

Síntese Robusta de Controladores Ressonantes para o Paralelismo de *UPSs*

Guilherme Keiel* Jeferson V. Flores* Luís Fernando A. Pereira*

* *Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
(UFRGS), Porto Alegre - RS, Brasil*
e-mails: {guilherme.keiel; jeferson.flores; lfpereira}@ufrgs.br

Abstract: This paper presents a methodology for the design of multiple resonant controllers to the voltage regulation in uninterruptible power supplies (UPSs) operating in parallel. First, a state space representation of the interconnected system operating with decentralized controllers is obtained, based only on local measurements. Conditions are proposed in the form of linear matrix inequalities (LMIs) that guarantee the robust stability of the system given the insertion/removal of new sources or load variations. The synthesis of the controllers is based on the solution of a convex optimization problem directly related to the RMS value of the circulating current between the UPSs. Simulations considering the parallelism of two 3.5 kVA UPSs via droop control are presented to illustrate the proposed method.

Resumo: Este artigo apresenta uma metodologia para o projeto de controladores múltiplos ressonantes visando a regulação de tensão em fontes ininterruptas de energia (*UPSs*) operando em paralelo. Primeiramente é obtida uma representação em espaço de estados do sistema interconectado operando com controladores descentralizados, baseados apenas em medidas locais. São propostas condições na forma de desigualdades lineares matriciais (*LMIs*) que garantam a estabilidade robusta do sistema dada a inserção/retirada de novas fontes ou a variação da carga. A síntese dos controladores é feita a partir da solução de um problema de otimização convexo relacionado ao valor *RMS* da corrente circulante entre as *UPSs*. Simulações considerando duas *UPSs* de 3,5 kVA via controle *droop* são apresentadas para ilustrar o método proposto.

Keywords: Uninterruptible power supplies; multiple-resonant controller; droop control; decentralized control.

Palavras-chaves: Fontes ininterruptas de energia; controlador múltiplo-ressonante; controle *droop*; controle descentralizado.

1. INTRODUÇÃO

Fontes ininterruptas de energia (em inglês *uninterruptible power supplies, UPSs*) são dispositivos eletrônicos usados no fornecimento de energia contínua e com qualidade para cargas críticas. As *UPSs* são geralmente compostas de três estágios: um retificador de tensão, banco de baterias e um conversor DC/AC (inversor) com filtro na saída. O estágio de saída, por sua vez, deve fornecer uma tensão que atenda a requisitos rígidos de desempenho definidos por normas como a IEC 62040-3. Visando atender a esses requisitos são empregados controladores baseados no Princípio do Modelo Interno (PMI) como os controladores repetitivos (Ramos et al. (2020)) e múltiplo-ressonantes (Lorenzini et al. (2022)), sendo projetados via resposta em frequência (Mossmann et al. (2021)) ou via desigualdades matriciais lineares (*LMIs*) (Bertoldi et al. (2018)).

* O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001; Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), bolsas PQ números 304974/2021-8 e 305031/2021-0; Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS), PqG 2019.

A operação em paralelo de inversores de tensão originou-se com o objetivo de aumentar a confiabilidade e potência instalada destes sistemas, difundindo-se para diversas aplicações como tração elétrica, geração distribuída (Zhang et al. (2019)) e *UPSs* (Astrada and de Angelo (2020)). No contexto de paralelismo de *UPSs* destaca-se a técnica de divisão ativa de carga baseada em controladores mestre-escravo, controle centralizado, controle distribuído, e o controle *droop* (Guerrero et al. (2008)). No controle *droop*, cada *UPS* regula a potência fornecida usando somente informação de tensão e corrente locais, ou seja, sem a necessidade de comunicação com os demais sistemas (De Brabandere et al. (2007)). Do ponto de vista de controle, emprega-se uma abordagem multi-malha: o laço interno é responsável pela regulação da tensão e o laço externo pela distribuição de potências da *UPS*, através do ajuste da referência de tensão do laço interno.

