

Uma abordagem simplificada para o controle de sistemas lineares com referências futuras na presença de atraso variável

Mateus dos S. Meneses* Bruno S. S. Pereira** Lucas C. da Silva***
Tito L. M. Santos****

* Departamento de Robótica, SENAI CIMATEC, BA (e-mail: mateus.meneses@fieb.org.br).

** Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Federal da Bahia (e-mail: brschettini@gmail.com).

*** Departamento de Robótica, SENAI CIMATEC, BA (e-mail: lucas.cs@fieb.org.br).

**** Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Federal da Bahia (e-mail: tlsantos@ufba.br).

Abstract: This paper presents the combination of a stability criterion for systems with time-varying delay and an unconstrained MPC for linear systems with future reference. The future reference knowledge is useful in some applications as the current control action is defined by taking into account a future prediction error. However, this kind of solution is typically achieved with MPC controllers based on optimization based solutions. In this work, the unconstrained solution of a linear MPC is obtained and analyzed to deal with systems with time-varying delay. An illustration case study is presented to illustrate the usefulness of the proposed analysis approach.

Resumo: Neste artigo, apresenta-se a combinação de um critério de estabilidade para sistemas com atraso variável com controlador linear para tratamento de referências futuras baseada num controlador preditivo sem restrições. O conhecimento da referência futura é importante em algumas aplicações na medida em que a ação de controle atual é definida levando em consideração o erro futuro. No entanto, este tipo de solução é tipicamente implementada em controladores preditivos por meio da solução de um algoritmo de otimização. Neste trabalho, a solução explícita do MPC sem restrições é analisada em casos com atrasos variáveis inerentes ao problema. Um caso de estudo é simulado de forma a ilustrar a utilidade da análise de robustez na sintonia do controlador baseado na minimização de um critério de otimização.

Keywords: Time-varying delay; Robustness; Future References; Time-delay systems; Predictive control

Palavras-chaves: Atraso variável; Robustez; Referências Futuras; Sistemas com atraso; Controle Preditivo

1. INTRODUÇÃO

Conforme explorado na discussão apresentada por Deng et al. (2022), o controle de sistemas com atraso variável é tema de particular interesse na literatura devido à importância dos sistemas de controle via redes, cujas aplicações abrangem desde sistemas de geração de energia, visto em Hu et al. (2021) a controle de movimento por redes CAN em Zhang et al. (2018). Em Murray et al. (2003) já se discutiam os próximos desafios enfrentados dentro do campo científico na área de controle e automação, dentre os quais o NCS (do inglês, *Networked Control System*), ou controle via redes. Segundo Heemels et al. (2010), o interesse por NCS é motivado por benefícios como facilidade de manutenção e instalação, alta flexibilidade e baixo custo. Vale destacar também que o desenvolvimento e pesquisa em NCSs vem sendo impulsionados devido à considerável implementação de redes *wireless* nas últimas

décadas, como afirma Gupta (2010). Porém, Tipsuwan (2003) enfatiza que, independente do tipo de rede usado nos NCSs, o desempenho de sistemas controlados via rede é naturalmente afetado por atrasos. Eles ainda comentam que metodologias de controle baseada em atrasos constantes não são diretamente aplicáveis a controle via redes devido a frequente presença de atrasos variáveis.

Dessa forma, controladores robustos para sistemas com atrasos variáveis são estudados desde Kao (2004), com avanços em Kao (2007) e Cloosterman et al. (2009). Destaca-se o estudo realizado em Kao (2004), em que são propostos critérios de robustez com base na análise em frequência de sistemas SISO (do inglês, *Single-Input Single-Output*), mas que também podem ser estendido para sistemas MIMO (do inglês, *Multiple-Input Multiple-Output*), vide Franklin et al. (2021).

Problemas com atrasos de natureza variável podem ser contornados também com a adoção de controladores baseados em referências futuras como se observa em Santos et al. (2017) e Santos et al. (2018). O controlador preditivo baseado em modelo, ou MPC (do inglês, *Model Predictive Control*), utiliza o princípio de referências futuras em sua formulação trazendo vantagens na atuação em sistemas complexos multivariáveis com longos tempos de atraso e também na avaliação de referências futuras, conforme Camacho and Alba (2013). As vantagens do MPC são obtidas em particular no contexto de robótica móvel em que o conhecimento da referência futura pode melhorar o desempenho do seguimento de trajetória. Os benefícios da utilização bem como estratégias de uso de referências futuras são de mesmo modo discutidos em Valencia-Palomo et al. (2014), Chen et al. (2020) e Dughman and Rossiter (2020).

Isto posto, este trabalho propõe uma abordagem para sintonia e análise de um controlador linear baseado em referências futuras de tal forma que a escolha dos parâmetros garantam estabilidade dado um limite máximo de incerteza no atraso existente do modelo controlado, estendendo a análise feita em Kao (2004) para sistemas multivariáveis.

Para isso, o trabalho foi organizado da seguinte forma: na seção 2 é apresentada a base teórica do controlador ótimo sem restrições; na Seção 3 é abordada a análise do atraso variável em sistemas MIMO; na seção 4 é apresentado os resultados da aplicação da abordagem em um robô móvel; e por fim, na seção 5 é feita a conclusão com base nos resultados da abordagem encontrados.

