

Método de Controle de Corrente para a Redução de *Ripple* de Torque de uma PMSM Não-Senoidal^{*}

Lucas Rossato Rocha^{*} Eduardo Cattani Silva^{*}
Paulo Henrique Alves Silva e Silva^{*} Rodrigo Padilha Vieira^{*}

^{*} Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Maria, RS (e-mails: lucas_rrocha@hotmail.com, cattani98@gmail.com, cba, rodrigovie@gmail.com).

Abstract: This work presents a control method applied to a non-sinusoidal PMSM in order to reduce the torque ripple. Due to the machine's back-electromotive force (Back-EMF) not having a sinusoidal shape, there will be a torque ripple due to the interaction of the Back-EMF and the stator currents when classic vector control methods are used. In order to mitigate this problem, resonant controllers will be configured to minimize the 6th and 12th harmonics in the quadrature axis current. A state feedback controller is used and the controller gains are calculated by pole placement through the Ackerman Method. For the practical implementation, interpolating polynomials will be used that will allow to reduce the computational efforts. Simulation results demonstrate the effectiveness of the method to reduce torque ripple and improve machine electrical performance.

Resumo: O presente trabalho apresenta um método de controle aplicado à PMSM não-senoidal visando a redução do *ripple* de torque. Devido à força contra-eletromotriz (FCEM) da máquina não possuir um formato senoidal, haverá a presença de *ripple* de torque causado pela interação da FCEM com as correntes estatóricas quando se utilizam métodos de controle vetorial clássicos. Para mitigar esse problema, esse trabalho propõe a inclusão de controladores ressonantes para minimizar a 6^a e 12^a harmônica na corrente em eixo em quadratura. Um controlador por realimentação de estados é utilizado, de forma que os ganhos dos controladores são calculados por alocação de polos através do Método de Ackerman. Para a implementação serão utilizados polinômios interpoladores que permitem reduzir os esforços computacionais. Resultados de simulação demonstram a efetividade do método para reduzir o *ripple* de torque e melhorar o rendimento da máquina.

Keywords: PMSM; Torque ripple; Resonant controller; State space; Ackerman

Palavras-chaves: PMSM; *Ripple* de torque; Controlador ressonante; Espaço de estados; Ackerman

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, máquinas síncronas de ímãs permanentes (PMSM) são motores largamente utilizados devido às suas características como alta eficiência, densidade de potência (Wu et al., 2018), estrutura simples e boa confiabilidade (Xia et al., 2016). Na indústria, tais motores se destacam em aplicações de tração com alta potência (Wu et al., 2020), acionamento de bombas d'água (Prabhakaran et al., 2020) e tração veicular (Lara et al., 2016). Além disso, tais máquinas são fonte de diversos trabalhos e estudos acadêmicos (Tong et al., 2019; Wang et al., 2012; Lee et al., 2018).

Uma classificação comum para as PMSMs esta associada ao formado da força contra-eletromotriz (FCEM), onde se classificam em senoidais ou não-senoidais. Usualmente, utiliza-se a Transformada de Park no acionamento desses motores, permitindo decompor as grandezas trifásicas alternadas em duas grandezas contínuas, realizando o controle do torque e fluxo magnético separadamente. Em motores que a FCEM é não-senoidal, poderá existir *ripple* de torque na máquina devido à interação das FCEM com as correntes da máquina.

Para o caso específico de controle vetorial, o qual será estudado no presente trabalho, existem técnicas na literatura que visam mitigar o *ripple* de torque presente na máquina. Um dos primeiros métodos propostos foi a utilização da Transformada de Park estendida (Grenier and Louis, 1993), que altera a Transformada de Park, compensando o *ripple* de torque através do ângulo da transformada. Recentemente, métodos que realizam injeção de harmônicas

^{*} O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES/PROEX) - Código de Financiamento 001. Os autores também gostariam de agradecer a Fundação de Desenvolvimento da Pesquisa - Fundep Rota 2030/Linha V 27192.03.01/2020.12-00

nas correntes estatóricas vem sendo propostos na literatura (de Castro et al., 2020; Buja et al., 2015; Feng et al., 2018).

Uma metodologia que pode ser aplicada para compensar o *ripple* de torque é a utilização de controladores ressonantes. Seu comportamento é semelhante a um controlador PI, porém o controlador ressonante, cuja principal característica é a presença de um ganho infinito na frequência de ressonância, é utilizado para o seguimento de referências senoidais. Assim, devido às suas características, é possível garantir erro nulo no seguimento à referência na frequência de ressonância. Dessa maneira, pode-se encontrar trabalhos na literatura que exploram essa questão (Abosh et al., 2018; Guo et al., 2020; Xia et al., 2015; Kim et al., 2020).

Uma questão importante na utilização de controladores ressonantes é o projeto dos ganhos que muitas vezes é realizado de forma empírica, requerendo um conhecimento prévio e experiência do projetista. No presente trabalho, será utilizado uma estratégia de controle em espaço de estados baseado em um controlador PI (proporcional - integral) + ressonante visando a redução do *ripple* de torque de uma máquina PMSM não-senoidal. Aliado a isso, será apresentada a metodologia de projeto para os ganhos dos controladores aliada a detalhamento de implementação.

