

Estratégia de controlador backstepping aplicada em um robô móvel não holonômico

Adrian E. G. Barreda* Renan L. P. de Medeiros*
João E. Chaves Filho* Florindo A. C. Ayres Junior* Iury Bessa*

* Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Amazonas, AM, (e-mail: {adrianbarreda; renanlandau; florindoayres}@ufam.edu.br; {joaoedgarc; iury.bessa}@gmail.com

Abstract: In this work, we approach the control of non-holonomic mobile robots. We designed a backstepping controller project focused on the trajectory tracking of mobile robots. Furthermore, an asymptotic stability analysis based on Lyapunov's theory was presented to guarantee the robot's stability from tracking errors. Initially, we reproduce a combined kinematic torque control law, developed using backstepping. Next, we approach a backstepping controller project to track non-holonomic mobile robots' trajectories. The main objective of the addressed control algorithm is to design a robust output tracking controller. The kinematic tracking controller of a unicycle-type mobile robot is used to provide the desired linear and angular velocity values for the given trajectory. In this work, the simulation results show the effectiveness of the proposed non-linear controller in terms of precision and stability under a defined circular path.

Resumo: Este trabalho aborda a aplicação de uma estratégia de controle em robôs móveis não holonômicos. Deste modo, desenvolve-se um projeto de um controlador *backstepping* focado para o rastreamento de trajetória de robôs móveis. Ademais, uma análise de estabilidade assintótica baseada na teoria de Lyapunov é realizada para garantir a estabilidade do robô dos erros de rastreamento. Inicialmente, aplica-se uma lei de controle de torque cinemático combinado, desenvolvida usando *backstepping*. Em seguida, desenvolve-se um projeto de controlador *backstepping* para o rastreamento da trajetória do robô móvel não holonômico. O principal objetivo do algoritmo de controle abordado é projetar um controlador robusto de rastreamento de saída. O controlador de rastreamento cinemático de um robô móvel tipo monociclo é usado para fornecer os valores desejados das velocidades linear e angular para a trajetória dada. Os resultados de simulação obtidos neste trabalho mostram a eficácia e robustez do controlador não linear proposto em termos de precisão e estabilidade sob uma trajetória circular definida.

Keywords: Non-holonomic mobile robots; Lyapunov's theory; Backstepping controller.

Palavras-chaves: Robôs móveis não holonômicos; Teoria de Lyapunov; Controlador *backstepping*.

1. INTRODUÇÃO

Um robô móvel é utilizado para uma variedade de aplicações em ambientes não estruturados, onde se torna necessário ter um alto grau de autonomia. Robôs móveis com rodas são um dos mais importantes tipo de robôs móveis, devido a sua fácil construção, confiabilidade e diversas aplicações que vão desde tarefas domésticas, até projetos de maior envergadura que alcançam níveis industriais. Ademais, eles também são usados para várias outras tarefas, como soldagem, pintura ou inspeção de áreas de difícil acesso e/ou risco a vida (Lozano-Perez et al., 2012). As rodas incorporadas neste sistema possibilitam que os robôs possam viajar para quase qualquer lugar em uma determinada superfície. Por esta razão, a pesquisa sobre robôs móveis com rodas tem sido um campo muito ativo. Neste sentido, muitos trabalhos estão enfatizando a importância do projeto de controlador aplicado a robôs

móveis, focando no rastreamento de trajetórias (Aguilar and Hespanha, 2007; Li et al., 2016).

Os robôs móveis não holonômicos são uma classe de sistemas que não podem ser estabilizados por leis de realimentação de estado estático suave. O controlador *backstepping* é um dos mais importantes na estabilização de um sistema não holonômico. Este problema de controle aplicado a sistemas não lineares foi pesquisado em (Khalil, 2001; Jean-Jacques Slotine, 1991). O *backstepping* integrador é um procedimento recursivo que entrelaça a escolha de uma função de Lyapunov com o projeto de controle por realimentação. O projeto recursivo nos permite dividir um problema de projeto para um sistema complexo, em um conjunto de problemas menores e consequentemente mais simples que possuem ordem inferior. Além disso, seu projeto com amortecimento não linear garante limitação na presença de incerteza desconhecida, mas seu limite é conhecido (Miroslav Krstic, 1995). O método mostrou-se eficaz para o problema de controle de robôs móveis com rodas (Fierro and Lewis, 1995; Ibari et al., 2016).