2. CONTROLADOR EM FUNÇÃO DE REFERÊNCIAS FUTURAS

2.1 Modelo aumentado de sistemas lineares e invariantes no tempo

Um sistema MIMO linear e invariante no tempo discreto pode ser representado por equações a diferenças de primeira ordem, conforme formulação em espaço de estados:

$$\begin{aligned} x[k+1] &= A_m x[k] + B_m u[k] \\ y[k] &= C_m x[k]. \end{aligned} \quad (1)$$

Com o objetivo de melhorar características de rejeição à perturbação, o modelo aumentado é obtido com a inclusão de um integrador em (1), resultando nas equações discretas de estado incremental, como descrito em Wang (2009):

$$\begin{aligned} \xi[k+1] &= A\xi[k] + B\Delta u[k] \\ y[k] &= C\xi[k], \end{aligned} \quad (2)$$

sendo que $\xi[k] = [\Delta x[k]' \ y[k]']'$ é um vetor de estado aumentado, $\Delta u[k] = u[k] - u[k-1]$ é a primeira diferença da variável de controle e $\Delta x[k] = x[k] - x[k-1]$ é a primeira diferença da variável de estado do sistema. Portanto, por inspeção, as novas matrizes podem ser definidas como :

$$A = \begin{bmatrix} A_m & 0 \\ C_m A_m & I \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix} \quad C = [0 \ I]. \quad (3)$$

Considerando a solução em tempo discreto, partir da iteração de (2), o vetor de saídas futura $\mathcal{Y}[k]$, dentro de um horizonte de predição N_p e de controle N_u , é função do estado atual $\xi[k]$ e do vetor de entradas futuras $\Delta \mathcal{U}[k]$ conforme (4), tal que

$$\mathcal{Y}[k] = \begin{bmatrix} y[k+1|k] \\ y[k+2|k] \\ \vdots \\ y[k+N_p|k] \end{bmatrix} = F\xi[k] + H\Delta \mathcal{U}[k], \quad (4)$$

em que $\Delta \mathcal{U}[k]$, F e H são dados por:

$$\Delta \mathcal{U}[k] = \begin{bmatrix} \Delta \hat{u}[k|k] \\ \Delta \hat{u}[k+1|k] \\ \vdots \\ \Delta \hat{u}[k+N_u-1|k] \end{bmatrix}; \quad (5)$$

$$F = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}; \quad (6)$$

$$H = \begin{bmatrix} CB & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & \cdots & CA^{N_p-N_u}B \end{bmatrix}. \quad (7)$$

A lei de controle aqui proposta é dada pelo tratamento das futuras referências ao minimizar a função objetivo J , quadrática e definida positiva, que considera o erro entre as saídas e referências futuras, com a adição de um segundo elemento quadrático referente ao esforço de controle:

$$J = (\mathcal{Y}[k] - \mathcal{W}[k])'Q(\mathcal{Y}[k] - \mathcal{W}[k]) + \Delta \mathcal{U}[k]'R\Delta \mathcal{U}[k], \quad (8)$$

sendo $\mathcal{W}[k]$ o vetor de referências futuras,

$$\mathcal{W}[k] = \begin{bmatrix} y_r[k+1|k] \\ y_r[k+2|k] \\ \vdots \\ y_r[k+N_p|k] \end{bmatrix}. \quad (9)$$

A partir de (8), define-se também que as matrizes $Q \in \mathbb{R}^{N_p \times N_o}$ e $R \in \mathbb{R}^{N_u \times N_i}$ (considerando N_o e N_i a quantidade de saídas e entradas respectivamente) são parâmetros que ponderam os erros futuros e o esforço de controle respectivamente com $Q \geq 0$ e $R > 0$.

Para o caso específico sem restrições, uma expressão explícita da lei de controle pode ser dada ao avaliar o ponto mínimo da função custo (8) ao resolver o problema $\partial J / \partial \Delta \mathcal{U} = 0$, resultando em:

$$\Delta \mathcal{U}[k] = (H'QH + R)^{-1}H'(\mathcal{W}[k] - F\xi[k]). \quad (10)$$

O princípio do horizonte deslizante apresentado em Camacho and Alba (2013) e Maciejowski (2002) é definido pela

utilização exclusiva do primeiro vetor de controle ótimo, descartando-se os demais incrementos de controle futuro. Tal princípio permite que a solução ótima definida por $\Delta u[k]$ seja recalculada a partir da nova medida de vetor de estados atuais, $\xi[k]$, e referências futuras \mathcal{W} , sendo possível atuar apropriadamente diante de perturbações e/ou mudanças de referências, assim que tais eventos ocorram. Logo, a lei de controle pode ser definida por:

$$\Delta u[k] = \overbrace{[\mathbf{I}^{N_i} \ \mathbf{0} \ \dots \ \mathbf{0}]}^{N_u} \Delta \mathcal{U}[k], \quad (11)$$

sendo N_i o número de entradas do sistema, previamente definido, e a matriz de zeros $\mathbf{0}$ com mesma ordem que a matriz identidade. Com isso, obtém-se a lei de controle linear parametrizada por K_y e K_ξ , que são ganhos associados às referências futuras e ao estado incrementado atual respectivamente:

$$\Delta u[k] = K_y \mathcal{W}[k] - K_\xi \begin{bmatrix} \Delta x[k] \\ y[k] \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Dado que (12) representa um sistema linear e invariante no tempo multivariável, a relação entradas-saídas pode ser verificada:

