

# Análises de Controladores PR e PI Multivariável Aplicados às Estruturas de Controle de Corrente de um Inversor Trifásico Conectado à Rede

Renato Santana Ribeiro Junior \* Eubis Pereira Machado \*\*  
Damásio Fernandes Júnior \*

\* Universidade Federal de Campina Grande, UFCG, PB, (e-mail: renato.sant26@gmail.com, damasio@dee.ufcg.edu.br)

\*\* Universidade Federal do Vale do São Francisco, UNIVASF, BA, (e-mail: eubis.machado@univasf.edu.br)

---

**Abstract:** In this work, two control structures for the current loop applied to a VSI (*Voltage Source Inverter*) connected to the network are presented. For the tuning of the controllers, the transfer function of the filter-network system was developed in an analytical way, considering all the dynamics of the system, in order to obtain the models in coordinates  $\alpha\beta$  and  $dq$ . With the system model in coordinates  $\alpha\beta$ , the PR controller was tuned and for  $dq$  the multivariable PI controller. Finally, the performance of both structures was compared, highlighting the multivariable PI controller, in terms of stability and decoupling of the reference axes.

**Resumo:** Neste trabalho são apresentadas duas estruturas de controle para a malha de corrente aplicadas a um VSI (*Voltage Source Inverter*) conectado à rede. Para a sintonia dos controladores, foi desenvolvida a função de transferência do sistema filtro-rede de forma analítica, considerando todas as dinâmicas do sistema, com o intuito de obter os modelos em coordenadas  $\alpha\beta$  e  $dq$ . Com o modelo do sistema em coordenadas  $\alpha\beta$  foi sintonizado o controlador PR e para  $dq$  o controlador PI multivariável. Ao fim, foi comparado o desempenho de ambas as estruturas, destacando-se o controlador PI multivariável, nos quesitos estabilidade e desacoplamento dos eixos de referência.

*Keywords:* PI-multivariable, P-resonant, SVPWM, LC Filter.

*Palavras-chaves:* PI-multivariável, P-Ressonante, SVPWM, Filtro LC.

---

## 1. INTRODUÇÃO

Os inversores apresentam uma complexidade intrínseca aos sistemas de controle, dado a natureza multivariável, ao tipo de modulação, às não linearidades e ao acoplamento das equações diferenciais para coordenadas  $dq$ , além disso, a conexão com a rede elétrica é feita por meio de filtros, que são responsáveis pela atenuação dos harmônicos gerados, que, por sua vez, podem resultar em um sistema de terceira ordem (Bahrani et al., 2014; Zeb et al., 2018). A característica multivariável pode ser contornada por meio de transformações de referencial, reduzindo assim o número de variáveis do sistema (Krause et al., 2013), enquanto o desacoplamento das equações pode ser solucionado por meio de estratégias de controle destacando-se duas alternativas: o controlador centralizado e o controlador descentralizado com o desacoplador (Abreu, 2019). Logo existem três fatores que podem definir o tipo de controlador, que são o tipo de modulação, a transformação de coordenadas e o método de desacoplamento (Zeb et al., 2018).

A depender do tipo de aplicação, o elo CC de um inversor pode ser constituído de diferentes formas, a saber: saída de outro conversor, sistema de armazenamento de energia, gerador fotovoltaico, gerador eólico, entre outras. Devido à existência de várias malhas de controle, a exemplo daque-

las responsáveis por regular a tensão do elo CC (Machado and Da Silva, 2017), manter as tensões de saída do inversor em sincronia com a rede (Karimi-Ghartemani and Iravani, 2004), rastrear o ponto de máxima potência da geração (Altas and Sharaf, 1996) e regular as correntes injetadas na rede (Zeb et al., 2018), o processo de síntese dos subsistemas é uma tarefa essencial a uma representação assertiva dos sistemas de controle, seleção dos controladores, bem como ao processo de sintonia. Diante disso, o processo de elaboração da função transferência da malha de corrente será feita de forma mais laboriosa comparado a outros trabalhos.

As estruturas de regulação de inversores podem ser conduzidas com diferentes tipos de controladores, a saber: Controle PI convencional aplicado a malha de corrente do inversor em coordenadas  $dq$  (Schauder, 1991; Timbus et al., 2009), controle PI multivariável (Bahrani et al., 2011), MIMO otimizado (Galdos et al., 2009), controle ressonante aplicado ao sistema em coordenadas  $\alpha\beta$  (Timbus et al., 2009), controle *deadbeat* (Timbus et al., 2009), entre outros. Todos eles têm o intuito de rejeitar as perturbações na rede e ao mesmo tempo controlar a injeção de potência ativa e reativa no sistema. Logo, uma análise de desempenho de tais estruturas é essencial ao processo de integração das energias alternativas à rede elétrica. Esse trabalho também

visa mostrar que a seleção e sintonia dos controladores das malhas depende do sistema de coordenadas adotado, do tipo de modulação utilizada para regular os estados de condução e bloqueio das chaves do inversor, bem como do tipo desacoplamento das correntes do sistema.

## 2. MODELO DO SISTEMA

O Sistema investigado neste trabalho é apresentado na Figura 1, o qual é constituído por um VSI (*Voltage Source Inverter*) de dois níveis controlado por SVPWM (*Space Vector Pulse Width Modulation*), um gerador fotovoltaico interligado ao elo CC, filtro LC de saída, bem como estruturas de controle para captura de fase e regulação das potências ativa e reativa injetadas na rede. Para o sistema em análise, a impedância do equivalente de rede ( $L_r$  e  $R_r$ ), bem como os parâmetros do filtro ( $L_f$  e  $C_f$ ) são expressos na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros do sistema filtro-rede.

