

# Uma estratégia prática NMPC de prevenção de surge: um estudo de caso de sistemas de compressão em redes de gás natural.

Rodrigo L. Meira Márcio A.F. Martins Ricardo A. Kalid  
Gloria M. N. Costa

\* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial (PEI), Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, Rua Prof. Aristides Novis, 2, Federação, 40210630, Salvador (BA), Brazil.

**Abstract:** This work proposes a practical NMPC-based model predictive control approach with surge avoidance to natural gas networks. A minimal order state space-type model formulation based on an analytical expression of the step response has been proposed by linearizing the partial differential equations (PDE) for pipe flow. The simulation results showed that the proposed controller succeed in tracking the reference points meanwhile avoiding to remain on risk conditions, violating the surge line constraints. The closed-loop computational cost is also compatible with the pipeline network dynamic with an average time of around 2.5 s. Such results present the potential of the proposed approach compared to literature techniques such as simplifications on PDE or data-driven models.

**Resumo:** Este trabalho propõe uma abordagem prática de controle preditivo não linear baseado com prevenção ao surge para redes de distribuição de gás natural. Uma formulação de ordem reduzida do modelo em espaço de estados baseada na solução analítica da resposta degraus foi proposta para a linearização das equações diferenciais parciais (EDP) que regem o escoamento nos dutos. Os resultados das simulações mostraram que o controlador proposto teve sucesso em levar o sistema às referências enquanto evitou que processo permanecesse em condições de risco, em que a restrição da linha de prevenção ao surge seja violada. O tempo de cômputo do ciclo em malha fechada, em média 2,5 s, também se apresentou compatível com a dinâmica da rede. Assim, os resultados mostram um potencial dessa abordagem frente às técnicas aplicadas na literatura tais como simplificações da EDP ou modelos orientados a dados.

**Keywords:** Infinite-horizon control, surge avoidance, natural gas network, MPC, adaptive control.

**Palavras-chaves:** Controle de horizonte infinito, prevenção ao surge, redes de gás natural, MPC, controle adaptativo.

## 1. INTRODUÇÃO

O gás natural tem sido um dos combustíveis fósseis mais utilizados no mundo tanto no consumo industrial quanto doméstico, pelo o seu baixo preço, facilidade de transporte e menor impacto ambiental comparado a outros combustíveis fósseis (Moetamedzadeh et al., 2019). Dentro destas vantagens, o transporte desse combustível por gasodutos se destaca por garantir um acesso contínuo aos consumidores, apesar dos altos investimentos para a instalação. Ainda assim, estima-se que cerca de 3 % à 5 % do gás transportado por gasodutos seja consumido nas estações de compressão (Ríos-Mercado and Borraz-Sánchez, 2015). Dessa forma, diminuir os custos associados aos sistemas de compressão do gás tem sido objeto de estudos para otimizar o processo, o que demanda tanto um melhor conhecimento do sistema

e quanto um controle dos gasodutos (Ríos-Mercado and Borraz-Sánchez, 2015).

A principal função do controle dos gasodutos é diminuir os custos de operação do sistema (principalmente da compressão do gás) ao mesmo tempo que garanta a demanda dos consumidores. Além disso, a estratégia de controle deve absorver as demandas associadas às flutuações de mercado (Gopalakrishnan and Biegler, 2013), e operar em pontos que atendam os limites operacionais do compressor, tais como a linha de prevenção ao surge. Esta restrição não apenas limita a região estável de operação, como também está próxima aos pontos de maior eficiência isentrópica do processo (Meira et al., 2022).

Assim, neste contexto de *trade-off* entre eficiência e segurança, além de está sujeita às restrições impostas pelas flutuações de mercado, as abordagens para controle de gasodutos que tem sido mais promissoras são os controladores preditivos baseados em modelos (*Model Predictive Control* - MPC) cuja primeira aplicação remete à 2001 (Zhu et al., 2001). Em trabalhos mais recentes, além

\* Reconhecimento à FAPESB (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia) por garantir o suporte financeiro via bolsa BOL2333/2016.

dos limites operacionais, esta estratégia também tem sido implementada integrada a uma função econômica (*Economic Model Predictive Control - EMPC*) (Baumrucker and Biegler, 2010; Gopalakrishnan and Biegler, 2013), minimizando os custos do processo. No entanto, um dos maiores desafios dessa abordagem é obter um modelo das redes de gás natural com uma predição suficientemente boa para construir um controlador capaz de prever os estados da rede. Na literatura, os modelos usados comumente nas predições em malha aberta são provenientes de um sistema de equações diferenciais parciais (EDP), as quais não são computacionalmente viáveis para o cálculo das ações de controle em malha fechada através de um MPC. Assim, para compatibilizar a representação da rede com um MPC, a dinâmica do sistema comumente é simplificada, seja por modelos lineares (Zhu et al., 2001), adaptações do modelo de Weymouth, a qual é um modelo de parâmetros concentrados (Gopalakrishnan and Biegler, 2013), ou modelos orientados a dados tais como redes neurais artificiais (Moetamedzadeh et al., 2019). Ainda assim, essas abordagens, ou desconsideram os parâmetros distribuídos da EDP da rede de distribuição, ou requer muitos dados para o treinamento dos modelos baseados em inteligência artificial. Assim, este trabalho propõe o uso de uma estratégia de modelo estendido do gasoduto baseada na linearização sucessiva das EDP's sem que os estados do sistema em parâmetros distribuídos sejam completamente ignorados.