* Esse trabalho em parcialmente financiados por: CNPq, CAPES e FAPEAM.

Segundo de Wit et al. (1994), o problema de navegação pode ser dividido em três problemas básicos: rastrear uma trajetória de referência, seguir um caminho, e por fim, estabilizar o ponto. Alguns controladores de realimentação não linear foram propostos na literatura para contornar esses problemas (Samson and Ait-Abderrahim, 1991; Elliot and Gans, 2008). A ideia principal por trás desses algoritmos é definir entradas de controle de velocidade que estabilizam o sistema em malha fechada. Todos esses controladores consideram apenas o modelo cinemático, por exemplo, sistema de direção do robô móvel, e o rastreamento de velocidade perfeita são assumidos para gerar a entrada real de controle do veículo.

Este trabalho desenvolve o projeto de controlador por meio da extensão dinâmica a qual leva em consideração a dinâmica específica do veículo para converter um comando do sistema de direção em entradas de controle para o robô móvel. Sendo considerado como uma abordagem de controle de *backstepping*. Primeiro, as entradas de controle de velocidade de realimentação são projetadas para o sistema de direção cinemática para tornar o erro de posição assintoticamente estável. Em seguida, uma velocidade de realimentação considerando a lei de controle é projetada, de tal forma que as velocidades do robô móvel convergem assintoticamente para as entradas de velocidade dadas. Por fim, este segundo sinal de controle é usado pelo controlador de realimentação de torque para calcular os torques necessários do robô móvel real. Esta abordagem de controle não linear pode ser aplicada a uma classe de entradas de velocidade de controle de sistema cinemático suave. Portanto, o mesmo procedimento de projeto funciona para todos os três problemas básicos de navegação mencionados anteriormente.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma: a Seção 2, apresenta os fundamentos teóricos de um robô móvel não holonômico; a Seção 3 descreve detalhadamente o algoritmo de projeto para rastrear uma trajetória de referência; a Seção 4, apresenta e discute os resultados de simulação obtidos; por fim, a Seção 5 apresenta as principais conclusões do desenvolvimento deste trabalho.

2. MODELO MATEMÁTICO DO ROBÔ MÓVEL

Nesta seção será apresentado o modelo matemático do robô móvel. A Figura 1 apresenta um diagrama genérico de um robô móvel não holonômico, que será utilizado como *benchmark* Fierro and Lewis (1995); Rabbani and Memon (2021).

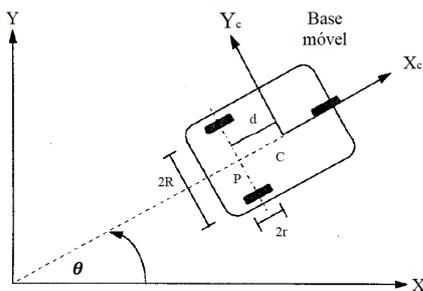


Figura 1. Diagrama cartesiano do robô móvel não holonômico.

Considere um sistema de robô móvel com um espaço de configuração n -dimensional \mathbf{C} com coordenadas generalizadas (q_1, \dots, q_n) e sujeito a m restrições que podem ser descritas pela seguinte relação:

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + G(q) + \tau_d = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (1)$$

onde, $M(q) \in R^{n \times n}$ é uma matriz de inércia definida positiva e simétrica, $V_m(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$ é a matriz centrípeta e de Coriolis, $F(\dot{q}) \in R^n$ denota o atrito da superfície, $G(q) \in R^n$ é o vetor gravitacional, τ_d denota distúrbios desconhecidos limitados incluindo a dinâmica não modelada e não estruturada do sistema, $B(q) \in R^{n \times r}$ é a matriz de transformação de entrada, $\tau \in R^r$ é o vetor de entrada, $A(q)$ é a matriz associada às restrições e $\lambda \in R^m$ é o vetor das forças de restrição.