2. MODELO MATEMÁTICO DA PMSM

O modelo matemático da máquina PMSM em coordenadas síncronas é escrito em (1) (Krause et al., 2013)

$$\begin{aligned} v_d(t) &= R_s i_d(t) - \omega_e L_s i_q(t) + L_s \frac{d}{dt} i_d(t) \\ v_q(t) &= R_s i_q(t) + \omega_e L_s i_d(t) + L_s \frac{d}{dt} i_q(t) + \omega_e \lambda_{pm}, \end{aligned} \quad (1)$$

onde v_d , v_q são as tensões em eixo direto e em quadratura, i_d , i_q as correntes em eixo direto e em quadratura, ω_e a velocidade síncrona, R_s a resistência do estator, L_s a indutância do estator e λ_{pm} o fluxo dos ímãs. A máquina utilizada no presente trabalho possui ímãs de superfície e portanto as indutâncias nos eixos direto e em quadratura são iguais. Reescrevendo (1), têm-se

$$\begin{aligned} v_d(t) &= R_s i_d(t) - \omega_e L_s i_q(t) + L_s \frac{d}{dt} i_d(t) + e_d(t) \\ v_q(t) &= R_s i_q(t) + \omega_e L_s i_d(t) + L_s \frac{d}{dt} i_q(t) + e_q(t), \end{aligned} \quad (2)$$

onde $[e_d(t) \ e_q(t)]^T = [0 \ \omega_e \lambda_{pm}]^T$ são as forças contra-eletromotrices em eixo direto e em quadratura.

Sendo uma máquina PMSM não-senoidal com enrolamentos conectados em Y, a força contra-eletromotriz pode ser decomposta como (Ji et al., 2018; Nikouie et al., 2018)

$$e_a(t) = E_1 \sin(\omega_e t) + E_5 \sin(5\omega_e t) + E_7 \sin(7\omega_e t) + \dots \quad (3)$$

onde $e_a(t)$ é a força contra-eletromotriz da fase a , E_1 é a componente fundamental E_5 a componente de 5^ª harmônica e E_7 a componente de 7^ª harmônica. Em outras palavras, a força contra-eletromotriz possui as componentes

harmônicas ímpares, com exceção das múltiplas de 3 que são anuladas devido à conexão dos enrolamentos. No modelo em coordenadas síncronas, o torque eletromagnético para uma PMSM não-senoidal pode ser decomposto como (Nikouie et al., 2018; Huang et al., 2021)

$$T_e = T_0 + T_6 \sin(6\omega_e t) + T_{12} \sin(12\omega_e t) + \dots \quad (4)$$

onde T_0 é o torque médio contínuo, T_6 a componente de 6^ª harmônica e T_{12} a componente de 12^ª harmônica. Ainda, é possível escrever o torque eletromagnético da seguinte forma

$$T_e = \frac{P}{2} \lambda_{pm} i_q. \quad (5)$$

onde P é o número de polos da máquina. Dessa forma, o *ripple* de torque é refletido na corrente i_q , podendo a mesma ser utilizada para controlar o torque eletromagnético.

2.1 Modelo em espaço de estados

Reescrevendo (2) em espaço de estados, têm-se

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{i}}_{dq}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{i}_{dq}(t) + \mathbf{B} \mathbf{v}_{dq}(t) + \mathbf{B}_e \mathbf{e}_{dq}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{i}_{dq}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \omega_e \\ -\omega_e & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix}, & \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_e &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_s} \end{bmatrix}, & \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$

Destaca-se que (6) é um sistema com múltiplas entradas, pois existe uma parcela de acoplamento entre os eixos. Em outras palavras, uma perturbação no eixo direto interfere no eixo em quadratura e vice-versa. Para mitigar esse problema, uma estratégia de controle é utilizada.

3. ESTRATÉGIA DE CONTROLE

3.1 Controle por realimentação de estados

Seja a lei de controle por realimentação de estados

$$\mathbf{v}_{dq} = -\mathbf{K} \mathbf{i}_{dq}, \quad (8)$$

onde

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ k_3 & k_1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

a matriz \mathbf{A}_{eq} que representa o comportamento do sistema em malha fechada é dada por

$$\mathbf{A}_{eq} = \mathbf{A} - \mathbf{BK}. \quad (10)$$

Considerando (8) e (9), as leis de controle podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} v_d &= -k_1 i_d - k_2 \dot{i}_q \\ v_q &= -k_3 i_d - k_1 \dot{i}_q. \end{aligned} \quad (11)$$

Através de (11), é possível eliminar a parcela de acoplamento do sistema. Portanto, analisando (7),

$$\begin{aligned} k_2 &= \omega_e L_s \\ k_3 &= -k_2. \end{aligned} \quad (12)$$

Logo, se (12) for respeitado, o sistema agora pode ser considerado um sistema com apenas uma entrada, simplificando a análise. Agora, pode-se escrever a equação diferencial da corrente em eixo em quadratura de maneira simplificada como:

$$\begin{aligned} \dot{i}_q &= -\frac{R_s}{L_s} i_q + \frac{1}{L_s} v_q - \frac{1}{L_s} e_q \\ y &= C i_q, \end{aligned} \quad (13)$$

onde $C = [1]$. Destaca-se que (13) pode ser utilizada para representar a dinâmica da corrente em eixo direto de maneira idêntica. Considerando então que o sistema possui uma entrada, define-se agora a lei de controle da seguinte forma:

$$\mathbf{v}_{dq}(t) = -K[\mathbf{i}_{dq}(t) - \delta_{dq}], \quad (14)$$

onde δ_{dq} é a integral do erro, adicionada á lei de controle para zerar o erro em regime permanente, calculada como:

$$\delta_{dq} = \int [\mathbf{i}_{dq}^*(t) - \mathbf{C}\mathbf{i}_{dq}(t)] dt. \quad (15)$$