Parâmetro	Valor
$L_r$	1,8 mH
$R_r$	0,575 $\Omega$
$L_f$	0,988 mH
$C_f$	7,121 mF
$\omega$	2 $\pi$ 60 rad/s

Neste trabalho, optou-se por utilizar a SVPWM por proporcionar características como número reduzido de comutações das chaves de potência, baixo nível de conteúdo harmônico das tensões de saída e índice de modulação mais elevado quando comparado com as demais técnicas (Elbeji et al., 2017; Mendes, 2000). Além do mais, devido à característica discreta dos controladores, usar o SVPWM dispensa o uso do filtro de saída para suavizar o sinal, pois o tempo de comutação das chaves será o mesmo da discretização dos controladores. No caso do SPWM para obter uma melhor resposta faz-se necessário o filtro.

A ideia de usar o modelo do gerador fotovoltaico vem da necessidade de mostrar a instabilidade do sistema e que os controladores ainda sim, podem ser funcionais. A resistência  $R_p$  também adiciona um ponto de máxima transferência de Potência que, embora não faça parte do escopo desse trabalho, terá uma técnica MPPT integrada ao sistema. Derivado da Figura 1, a Equação (1) relaciona a tensão do barramento CC com as correntes de saída:

$$I_{cc} = I_{pv} - \frac{V_{cc}}{R_p} - C_{cc}sV_{cc} , \quad (1)$$

em que:

$$I_{cc}(t) = S_a(t)I_a(t) + S_b(t)I_b(t) + S_c(t)I_c(t) . \quad (2)$$

A partir do diagrama exibido na Figura 1, pode-se mostrar:

$$I_{fabc} = (sL_f\mathbf{I})^{-1}(V_{abc} - V_{fabc}) , \quad (3)$$

$$I_{Cabc} = C_f s\mathbf{I}(V_{fabc}) , \quad (4)$$

$$I_{abc} = I_{fabc} - I_{Cabc} . \quad (5)$$

Substituindo (3) e (4) em (5), pode-se escrever:

$$(sL_f\mathbf{I})I_{abc} = (V_{abc} - V_{fabc}) - L_f C_f s^2 \mathbf{I}(V_{fabc}) . \quad (6)$$

Expressando a tensão no capacitor do filtro LC, tem-se:

$$\begin{aligned} V_{fabc} &= (L_f C_f s^2 \mathbf{I} + \mathbf{I})^{-1}(V_{abc} - sL_f \mathbf{I} I_{abc}) \\ &= \mathbf{I} \left( \frac{s^2}{\omega_n^2} + 1 \right)^{-1} (V_{abc} - sL_f \mathbf{I} I_{abc}) , \end{aligned} \quad (7)$$

sendo  $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{L_f C_f}}$  e  $\mathbf{I}$  a matriz identidade.

Finalmente, a Equação (8) relaciona a tensão de saída do filtro LC e a queda de tensão no equivalente de rede.

$$V_{Sabc} = V_{fabc} - (sL_r + R_r)\mathbf{I}I_{abc} . \quad (8)$$

A partir das Equações (7) e (8), pode-se relacionar a corrente injetada na rede com a tensão de saída do inversor considerando a dinâmica do capacitores, que geralmente é negligenciada, embora seja de fundamental importância para a sintonia dos controladores da malha de corrente, conforme será evidenciada nas seções 2.1 e 2.2.

### 2.1 Representação das correntes injetadas na rede em coordenadas $\alpha\beta$

Para a sintonia do controlador da malha de corrente é necessário ter a função transferência que relaciona a tensão de saída do inversor com a corrente injetada na rede. Uma abordagem simplificada é negligenciar a dinâmica dos capacitores e tratar o projeto de controle como o de um filtro L chegando a uma função de primeira ordem (Timbus et al., 2009). Outra abordagem seria utilizar um método de identificação de um modelo paramétrico que poderia até mesmo evidenciar as não linearidades do sistema (Ribeiro Jr. et al., 2020). Neste trabalho, destaca-se a modelagem do sistema considerando a ressonância do filtro LC.

O Controlador P-Ressonante é usado no rastreamento de sinais oscilatórios, logo, para fins de sintonia do controlador, torna-se conveniente representar a planta em coordenadas  $\alpha\beta$  por permitir uma redução. A planta do sistema a ser considerada na malha de corrente é composta pelo filtro de saída e o equivalente de rede. Aplicando a transformada de Clarke em (7), tem-se:

$$\begin{aligned} V_{f\alpha\beta} &= \mathbf{I}(s^2 + \omega_n^2)^{-1} \cdot (\omega_n^2 V_{\alpha\beta} - sL_f \omega_n^2 \mathbf{I} I_{\alpha\beta}) \\ &= \mathbf{H}_v V_{\alpha\beta} - \mathbf{H}_i I_{\alpha\beta} . \end{aligned} \quad (9)$$

Sendo:

$$\mathbf{H}_v = \frac{\omega_n^2}{s^2 + \omega_n^2} \mathbf{I} , \quad (10)$$

$$\mathbf{H}_i = \frac{sL_f \omega_n^2}{s^2 + \omega_n^2} \mathbf{I} . \quad (11)$$

De modo análogo, a Equação (8) pode ser expressa por:

$$\begin{aligned} V_{S\alpha\beta} &= V_{f\alpha\beta} - (sL_r + R_r)\mathbf{I}I_{\alpha\beta} \\ &= V_{f\alpha\beta} - \mathbf{H}_r I_{\alpha\beta} . \end{aligned} \quad (12)$$

Substituindo (12) em (9),

$$V_{S\alpha\beta} + \mathbf{H}_r I_{\alpha\beta} = \mathbf{H}_v V_{\alpha\beta} - \mathbf{H}_i I_{\alpha\beta} . \quad (13)$$