$$U(z) = C_{ff}(z)Y_r(z) - C_{fb}(z)X(z), \quad (13)$$

em que as funções de transferência em função da referência $y_r[k]$ e estados $x[k]$ são dadas por $C_{ff}(z)$ e $C_{fb}(z)$ respectivamente, de tal forma que:

$$C_{ff}(z) = K_y \frac{z}{z-1} \begin{bmatrix} z \\ z^2 \\ \vdots \\ z^{N_p} \end{bmatrix}; \quad (14)$$

$$C_{fb}(z) = K_\xi \frac{z}{z-1} \begin{bmatrix} (1-z^{-1}) \mathbf{I} \\ C \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Importante observar que a análise realizada em (13) é válida para sistemas cujos estados são diretamente mensuráveis, ou que suas saídas sejam combinações lineares dos mesmos. Caso contrário, um observador de estados deve ser inserido na análise, como visto em Maciejowski (2002). Cabe destacar que o filtro de referência $C_{ff}(z)$ é não-causal, sendo esta uma característica esperada por se tratar de uma estratégia que demanda o conhecimento da referência futura.

3. ANÁLISE DE INCERTEZAS DE ATRASO VARIÁVEL

Com o objetivo de avaliar o comportamento em malha fechada do controlador proposto voltado ao tratamento de referências futuras na presença de atraso variável, define-se um operador de atraso variável na entrada de controle tal que $u[k-d[k]] = \Phi(u[k], k)$ com $0 \leq d[k] \leq N_{max}$. O critério proposto por Kao (2004) será utilizado de maneira a verificar a estabilidade robusta por meio de teorema do pequeno ganho, sendo N_{max} a margem de atraso variável robusta a ser calculada.

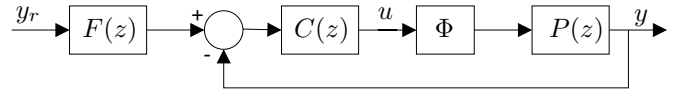


Figura 1. Sistema controlado com dois graus de liberdade.

Considere o sistema representado na Figura 1 de tal forma que a função de transferência $P(z)$ é regulada por um controlador de dois graus de liberdade dados por $F(z)$ e $C(z)$. Para fins da análise aqui proposta, representase o operador de incerteza de atraso Φ na malha direta do sistema em série com o sistema controlado de maneira simplificada.

As funções de transferência $F(z)$ e $C(z)$, que representam o controlador proposto na seção anterior, são dadas a partir de (13) para sistemas em que todo os estados sejam diretamente calculados em função da saída:

$$C(z) = C_{fb}(z)C^{-1}, \quad (16)$$

$$F(z) = C_{ff}(z)C(z)^{-1}. \quad (17)$$

Esta relação é válida para o problema a ser estudado neste trabalho, no qual o sistema é inteiramente atuado, simplificando a discussão. No caso geral, considerando que a dimensão do vetor de estados e de controle não coincidem, a análise de estabilidade robusta pode ser realizada diretamente a partir de (13).

Kao (2004) propõe que o efeito de atraso Φ seja escrito por meio de uma modificação de malha, como mostrado na Figura 2, tal que seja possível aplicar o teorema do pequeno ganho. Deve-se notar a equivalência de malha entre as Figuras 1 e 2. No entanto, o efeito do atraso variável é representado no subsistema Φ_F , mas não se manifesta em $M(z)$. Adicionalmente, o mesmo autor demonstra que o máximo ganho induzido pelo subsistema Φ_F é dado por N_{max} , isto é:

$$\|w[k]\|_{l_2} \leq N_{max} \|v[k]\|_{l_2}. \quad (18)$$

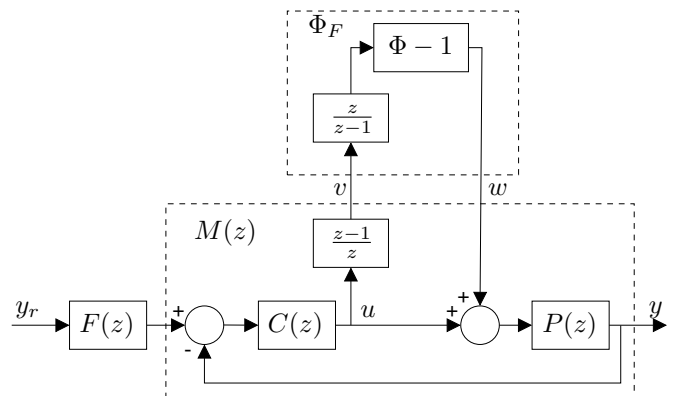


Figura 2. Malha fechada de controle com atraso no caminho direto modelado como incerteza multiplicativa.

Logo, a avaliação de estabilidade do sistema, pode ser verificada ao analisar a função de transferência resultante $M(z)$ em realimentação com o operador Φ_F , conforme Figura 3, sendo possível analisar a estabilidade do conjunto via teorema do pequeno ganho, como demonstrado em Kao (2004).

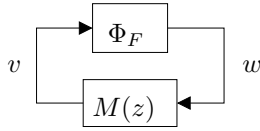


Figura 3. Teorema do pequeno ganho para o sistema analisado.