Agora, reescreve-se o sistema para conter a integral do erro,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_{dq}(t) \\ \dot{\delta}_{dq}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & 0 \\ \frac{1}{L_s} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{dq}(t) \\ \delta_{dq}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{v}_{dq}(t) + \\ &\begin{bmatrix} -\frac{1}{L_s} \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{e}_{dq}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{i}_{dq}^*(t). \end{aligned} \quad (16)$$

Na forma compacta:

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{v}_i(t) + \mathbf{B}_e \mathbf{e}_i(t) + \mathbf{B}_{ref} \mathbf{x}_i^*(t). \quad (17)$$

Respeitando (12) para que a análise possa ser feita separadamente em cada eixo, a nova matriz \mathbf{K} é dada por

$$\mathbf{K} = [k_1 \ k_4], \quad (18)$$

onde k_1 é o ganho que multiplica a corrente e k_4 multiplica a integral do erro. Agora, é possível calcular a função de transferência do sistema

$$\frac{\mathbf{I}_{dq}^*(s)}{\mathbf{I}_{dq}(s)} = \mathbf{C}_i [s\mathbf{I}_{2 \times 2} - (\mathbf{A}_i - \mathbf{B}_i \mathbf{K})]^{-1} \mathbf{B}_{ref} = \frac{-k_4}{s^2 + \frac{R_s + k_2}{L_s} s - k_4} \quad (19)$$

Destaca-se que a função de transferência obtida em (19) é a mesma para o eixo direto e em quadratura. Através da comparação de (19) com uma equação característica de segunda ordem (Ogata, 2010) pode-se determinar os ganhos

$$\begin{aligned} k_1 &= 2\xi\omega_n L_s - R_s \\ k_4 &= -\omega_n^2 L_s \end{aligned} \quad (20)$$

onde ω_n é a frequência natural do sistema em malha fechada e ξ é o coeficiente de amortecimento.

3.2 Controlador ressonante

Os ganhos projetados em (20) são utilizados para o controle das correntes nos eixos diretos e em quadratura. Entretanto, deve-se atentar ao fato que a corrente em eixo em quadratura é responsável pela produção de torque e, portanto, controladores ressonantes serão aplicados na corrente i_q visando a redução de *ripple* de torque. Uma possível função de transferência para o controlador ressonante é dada por

$$\frac{U_{res}(s)}{E_{res}(s)} = \frac{k_{1r} + k_{2r}s}{s^2 + 2\zeta\omega_r s + \omega_r^2}, \quad (21)$$

onde $U_{res}(s)$ é a ação de controle, $E_{res}(s) = I(s)^* - I(s)$ é o erro de realimentação, k_{1r} e k_{2r} são os ganhos, ζ o coeficiente de amortecimento e ω_r é a frequência de ressonância. Pode-se escrever o controlador ressonante em espaço de estados da seguinte forma

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\xi}_1(t) \\ \dot{\xi}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_{res}^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e_{res}(t) \\ u_{res}(t) &= [k_{1r} \ k_{2r}] \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (22)$$

onde ξ_1 e ξ_2 são os estados do controlador. Conforme visto na seção 2, as harmônicas de 6ª ordem e suas múltiplas são responsáveis pelo *ripple* presente no torque eletromagnético. Assim, serão utilizados dois controladores ressonantes sintonizados na 6ª e 12ª harmônicas para mitigação do *ripple*. O sistema em espaço de estados com os controladores ressonantes pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_q(t) &= \mathbf{A}_i \mathbf{x}_q(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{v}_q(t) + \mathbf{B}_e \mathbf{e}_q(t) + \mathbf{B}_{ref} \mathbf{x}_q^*(t) \\ \mathbf{y}_q(t) &= \mathbf{C}_i \mathbf{x}_q(t) \end{aligned} \quad (23)$$

onde

$$\mathbf{x}_q(t) = \begin{bmatrix} i_q(t) \\ \sigma_q(t) \\ \xi_{1,6}(t) \\ \xi_{2,6}(t) \\ \xi_{1,12}(t) \\ \xi_{2,12}(t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -\omega_{6res}^2 & -2\zeta\omega_{6res} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -\omega_{12res}^2 & -2\zeta\omega_{12res} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 1 \\ L_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_e = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{ref} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_i = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]. \quad (24)$$

Com o modelo completo apresentado em (23), têm-se uma nova matriz \mathbf{K}

$$\mathbf{K} = [k_1 \ k_4 \ k_{1,6} \ k_{2,6} \ k_{1,12} \ k_{2,12}], \quad (25)$$

onde $k_{1,6}$, $k_{2,6}$, $k_{1,12}$ e $k_{2,12}$ são os ganhos dos controladores ressonantes.

4. PROJETO DOS GANHOS DOS CONTROLADORES RESSONANTES

O sistema completo apresentado em (24) contém 6 estados, de maneira que a função de transferência em malha fechada conterà 6 polos, dificultando a análise da planta para determinação dos ganhos dos controladores ressonantes. Uma alternativa é utilizar o Método de Ackerman (Ogata, 2010) para a determinação da matriz \mathbf{K} em (25), permitindo assim posicionar os polos da planta em locais desejados pelo projetista.