2.1 Cinemática e dinâmica de um robô móvel

O robô móvel mostrado na Figura 1 é um exemplo típico de um sistema mecânico não holonômico. Consiste em um veículo com duas rodas motrizes montadas no mesmo eixo e uma roda livre dianteira. O movimento e a orientação são obtidos por atuadores independentes, por exemplo, motores CC que fornecem os torques necessários às rodas traseiras. Outra configuração comum usa a roda dianteira para direcionar a base móvel. Basicamente, ambas as configurações compartilham o mesmo controle e propriedades estruturais.

A posição do robô em um referencial cartesiano inercial $\{0, X, Y\}$ é completamente especificada pelo vetor $q = [x_c, y_c, \theta]^T$, onde (x_c, y_c) e θ são as coordenadas do ponto de referência \mathbf{C} , e a orientação da base $\{C, X_c, Y_c\}$ em relação à base inercial, respectivamente. Além disso, a Figura 1 mostra a geometria da base móvel que será utilizada para desenvolver um modelo matemático do veículo.

De acordo com Jagannathan et al. (1993), as técnicas de controle baseadas em linearização falham no ponto \mathbf{P} , ou seja, na interseção do eixo da roda e do eixo de simetria. Uma solução comum para este problema é redefinir um novo ponto de referência localizado a uma certa distância d de \mathbf{P} . Escolhe-se um ponto fixo \mathbf{C} e usa este ponto como ponto de referência para desenvolver o modelo matemático. As equações cinemáticas de movimento em termos de sua velocidade linear e velocidade angular são relacionadas em (Fierro and Lewis, 1995). Por outro lado, as equações dinâmicas da base móvel na Figura 1 podem ser expressas como segue:

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & md \sin \theta \\ 0 & m & -md \cos \theta \\ md \sin \theta & -md \cos \theta & I \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$V(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} md\dot{\theta}^2 \cos \theta \\ md\dot{\theta}^2 \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix}, B(q) = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \theta \\ \sin \theta & \sin \theta \\ R & -R \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$G(q) = 0, \tau = \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix}, A^T(q) = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \\ -d \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\lambda = -m(\dot{x}_c \cos \theta + \dot{y}_c \sin \theta)\dot{\theta} \quad (5)$$

As propriedades padrões da dinâmica do robô móvel definidas em (1) são apresentadas nos trabalhos (Fierro and Lewis, 1995; Lewis et al., 1993). O sistema definido em (1) agora se transforma em uma representação mais adequada para fins de controle. Diferenciando a equação (6).

$$\dot{q} = S(q)v(t) \quad (6)$$

em seguida, substituindo este resultado em (1), e por fim multiplicando por S^T , pode-se eliminar a matriz de restrição $A^T(q)\lambda$ na expressão (1). Nesse sentido as equações completas de movimento da plataforma móvel não holonômica são dadas como segue:

$$\dot{q} = Sv \quad (7)$$

$$S^T M S \dot{v} + S^T (M \dot{S} + V_m S)v + \bar{F} + \bar{\tau}_d = S^T B \tau \quad (8)$$

onde, $v(t) \in R^{n \times m}$ é um vetor de velocidade. Por definições apropriadas, pode-se reescrever a equação (8) como segue:

$$\bar{M}(q)\dot{v} + \bar{V}_m(q, \dot{q})v + \bar{F}(v) + \bar{\tau}_d = \bar{B}_q \tau \quad (9)$$

3. PROJETO DE CONTROLE

Segundo Fierro and Lewis (1995), a dinâmica completa do robô móvel é expressa nas definições (7) e (8), onde é abordado o sistema de direção cinemática em (7) mais algumas dinâmicas extras em (8). As abordagens padrões para o projeto de controle não holonômico lidam apenas com a definição (7), ignorando a dinâmica real do veículo. Deste modo, neste trabalho implementa-se via simulação a correção desta omissão.