Expressando a corrente injetada na rede,

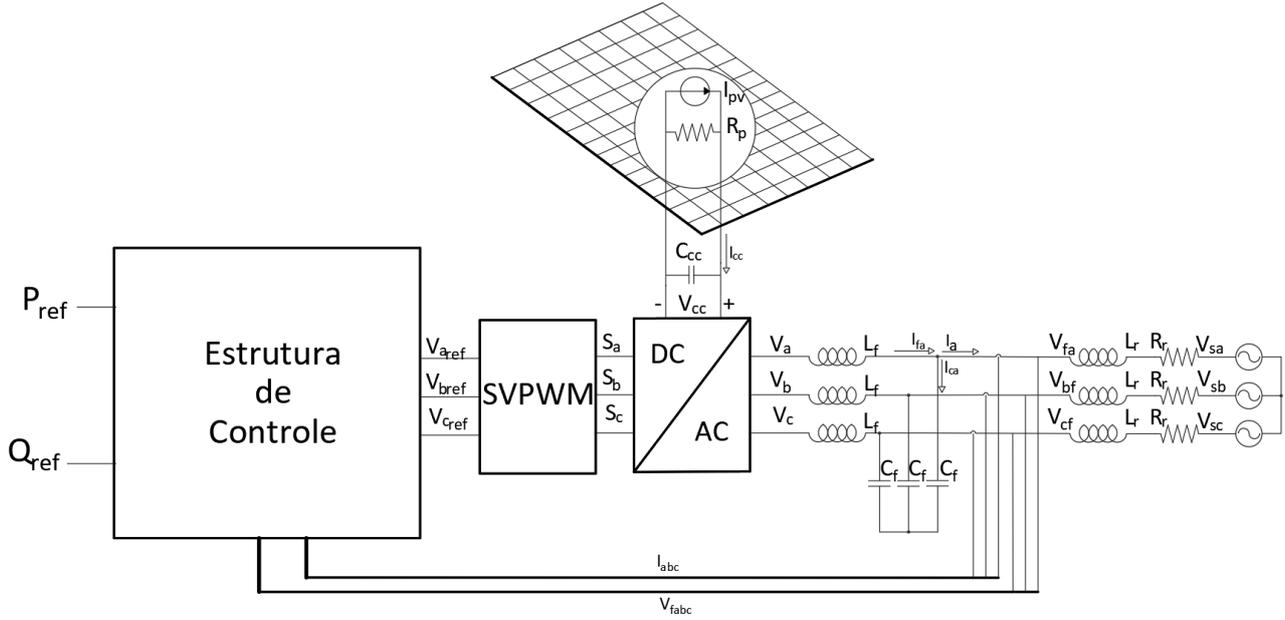


Figura 1. Estrutura do sistema inversor-filtro-rede.

$$I_{\alpha\beta} = (\mathbf{H}_r + \mathbf{H}_i)^{-1} \mathbf{H}_v V_{\alpha\beta} - (\mathbf{H}_r + \mathbf{H}_i)^{-1} V_{S\alpha\beta} . \quad (14)$$

Portanto, a corrente é dependente dos parâmetros do filtro LC de saída, do equivalente de rede, bem como das tensões no PAC e da rede.

Desenvolvendo os produtos matriciais indicados em (14), pode-se mostrar que:

$$(\mathbf{H}_r + \mathbf{H}_i)^{-1} \mathbf{H}_v = \begin{bmatrix} H_p(s) & 0 \\ 0 & H_p(s) \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$-(\mathbf{H}_r + \mathbf{H}_i)^{-1} = \begin{bmatrix} H_m(s) & 0 \\ 0 & H_m(s) \end{bmatrix} . \quad (16)$$

Portanto, permitindo expressar:

$$I_{\alpha\beta} = \mathbf{H}_p V_{\alpha\beta} + \mathbf{H}_m V_{S\alpha\beta} , \quad (17)$$

cujas representação em diagramas de blocos é exibida na Figura 2.

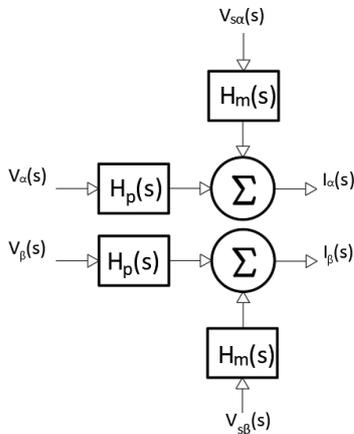


Figura 2. Sistema inversor-filtro-rede em Coordenadas  $\alpha\beta$ .

## 2.2 Representação das correntes injetadas na rede em coordenadas dq síncronas

Embora a transformação de referencial das variáveis sejam usadas na análise de máquinas de corrente alternada para eliminar indutâncias variantes no tempo, mudanças de variáveis como a de Park também são empregadas na análise de componentes estáticos e sistemas de controle associados com acionamentos elétricos, com o intuito de tornar os sinais alternados do sistema trifásico em um sistema ortogonal de sinais contínuos e unidirecionais, fato que facilita a aplicação do controlador PI (Krause et al., 2013; Timbus et al., 2009).

Em Krause et al. (2013), componentes passivos como resistor, capacitor e indutor são modelados em coordenadas  $dq$ , limitando-se a componentes com derivadas de primeira ordem. No entanto, pode-se inferir que:

$$\begin{aligned} \frac{d(\mathbf{K}_s^{-1})}{dt} &= \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{U}, \\ \frac{d^2(\mathbf{K}_s^{-1})}{dt^2} &= \mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{U}^2 = -\mathbf{K}_s^{-1} \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (18)$$

sendo:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} .$$

Ao mesmo tempo, a derivada do elemento arbitrário  $X_{\alpha\beta}$  em função de  $X_{dq}$  pode ser expressa na forma:

$$\frac{d(X_{\alpha\beta}(t))}{dt} = \frac{d(\mathbf{K}_s^{-1})}{dt} X_{dq}(t) + \mathbf{K}_s^{-1} \frac{d(X_{dq}(t))}{dt} . \quad (19)$$

De modo semelhante, para a derivada de segunda ordem, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{d^2(X_{\alpha\beta}(t))}{dt^2} &= \frac{d^2(\mathbf{K}_s^{-1})}{dt^2} X_{dq}(t) + 2 \frac{d(\mathbf{K}_s^{-1})}{dt} \frac{d(X_{dq}(t))}{dt} \\ &+ (\mathbf{K}_s^{-1}) \frac{d^2(X_{dq}(t))}{dt^2} . \end{aligned} \quad (20)$$