Deve-se atentar ao fato que os dois primeiros polos da planta, referente à parcela da realimentação de corrente i_q e à integral do erro terão o comportamento de uma função característica de segunda ordem, e os ganhos são projetados de acordo com (20), restando assim os 4 ganhos dos controladores ressonantes a serem determinados.

4.1 Exemplo de projeto

Seja a máquina PMSM não-senoidal, cujos parâmetros estão presentes na Tabela 3. Projeta-se uma frequência de corte $\omega_n = 2\pi 150 \text{ rad/s}$ e coeficiente de amortecimento $\xi = 0,8$. De acordo com (20), os ganhos k_1 e k_4 são calculados como:

$$\begin{aligned} k_1 &= 0,05545 \\ k_4 &= -78,714. \end{aligned} \quad (26)$$

Para uma dada velocidade, deseja-se que os controladores ressonantes tenham os polos em

$$p_6 = \pm j6 \frac{P}{2} \omega_r; \quad p_{12} = \pm j12 \frac{P}{2} \omega_r, \quad (27)$$

onde p_6 e p_{12} são os polos dos controladores ressonantes e ω_r é a velocidade rotórica. Uma questão importante a ser considerada é o valor do coeficiente de amortecimento ζ . A Figura 1 apresenta o diagrama de bode para uma velocidade rotórica de 50 rad/s e ζ variando de 0,2 (vermelho) até 1 (azul).

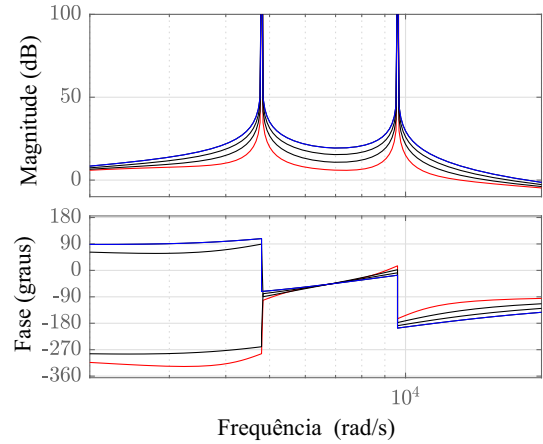


Figura 1. Diagrama de bode considerando diferentes valores de ζ

Verifica-se que um sistema pouco amortecido (vermelho) tem uma faixa de operação mais estreita ao passo que o sistema com melhor amortecimento possui uma faixa de operação maior. Destaca-se que o controlador ressonante não depende dos parâmetros da máquina, vide (21), entretanto o mesmo é diretamente dependente da velocidade de rotação. Assim sendo, um erro na leitura de velocidade, mesmo pequeno, pode impactar no sistema. Dessa maneira, sugere-se que seja utilizado um coeficiente de amortecimento maior que 0,6, aumentando assim a faixa de frequência que o controlador opera.

Exemplificando, para $\omega_r = 50 \text{ rad/s}$, e coeficiente de amortecimento $\zeta = 0,8$ os ganhos obtidos pelo Método de Ackerman são

$$\begin{aligned} k_{1,6} &= -56,0681 \times 10^6 \\ k_{2,6} &= -7,5153 \times 10^3 \\ k_{1,12} &= -4,2634 \times 10^6 \\ k_{2,12} &= -25,9932 \times 10^3. \end{aligned} \quad (28)$$

A Figura 2 apresenta o diagrama de bode do sistema projetado, onde pode-se visualizar o ganho elevado proporcionado pelos controladores ressonantes.

Destaca-se que a Figura 2 representa o diagrama de bode do sistema projetado para a situação específica considerada, de maneira que para o projeto adequado dos ganhos dos controladores ressonantes, deve-se atentar ao fato que a máquina pode operar com velocidade variável, ou seja, para cada velocidade os valores dos ganhos irão se alterar. As Figuras 3 - 6 apresentam os ganhos calculados pelo método de Ackerman considerando um intervalo de velocidade síncrona entre 1 e 800 rad/s e coeficiente de amortecimento $\zeta = 0,8$.