A abordagem proposta também envolve usar o modelo linearizado para a construção de um controlador preditivo de horizonte infinito (IHMPC) (Rodrigues and Odloak, 2003) com estabilidade nominal garantida, o qual tem mostrado bons resultados em diferentes aplicações (Martin et al., 2019; Silva et al., 2020), e já se provou convergente a um NMPC convencional quando implementada junto a uma linearização sucessiva Meira et al. (2022). Por fim, este trabalho também se desafia a estender o modelo em espaço de estados de Odloak (2004), o qual é necessário para a abordagem de IHMPC pretendida, para um formato com a uma ordem reduzida do espaço de estados, uma vez que a abordagem original tende a possuir um número extenso de estados para sistemas distribuídos. Uma abordagem nestes moldes já tem sido desenvolvida por Sencio and Odloak (2018), entretanto, o foco neste trabalho é obter o espaço de estados partir de um espaço de estados contínuo evitando os passos adicionais para a discretização do modelo dinâmico.

## 2. MODELO DO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO

Este trabalho propõe uma estratégia de controle de um sistema de redes de distribuição de gás natural. O estudo de caso implementado contém um total cinco dutos e três sistemas de compressão dispostos em três trechos conforme apresentado na Figura 1, cujos dados estão dispostos na Tabela 1. A modelagem fenomenológica desse sistema pode ser realizada por meio de um sistema de equações diferenciais parciais (EDP) conforme as equações da abordagem de Euler para o escoamento em (1) à (3) (Chaczykowski, 2009),

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

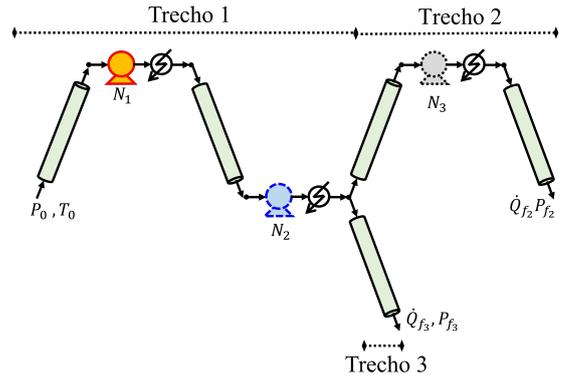


Figura 1. Rede de distribuição simulada.

Tabela 1. Dados dos trechos da rede de gás natural simulada.

	Comprimento total /km	Número de nós	Número de dutos
Trecho 1	200	20	2
Trecho 2	100	10	2
Trecho 3	150	15	1

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(P + \rho w^2)}{\partial x} = -\frac{f\rho w|w|}{2D}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \left( u + \frac{w^2}{2} \right) \rho \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( u + \frac{P}{\rho} + \frac{w^2}{2} \right) \rho w \right] = \rho q, \quad (3)$$

em que  $T$  é a temperatura,  $\rho$  é a massa específica do gás,  $w$  é a velocidade,  $P$  é a pressão,  $u$  é a energia interna,  $q$  é o calor trocado com o solo,  $f$  é o fator de fricção e  $D$  é o diâmetro do duto. Estas equações por sua vez podem ser reagrupadas em um formato matricial mais simples que explicita melhor as variáveis dependentes da EDP para uma equação de estado do tipo  $P(T, V)$ , conforme apresentado em (4):

$$\begin{bmatrix} T_t \\ V_t \\ w_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -w & 0 & -T \frac{V P'_T}{C_V} \\ 0 & -w & V \\ -V P'_T & -V P'_V & -w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x \\ V_x \\ w_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{f w^2 |w|}{2DC_V} + \frac{q}{C_V} \\ 0 \\ \frac{f w |w|}{2D} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

em que,  $Y_t = \partial Y / \partial t$ ,  $Y_x = \partial Y / \partial x$ ,  $P'_Y$  é a derivada da pressão em relação a variável  $Y$ ,  $V$  é o volume específico do gás, e  $C_V$  é a capacidade calorífica específica a volume constante, ambas obtidas através uma equação de estado. Neste trabalho a equação de estado escolhida para estimar as propriedades termodinâmicas do gás foi a equação de Benedict-Webb-Rubin (BWR), conforme representada a seguir,

$$P = \frac{RT}{V} + \frac{B_0 RT - A_0 - C_0/T^2}{V^2} + \frac{bRT - a}{V^3} + \frac{a\alpha}{V^6} + \frac{C}{V^3 T^2} \left( \frac{1 + \gamma}{V^2} \right) e^{-\gamma/V^2}. \quad (5)$$

As condições de contorno no início e final da rede de distribuição foram definidas por conhecer a pressão e temperatura na alimentação do Trecho 1 ( $T_1$ ,  $P_1$ ) e as vazões volumétricas ao final dos Trechos 2 e 3 ( $\dot{Q}_2$  e  $\dot{Q}_3$ ), ver Figura 1. Para dutos intercalados por sistemas de compressão, as condições de contorno foram obtidas

através de equações algébricas que representem a chegada do gás e sua compressão antes de serem transportados.