Contudo, visto que a análise em Kao (2004) é realizada para sistemas monovariáveis, este trabalho utiliza a versão generalizada da análise de estabilidade para sistemas multivariáveis ao avaliar o sistema $M(z)$ como o efeito do produto do operador de primeira diferença, dado por $(z - 1)/z$, pela função complementar de sensibilidade do sistema MIMO em questão, definida por $(\mathbf{I} + P(z)C(z))^{-1} P(z)C(z)$, como segue:

$$M(z) = \frac{z - 1}{z} (\mathbf{I} + P(z)C(z))^{-1} P(z)C(z). \quad (19)$$

Por fim, o teorema do pequeno ganho afirma que o sistema é garantidamente estável sob qualquer perturbação no sistema realimentado da Figura 3 se o ganho em qualquer frequência seja menor que a unidade. Dessa forma, conclui-se que, a partir de (18), o sistema controlado é estável se a condição (20) for satisfeita.

$$\|M(e^{j\omega})\|_{\infty} < \frac{1}{N_{max}}. \quad (20)$$

Deve-se notar que N_{max} descreve um limitante para atrasos inteiros tal que o mesmo pode ser obtido por $N_{max} = \lceil 1/\|M(e^{j\omega})\|_{\infty} \rceil$, sendo $\lceil \alpha \rceil$ o maior valor inteiro menor ou igual a α .

Assim, entende-se que o critério de estabilidade para atrasos variáveis no tempo defendido por Kao (2004) fornece uma avaliação de tolerância desta incerteza para o sistema controlado pela lei de controle (13), em que existe uma relação entre os parâmetros R e Q expostos em (10) e o valor máximo de atraso que garante estabilidade ao sistema. Este critério pode ser utilizados para fins de análise, verificando o máximo atraso variável tolerável para uma sintonia, mas pode ser definido como ferramenta de síntese, realizando a busca de parâmetros que permitam estabilizar um sistema na presença de um dado atraso máximo.

4. ESTUDO DE CASO SIMULADO

Para ilustrar o papel do critério estabelecido por (20) em um sistema multivariável, linear e invariante no tempo, foi utilizado o modelo de um robô omnidirecional, bem como a arquitetura de controle descritos em Barreto S. et al. (2014) e Santos et al. (2018). A avaliação do comportamento do controlador perante incertezas no atraso foi baseada no problema de seguimento de trajetória de robôs móveis.

4.1 Modelo do robô omnidirecional

Para o estudo, o modelo em espaço de estados do robô omnidirecional ilustrado na Figura 4 foi considerado. Nele são mostradas as coordenadas $[x_r \ y_r \ \theta]$ do robô em relação

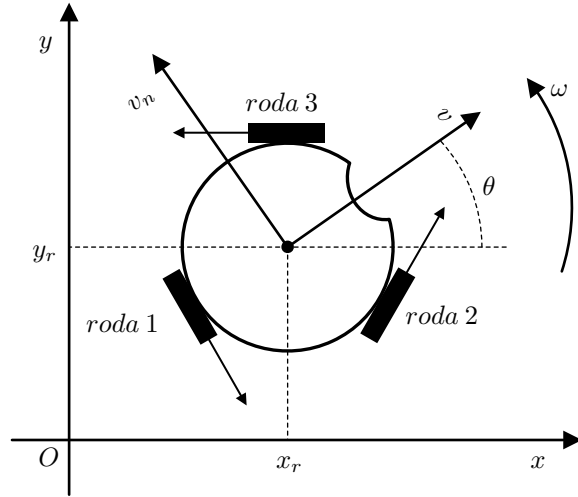


Figura 4. Posição e orientação do robô em relação ao mundo e representação das velocidades lineares e angular em relação ao seu centro de massa.

a um referencial fixo OXY . O modelo linear de tempo contínuo que representa a dinâmica do robô é dado em (21). O vetor de estados $x(t) = [v(t) \ v_n(t) \ \omega(t)]'$ contém as velocidades lineares ortogonais e a velocidade angular do robô. Já o sinal de controle $u(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ u_3(t)]'$ contém respectivamente as tensões aplicadas nas rodas 1, 2 e 3. Por fim, a saída $y(t)$ é igual ao vetor de estados.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_c x(t) + B_c u(t) \\ y(t) &= C_c x(t) \end{aligned} \quad (21)$$

Para o uso do controlador de referências futuras descrito na seção anterior, o modelo (21) foi discretizado considerando que os sinais de controle são aplicados ao robô através de um Sustentador de Ordem Zero. Considerando então um período de amostragem $T_s = 60$ ms e as matrizes A_c , B_c e C_c dadas em Santos et al. (2018), foram obtidas as matrizes em tempo discreto que alimentarão os termos em (3) e posteriormente (6) e (7):

$$A_d = \begin{bmatrix} 0.8218 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8218 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3856 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 & 0.4 & -0.4 \\ -0.0461 & 0.0231 & 0.0231 \\ 0.8195 & 0.8195 & 0.8195 \end{bmatrix} e, \quad (23)$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

4.2 Resultados da simulação

Para análise do critério de estabilidade foram considerados duas sintonias do controlador MPC: a primeira com maior penalização do erro de seguimento de referência e, em oposição, a segunda com ação de controle mais conservadora. Ambas sintonias utilizaram o mesmo horizonte de predição $N_p = 20$, horizonte de controle $N_u = 20$ e período de amostragem $T_s = 60$ ms. As duas sintonias estão expressas

na Tabela 1 que também inclui em cada caso a informação de máxima variação de amostras em atraso.

Tabela 1. Sintonias do controlador MPC utilizado na avaliação do critério de Kao.