Substituindo (18) em (19) e (20) tem-se, respectivamente,

$$\mathbf{K}_s \frac{d(X_{\alpha\beta}(t))}{dt} = \omega \mathbf{U} X_{dq}(t) + \frac{d(X_{dq}(t))}{dt} . \quad (21)$$

$$\mathbf{K}_s \frac{d^2(X_{\alpha\beta}(t))}{dt^2} = -\omega^2 \mathbf{I} X_{dq}(t) + 2\omega \mathbf{U} \frac{d(X_{dq}(t))}{dt} + \frac{d^2(X_{dq}(t))}{dt^2} . \quad (22)$$

Expressando no domínio  $s$ ,

$$\mathbf{K}_s * (s \mathbf{I} X_{\alpha\beta}) = \omega \mathbf{U} X_{dq} + s \mathbf{I} X_{dq} \quad (23)$$

$$\mathbf{K}_s * (s^2 \mathbf{I} X_{\alpha\beta}) = -\omega^2 \mathbf{I} X_{dq} + 2\omega \mathbf{U} s X_{dq} + s^2 X_{dq} . \quad (24)$$

Convolvendo (9) com o operador de Park:

$$\mathbf{K}_s * (s^2 \mathbf{I} + \omega_n^2 \mathbf{I}) V_{f\alpha\beta} = \mathbf{K}_s * (\omega_n^2 V_{\alpha\beta} - s L_f \omega_n^2 \mathbf{I} I_{\alpha\beta}) . \quad (25)$$

Substituindo as equações (21) e (22) em (25):

$$((\omega_n^2 - \omega^2) \mathbf{I} + 2\mathbf{U} + s^2 \mathbf{I}) V_{fdq} = \omega_n^2 V_{dq} - \omega_n^2 L_f (s \mathbf{I} + \omega \mathbf{U}) I_{dq} \quad (26)$$

$$V_{fdq} = \mathbf{G}_v V_{dq} - \mathbf{G}_i I_{dq} .$$

Sendo,

$$\mathbf{G}_v = ((\omega_n^2 - \omega^2) \mathbf{I} + 2\mathbf{U} + s^2 \mathbf{I})^{-1} (\omega_n^2 \mathbf{I}) \quad (27)$$

$$\mathbf{G}_i = ((\omega_n^2 - \omega^2) \mathbf{I} + 2\mathbf{U} + s^2 \mathbf{I})^{-1} (\omega_n^2 L_f (s \mathbf{I} + \omega \mathbf{U})) . \quad (28)$$

Realizando um procedimento análogo com (12):

$$\mathbf{K}_s * V_{s\alpha\beta} = \mathbf{K}_s * (V_{f\alpha\beta} - (s L_r + R_r) \mathbf{I} I_{\alpha\beta})$$

$$V_{sdq} = V_{fdq} - (L_r (s \mathbf{I} + \omega \mathbf{U}) + R_r \mathbf{I}) I_{dq} \quad (29)$$

$$V_{sdq} = V_{fdq} - \mathbf{G}_r I_{dq} .$$

Em que,

$$\mathbf{G}_r = L_r (s \mathbf{I} + \omega \mathbf{U}) + R_r \mathbf{I} . \quad (30)$$

Substituindo (26) em (29) e expressando a corrente,

$$I_{dq} = (\mathbf{G}_r + \mathbf{G}_i)^{-1} \mathbf{G}_v V_{dq} - (\mathbf{G}_r + \mathbf{G}_i)^{-1} V_{sdq} . \quad (31)$$

Desenvolvendo os produtos matriciais indicados em (31), pode-se mostrar que:

$$(\mathbf{G}_r + \mathbf{G}_i)^{-1} \mathbf{G}_v = \begin{bmatrix} G_{p1}(s) & G_{p2}(s) \\ -G_{p2}(s) & G_{p1}(s) \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$-(\mathbf{G}_r + \mathbf{G}_i)^{-1} = \begin{bmatrix} G_{m1}(s) & G_{m2}(s) \\ -G_{m2}(s) & G_{m1}(s) \end{bmatrix} . \quad (33)$$

Portanto, permitindo escrever:

$$I_{dq} = \mathbf{G}_p V_{dq} + \mathbf{G}_m V_{sdq} . \quad (34)$$

De modo análogo à representação da malha de corrente em coordenadas  $\alpha\beta$ , a Equação (31) define a malha de corrente do inversor em coordenadas  $dq$  síncronas, cuja representação em diagrama de blocos é exibida na Figura 3. Em Bahrani et al. (2014) é apresentado um diagrama estrutural para o sistema  $dq$  sem o filtro LC, o qual foi adotado para o projeto dos controladores. O diagrama da Figura 3 foi modelado com o mesmo intuito.

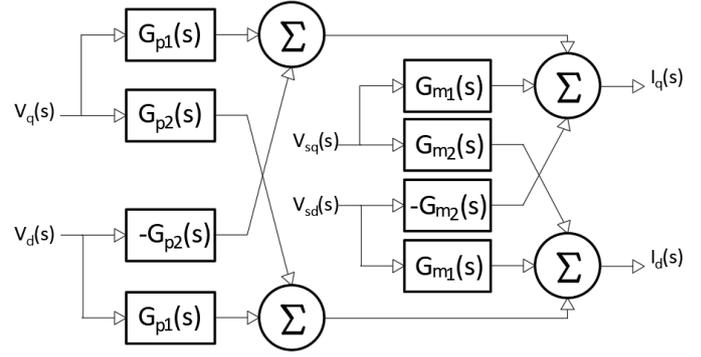


Figura 3. Sistema inversor-filtro-rede em coordenadas  $dq$ .

### 3. PROJETO DOS CONTROLADORES

#### 3.1 Controlador PR da malha de corrente

O controlador PR ganhou uma grande popularidade na última década devido à sua capacidade de eliminar o erro de estado estacionário ao regular sinais, como é o caso das estruturas de controle  $\alpha\beta$  ou abc. Além disso, sua capacidade atuar como um compensador de harmônicos de baixa ordem o torna versátil nas aplicações de controle de VSI conectados à rede ((Timbus et al., 2009; Machado and Da Silva, 2017).