O sistema de compressão da rede gás natural foi modelado conforme uma hipótese de pseudo-estacionário, o que é uma aproximação plausível uma vez que a dinâmica dos compressores centrífugos é muito mais rápida comparada com a rede. Assim, as equações algébricas que culminam nas condições de contorno dos dutos, podem ser alocadas para dois pontos: o ponto de recebimento, e o ponto de envio de gás. Neste estudo os pontos de recebimento de gás foram modelados pelo balanço de massa nesse ponto, o balanço de energia e a equidade entre as vazão mássicas no entorno do compressor,

$$\dot{m}_{n,i} - \dot{m}_{c,1} = 0, \quad (6)$$

$$h(T_{n,i}, V_{n,i}) - h(T_{c,1}, V_{c,1}), \quad (7)$$

$$\dot{m}_{c,1} - \dot{m}_{c,2} = 0, \quad (8)$$

em que  $\dot{m}$  é a vazão mássica,  $h$  é a entalpia específica do gás, e os sub-índices  $n, i$  e  $c, 1$  referem-se aos estados nos pontos de recebimento, e sucção do compressor respectivamente. Quanto ao ponto de envio do gás foi modelado pela relação entre pressão de sucção e pressão de descarga do compressor ( $\varphi$ ), o balanço de energia entre a sucção e a entrada, e por fim o balanço de massa no ponto de envio, conforme apresentado a seguir,

$$P(T_{c,2}, V_{c,2}) - \varphi(N, \dot{m}_{c,1}, T_{c,1}, V_{c,1})P(T_{c,1}, V_{c,1}) = 0, \quad (9)$$

$$h(T_{c,2}, V_{c,2}) - h(T_{c,1}, V_{c,1}) - N\dot{C}w_{axial}(N(t)) - \dot{q}_{com}(t) = 0, \quad (10)$$

$$\dot{m}_{c,2} - \dot{m}_{0,j} = 0, \quad (11)$$

em que  $N$  é a rotação dos compressores,  $\dot{q}_{com}$  é o calor do trocador de calor após o compressor, e os sub-índices  $0, j$  e  $c, 2$  referem-se aos estados nos pontos de envio de gás, e a descarga do compressor respectivamente. Para este trabalho a eficiência do compressor -  $\eta$ , a potência específica -  $\dot{w}_{axial}$ , e a razão de compressão -  $\varphi$  serão calculados pela metodologia apresentada por Meira et al. (2021) a qual permite estimar o mapa de compressor centrífugo utilizando das equações de balanço de energia térmica e mecânica em conjunto com as perdas de energia do gás no interior do compressor. Maiores detalhes sobre o cálculo das propriedades do escoamento no duto estão melhor detalhadas em Meira et al. (2021).

### 3. DISCRETIZAÇÃO DO MODELO DA REDE DE GÁS NATURAL

A discretização espacial da EDP dos dutos da rede foi realizada pelos método das diferenças finitas com cinco pontos baseado no número de nós presentes na Tabela 1. Além disso, foi utilizada a grade de distribuição de Chebyshev-Gauss Binous et al. (2014), de modo que os entornos do duto tenham um menor espaçamento entre os pontos e conseqüentemente menor erro numérico. Assim, após a discretização espacial foram totalizadas 225 EDO's (Equações Diferenciais Ordinárias), e 33 equações algébricas - 3 condições de contorno para cada duto, mais 6 equações para cada sistema de compressão em (6) à (11). Este sistema algébrico-diferencial será, então, usado como a planta não linear nas simulações em malha fechada, cuja solução numérica foi obtida através do algoritmo

de diferenciação automática do *framework* computacional CasAdi (Andersson et al., 2019).