Sintonia	Q	R	N_{max}
1	$100I$	I	0
2	$500I$	$10000I$	2

A definição do maior valor admissível de atraso definido na Tabela 1 pode ser verificado pela Figura 5 e Figura 6 em que é mostrado a variação da norma infinito (ou avaliação do maior ganho de $\|M(e^{j\omega})\|_{\infty}$) e a avaliação do N_{max} respectivamente, em função do ganho Q , para um ganho fixo R .

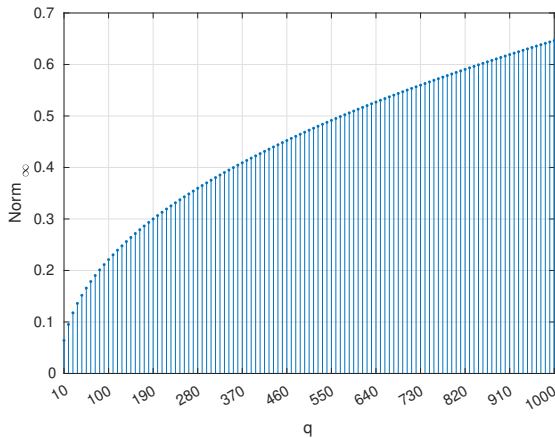


Figura 5. $\|M(e^{j\omega})\|_{\infty}$ para $R = 10000I$

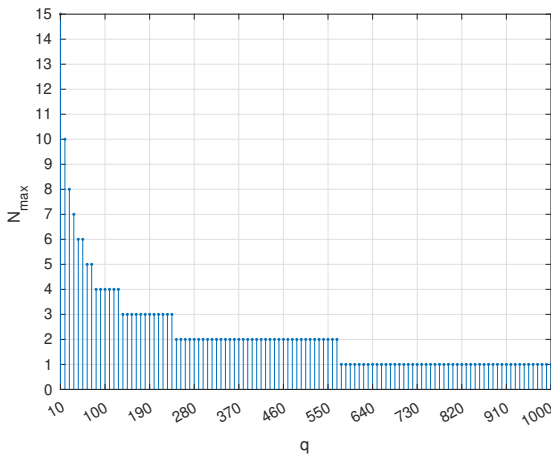
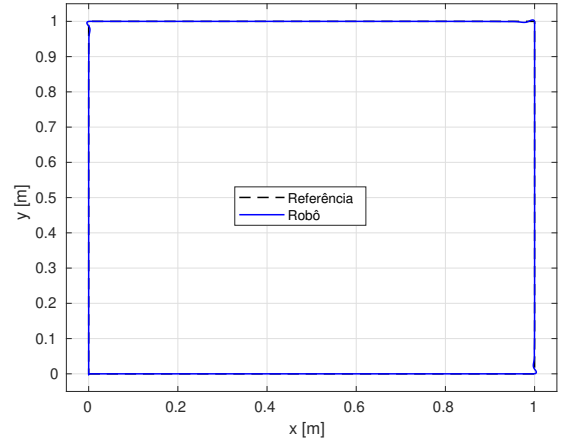
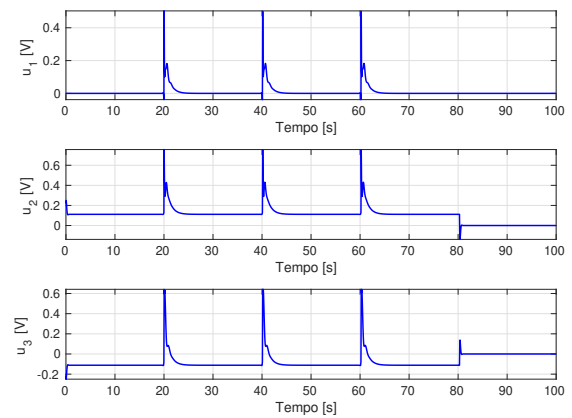


Figura 6. N_{max} para $R = 10000I$

É importante frisar que a segunda sintonia foi definida buscando uma garantia de estabilidade para variação de até duas amostras de atraso no modelo. Isto se dá com base na avaliação do critério proposto. Portanto, os parâmetros foram definidos ao fixar R em um valor que a função custo penalizasse ações de controle mais agressivas, encontrando um valor de Q que tolerasse dois períodos de amostragem como atraso ($N_{max} = 2$). A título de exemplo, isso significa uma tolerância de duas amostras de atraso, caso seja implementado uma lei de controle por comunicação via redes. Em contrapartida, verifica-se na primeira sintonia



(a) Trajetória do robô.



(b) Sinais de controle.

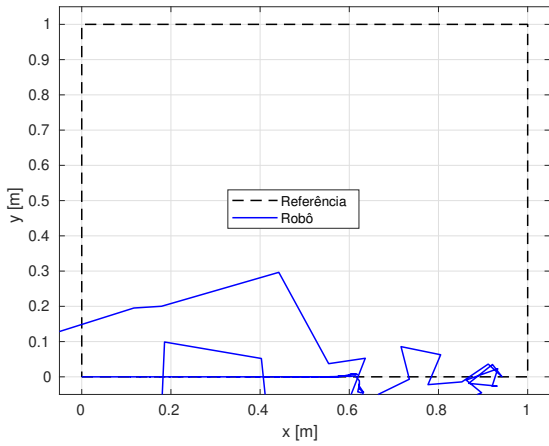
Figura 7. Resultados do seguimento de trajetória parametrizando o controlador MPC com a sintonia 1 da Tabela 1 sem incertezas no atraso.

uma parametrização mais agressiva de forma a fornecer um seguimento de trajetória mais satisfatório. A análise via (20) mostrou que, para esta sintonia, não há tolerância de atrasos na malha de controle, como será visto nos resultados a seguir.