A função transferência do controlador ressonante é definida como (Machado and Da Silva, 2017):

$$C_{pr}(s) = ke + \frac{k_1 s + k_2}{s^2 + \omega^2} . \quad (35)$$

Discretizando o controlador usando segurador de ordem zero:

$$C_{pr}(z) = ke + \frac{\overline{k_{c1}} z + \overline{k_{c2}}}{z^2 + 2\cos(s)z + 1} , \quad (36)$$

sendo:

$$\overline{k_{c1}} = (k_1 - k_1 \cos(\omega T_s) + k_2 \text{sen}(\omega T_s)) / \omega$$

$$\overline{k_{c2}} = k_1 - k_1 \cos(\omega T_s) + k_2 \text{sen}(\omega T_s) / \omega . \quad (37)$$

De modo análogo à transformada de Park, que necessita do conhecimento da frequência de oscilação do sinal CA para transformá-lo em um sinal CC, o controlador PR para que possua um bom desempenho, sua frequência angular de ressonância deve ser idêntica à frequência angular da rede. Assim, deve-se observar que é necessário um ajuste adaptativo da frequência do controlador, caso ocorra variações na frequência de operação da rede. (Timbus et al., 2009). Para este trabalho, a topologia de controle usada para aplicar o controle PR é apresentada na Figura 4.

Considerando a componente da tensão interna do equivalente de rede como uma perturbação à corrente injetada na rede, a partir da Equação (13) pode-se representar a matriz de transferência:

$$\mathbf{H}_p = (\mathbf{H}_r + \mathbf{H}_i)^{-1} \mathbf{H}_v , \quad (38)$$

a qual apresenta natureza diagonal, cujos elementos são uma função de transferência de terceira ordem, a saber:

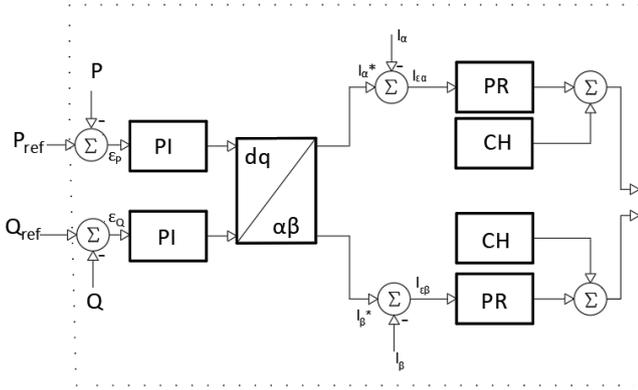


Figura 4. Estrutura de controle com PR aplicado à malha de corrente.

$$H_p(s) = \frac{1}{\frac{L_r}{\omega_n^2} s^3 + \frac{R_r}{\omega_n^2} s^2 + (L_f + L_r)s + R_r} \quad (39)$$

Utilizando parâmetros apresentados na Tabela 1, tem-se:

$$H_p(s) = \frac{2,47169 \cdot 10^6}{(s + 36,9193)(s^2 + 36,9189s + 3,8495 \cdot 10^3)} \quad (40)$$

Admitindo-se um *overshoot* menor que 5% e um tempo de estabelecimento de até 0,1 s, utilizou-se o método do Lugar das Raízes para sintonizar o referido controlador, resultando em:

$$C_{pr}(s) = 0,101 + \frac{0,1s + 1}{s^2 + w^2} \quad (41)$$

O oscilador foi projetado de modo a reduzir as harmônicas presentes na resposta da corrente. Sem o oscilador as harmônicas mais preponderantes eram de 120 e 240 Hz. Então, o compensador definido foi:

$$CH(t) = 1,55 \text{sen}(2\pi 120t) + 0,2 \text{sen}(2\pi 240t) \quad (42)$$

Na Figura 5 é apresentada a resposta das correntes comparadas aos sinais de referência do controlador PR. Para uma maior visualização de modo a facilitar a comparação das estratégias os sinais também são apresentados em coordenadas *dq*, como mostra a Figura 6.

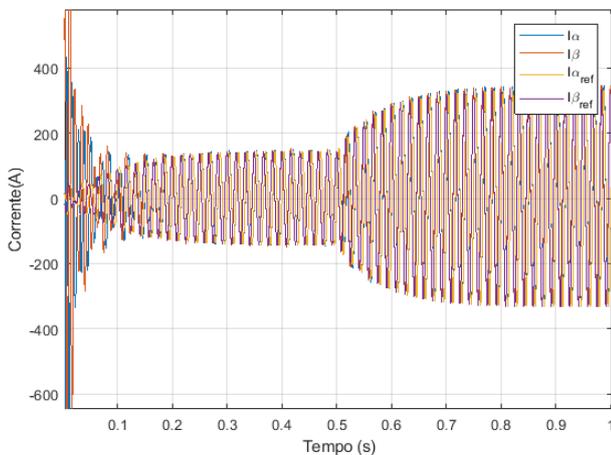


Figura 5. Resposta das correntes comparadas ao sinal de referência para o controlador PR em coordenadas  $\alpha\beta$ .

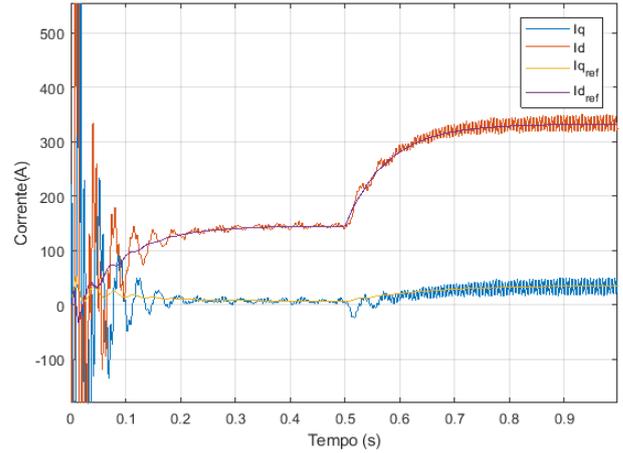


Figura 6. Resposta das correntes comparadas ao sinal de referência para o controlador PR em coordenadas *dq*.