Para o modelo do controlador será realizada a linearização do sistema algébrico-diferencial com o uso do *framework* computacional CasAdi (Andersson et al., 2019), o qual possui ferramentas simbólicas robustas para a diferenciação analítica das equações diferenciais, tal que se obtenha o seguinte espaço de estados linear,

$$\dot{\mathbf{x}}_{225 \times 1}(t) = \mathbf{A}_{225 \times 225} \cdot \mathbf{x}_{225 \times 1}(t) + \mathbf{B}_{225 \times 3} \cdot \mathbf{u}_{3 \times 1}(t), \quad (12)$$

$$\mathbf{y}_{14 \times 1}(t) = \mathbf{C}_{14 \times 225} \cdot \mathbf{x}_{225 \times 1}(t) + \mathbf{D}_{14 \times 3} \cdot \mathbf{u}_{3 \times 1}(t), \quad (13)$$

em que o número de estados em  $\mathbf{x}$  é igual ao número de EDO's. As entradas do sistema são as rotações dos sistemas de compressão nos três pontos apresentados na Figura 1, e as saídas do sistema são as variáveis controladas - as pressões ao final dos Trechos 2 e 3 na Figura 1, e condições no entorno do compressor necessárias para estimar o mapa do compressor e linha de surge pelo modelo fenomenológico apresentado em Meira et al. (2021), sendo estes: pressão de sucção, pressão de descarga, temperatura de sucção e vazão mássica. Assim o número de saídas totalizam 14. Vale destacar que é comum, em sistemas de compressão, realizar o controle anti-surge no compressor por meio do reciclo do gás, no entanto, esta estratégia não foi contemplada neste trabalho, uma vez que sua função é atuar quando o sistema entra na região instável, o que não será estudado neste trabalho.

Um passo importante para a implementação do IHMPC proposto neste trabalho é a discretização no tempo do modelo linearizado. Para isso, é necessário construir um modelo em espaço de estados similares à aquele apresentado em Odloak (2004). Assim, se faz necessário a obtenção da matriz de funções de transferências das saídas em relação às entradas pela seguinte equação:

$$\mathbf{G} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}. \quad (14)$$

No entanto como o número de pólos de uma única função de transferência de  $\mathbf{G}$  é igual ao número de estados em  $\mathbf{x}$ , cada elemento de  $\mathbf{G}$  teria 225 pólos. Por isso, mesmo que se implemente técnicas de redução de ordem em cada um dos 42 elementos de  $\mathbf{G}$  ainda assim, haveria um grande número de estados redundantes. Na literatura, Sencio e Odloak (2018) também apresentaram uma abordagem que minimiza o número de estados através da decomposição de Nagar and Singh (2004), no entanto, ainda se faz necessário obter a matriz função de transferência, e para o número de estados apresentados neste trabalho, o tempo computacional necessário para tal pode ser impraticável visando o uso da linearização sucessiva do modelo não linear da rede de gás natural.

Assim, conforme discutido na Seção 1, este trabalho propõe uma abordagem alternativa da construção do modelo em espaço de estados de Odloak (2004) baseado na resposta degrau de um sistema em espaço de estados no domínio do tempo. Além disso, o modelo a ser apresentado assume as seguintes simplificações:

- Os pólos dos sistemas são estáveis;
- A matriz  $\mathbf{A}$  do espaço de estados é inversível;
- A matriz  $\mathbf{A}$  do espaço de estados pode ser transformada na forma canônica de Jordan.

Dadas estas premissas e assumindo um espaço de estados dados pelas expressões (15) e (16):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x}(t) + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t), \quad (15)$$

$$\mathbf{y}(t) = \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t), \quad (16)$$

em que  $\tilde{\mathbf{A}}$ ,  $\tilde{\mathbf{B}}$  e  $\tilde{\mathbf{C}}$  são as matrizes do espaço de estados após a transformação na forma canônica de Jordan. Assim, é possível obter uma função  $\mathbf{S}(t)$  para a resposta a degraus expressa por,

$$\mathbf{S}(t) = \Delta\mathbf{y}(t) = \left( \tilde{\mathbf{C}} \left( e^{\tilde{\mathbf{A}}t} - \mathbf{I} \right) \tilde{\mathbf{A}}^{-1}\tilde{\mathbf{B}} + \mathbf{D} \right) \Delta\mathbf{u}, \quad (17)$$

em que  $e^{\tilde{\mathbf{A}}\Delta t}$  é a exponencial matricial de  $\tilde{\mathbf{A}}$ , e  $\Delta\mathbf{u}$  é o movimento atual das variáveis manipuladas para degraus em  $\mathbf{u}(t)$ . Dessa forma, utilizando-se dos passos sugeridos por Odloak (2004), pode-se definir os estados  $\mathbf{x}^s$  e  $\mathbf{x}^{st}$  dado que,

$$[\mathbf{y}(t)]_k = [\mathbf{x}^s(t)]_k + \tilde{\mathbf{C}}e^{\tilde{\mathbf{A}}t}[\mathbf{x}^{st}(t)]_k. \quad (18)$$

Assim, o valor de  $[\mathbf{y}(t)]$  no instante  $k+1$  pode ser avaliado dado o valor em  $k$  com a adição da função da resposta degrau  $\mathbf{S}(t)$ ,

$$[\mathbf{y}(t)]_{k+1} = [\mathbf{y}(t + \Delta t)]_k + \mathbf{S}(t + \Delta t)\Delta\mathbf{u}_k. \quad (19)$$