Diferenças paramétricas existentes entre as *UPSs* provocam a circulação de corrente entre os dispositivos, gerando perdas e podendo danificá-los (Guerrero et al. (2008)). Para o caso de laços de *droop* operando com controladores PID na regulação de tensão, os efeitos da corrente circulante são minimizados a partir do uso de uma impedância

virtual (Zhang et al. (2019)). O paralelismo de *UPSs* com controladores ressonantes na regulação de tensão é apresentado em (Carballo et al. (2017)) e (Keiel et al. (2021)). Baseado na análise do sistema interconectado, (Carballo et al. (2017)) altera a magnitude da impedância de saída da *UPS* através do ajuste do fator de amortecimento do controlador na frequência fundamental. Considerando também o caso onde não há predominância (resistiva ou indutiva) da impedância de saída, (Keiel et al. (2021)) ajusta os fatores de amortecimento dos múltiplos modos, o que possibilita maior redução do conteúdo harmônico da corrente circulante ao custo de um aumento tolerável na distorção harmônica total (*THD*) da tensão. Em (Astrada and de Angelo (2020)) é proposta uma técnica baseada em uma impedância virtual adaptativa para minimizar a corrente circulante na presença de controladores repetitivos na regulação de tensão. Destaca-se que a operação paralela das *UPSs* geralmente não é levada em conta no projeto dos controladores de tensão, apenas sendo tratada de forma indireta pelo ajuste dos coeficientes de amortecimento do controlador ressonante como em (Carballo et al. (2017)) e (Keiel et al. (2021)).

Este trabalho propõe a incorporação de requisitos de desempenho e robustez relacionados ao paralelismo de *UPSs* no projeto dos controladores ressonantes que regulam a malha interna de tensão desses sistemas. Inicialmente, é desenvolvido um modelo no espaço de estados que considera n *UPSs* alimentando uma carga comum e controladores ressonantes que regulam a tensão de saída em cada *UPS* baseado apenas em medidas locais de tensão e corrente. Na sequência, a estrutura de controle proposta é reescrita na forma de uma realimentação de estados e é definida uma saída de desempenho diretamente associada à corrente circulante entre os sistemas. O projeto da realimentação de estados é feito a partir da solução de um problema de otimização com restrições *LMI*s que garantam: i) a estabilidade robusta do sistema interconectado para a inserção/retirada de *UPSs*; ii) o posicionamento de polos em uma dada região do plano complexo e iii) a minimização de um limitante superior para o ganho \mathcal{L}_2 do distúrbio causado pela carga na saída de desempenho associada à corrente circulante. Supondo um laço *droop* externo, simulações com duas *UPSs* de 3.5kVA mostram que o método proposto reduz o valor *RMS* da corrente circulante quando comparado a controladores de tensão projetados desconsiderando o paralelismo.

2. PARALELISMO E CONTROLE *DROOP*

O paralelismo de *UPSs* tem como objetivo assegurar a divisão adequada da potência entre os dispositivos sem comprometer a regulação da tensão de saída. Além disso, deve mitigar a corrente circulante devido a diferenças paramétricas entre esses dispositivos (Guerrero et al. (2008)).

Do ponto de vista da carga, no paralelismo de n *UPSs* cada dispositivo é representado por uma fonte de tensão CA com sua respectiva impedância de linha. O fluxo de potências ativa e reativa injetado no ponto de conexão comum (PCC) pela i -ésima fonte é dado por (De Brabandere et al. (2007)):

$$\begin{bmatrix} P_i \\ Q_i \end{bmatrix} = \Upsilon_i \begin{bmatrix} \bar{P}_i \\ \bar{Q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{P}_i \\ \bar{Q}_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

sendo \bar{P}_i e \bar{Q}_i as potências modificadas (De Brabandere et al. (2007)), definidas por

$$\bar{P}_i = \frac{E_i V \cos \phi_i - V^2}{Z_i} \quad \text{e} \quad \bar{Q}_i = -\frac{E_i V \sin \phi_i}{Z_i}$$

na qual ϕ_i é o ângulo de fase entre E_i e a tensão V no PCC, Z_i e θ_i são a magnitude e o ângulo de fase da impedância de saída na frequência fundamental. O valor de θ_i está diretamente relacionado a predominância (resistiva, indutiva ou mista) desta impedância.