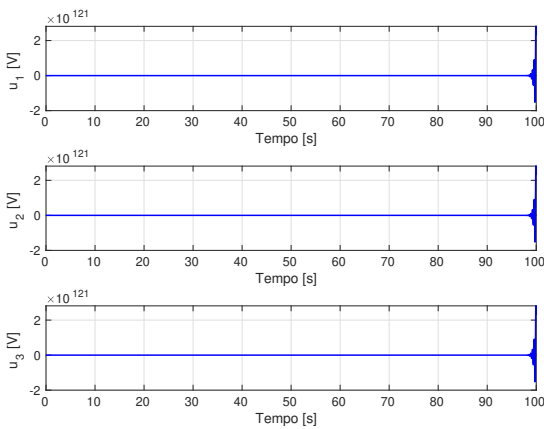
Logo, os dois casos foram simulados considerando o seguimento de uma trajetória em sentido anti-horário e formato de quadrado com dimensões de 1x1 m. A velocidade de navegação do robô durante o seguimento da trajetória foi 0,05 m/s.

O resultado da primeira sintonia é ilustrado na Figura 7a, que mostra um seguimento de referência com poucos desvios do quadrado determinado pela trajetória quando não existe a presença de incertezas. Percebe-se também, com base na Figura 7b, que para diminuir o erro do seguimento de referência, houve maior agressividade no sinal de controle, em que ficam evidentes componentes de alta frequência nos instantes de mudanças de referências ao passar pelas quinas da trajetória.

Por outro lado, nota-se nas Figuras 8a e 8b que, ao violar o critério para um atraso de transporte maior que



(a) Trajetória do robô.



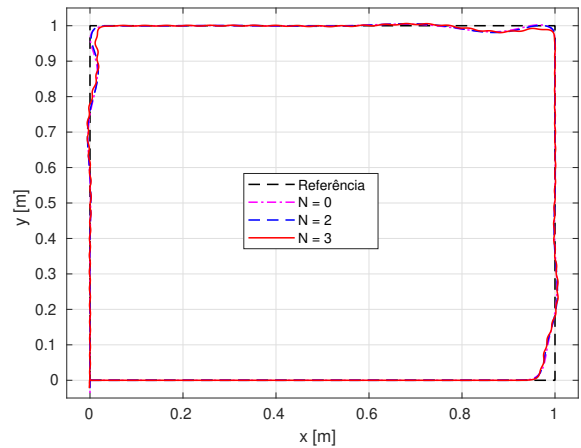
(b) Sinais de controle.

Figura 8. Seguimento de trajetória via sintonia 1 com variação de uma amostra de atraso.

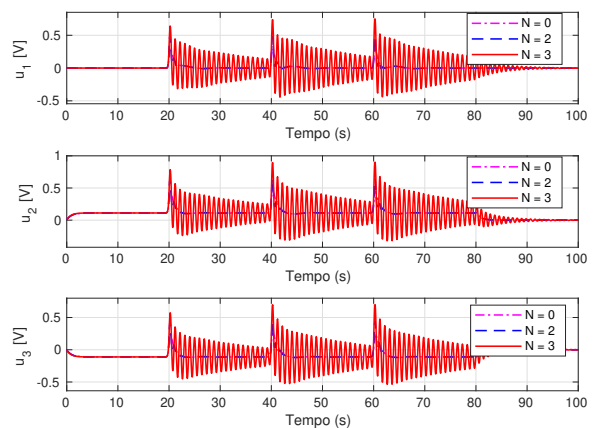
o garantido por (20), o sistema perde a estabilidade no problema de seguimento de referência avaliado.

Na Figura 9 são apresentados os resultados para a segunda sintonia. Constata-se nesta figura a degradação do seguimento de referência devido ao maior conservadorismo no sinal de controle imposto. Ao analisar a Figura 10, que é um recorte da Figura 9 considerando apenas o intervalo em que o robô passa pela aresta superior esquerda da trajetória, observa-se também que para atrasos fixos $N \leq 2$, em que o critério de robustez é respeitado, o sistema possui comportamento amortecido satisfatório. Contudo, ao descumprir o critério impondo um atraso $N = 3 > N_{max}$ à malha, o sistema torna-se oscilatório. Este último resultado, em conjunto com o apresentado na sintonia 1, mostra que ao violar o limite do critério, nada se pode afirmar em relação à estabilidade do sistema.

Ainda no contexto da segunda sintonia, foi verificado em simulação o comportamento do sistema na presença de atrasos variáveis aleatórios (Figura 11), que tem comportamento temporal diferente dos atrasos fixos analisados anteriormente. Observa-se através das Figuras 12a e 12b uma degradação esperada do seguimento da trajetória. Cabe-se notar também inspecionando as Figuras 11 e 12 que é complexo estabelecer qual cenário de atraso gera



(a) Trajetórias do robô.



(b) Sinais de controle.