Seja u uma entrada auxiliar, então aplicando a realimentação não linear, tem-se a seguinte relação:

$$\tau = f_\tau(q, \dot{q}, v, u) = \bar{B}^{-1} \left[\bar{M}(q)u + \bar{V}_m(q, \dot{q})v + \bar{F}(v) + \bar{\tau}_d \right] \quad (10)$$

Pode-se converter o problema de controle dinâmico em um problema de controle cinemático, como segue:

$$\dot{q} = S(q)v \quad (11)$$

$$\dot{v} = u \quad (12)$$

A equação (11) representa uma descrição no espaço de estados do robô móvel não holonômico e constitui a estrutura básica para definir suas propriedades de controle não linear (Campion et al., 1996; Fukao et al., 2000; Oriolo et al., 2002). A matriz $S(q)$ é definida como apresenta a seguinte relação:

$$S(q) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -d \sin \theta \\ \sin \theta & d \cos \theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Ao realizar a transformação de entrada em (6), assume-se que todas as grandezas dinâmicas (por exemplo, $\bar{M}(q), \bar{F}(v), \bar{V}_m(q, \dot{q})$) do veículo são exatamente conhecidas, facilitando a incorporação de técnicas padrões de controle adaptativo ou robusto se este não for o caso.

3.1 Projeto de controle Backstepping

Existem muitas abordagens para selecionar um controle de velocidade $v(t)$ para o sistema de direção exibido em (7). Nesta seção, deseja-se converter tal controle prescrito $v(t)$ em um controle de torque $\tau(t)$ para o carrinho físico real. Portanto, o objetivo é selecionar $\tau(t)$ em (8), de modo que (7), (8) exibam o comportamento desejado motivando a escolha específica da velocidade $v(t)$. Isso permite que os comandos do sistema de direção $v(t)$ definidos na literatura sejam convertidos em torques $\tau(t)$ que levam em consideração os parâmetros de massa e atrito do carrinho real.

Considerando que cada um dos problemas básicos de navegação podem ser resolvidos usando entradas adequadas de controle de velocidade suave. Além disso, se o sistema do robô móvel puder rastrear uma classe de entradas de controle de velocidade, então o rastreamento, o seguimento da trajetória e a estabilização sobre uma postura desejada podem ser resolvidos sob a mesma estrutura de controle.

O controle suave da velocidade e de direção, denotado por v_c , pode ser encontrado por qualquer técnica na literatura. Usando o algoritmo a ser apresentado na Seção 3.2, os três problemas básicos de navegação são resolvidos da seguinte forma:

Rastreamento: Dado um sinal de referência

$$\begin{aligned} \dot{x}_r &= v_r \cos \theta_r, \dot{y}_r = v_r \sin \theta_r, \\ \dot{\theta} &= w_r, q_r = [x_r y_r \theta_r]^T, v_r = [v_r w_r]^T, \end{aligned} \quad (14)$$

com $v_r > 0$ para todo t , o objetivo é encontrar uma entrada de controle de velocidade suave $v_c = f_c(e, v_r, K)$ tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (q_r - q) = 0$$

o erro de rastreamento seja zero.

Seguimento do caminho: Dado um caminho \mathbf{P} no plano e a velocidade linear do robô móvel $v(t)$, encontre uma entrada de controle de velocidade suave $v_c = f_c(e_\theta, v, b, K)$, onde e_θ , e $b(t)$ são o erro de orientação e a distância entre o ponto de referência no robô móvel e o caminho \mathbf{P} , respectivamente, de maneira que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (e_\theta) = 0$$

e

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (b(t)) = 0$$

Estabilização do ponto: Dada uma configuração arbitrária q_r o objetivo é encontrar uma entrada suave de controle de velocidade variável no tempo $v_c = f_c(e, v_r, K, t)$ de forma que $\lim_{t \rightarrow \infty} (q_r - q) = 0$.

Em seguida, define-se uma lei de controle de realimentação auxiliar $U = \dot{v}_c + K_d(v_c - v)$, tal que $v \rightarrow v_c$ como $t \rightarrow \infty$. Em seguida, calcula-se o torque $\tau = f_\tau(q, \dot{q}, v, u)$ usando (10).