A corrente circulante é resultado da discrepância de (E_i, ϕ_i) entre as fontes, consequência da diferença paramétrica do filtro ou dos sensores entre as *UPSs*, sendo definida como (Gao et al. (2018))

$$i_{cir_i}(t) = i_{o_i}(t) - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n i_{o_j}(t) \quad (2)$$

onde i_{o_i} e i_{o_j} são, respectivamente, a corrente de saída da i -ésima e da j -ésima fonte, que representa a diferença entre a corrente fornecida pela i -ésima *UPS* e a média aritmética das correntes fornecidas por todas as *UPSs*.

A partir de (1), o ajuste das potências no PCC pode ser feito por um controle *droop* (Guerrero et al. (2008)) dado por

$$E_i = E_0 - \frac{k_n s}{s + \omega_e} \bar{P}_i \quad \text{e} \quad \phi_i = \phi_0 + k_m \bar{Q}_i$$

onde k_n e k_m são os ganhos associados, respectivamente, à variação de amplitude e da fase da fonte de tensão no entorno dos valores nominais E_0 e ϕ_0 . Estes ganhos estão limitados a

$$k_m \leq \frac{\delta \phi_0}{S} \quad \text{e} \quad k_n \leq \frac{\delta E_0}{S} \quad (3)$$

em que S é a potência nominal da *UPS*, δE_0 e $\delta \omega_0$ são os máximos desvios de amplitude e fase admissíveis para a tensão. Fixando-se o máximo k_n , deve-se selecionar o parâmetro k_m pelo lugar das raízes conforme (Keiel et al. (2021)) de forma a garantir a estabilidade e desempenho da operação paralela das *UPSs*.

3. MODELAGEM DO SISTEMA

O estágio de saída de uma *UPS* geralmente é composto por um inversor *PWM* e um filtro *LC*. A Figura 1 ilustra o estágio de saída na i -ésima *UPS*, onde C_i é capacitância, L_i a indutância e r_i a resistência do respectivo indutor. Considerando o modelo médio em um período do sinal de chaveamento, segue que a dinâmica desse estágio de saída pode ser aproximada pela dinâmica do filtro *LC* (Pereira et al. (2014)).

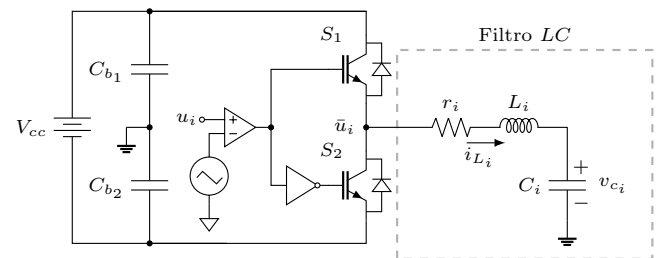


Figura 1. Estágio de saída da *UPS*: inversor e filtro *LC*.

Na Figura 2 são mostrados os n estágios de saída conectados em paralelo definindo-se, através da escolha apropriada da amplitude da PWM , os sinais na entrada dos filtros $\bar{u}_i = u_i, i = 1, \dots, n$. Segundo a figura, o i -ésimo estágio é conectado ao PCC através de uma resistência de linha R_i , incerta e satisfazendo

$$R_{i_{\min}} \leq R_i \leq R_{i_{\max}}, \quad (4)$$

sendo $R_{i_{\min}}$ o seu valor mínimo e $R_{i_{\max}}$ um valor excessivamente alto, representando a ausência da resistência e, desta forma, a desconexão da respectiva UPS . A carga não-linear ligada ao PCC é modelada pela admitância Y , incerta e com taxa de variação desconhecida satisfazendo

$$Y_{\min} \leq Y \leq Y_{\max} \quad (5)$$

onde Y_{\min} e Y_{\max} são o mínimo e máximo valor admissível de Y , respectivamente. Associada a esta admitância é considerada uma fonte de corrente $i_d(t)$, a qual representa distúrbios periódicos que ocasionam distorção harmônica na tensão de saída (Pereira et al. (2014)).