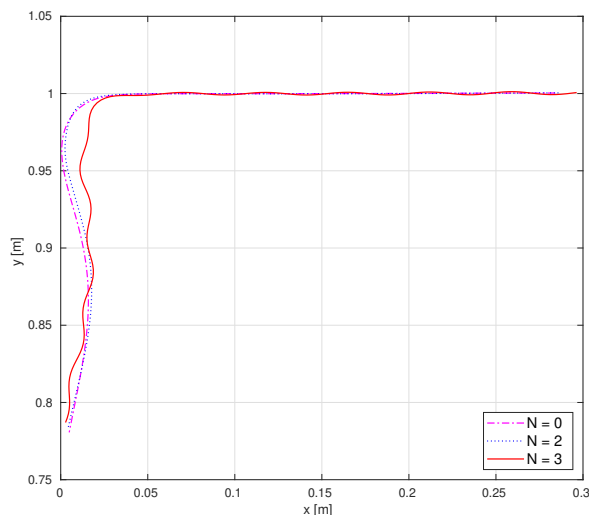
Figura 9. Seguimento de trajetória via sintonia 2 com atrasos fixos.

o pior efeito na degradação do seguimento de referência. Porém, pode-se afirmar que ao respeitar o atraso máximo N_{max} definido pela aplicação do critério proposto, garante-se a estabilidade do sistema.

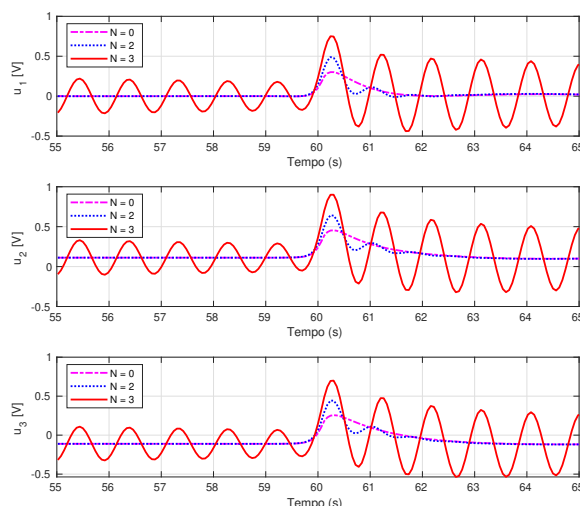
Por fim, deve-se observar que há um compromisso natural entre robustez e velocidade da resposta, o que se manifesta na ação de controle. Neste sentido, o critério de estabilidade e a formulação proposta podem ser usados para auxiliar na sintonia de controladores lineares voltado a sistemas que possibilitam a utilização da referência futura com vistas a melhorar o desempenho de seguimento de referência em malha fechada.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi proposta uma estratégia baseada em controladores preditivos sem restrições para o controle de sistemas lineares com referências futuras na presença de atraso variável. A abordagem simplificada baseia-se na utilização do teorema do pequeno ganho para sistemas com atraso variável em combinação com a lei de controle preditivo irrestrito explícita na presença de perturbações. O critério de robustez pode ser interpretado como uma ferramenta adicional no auxílio da sintonia do controlador,



(a) Trajetória destacada.



(b) Sinais de controle.

Figura 10. Resultados destacados do seguimento de trajetória vide sintonia 2 da Tabela 1.

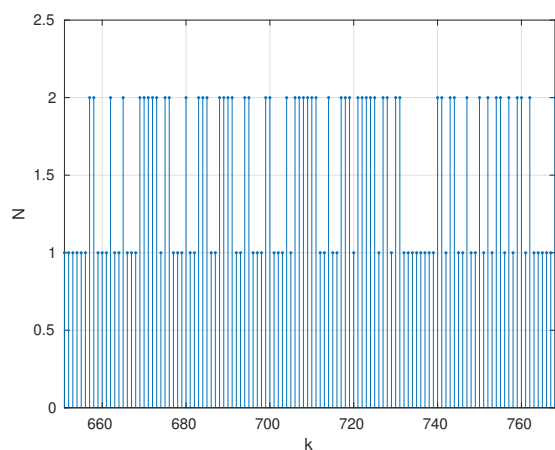


Figura 11. Variação randômica de atraso do momento em que o robô passa pela aresta superior direita da trajetória.

tendo em vista a sua utilização em malhas de controle que possuem atraso variável. Os resultados de simulação ilustram o papel da sintonia robusta. O problema de robustez de controladores preditivos com a imposição de restrições é um potencial tópico de estudos para trabalhos futuros. Outro ponto importante para trabalhos futuros é o teste experimental da estratégia de controle proposta na presença de atrasos variáveis.

REFERÊNCIAS

Barreto S., J.C.L., Conceição, A.G.S., Dórea, C.E., Martinez, L., and De Pieri, E.R. (2014). Design and implementation of model-predictive control with friction compensation on an omnidirectional mobile robot. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 19(2), 467–476. doi:10.1109/TMECH.2013.2243161.

Camacho, E.F. and Alba, C.B. (2013). *Model predictive control*. Springer science & business media.

Chen, M., Xu, Z., and Zhao, J. (2020). Triple-mode model predictive control using future target information. *Processes*, 8(1). doi:10.3390/pr8010054.

Cloosterman, M.B., van de Wouw, N., Heemels, W.P., and Nijmeijer, H. (2009). Stability of networked control systems with uncertain time-varying delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54(7), 1575–1580. doi:10.1109/TAC.2009.2015543.

Deng, Y., Léchappé, V., Moulay, E., Chen, Z., Liang, B., Plestan, F., and Han, Q.L. (2022). Predictor-based control of time-delay systems: a survey. *International Journal of Systems Science*, 0(0), 1–39. doi:10.1080/00207721.2022.2056654.