3.2 Rastreamento de uma trajetória de referência

Muitos trabalhadores projetaram o controle de realimentação não linear para o modelo cinemático (conforme mostrado na relação (6)) de um robô móvel que resolve os três problemas básicos previamente mencionados, fornecendo uma entrada do sistema de direção v_c . Infelizmente, os meios de selecionar entradas de torque reais $\tau(t)$ desde entradas de direção $v(t)$ não foram amplamente abordados.

Uma estrutura geral para o sistema de controle de rastreamento é apresentada na Figura 3.2. Nesta figura, o conhecimento completo da dinâmica do carrinho é assumido, de modo que (10) é usado para calcular $\tau(t)$ dado $u(t)$. A contribuição deste artigo está em derivar um $u(t)$ e $\tau(t)$ adequado de um $v_c(t)$ específico que controla o sistema de direção (6). É comum na literatura abordar o problema assumindo um rastreamento de velocidade perfeito, o que pode não ser válido na prática. Uma alternativa melhor para essa suposição irreal é o método de *backstepping* com integrador agora desenvolvido.

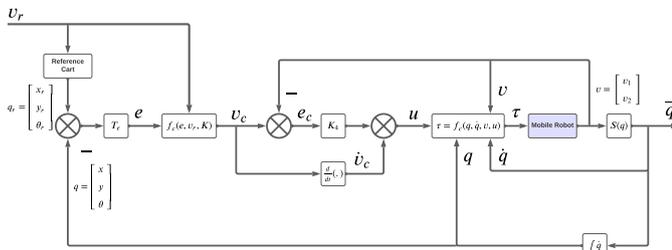


Figura 2. Estrutura de controle de rastreamento.

Para ser específico, assume-se que a solução para o problema de rastreamento do sistema de direção em (Kawayama et al., 1990) está disponível. Isto é denotado como $v_c(t)$. O vetor de erro de rastreamento é expresso na base de um quadro vinculado à plataforma móvel (Wit et al., 1993).

$$e = T_e(q_r - q), \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - r \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (15)$$

onde, a derivada do erro é representada pela seguinte relação

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} v_2 e_2 - v_1 + v_r \cos e_3 \\ -v_2 e_1 + v_r \sin e_3 \\ w_r - v_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

A entrada auxiliar de controle de velocidade que alcança o rastreamento para (6) é dada por:

$$v_c = \begin{bmatrix} v_r \cos e_3 + k_1 e_1 \\ w_r + k_2 v_r e_2 + k_3 v_r \sin e_3 \end{bmatrix}, v_c = f_c(e, v_r, K) \quad (17)$$

A derivada de v_c torna-se

$$\dot{v}_c = \begin{bmatrix} \dot{v}_r \cos e_3 \\ \dot{w}_r + k_2 \dot{v}_r e_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 & -v_r \sin e_3 \\ 0 & k_2 v_r & k_3 v_r \cos e_3 \end{bmatrix} \dot{e} \quad (18)$$

e, assumindo que as velocidades de referência linear e angular são constantes, obtém-se a seguinte relação:

$$\dot{v}_c = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & -v_r \sin e_3 \\ 0 & k_2 v_r & k_3 v_r \cos e_3 \end{bmatrix} \dot{e} \quad (19)$$

Então a entrada de controle de aceleração de realimentação não linear proposta é definida como segue.