A partir da Figura 2, deriva-se a seguinte equação dinâmica no espaço de estados para o i -ésimo subsistema:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & \mathbb{A}_i(Y, R)x_i(t) + \mathbb{B}_i u_i(t) + \\ & + \sum_{j \neq i}^n \mathbb{A}_{ij}(Y, R)x_j(t) + \mathbb{B}_{d_i} i_d(t) \end{aligned} \quad (6)$$

onde $x_i(t) = [x_{i,1}(t) \ x_{i,2}(t)]' = [i_{L_i}(t) \ v_{c_i}(t)]'$ é o vetor de estados, no qual i_{L_i} denota a corrente do indutor e v_{c_i} a tensão do capacitor, e R representa uma combinação de R_1, \dots, R_n .

As matrizes $\mathbb{A}_i(Y, R)$, $\mathbb{A}_{ij}(Y, R)$, \mathbb{B}_i e \mathbb{B}_{d_i} são dadas por

$$\begin{aligned} \mathbb{A}_i(Y, R) = & \begin{bmatrix} -\frac{r_i}{L_i} & -\frac{1}{L_i} \\ \frac{1}{C_i} & -\zeta_i(Y, R)/C_i \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_i} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbb{A}_{ij}(Y, R) = & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\eta_{ij}(Y, R)}{C_i} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbb{B}_{d_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C_i} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

onde os coeficientes $\zeta_i(Y, R)$ e $\eta_{ij}(Y, R)$ dependem do número de subsistemas $n \in \mathbb{N}$, sendo

$$\zeta_i(Y, R) = \frac{1}{R_i} \left(\frac{Y + \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}{k \neq i} \right) \quad (8)$$

e

$$\eta_{ij}(Y, R) = \frac{1}{R_i R_j} \left(\frac{1}{Y + \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}} \right). \quad (9)$$

A tensão no capacitor do i -ésimo subsistema é obtida por

$$v_{c_i}(t) = \mathbb{C}_i x_i(t), \quad \mathbb{C}_i = [0 \ 1] \quad (10)$$

e a sua corrente de saída dada por

$$i_{o_i}(t) = \zeta_i(Y, R) \mathbb{C}_i x_i(t) - \sum_{j \neq i}^n \eta_{ij}(Y, R) \mathbb{C}_j x_j(t) + i_d(t). \quad (11)$$

4. CONTROLADOR MÚLTIPLO-RESSONANTE

O controlador ressonante caracteriza-se por apresentar magnitude infinita em uma determinada frequência, o que

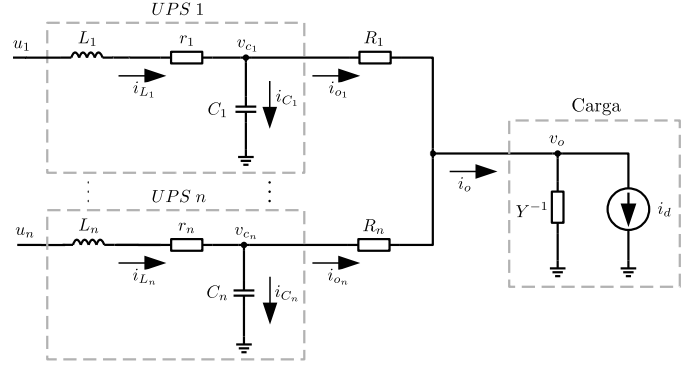


Figura 2. Sistema interconectado.

possibilita o seguimento com erro nulo de uma referência senoidal de frequência ω_r e a rejeição à perturbação de saída periódica de mesma frequência.