Substituindo as expressões (17) e (18) em (19) tem-se que,

$$[\mathbf{y}(t)]_{k+1} = [\mathbf{x}^s(t)]_k + \mathbf{C}e^{\mathbf{A}(t+\Delta t)}[\mathbf{x}^{st}(t)]_k + \left( \tilde{\mathbf{C}} \left( e^{\tilde{\mathbf{A}}(t+\Delta t)} - \mathbf{I} \right) \tilde{\mathbf{A}}^{-1}\tilde{\mathbf{B}} + \mathbf{D} \right) \Delta\mathbf{u}_k. \quad (20)$$

Rearrmando a expressão (20) é possível sugerir os valores de  $\mathbf{x}^s$  e  $\mathbf{x}^{st}$  em  $k+1$ , tal que

$$[\mathbf{x}^s(t)]_{k+1} = [\mathbf{x}^s(t)]_k + (\mathbf{D} - \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{A}}^{-1}\tilde{\mathbf{B}})\Delta\mathbf{u}_k, \quad (21)$$

$$[\mathbf{x}^{st}(t)]_{k+1} = e^{\tilde{\mathbf{A}}(\Delta t)}[\mathbf{x}^{st}(t)]_k + e^{\tilde{\mathbf{A}}(\Delta t)}\tilde{\mathbf{A}}^{-1}\tilde{\mathbf{B}}\Delta\mathbf{u}_k. \quad (22)$$

Assim, com base nisso, é possível organizar estas expressões em um espaço de estados similar ao encontrado em Odloak (2004) dado por,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1}^s \\ \mathbf{x}_{k+1}^{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & e^{\tilde{\mathbf{A}}(\Delta t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^s \\ \mathbf{x}_k^{st} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D} - \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{A}}^{-1}\tilde{\mathbf{B}} \\ e^{\tilde{\mathbf{A}}(\Delta t)}\tilde{\mathbf{A}}^{-1}\tilde{\mathbf{B}} \end{bmatrix} \Delta\mathbf{u}_k, \quad (23)$$

$$\mathbf{y}_k = [\mathbf{I} \ \tilde{\mathbf{C}}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^s \\ \mathbf{x}_k^{st} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Como a estrutura da matriz de estados desse espaço de estados é similar a aquelas apresentadas por Odloak (2004), a análise de estabilidade nominal se mantém. Entretanto, diferentemente do que foi sugerido pela literatura, que obtém este espaço de estados via função de transferência, foi possível diminuir o número de estados  $\mathbf{x}^{st}$ . Ainda assim, apesar da possível redução computacional, não é possível garantir que todos os estados redundantes foram eliminados.

A Tabela 2 apresenta o número de estados estimado para cada abordagem. Este cálculo prévio mostra que o número de estados de  $\mathbf{x}^{st}$  reduz significativamente (proporcionalmente ao número de saídas). Isto pode auxiliar a reduzir no tempo de construção do controlador na estratégia proposta, além disso, um espaço de estados com 3164 estados está mais propenso a erros numéricos nas operações matriciais.

#### 4. LEI DE CONTROLE

A lei de controle utilizada pelo IHMPC proposto neste trabalho visa minimizar a seguinte função objetivo,

$$V_k = \sum_{j=1}^{\infty} \|\mathbf{y}_{k+j|k} - \mathbf{y}_{sp,k} - \boldsymbol{\delta}_{y,k}\|_{\mathbf{Q}}^2 + \sum_{i=0}^{m-1} \|\Delta\mathbf{u}_{k+i|k}\|_{\mathbf{R}}^2 + \|\boldsymbol{\delta}_{y,k}\|_{\mathbf{S}_y}^2 + \|\boldsymbol{\delta}_{surge,k}\|_{\mathbf{S}_{surge}}^2, \quad (25)$$

em que  $\mathbf{y}$  representa as variáveis controladas,  $\mathbf{u}$  representa as variáveis manipuladas,  $m$  é o horizonte de controle,  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  são as matrizes de pesos das variáveis controladas e manipuladas respectivamente.

Para resolver a soma infinita em (25) pode-se assumir a convergência dos estados estáveis  $\mathbf{x}^{st}$  em conjunto com uma restrição terminal que limite os pólos integradores  $\mathbf{x}^s$  após os  $m$  movimentos, tal que,

$$\mathbf{x}_{k+m,k}^s - \mathbf{y}_{sp,k} = 0. \quad (26)$$

Finalmente, é possível definir a função objetivo que rege a lei de controle do IHMPC proposto. Além de levar o sistema ao ponto de operação desejado, e manter o sistema dentro dos limites operacionais, o controlador também deve evitar operar próximo às condições de surge do compressor (Ghanbariannaeni and Ghazalehsadat, 2012), evitando assim regiões de operação instáveis. Dessa forma, tem-se que,