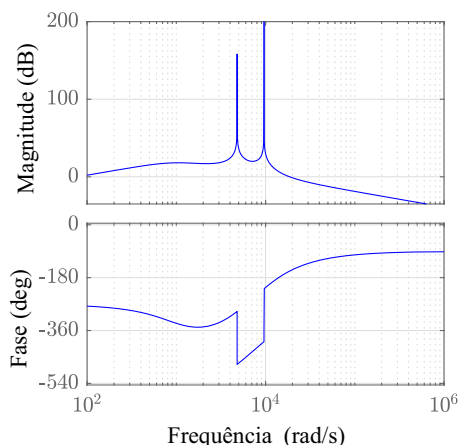


Figura 2. Diagrama de bode do sistema projetado

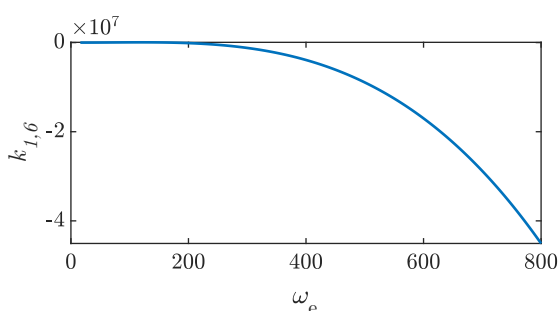


Figura 3. Varredura para o ganho $k_{1,6}$

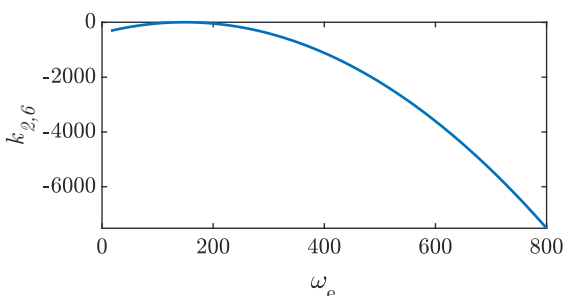


Figura 4. Varredura para o ganho $k_{2,6}$

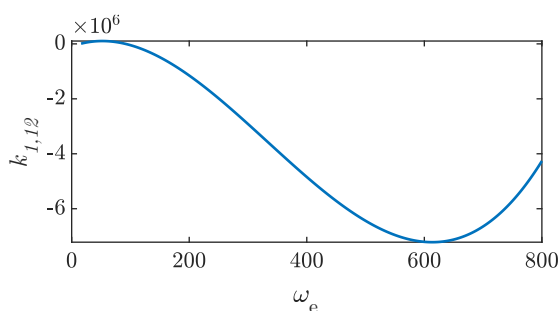


Figura 5. Varredura para o ganho $k_{1,12}$

Durante a implementação dos controladores em um DSP (*Digital Signal Processor*), é necessário conhecer a velocidade da máquina a cada instante e , por consequência, os respectivos ganhos para cada ponto de operação. Afim de obter os mesmos, poderia ser utilizado o Método de Ackerman, entretanto essa estratégia demanda de elevado custo computacional (conforme será demonstrado na subseção

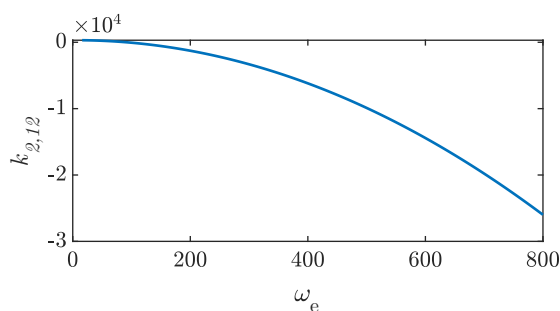


Figura 6. Varredura para o ganho $k_{2,12}$

4.2), podendo, dessa forma, comprometer o desempenho em tempo real do sistema de controle. Portanto, será utilizada aproximação polinomial para obter as curvas das Figuras 3 - 6, permitindo realizar os cálculos dos ganhos no DSP através de instruções simples e rápidas de serem executadas.

Através da utilização de um ambiente matemático, realiza-se a interpolação utilizando polinômio de 2^a, 3^a e 4^a ordem para o ganho $k_{1,6}$, afim de verificar qual a melhor abordagem a ser utilizada. As curvas obtidas podem ser vistas na Figura 7.

Assim, analisando os polinômios obtidos, verifica-se que um polinômio de 2^a ordem não interpola satisfatoriamente a curva obtida pelo Método de Ackerman, restando assim utilizar um polinômio de 3^a ou 4^a ordem. Analisando a Figura 7, pode ser utilizado um polinômio de 3^a ordem, visto que este retorna o mesmo resultado que o polinômio de 4^a ordem. Além disso, dessa maneira é possível diminuir o esforço computacional, uma vez que o polinômio de 3^a ordem demanda menos operações matemáticas que o polinômio de 4^a ordem.

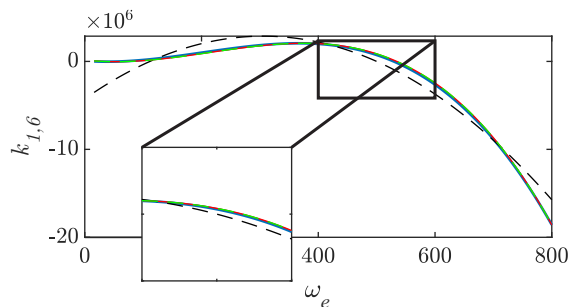


Figura 7. Interação para o ganho $k_{1,6}$ (azul) com polinômios de 2^a (preto), 3^a (vermelho) e 4^a ordem (verde)

Portanto, definido o polinômio interpolador como sendo de 3^a ordem, pode-se obter os polinômios que interpolam os 4 ganhos a serem definidos. Os polinômios interpoladores são dados em (30) e seus coeficientes estão presentes no Apêndice. O comportamento dos polinômios interpoladores pode ser visto nas Figuras 8 - 11.

$$\begin{aligned}
 k_{1,6} &= k_{1,6a}\omega_e^3 + k_{1,6b}\omega_e^2 + k_{1,6c}\omega_e + k_{1,6d} \\
 k_{2,6} &= k_{2,6a}\omega_e^3 + k_{2,6b}\omega_e^2 + k_{2,6c}\omega_e + k_{2,6d} \\
 k_{1,12} &= k_{1,12a}\omega_e^3 + k_{1,12b}\omega_e^2 + k_{1,12c}\omega_e + k_{1,12d} \\
 k_{2,12} &= k_{2,12a}\omega_e^3 + k_{2,12b}\omega_e^2 + k_{2,12c}\omega_e + k_{2,12d}.
 \end{aligned} \tag{29}$$