### 3.2 Controlador PI Multivariável da malha de corrente

A sintonia dos controladores foi iniciada pelo controlador P-ressonante devido à maior simplicidade de se obter a planta do sistema. Devido ao acoplamento da malha de corrente, a estrutura de controle do PI multivariável para desacoplar o sistema é exibido na Figura 7. De modo

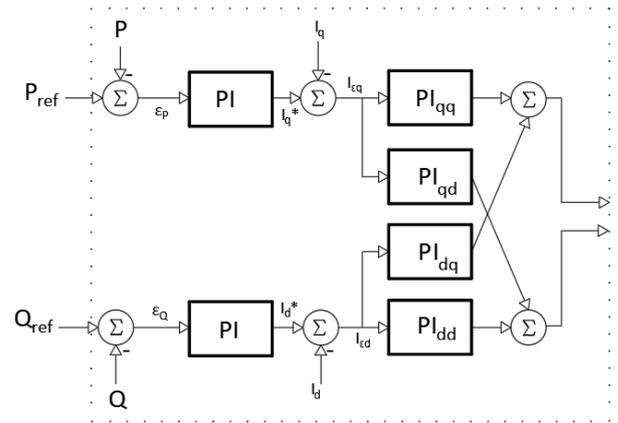


Figura 7. Estrutura de controle com PI multivariável aplicado à malha de corrente.

semelhante à seção anterior, considerando a componente  $V_{sdq}$  como uma perturbação às correntes injetadas na rede, a partir das Equações (34) e (32) pode-se representar a matriz de transferência.

$$\mathbf{G}_p = (\mathbf{G}_r + \mathbf{G}_i)^{-1} \mathbf{G}_v \quad (43)$$

No entanto, para minimizar as equações  $\mathbf{G}_p$  será representado em função da matriz inversa, pois  $G_{p1}$  e  $G_{p2}$  são de sexta ordem. Então a matriz de transferência resulta em:

$$\mathbf{G}_p = \begin{bmatrix} G_{p1}(s) & G_{p2}(s) \\ -G_{p2}(s) & G_{p1}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G1(s) & G2(s) \\ -G2(s) & G1(s) \end{bmatrix}^{-1} \quad (44)$$

Em que:

$$G_1 = \frac{L_r s^3 + R_r s^2 + [(L_f + L_r)\omega_n^2 - 3L_r\omega^2]s}{\omega_n^2} + \frac{R_r(\omega_n^2 - \omega^2)}{\omega_n^2} \quad (45)$$

$$G_2 = \frac{3L_r\omega s^2 + 2R_r\omega s + (L_f + L_r)\omega\omega_n^2 - L_r\omega^3}{\omega_n^2}$$

Conforme se verifica em (44) e (45), a planta assumiu uma complexidade que dificulta a sintonia do controlador PI tendo em vista o sistema ser MIMO. De modo a facilitar a sintonia, (44) será representada em função dos polos, a saber:

$$G_p = 2,47169 \cdot 10^6 ((\omega \mathbf{U} + (s + 36,9193)\mathbf{I})(\omega \mathbf{U} + (s + p_1)\mathbf{I}))^{-1} (\omega \mathbf{U} + (s + p_2)\mathbf{I}) \quad (46)$$

sendo:

$$p_1 = 18,4595 + 59,23504i \quad (47)$$

$$p_2 = 18,4595 - 59,23504i$$

Utilizou-se o método do lugar das raízes alocando o zero da diagonal principal do controlador à esquerda do polo  $-36,9193$  e cancelando o polo da diagonal secundária. De modo semelhante ao controlador P-Ressonante, admitindo-se um *overshoot* menor que 5% e um tempo de estabelecimento inferior a 0,1 s:

$$C_{PI}(s) = \mathbf{K} \frac{(s\mathbf{I} + \omega \mathbf{U} + 255\mathbf{I})}{s} \quad (48)$$

sendo:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0,0700 & 0,0570 \\ 0,0570 & 0,0700 \end{bmatrix} \quad (49)$$

Discretizando o controlador usando segurador de ordem zero:

$$C_{PI}(z) = \mathbf{K} \frac{z\mathbf{I} - e^{-(s\mathbf{I} + \omega \mathbf{U} + 255\mathbf{I})Ts}}{(1 - z)\mathbf{I}} \quad (50)$$

Na Figura 8 é apresentada a resposta das correntes comparadas aos sinais de referência para o controlador PI multivariável.

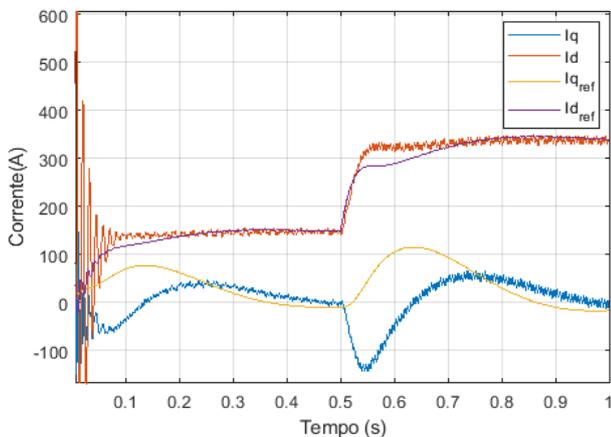


Figura 8. Resposta das correntes em coordenadas *dq* comparadas ao sinal de referência para o controlador PI multivariável.

#### 4. RESULTADOS E ANÁLISES

A análise dos métodos de controle aplicados ao sistema será realizada nesta seção. Os demais parâmetros do sistemas são exibidos na Tabela 2, sendo  $I_{pv}$  a corrente fornecida pelo gerador fotovoltaico,  $R_{cc}$  a resistência equivalente,  $C_{cc}$  a capacitância do filtro de entrada e  $T_s$  o tempo de discretização do controlador e período de comutação das chaves.