$$\begin{aligned} \min_{\Delta\tilde{\mathbf{u}}_k, \boldsymbol{\delta}_{y,k}, \boldsymbol{\delta}_{surge,k}} V_k &= \sum_{j=1}^m \|\mathbf{y}_{k+j|k} - \mathbf{y}_{sp,k} - \boldsymbol{\delta}_{y,k}\|_{\mathbf{Q}}^2 + \\ &\sum_{i=0}^{m-1} \|\Delta\mathbf{u}_{k+i|k}\|_{\mathbf{R}}^2 + \|\mathbf{x}_{k+m|k}^{st}\|_{\tilde{\mathbf{Q}}}^2 + \|\boldsymbol{\delta}_{y,k}\|_{\mathbf{S}_y}^2 + \\ &\|\boldsymbol{\delta}_{surge,k}\|_{\mathbf{S}_{surge}}^2, \quad (27) \end{aligned}$$

sujeito ao modelo linearizado e às,

$$\mathbf{x}_{k+m,k}^s - \mathbf{y}_{sp,k} - \boldsymbol{\delta}_{y,k} = 0, \quad (28)$$

$$\mathbf{u}_{min} \leq \mathbf{u}_{k+j|k} \leq \mathbf{u}_{max}, \quad j = 0, 1, \dots, m-1, \quad (29)$$

$$\Delta\mathbf{u}_{min} \leq \Delta\mathbf{u}_{k+j|k} \leq \Delta\mathbf{u}_{max}, \quad j = 0, 1, \dots, m-1, \quad (30)$$

$$\mathbf{y}_{min} \leq \mathbf{y}_{k+j|k} \leq \mathbf{y}_{max}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (31)$$

$$1, 1 \times \dot{m}_{surge,k+j|k} - \boldsymbol{\delta}_{surge,k} \leq \dot{m}_{k+j|k}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (32)$$

em que  $\Delta\tilde{\mathbf{u}}_k$  é o vetor de movimentos das variáveis manipuladas dos instantes 0 à  $m-1$ ,  $\boldsymbol{\delta}_{y,k}$  e  $\boldsymbol{\delta}_{surge,k}$  são as variáveis de folga da restrição terminal e restrição de proteção de surge respectivamente, as quais garantem a factibilidade do controlador.  $\tilde{\mathbf{Q}}$  é a matriz de peso terminal, que pode ser obtida pela solução da equação de Lyapunov, dada por:

$$\tilde{\mathbf{Q}} - \mathbf{F}_{st}^T \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{F}_{st} = (\boldsymbol{\Phi}_{st} \mathbf{F}_{st})^T \mathbf{Q} (\boldsymbol{\Phi}_{st} \mathbf{F}_{st}). \quad (33)$$

Por fim o valor de  $\dot{m}_{surge,k+j|k}$  é obtido pela linearização sucessiva do ponto de surge em relação à razão de compressão dado modelo não linear do mapa de compressores em Meira et al. (2021),

Tabela 2. Comparação entre o número de estados em cada abordagem.

Estados	Abordagem convencional	Abordagem proposta
$\mathbf{x}^s$	14	14
$\mathbf{x}^{st}$	3150	225

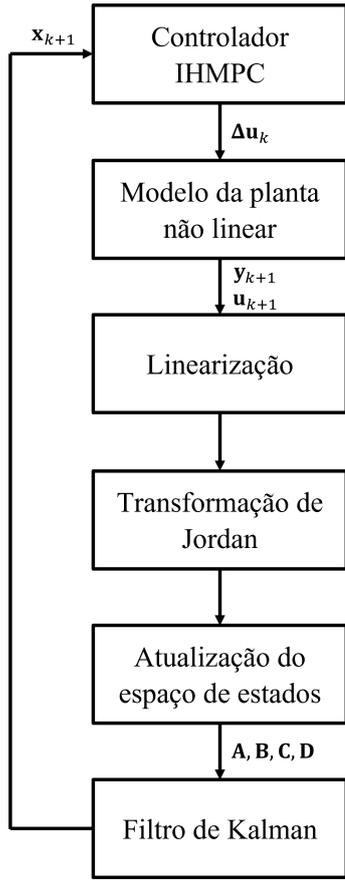


Figura 2. Fluxograma da implementação do IHMPC com linearização sucessiva.

$$\dot{m}_{\text{surge},k+j|k} = \dot{m}_{\text{surge},k|k} + \frac{\partial \dot{m}_{\text{surge}}}{\partial \varphi} (\varphi_{k+j,k} - \varphi_{k,k}). \quad (34)$$