$$u = \dot{v}_c + K_4(v_c - v) \quad (20)$$

onde, K_4 é uma matriz diagonal positiva definida dada por

$$K_4 = k_4 I \quad (21)$$

Observe que (20) também é válida para o caso em que $v_r(t)$ e $w_r(t)$ são funções variantes no tempo. É comum na literatura assumir simplesmente que $u = \dot{v}_c$, chamado de rastreamento de velocidade perfeito, o que não pode garantir o rastreamento do carrinho real. Importantes considerações sob a estrutura do robô móvel não holonômico são apresentadas em (Fierro and Lewis, 1995). Além disso, é descrito neste estudo a prova para a definição do vetor auxiliar de velocidade baseado na função de Lyapunov, através do vetor de erro de velocidade, como apresentado a seguir:

$$e_c = v - v_c = \begin{bmatrix} e_4 \\ e_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 - v_r \cos e_3 - k_1 e_1 \\ v_2 - w_r - k_2 v_r e_2 - k_3 v_r \sin e_3 \end{bmatrix} \quad (22)$$

onde, o vetor de velocidade da base móvel satisfaz $v \rightarrow v_c$ como $t \rightarrow \infty$. Empregando (20), obtém-se a derivada do vetor auxiliar de erro \dot{e}_c como segue:

$$\dot{e}_c = -K_4 e_c \quad (23)$$

Nesse contexto a função candidata de Lyapunov foi definida da seguinte forma:

$$V = k_1(e_1^2 + e_2^2) + \frac{2k_1}{k_2}(1 - \cos e_3) + \frac{1}{2k_4}(e_4^2 + \frac{k_1}{k_2 k_3 v_r} e_5^2) \quad (24)$$

onde, $V \geq 0$, e $V = 0$ somente se $e = 0$ e $e_c = 0$. A continuação utilizando as equações (16), (22) e (23) é demonstrado que $V \leq 0$ por meio de (25).

$$\dot{V} = -k_1 e_1^2 - \frac{k_1 k_3}{k_2} v_r \sin^2 e_3 - (e_4 + k_1 e_1)^2 - \frac{k_1}{k_2 k_3 v_r} (e_5 + k_3 v_r \sin e_3)^2 \quad (25)$$

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A simulação foi implementada no *software* MATLAB. Os ganhos do controlador foram projetados para que o sistema em malha fechada exiba um desempenho com amortecimento crítico. Além disso, considera-se uma trajetória que consiste em um segmento de linha reta e uma trajetória

circular como é mostrado na Figura 3. Nesse sentido, na Figura 3 é possível verificar que a trajetória desejada inicialmente parte das coordenadas $(1, 1) \rightarrow (3, 2)$ em linha reta com $\theta = 26^\circ$ e $v_r = 0,5(m/s)$, $w_r = 0$. Por fim, foi definida a segunda parte da trajetória desejada em forma de arco com as seguintes coordenadas $(3, 2) \rightarrow (1.2, 1.8)$, $\theta_r = w_r * t$, $w_r = 0,125(rad/s)$.

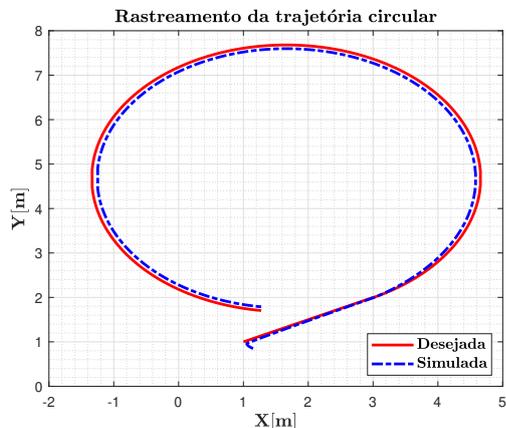


Figura 3. Trajetória desejada e simulada.

Nota-se na Figura 3, que a plataforma móvel é capaz de rastrear a trajetória de referência. Além disso, as velocidades do carrinho convergem para as velocidades de controle, conforme apresentado através da Figura 4 e Figura 5. Este é um ponto chave na abordagem de *backstepping*, onde a posição do veículo é controlada indiretamente usando entradas de controle de velocidade. Essas velocidades são convertidas em torques para as rodas motrizes considerando os parâmetros do carrinho real e as restrições não holonômicas. As forças de torque τ_l e τ_r para cada uma das rodas da base móvel são apresentadas através da Figura 6.

