer-based control of systems with multiple input/output delays. *Journal of Process Control*, 22(7), 1350–1357.
- Artstein, Z. (1982). Linear systems with delayed controls: A reduction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 27(4), 869–879.
- Deng, Y., Léchappé, V., Moulay, E., Chen, Z., Liang, B., Plestan, F., and Han, Q.L. (2022). Predictor-based control of time-delay systems: a survey. *International Journal of Systems Science*, 0(0), 1–39.
- Francis, B. and Wonham, W. (1976). The internal model principle of control theory. *Automatica*, 12(5), 457–465.
- Fridman, E. (2014). *Introduction to Time-Delay Systems: Analysis and Control*, 1–22. Springer International Publishing, Cham.
- González, A. and García, P. (2021). A novel observer-predictor control for uncertain systems with unknown time-varying input and output delays. *International Journal of Control*, 94(6), 1630–1640.

- Gu, K., Kharitonov, V.L., and Chen, J. (2003). *Introduction to Time-Delay Systems*, 1–28. Birkhäuser Boston, Boston, MA.
- Hao, S., Liu, T., and Zhou, B. (2017). Predictor-based output feedback control design for sampled systems with input delay subject to disturbance. *IET Control Theory & Applications*, 11(18), 3329–3340.
- Hao, S., Liu, T., and Zhou, B. (2019). Output feedback anti-disturbance control of input-delayed systems with time-varying uncertainties. *Automatica*, 104, 8–16.
- Lima, D.M., Lima, B.M., and Normey-Rico, J.E. (2021). A predictor for dead-time systems based on the kalman filter for improved disturbance rejection and robustness. *Journal of Process Control*, 105, 108–116.
- Léchappé, V., Moulay, E., Plestan, F., Glumineau, A., and Chriette, A. (2015a). Predictive scheme for observer-based control of lti systems with unknown disturbances. In *2015 European Control Conference (ECC)*, 2050–2055.
- Léchappé, V., Moulay, E., Plestan, F., Glumineau, A., and Chriette, A. (2015b). New predictive scheme for the control of lti systems with input delay and unknown disturbances. *Automatica*, 52, 179–184.
- Manitius, A. and Olbrot, A. (1979). Finite spectrum assignment problem for systems with delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24(4), 541–552.
- Smith, O.J. (1957). Closer control of loops with dead time. *Chemical Engineering Progress*, 53(5), 217–219.
- Wu, A.G. and Wang, Y. (2021). Prediction schemes for disturbance attenuation of discrete-time linear systems with input-delay. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 31(3), 772–786.