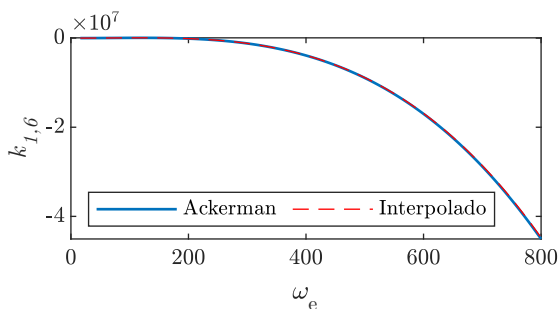


Figura 8. Interpolação para o ganho $k_{1,6}$

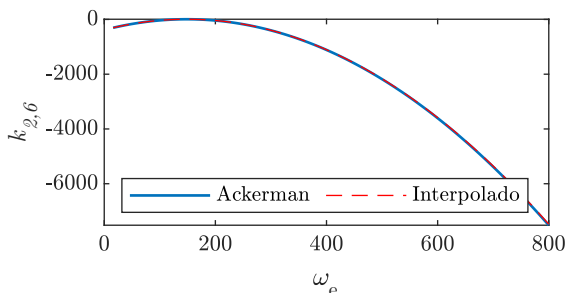


Figura 9. Interpolação para o ganho $k_{2,6}$

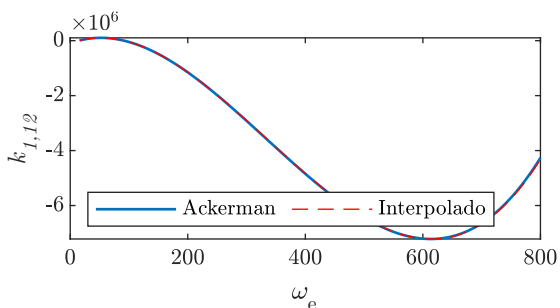


Figura 10. Interpolação para o ganho $k_{1,12}$

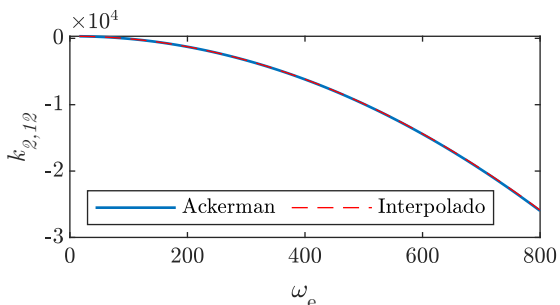


Figura 11. Interpolação para o ganho $k_{2,12}$

4.2 Comparação entre tempo de processamento entre o método de Ackerman e polinômios interpoladores

Afim de validar a proposta de redução de tempo de computação utilizando as técnicas de interpolação polinomial e a utilização do dispositivo de Briot-Ruffini-Horner (Franco, 2015), foi realizado um ensaio em um microcontrolador STM32F103C8T6 (72 MHz de clock na CPU e 64 kbytes de memória flash). As equações previamente definidas que descrevem os ganhos dos controladores foram implementadas no dispositivo e, através do acionamento das

GPIOS, foram aferidos os tempos de processamento dos métodos, os quais estão expostos na Tabela 1.

Tabela 1. Tempo de processamento

Método	Tempo de processamento (s)
Ackerman	153,17 ms
Polinômio aproximado	43,25 μs
Polinômio aproximado com BHR	29,77 μs

Devido à inerente complexidade matemáticas das equações do Método de Ackerman, esse método apresentou um tempo considerável de processamento. Entretanto, as aproximações polinomiais apresentaram uma redução de 99,97% quando comparada ao Método de Ackerman, dessa forma, é validada a estratégia de aproximação polinomial para redução do tempo de processamento. Ademais, nota-se que, com pequenas modificações de implementação das equações aproximadas no microcontrolador utilizando BHR, foi possível reduzir em 31,11% o tempo de processamento das equações aproximadas, reduzindo ainda mais o custo computacional.

5. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Afim de validar a metodologia proposta, o sistema é simulado em software. Para tal, a máquina é configurada para operar inicialmente com velocidade rotórica de 30 rad/s e carga de 10 Nm. No instante de tempo 0,4 s, a velocidade é alterada para 50 rad/s e em 0,6 s a carga no eixo passa a ser de 20 Nm. A frequência de chaveamento do inversor foi configurada em 30 kHz e foi utilizado um barramento CC de 500 V. Os ganhos utilizados para os dois primeiros estados da planta são os mesmos calculados em (26) e os ganhos dos controladores ressonantes são calculados de acordo com a interpolação polinomial em (30). A duração total do ensaio é de 1 s. Na Figura 12 é apresentada a velocidade rotórica da máquina, demonstrando a capacidade do controlador em seguir a referência de velocidade.