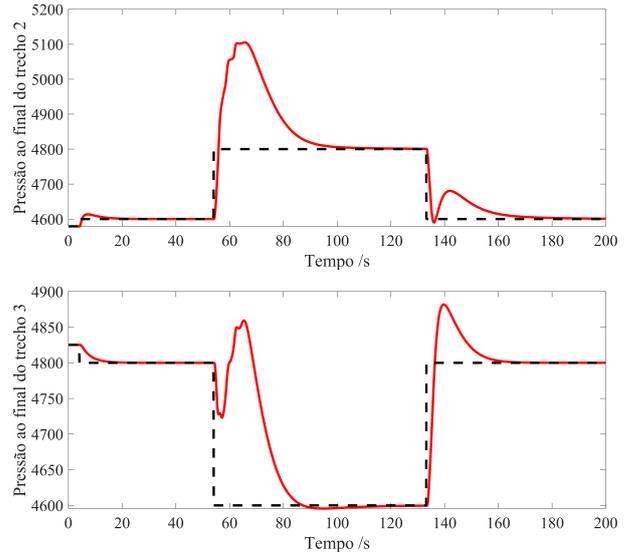
Além da linearização sucessiva da restrição de proteção ao surge, o modelo linear das expressões (12) e (13) também serão atualizados a cada instante de amostragem. A Figura 2 apresenta os passos para a implementação da proposta de controle em malha fechada baseada na abordagem de Meira et al. (2022).

## 5. RESULTADOS

As simulações propostas aqui visam controlar as pressões ao final dos Trechos 2 e 3 manipulando a rotação dos compressores nos três pontos de compressão, conforme a Figura 1. A proteção de surge será avaliada através da distância relativa da vazão mássica à linha de surge (SLD - *Surge Line Distance*) tal que  $SLD \leq -10\%$ , dada por,

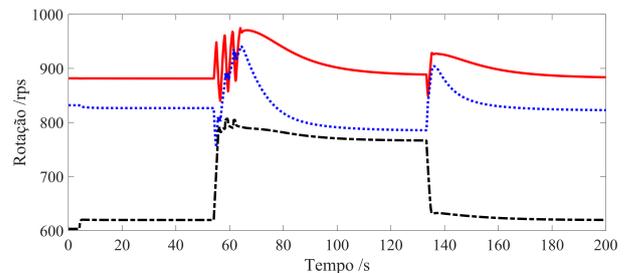
$$SLD = \frac{\dot{m}_{\text{surge}} - \dot{m}}{\dot{m}_{\text{surge}}} \times 100. \quad (35)$$

As simulações realizadas propõem avaliar a capacidade do controlador em lidar com mudanças nas referências das pressões de descarga dos trechos, bem como em operar em pontos próximos à restrição de surge. Os resultados das simulações podem ser visualizados nas Figuras 3 à 5. Pode-se perceber que o controlador proposto é competente em levar o sistema à nova referência em 20 h. Além disso, ao inserir uma referência em 55 h e em 135 h que leve o sistema a operar próximo à linha de surge do primeiro



(—) variável controlada, (---) referência.

Figura 3. Resposta ao controlador das variáveis controladas.



(—) primeiro ponto do compressão, (---) segundo ponto do compressão, (---) terceiro ponto de compressão.

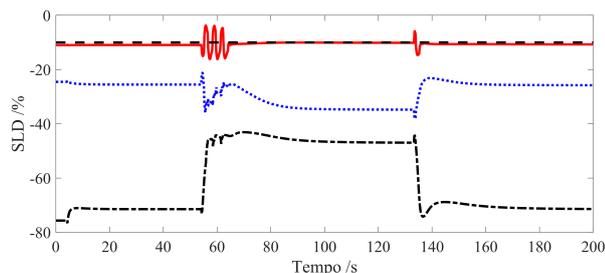
Figura 4. Resposta ao controlador da rotação dos pontos de compressão.

ponto de compressão, o controlador tem sucesso em levar o sistema ao novo ponto de referência ao mesmo tempo que impediu que o processo permanecesse em condições de risco. Vale destacar também o na Figura 5 que em alguns pontos a restrição de prevenção ao surge é violada momentaneamente devido ao uso da variável de folga em (32), isso garantiu a factibilidade do controlador quando necessário enquanto buscava por um ponto de operação que atendesse a referência em uma condição mais segura.

O desempenho computacional do controlador também foi avaliado, tendo uma média de 2,5 s (máximo de até 10 s) para o cálculo de cada ciclo do fluxograma da Figura 2 (linearização, construção do controlador, cálculo das ações de controle, simulação da planta não linear). Dessa forma, como o tempo de cômputo corresponde a uma fração do tempo de amostragem do sistema (5 min), o controlador proposto se mostra promissor para aplicações *in loco*, apesar do grande número de estados e da complexidade do sistema não-linear.

## 6. CONCLUSÃO

Este trabalho propôs uma estratégia de controle NMPC para uma rede de distribuição de gás natural. Esta estra-



(—) primeiro ponto do compressão, (· · ·) segundo ponto do compressão, (— — —) terceiro ponto de compressão, (—) limite de prevenção ao surge (SLD = 10 %).

Figura 5. Resposta ao controlador da distância à linha de surge.

tégia é composta por um controlador IHMPC cujo espaço de estados linear é obtido pela linearização sucessiva do sistema de equações diferenciais parciais que regem a rede. Além disso, para diminuir a ordem do modelo do controlador, este trabalho também propõe uma nova formulação para o espaço de estados de sistemas estáveis.