Tabela 2. Parâmetros do gerador fotovoltaico.

Parâmetro	Valor
$I_{pv}$	500 A
$R_{cc}$	2 $\Omega$
$P_{max}$	125 kW
$C_{cc}$	20 mF
$T_s$	1 ms

Para análise de desempenho dos controladores, o sistema foi submetido ao sinal da Figura 13, variando a potência ativa de 0 a 50 kW no instante 0 s e no instante 0,5 s variando para 120 kW, mantendo a referência da potência reativa igual a zero.

Na Figura 9 são exibidas a tensão de saída de uma das fases do filtro,  $v_{fa}$ , e a tensão da rede,  $v_{sa}$ , e na Figura 10 são apresentadas as correntes injetadas na rede para o controle PI multivariável. Da mesma forma, nas Figuras 11 e 12 são mostradas as tensões e as correntes para o controlador PR. Para fins de comparação dos controladores, foram sobrepostas as tensões de barramento na Figura 14 e as potências na Figura 13. Na Figura 14, nota-se que devido à resistência paralela no gerador fotovoltaico, a tensão do barramento ficou mais suscetível a variações negativas com o aumento da corrente, tendo o comportamento de um circuito RC em descarga.

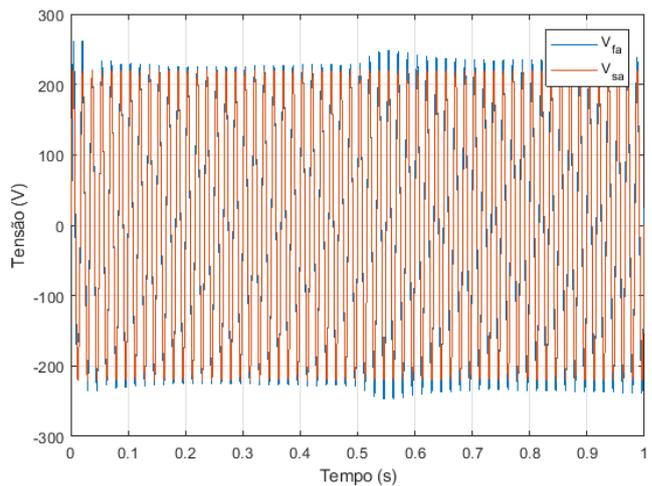


Figura 9. Tensão de saída comparada à tensão interna da rede - PI.

##### 4.1 Análise comparativa

Verificou-se que o método de controle P-Ressonante, com um oscilador, aplicados na malha de corrente teve como THD 1,4659%. Alterando para o controle PI, a THD

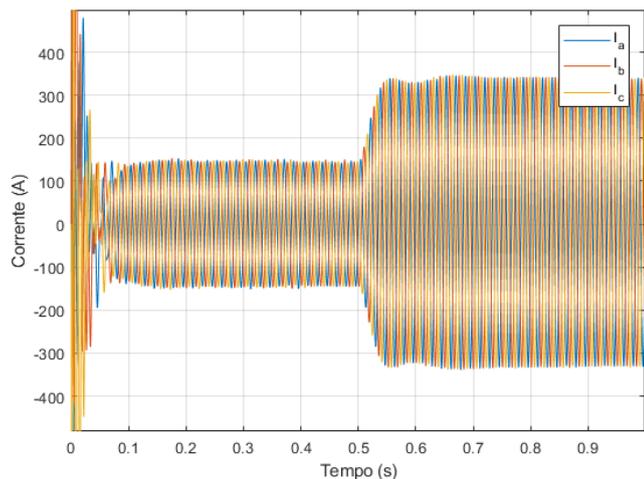


Figura 10. Correntes de saída - PI.

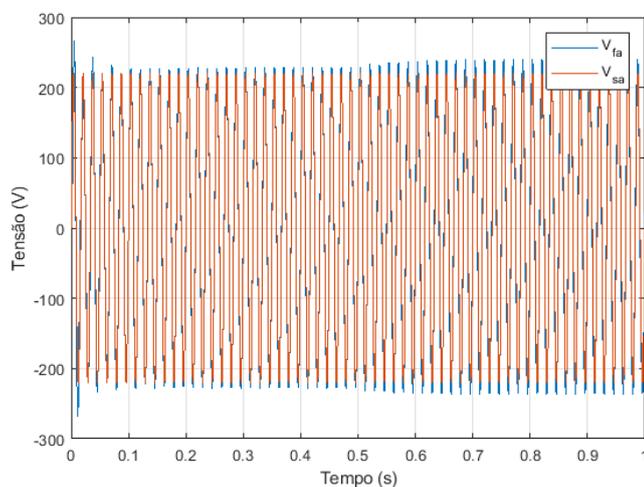


Figura 11. Tensão de saída comparada à tensão interna da rede - PR.

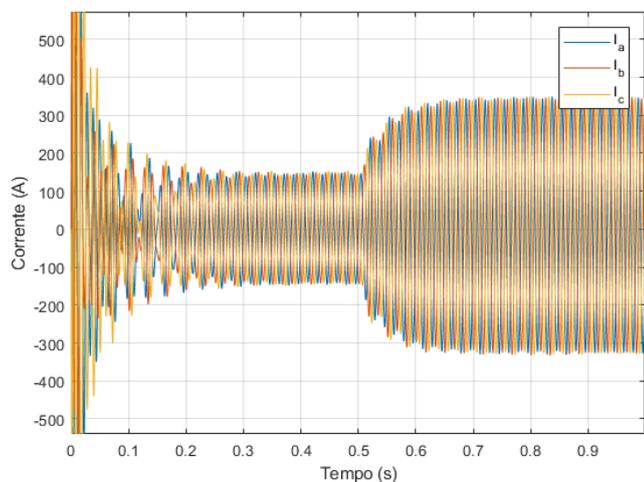


Figura 12. Correntes de saída - PR.

resultou em 1,5167%. Nota-se na Figura 13 também que o controlador PR demandou um maior tempo para se

estabelecer, levando a potência a também ter uma resposta mais lenta, porém teve melhor desempenho no controle dos harmônicos.