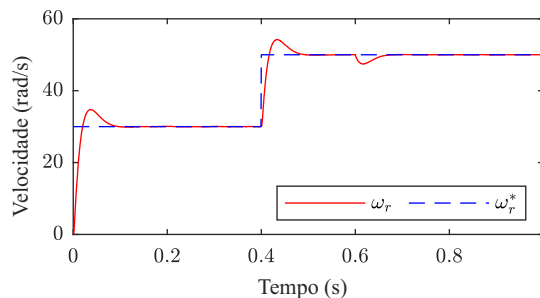


Figura 12. Velocidade rotórica

Nas Figuras 13 e 14 podem-se visualizar o torque produzido pela máquina quando está conectado um carga no eixo de 10 e 20 Nm respectivamente, onde em vermelho os controladores ressonantes estão deligados e em azul estão ativados. Verifica-se visualmente a diminuição das harmônicas de baixa ordem, e por consequência a diminuição do ripple de torque.

Para quantificar a redução nas componentes harmônicas, é apresentada na Figura 15 a amplitude das componentes harmônicas do torque sem e com a utilização dos controladores ressonantes. A partir da Tabela 2 pode-se verificar

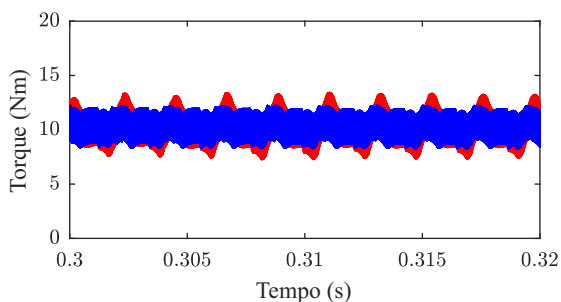


Figura 13. Torque eletromagnético desenvolvido pela máquina com 10 Nm de carga no eixo: em vermelho o controlador ressonante desativado e em azul ativado

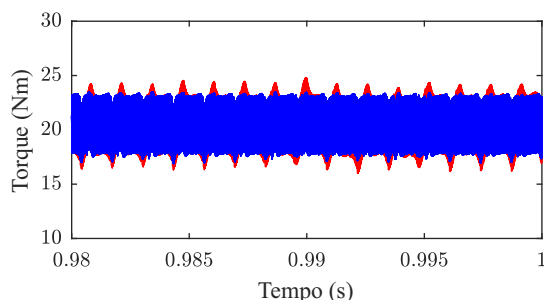


Figura 14. Torque eletromagnético desenvolvido pela máquina com 20 Nm de carga no eixo: em vermelho o controlador ressonante desativado e em azul ativado

que há uma redução significativa nas harmônicas de 6^a e 12^a ordem quando os controladores ressonantes estão ativados.

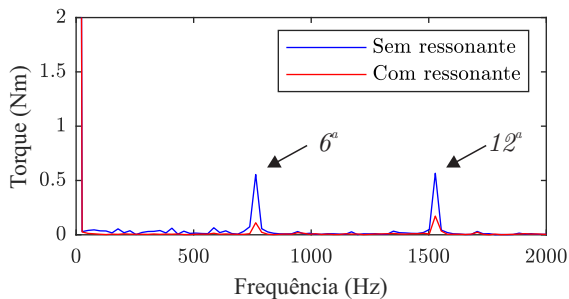


Figura 15. Amplitude das harmônicas presentes no torque eletromagnético

Tabela 2. Valores das componentes harmônicas

Harmônica	Sem ressonante	Com ressonante
6 ^a	0,5548 A	0,1107 A
12 ^a	0,5665 A	0,1722 A

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou uma metodologia de projeto para controladores ressonantes visando a redução do *ripple* de torque de uma máquina PMSM não-senoidal. Inicialmente, o modelo matemático da máquina em espaço de estados foi apresentado e na sequência os controladores foram incluídos, permitindo a obtenção de um modelo completo. Para o projeto dos ganhos dos controladores, uma vez que os controladores ressonantes dependem da velocidade da máquina realizou-se inicialmente uma varredura

para diferentes valores de velocidade através do Método de Ackerman e obteve-se as curvas para os ganhos. Após, foi utilizado polinômios interpoladores juntamente com o dispositivo de Briot-Ruffini-Horner para reduzir o esforço computacional. Na sequência, resultados de simulação validaram o método proposto, demonstrando que é possível reduzir as harmônicas presentes no torque eletromagnético produzido pela máquina.

APÊNDICE

Os parâmetros da máquina utilizada no presente trabalho são dados na Tabela 3 e os coeficientes dos polinômios interpoladores são apresentados em (30).

Tabela 3. Parâmetros da máquina

Parâmetro	Símbolo	Valor
Resistência do estator	R_s	78,1712 mΩ
Indutância do estator	L_s	88,6156 μH
Número de polos	P	32
Velocidade nominal	ω_m	50 rad/s
Momento de inércia	J	0,0226 kg.m ²
Coefficiente de atrito	B	0,0097 Nms

$$\begin{aligned}
 k_{1,6a} &= -0,1177; & k_{1,6b} &= 24,8453; \\
 k_{1,6c} &= -889,3969; & k_{1,6d} &= 8013,9688; \\
 k_{1,12a} &= 0; & k_{1,12b} &= -0,0177; \\
 k_{1,12c} &= 5,2657; & k_{1,12d} &= -383,8986; \\
 k_{2,6a} &= 0,08269; & k_{2,6b} &= -82,5804; \\
 k_{2,6c} &= 7932,3777; & k_{2,6d} &= -97510,9691; \\
 k_{2,12a} &= 0; & k_{2,12b} &= -0,04156; \\
 k_{2,12c} &= 0,3643; & k_{2,12d} &= 315,0058
 \end{aligned} \tag{30}$$