Os resultados da simulação mostraram que a formulação proposta é capaz de atender às mudanças de referências ao longo do tempo, bem como evitar o que sistema viole as restrições de surge dos pontos de compressão no regime estacionário, além de garantir de factibilidade do controlador. Estes resultados podem contribuir em futuras aplicações de controle em redes de gás natural utilizando modelos de parâmetros distribuídos, sem que seja necessário realizar simplificações grosseiras ao modelo fenomenológico, tais como uma simplificação do modelo da rede para uma hipótese de parâmetros concentrados, ou assumir um modelo orientado a dados, o que requer uma quantidade expressiva de dados para o seu treinamento.

#### AGRADECIMENTOS

Agradecemos à FAPESB (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia) por garantir o suporte financeiro via a bolsa BOL2333/2016.

#### REFERÊNCIAS

- Andersson, J.A.E., Gillis, J., Horn, G., Rawlings, J.B., and Diehl, M. (2019). CasADi – A software framework for nonlinear optimization and optimal control. *Mathematical Programming Computation*, 11(1), 1–36. doi:10.1007/s12532-018-0139-4.
- Baumrucker, B.T. and Biegler, L.T. (2010). MPEC strategies for cost optimization of pipeline operations. *Computers and Chemical Engineering*, 34(6), 900–913. doi:10.1016/j.compchemeng.2009.07.012.
- Binous, H., Shaikh, A.A., and Bellagi, A. (2014). Chebyshev orthogonal collocation technique to solve transport phenomena problems with matlab® and mathematica. *Computer Applications in Engineering Education*, 23(3), 422–431. doi:10.1002/cae.21612.
- Chaczykowski, M. (2009). Sensitivity of pipeline gas flow model to the selection of the equation of state. *Chemical Engineering Research and Design*, 87(12), 1596–1603. doi:10.1016/j.cherd.2009.06.008.

- Ghanbariannaeni, A. and Ghazalehsadat, G. (2012). Protecting a Centrifugal Compressor From Surgr. *Pipeline & Gas Journal*, 239(3), 60–65.
- Gopalakrishnan, A. and Biegler, L.T. (2013). Economic Nonlinear Model Predictive Control for periodic optimal operation of gas pipeline networks. *Computers and Chemical Engineering*, 52, 90–99. doi:10.1016/j.compchemeng.2012.11.011.
- Martin, P.A., Zanin, A., and Odloak, D. (2019). Integrating real-time optimization and model predictive control of a crude distillation unit. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 36(3), 1205–1222.
- Meira, R.L., Costa, G.M.N., de Araújo Kalid, R., and Martins, M.A.F. (2021). Improving the centrifugal compressor map through rigorous thermodynamic modeling: An analysis on a natural gas compression station pipeline. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 92, 104006.
- Meira, R.L., Martins, M.A., Kalid, R.A., and Costa, G.M. (2022). Implementable MPC-based surge avoidance nonlinear control strategies for non-ideally modeled natural gas compression systems. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 104573. doi:10.1016/j.jngse.2022.104573. URL <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2022.104573>.
- Moetamedzadeh, H.R., Khanmirza, E., Pourfard, A., and Madoliat, R. (2019). Intelligent nonlinear model predictive control of gas pipeline networks. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, (1986), 014233121986419. doi:10.1177/0142331219864190.
- Nagar, S. and Singh, S. (2004). An algorithmic approach for system decomposition and balanced realized model reduction. *Journal of the Franklin Institute*, 341(7), 615–630. doi:10.1016/j.jfranklin.2004.07.005. URL <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2004.07.005>.
- Odloak, D. (2004). Extended robust model predictive control. *AIChE Journal*, 50(8), 1824–1836. doi:10.1002/aic.10175.
- Ríos-Mercado, R.Z. and Borraz-Sánchez, C. (2015). Optimization problems in natural gas transportation systems: A state-of-the-art review. *Applied Energy*, 147(September), 536–555. doi:10.1016/j.apenergy.2015.03.017.
- Rodrigues, M.A. and Odloak, D. (2003). An infinite horizon model predictive control for stable and integrating processes. *Computers & Chemical Engineering*, 27(8-9), 1113–1128. doi:10.1016/S0098-1354(03)00040-1.
- Sencio, R.R. and Odloak, D. (2018). A general infinite horizon MPC formulation for stable, integrating and unstable systems. In *Blucher Chemical Engineering Proceedings*. Editora Blucher. doi:10.5151/cobeq2018-pt.0332. URL <https://doi.org/10.5151/cobeq2018-pt.0332>.
- Silva, B.P., Santana, B.A., Santos, T.L., and Martins, M.A. (2020). An implementable stabilizing model predictive controller applied to a rotary flexible link: An experimental case study. *Control Engineering Practice*, 99(July 2019), 104396.
- Zhu, G.Y., Henson, M.A., and Megan, L. (2001). Dynamic modeling and linear model predictive control of gas pipeline networks. *Journal of Process Control*, 11(2), 129–148. doi:10.1016/S0959-1524(00)00044-5.