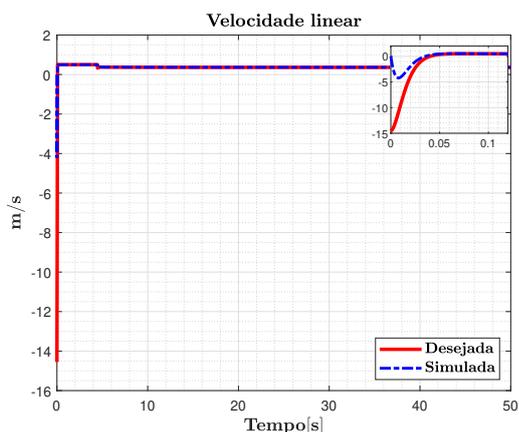


Figura 4. Velocidade linear.

Por fim, na Figura 7 são apresentados os erros de posição para cada um dos eixos ou coordenadas do plano horizontal ($X - Y$).

5. CONCLUSÃO

A proposta desse trabalho é desenvolver o projeto de controle utilizando a metodologia *backstepping*, visando solucionar os três problemas básicos de navegação em

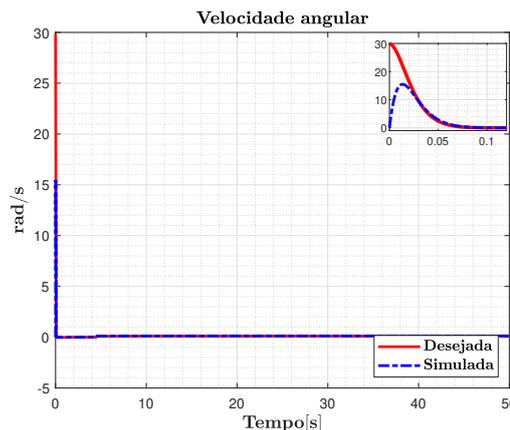


Figura 5. Velocidade angular.

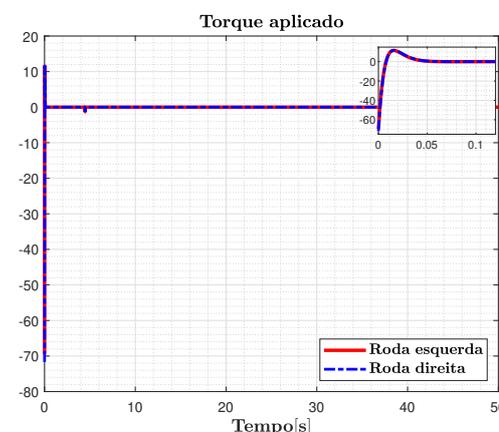


Figura 6. Torque do motor CC.

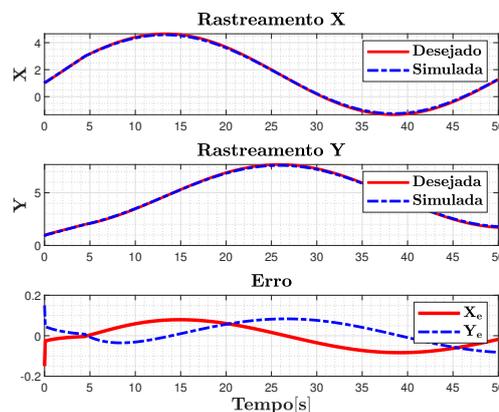


Figura 7. Erros de posição para as coordenadas X e Y .

robôs móveis não holonômicos considerando a dinâmica completa do sistema. Deste modo, avaliou-se a aplicação da metodologia de controle *backstepping*, apresentando a dinâmica completa desse sistema. Verificou-se que para os testes de rastreamento apresentados, a metodologia proposta apresentou resultados promissores, compreendendo pequenos erros no rastreamento de trajetória que conseguem ser rapidamente corrigidos pela metodologia proposta, garantindo a sua eficiência e robustez, de modo a solucionar simultaneamente todos os problemas de navegação apresentados e discutidos. Além disso, a metodolo-

gia proposta consegue garantir a estabilidade do sistema e a convergência do algoritmo para o rastreamento das trajetórias no plano cartesiano, bem como na estimação adequada de velocidade e torque à serem aplicados ao robô móvel, desde que as entradas de controle sejam suaves e limitadas, e a dinâmica do robô seja completamente conhecida.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi parcialmente financiado por: CNPq, CAPES e FAPEAM.