REFERÊNCIAS

- Abosh, A.H., Zhu, Z.Q., and Ren, Y. (2018). Cascaded direct torque control of unbalanced pmsm with low torque and flux ripples. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 33(2), 1740–1749. doi:10.1109/TPEL.2017.2683460.
- Buja, G., Bertoluzzo, M., and Keshri, R.K. (2015). Torque ripple-free operation of pm bldc drives with petal-wave current supply. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(7), 4034–4043.
- de Castro, A.G., Guazzelli, P.R.U., de Oliveira, C.M.R., Pereira, W.C.d.A., de Paula, G.T., and Monteiro, J.R.B.d.A. (2020). Optimized current waveform for torque ripple mitigation and mtpa operation of pmsm with back emf harmonics based on genetic algorithm and artificial neural network. *IEEE Latin America Transactions*, 18(09), 1646–1655. doi:10.1109/TLA.2020.9381808.
- Feng, G., Lai, C., and Kar, N.C. (2018). Practical testing solutions to optimal stator harmonic current design for pmsm torque ripple minimization using speed harmonics. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 33(6), 5181–5191. doi:10.1109/TPEL.2017.2738613.
- Franco, N.M.B. (2015). *Cálculo Numérico*. PEARSON.
- Grenier, D. and Louis, J.P. (1993). Use of an extension of the park's transformation to determine control laws applied to a non-sinusoidal permanent magnet synchronous motor. In *1993 Fifth European Conference on Power Electronics and Applications*, 32–37 vol.6.

- Guo, Y., Wu, L., Huang, X., Fang, Y., and Liu, J. (2020). Adaptive torque ripple suppression methods of three-phase pmsm during single-phase open-circuit fault-tolerant operation. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 56(5), 4955–4965. doi:10.1109/TIA.2020.3004305.
- Huang, M., Deng, Y., Li, H., and Wang, J. (2021). Torque ripple suppression of pmsm using fractional-order vector resonant and robust internal model control. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 7(3), 1437–1453. doi:10.1109/TTE.2021.3053063.
- Ji, Y., Li, B., and Jingcheng, S. (2018). Harmonic analysis on torque ripple of brushless dc motor based on advanced commutation control. *Journal of Control Science and Engineering*. doi:10.1155/2018/3530127.
- Kim, H., Han, Y., Lee, K., and Bhattacharya, S. (2020). A sinusoidal current control strategy based on harmonic voltage injection for harmonic loss reduction of pmsms with non-sinusoidal back-emf. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 56(6), 7032–7043. doi:10.1109/TIA.2020.3016210.
- Krause, P., Wasynczuk, O., Sudhoff, S., and Pekarek, S. (2013). *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*. Wiley.
- Lara, J., Xu, J., and Chandra, A. (2016). Effects of rotor position error in the performance of field-oriented-controlled pmsm drives for electric vehicle traction applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(8), 4738–4751. doi:10.1109/TIE.2016.2549983.
- Lee, S.G., Bae, J., and Kim, W.H. (2018). A study on the maximum flux linkage and the goodness factor for the spoke-type pmsm. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 28(3), 1–5. doi:10.1109/TASC.2017.2775561.
- Nikouie, M., Wallmark, O., and Harnefors, L. (2018). Torque-ripple minimization for permanent-magnet synchronous motors based on harmonic flux estimation. In *2018 20th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'18 ECCE Europe)*, P.1–P.8.
- Ogata, K. (2010). *Modern Control Engineering*. Prentice Hall, 5 edition.
- Prabhakaran, K.K., Karthikeyan, A., Varsha, S., Perumal, B.V., and Mishra, S. (2020). Standalone single stage pv-fed reduced switch inverter based pmsm for water pumping application. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 56(6), 6526–6535. doi:10.1109/TIA.2020.3023870.
- Tong, W., Dai, S., Wu, S., and Tang, R. (2019). Performance comparison between an amorphous metal pmsm and a silicon steel pmsm. *IEEE Transactions on Magnetics*, 55(6), 1–5. doi:10.1109/TMAG.2019.2900531.
- Wang, Z., Zheng, Y., Zou, Z., and Cheng, M. (2012). Position sensorless control of interleaved csi fed pmsm drive with extended kalman filter. *IEEE Transactions on Magnetics*, 48(11), 3688–3691. doi:10.1109/TMAG.2012.2197180.
- Wu, G., Huang, S., Wu, Q., Rong, F., Zhang, C., and Liao, W. (2020). Robust predictive torque control of n*3-phase pmsm for high-power traction application. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 35(10), 10799–10809. doi:10.1109/TPEL.2020.2981914.
- Wu, J., Wang, J., Gan, C., Sun, Q., and Kong, W. (2018). Efficiency optimization of pmsm drives using field-circuit coupled fem for ev/hev applications. *IEEE Access*, 6, 15192–15201. doi:10.1109/ACCESS.2018.2813987.
- Xia, C., Ji, B., and Yan, Y. (2015). Smooth speed control for low-speed high-torque permanent-magnet synchronous motor using proportional–integral–resonant controller. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(4), 2123–2134. doi:10.1109/TIE.2014.2354593.
- Xia, C., Wang, S., Gu, X., Yan, Y., and Shi, T. (2016). Direct torque control for vsi-pmsm using vector evaluation factor table. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(7), 4571–4583. doi:10.1109/TIE.2016.2535958.