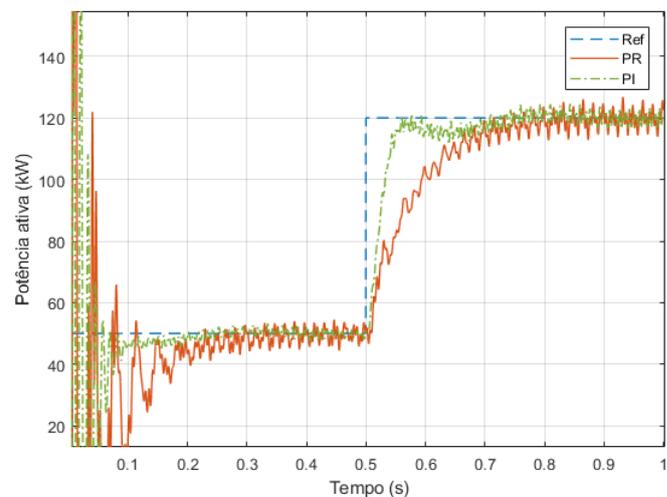


Figura 13. Comparação do desempenho das repostas de controle frente a uma variação na referência de potência ativa.

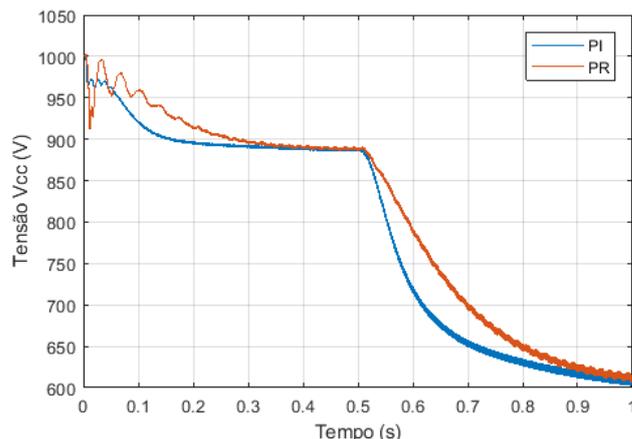


Figura 14. Comportamento da tensão do barramento CC para as estratégias de controle PR e PI multivariável.

## 5. CONCLUSÃO

Neste trabalho foram apresentadas duas técnicas de controle de corrente aplicadas a um inversor VSI trifásico conectado à rede. Nas simulações, verificou-se a instabilidade e o aumento da distorção harmônica para os valores de potência próximo do valor máximo, causados pela resistência no gerador fotovoltaico, fato que dificultou a sintonia dos controladores ao limitar os ganhos. Na sintonia dos controladores com a função de transferência da malha de corrente, considerando a ressonância advinda do filtro LC, foram evitadas as oscilações ou instabilidades do sistema. A estrutura de controle com PI multivariável, embora diferente do abordado na literatura, teve um bom desempenho garantindo o desacoplamento, baixa distorção harmônica e estabilidade. O controlador PR, por sua vez, teve um desempenho inferior, tendo uma maior oscilação para as variações de potência, garantindo valores de THD inferiores ao do PI com o uso do oscilador harmônico.

## REFERÊNCIAS

- Abreu, M.P.S.d. (2019). *Síntese de Controladores Multivariáveis Baseados em Controle por Modelo Interno e Otimizã Evolucionária Multiobjetivo*. Master's thesis, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- Altas, I. and Sharaf, A. (1996). A novel on-line mpp search algorithm for pv arrays. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 11(4), 748–754.
- Bahrani, B., Kenzelmann, S., and Rufer, A. (2011). Multivariable-pi-based  $dq$  current control of voltage source converters with superior axis decoupling capability. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 58(7), 3016–3026.
- Bahrani, B., Vasiladiotis, M., and Rufer, A. (2014). High-order vector control of grid-connected voltage-source converters with lcl-filters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(6), 2767–2775.
- Elbeji, O., Boussada, Z., and Hamed, M.B. (2017). Inverter control: Comparative study between svm and pwm. In *2017 International Conference on Green Energy Conversion Systems (GECS)*, 1–6.
- Galdos, G., Karimi, A., and Longchamp, R. (2009).  $H_\infty$  controller design for spectral mimo models by convex optimization. In *2009 European Control Conference (ECC)*, 2863–2868.
- Karimi-Ghartemani, M. and Iravani, M. (2004). A method for synchronization of power electronic converters in polluted and variable-frequency environments. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(3), 1263–1270.
- Krause, P.C., Wasynczuk, O., Sudhoff, S.D., and Pekarek, S.D. (2013). *Analysis of electric machinery and drive systems*, volume 75. John Wiley & Sons.
- Machado, S.M. and Da Silva, N. (2017). Técnicas de controle e métodos de sincronização para sistemas de energia renovável ligados à rede elétrica-uma revisão. *Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas*, 38(1), 63–76.
- Mendes, M.A.S. (2000). *Técnicas de Modulaçã de Largura de Pulso Vetorial Para Inversores*. Ph.D. thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- Ribeiro Jr., R., Machado, E.P., and Sobrinho, M.d.O.S. (2020). Identificação de um modelo paramétrico não linear para sintonia do controlador de velocidade presente na estrutura de controle vetorial indireto de um motor de indução trifásico. In *Congresso Brasileiro de Automática-CBA*, volume 2.
- Schauder, C. (1991). Vector analysis and control of advanced static var compensators. In *International Conference on AC and DC Power Transmission*, 266–272.
- Timbus, A., Liserre, M., Teodorescu, R., Rodriguez, P., and Blaabjerg, F. (2009). Evaluation of current controllers for distributed power generation systems. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 24(3), 654–664.
- Zeb, K., Uddin, W., Khan, M., Ali, Z., Ali, M.U., Christofides, N., and Kim, H. (2018). A comprehensive review on inverter topologies and control strategies for grid connected photovoltaic system. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 94, 1120–1141.