REFERÊNCIAS

- Aguiar, A.P. and Hespanha, J.P. (2007). Trajectory-tracking and path-following of underactuated autonomous vehicles with parametric modeling uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 52(8), 1362–1379. doi:10.1109/TAC.2007.902731.
- Campion, G., Bastin, G., and Dandrea-Novel, B. (1996). Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(1), 47–62. doi:10.1109/70.481750.
- de Wit, C.C., Khennouf, H., Samson, C., and Sordalen, O.J. (1994). Nonlinear control design for mobile robots.
- Elliot, J.G. and Gans, R.F. (2008). Closed-loop control of an underactuated sheet registration device using feedback linearization and gain scheduling. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 16(4), 589–599. doi:10.1109/TCST.2007.912109.
- Fierro, R. and Lewis, F. (1995). Control of a nonholonomic mobile robot: backstepping kinematics into dynamics. In *Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control*, volume 4, 3805–3810 vol.4. doi:10.1109/CDC.1995.479190.
- Fukao, T., Nakagawa, H., and Adachi, N. (2000). Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 16(5), 609–615. doi:10.1109/70.880812.
- Ibari, B., Benchikh, L., Hanifi Elhachimi, A.R., and Ahmed-foitih, Z. (2016). Backstepping Approach for Autonomous Mobile Robot Trajectory Tracking. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 2(3), 478–485. doi:10.11591/ijeecs.v2.i3.pp478-485.
- Jagannathan, S., Lewis, F., and Liu, K. (1993). Modeling, control and obstacle avoidance of a mobile robot with an onboard manipulator. In *Proceedings of 8th IEEE International Symposium on Intelligent Control*, 196–201. doi:10.1109/ISIC.1993.397714.
- Jean-Jacques Slotine, W.L. (ed.) (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall.
- Kanayama, Y., Kimura, Y., Miyazaki, F., and Noguchi, T. (1990). A stable tracking control method for an autonomous mobile robot. In *Proceedings., IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 384–389 vol.1. doi:10.1109/ROBOT.1990.126006.
- Khalil, H.K. (ed.) (2001). *Nonlinear Systems*. Prentice Hall.
- Lewis, F.L., Abdallah, C.T., and Dawson, D.M. (1993). *Control of Robot Manipulators*. MacMillan, New York.
- Li, Z., Deng, J., Lu, R., Xu, Y., Bai, J., and Su, C.Y. (2016). Trajectory-tracking control of mobile robot systems incorporating neural-dynamic optimized model predictive approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 46(6), 740–749. doi:10.1109/TSMC.2015.2465352.
- Lozano-Perez, T., Coxand, I.J., and Wilfong, G.T. (eds.) (2012). *Autonomous robot vehicles*. Springer Science & Business Media.
- Miroslav Krstic, Ioannis Kanellakopoulos, P.V.K. (ed.) (1995). *Nonlinear and Adaptive Control Design*. JOHN WILEY & SONS, INC., New York.
- Oriolo, G., De Luca, A., and Vendittelli, M. (2002). Wmr control via dynamic feedback linearization: design, implementation, and experimental validation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 10(6), 835–852. doi:10.1109/TCST.2002.804116.
- Rabbani, M.J. and Memon, A.Y. (2021). Trajectory tracking and stabilization of nonholonomic wheeled mobile robot using recursive integral backstepping control. *Electronics*, 10(16). doi:10.3390/electronics10161992.
- Samson, C. and Ait-Abderrahim, K. (1991). Feedback control of a nonholonomic wheeled cart in cartesian space. In *Proceedings. 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1136–1141 vol.2. doi:10.1109/ROBOT.1991.131748.
- Wit, C.C.d., Khennouf, H., Samson, C., and Sordalen, O.J. (1993). Nonlinear control design for mobile robots. In *Recent trends in mobile robots*, 121–156. World Scientific.