Dughman, S.S. and Rossiter, J.A. (2020). Systematic and effective embedding of feedforward of target information into mpc. *International Journal of Control*, 93, 112 – 98.

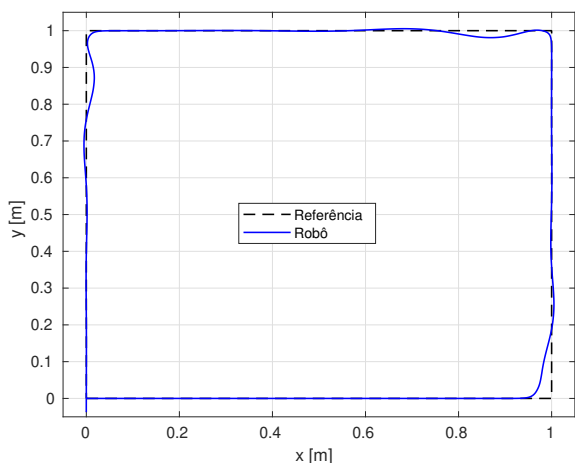
Franklin, T.S., Araújo, J.M., and Santos, T.L. (2021). Receptance-based robust stability criteria for second-order linear systems with time-varying delay and unstructured uncertainties. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 149, 107191.

Gupta, Rachana Ashok; Chow, M.Y. (2010). Networked control system: Overview and research trends. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57(7), 2527–2535. doi:10.1109/TIE.2009.2035462.

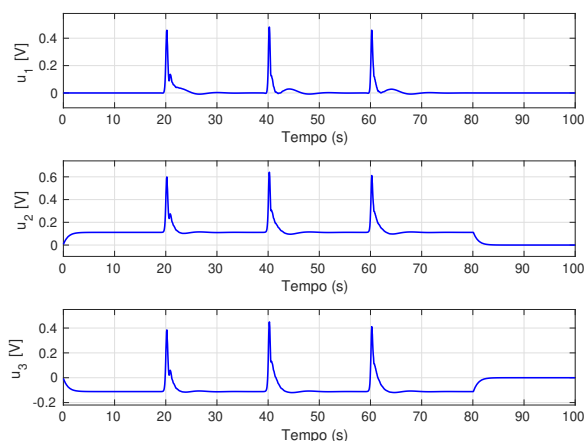
Heemels, W.P.H., Teel, A.R., Van De Wouw, N., and Nešić, D. (2010). Networked control systems with communication constraints: Tradeoffs between transmission intervals, delays and performance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55(8), 1781–1796. doi:10.1109/TAC.2010.2042352.

Hu, J., Shan, Y., Guerrero, J.M., Ioinovici, A., Chan, K.W., and Rodriguez, J. (2021). Model predictive control of microgrids – an overview. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 136, 110422. doi:https://doi.org/10.1016/j.rser.2020.110422.

Kao, Chung Yao; Rantzer, A. (2007). Stability analysis of systems with uncertain time-varying delays. *Automatica*, 43(6), 959–970. doi:10.1016/j.automatica.2006.12.006.



(a) Trajetória do robô.



(b) Sinais de controle.

Figura 12. Seguimento de trajetória via sintonia 2 com atraso variando de forma randômica.

Kao, Chung-Yao; Lincoln, B. (2004). Simple stability criteria for systems with time-varying delays. *Automatica*, 40(8), 1429–1434.

Maciejowski, J. (2002). Predictive control: with constraints.

Murray, B.R.M., Åström, K.J., Boyd, S.P., Brockett, R.W., Stein, G., Roger, O.C., Harvard, B., Burns, J., Honeywell, G.S., Stanford, B., Mit, M.D., Cornell, J.G., Mit, G.M., Caltech, J.M., Nasa, M., Ford, W.P., Berkeley, V.U.C., Subcommittee, W., Åström, K., Boyd, S.P., Doyle, J., and Murray, R. (2003). The Panel on Future Directions in Control, Dynamics, and Systems. *IEEE Control Systems Magazine*, (April), 20–33.

Santos, J., Conceição, A., Santos, T., and Araújo, H. (2018). Remote control of an omnidirectional mobile robot with time-varying delay and noise attenuation. *Mechatronics*, 52(April), 7–21. doi:10.1016/j.mechatronics.2018.04.003. URL <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2018.04.003>.

Santos, J., Conceição, A.G., and Santos, T.L. (2017). Trajectory tracking of Omni-directional Mobile Robots

via Predictive Control plus a Filtered Smith Predictor. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 10250–10255. doi:10.1016/j.ifacol.2017.08.1286.

Tipsuwan, Yodyium; Chow, M.Y. (2003). Control methodologies in networked control systems. *Control Engineering Practice*, 11(10), 1099–1111. doi:10.1016/S0967-0661(03)00036-4.

Valencia-Palomo, G., Rossiter, J.A., and López-Estrada, F.R. (2014). Improving the feed-forward compensator in predictive control for setpoint tracking. *ISA Transactions*, 53(3), 755–766. doi:10.1016/j.isatra.2014.02.009. URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.isatra.2014.02.009>.

Wang, L. (2009). *Model predictive control system design and implementation using MATLAB®*. Springer Science & Business Media.

Zhang, H., Shi, Y., Wang, J., and Chen, H. (2018). A new delay-compensation scheme for networked control systems in controller area networks. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 65(9), 7239–7247. doi:10.1109/TIE.2018.2795574.