Em (Bertoldi et al. (2018)), para a rejeição de sinais periódicos com conteúdo harmônico, é usado o controlador múltiplo-ressonante (MR) que apresenta a função de transferência

$$C_v(s) = \frac{u_v(s)}{e(s)} = k_e + \sum_{h=1}^{\bar{h}} \frac{k_{(2h-1)} + k_{2h}s}{s^2 + 2\xi_h \omega_{r_h} s + \omega_{r_h}^2} \quad (12)$$

na qual $u_v(s)$ é saída do controlador e $e(s) = v_{ref}(s) - v_c(s)$ o erro de seguimento. ω_{r_h} e ξ_h são a frequência e o fator de amortecimento do h -ésimo modo ressonante, e os parâmetros k_e , $k_{(2h-1)}$ e k_{2h} são os ganhos a serem determinados.

Caso $\xi_h = 0$, o controlador apresenta magnitude infinita nas frequências ω_{r_h} , $h = 1, \dots, \bar{h}$. Se o sistema em malha fechada for estável, então o seguimento de referências com componentes nas frequências ω_{r_1} a $\omega_{r_{\bar{h}}}$ é garantido pelo PMI. Por outro lado, caso $0 < \xi_h < 1$, é incluído um fator de amortecimento no h -ésimo modo, limitando a magnitude do controlador naquela frequência. Com isso obtém-se melhorias na rejeição de distúrbios nas harmônicas não compensadas pelos modos ressonantes, evitando-se o chamado efeito colchão d'água (Bertoldi et al. (2018)), porém passa a existir um compromisso entre o valor de ξ_h e o erro de seguimento.

A função de transferência do controlador MR (12) pode ser realizada no espaço de estados por

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = \mathbb{A}_r x_r(t) + \mathbb{B}_r e(t) \\ u_v(t) = \mathbb{C}_r x_r(t) + \mathbb{D}_r e(t) \end{cases} \quad (13)$$

onde $x_r(t) = [\bar{x}_{r_1}(t)' \dots \bar{x}_{r_{\bar{h}}}(t)']' \in \mathbb{R}^{2\bar{h}}$ é o vetor de estados, $e(t)$ a entrada e

$$\begin{aligned} \mathbb{A}_r = & \begin{bmatrix} A_{r_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & A_{r_{\bar{h}}} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B}_r = \begin{bmatrix} B_{r_1} \\ \vdots \\ B_{r_{\bar{h}}} \end{bmatrix}, \\ \mathbb{C}_r = & [C_{r_1} \ \dots \ C_{r_{\bar{h}}}] \quad \text{e} \quad \mathbb{D}_r = k_e. \end{aligned} \quad (14)$$

Cada modo ressonante de especificações (ξ_h, ω_{r_h}) em (14) é descrito pelas seguintes matrizes:

$$A_{r_h} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{r_h} \\ -\omega_{r_h} & -2\xi_h \omega_{r_h} \end{bmatrix}, \quad B_{r_h} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad C_{r_h} = [k_{2h-1} \ k_{2h}].$$

5. PROJETO DO CONTROLADOR

Nesta seção é apresentada a estrutura de controle em malha fechada e a sua representação no espaço de estados. Além disso, é definida uma saída de desempenho associada à corrente circulante e o método de projeto do controlador.

5.1 Sistema aumentado

Na Figura 3 é mostrado o diagrama de blocos com o sistema de n UPSs conectadas em paralelo em malha fechada. O i -ésimo dispositivo usa o i -ésimo controlador MR (13) para o ajuste da tensão no respectivo capacitor $v_{c_i}(t)$.

Definindo controladores MRs com \bar{h} modos (13) e os conectando com cada subsistema (6), chega-se à representação do sistema aumentado na forma

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \mathbb{A}_a(Y, R)x_a(t) + \mathbb{B}_a u(t) + \mathbb{B}_v v_{ref}(t) + \mathbb{B}_{d_a} i_d(t) \\ z(t) = \mathbb{C}_a(Y, R)x_a(t) \end{cases} \quad (15)$$

onde $x_a(t) = [x_1(t) \ x_{r_1}(t) \ \dots \ x_n(t) \ x_{r_n}(t)]' \in \mathbb{R}^{(2+2\bar{h})n}$ é o estado aumentado, $u(t) = [u_1(t) \ \dots \ u_n(t)]' \in \mathbb{R}^n$ o vetor dos sinais de controle, $v_{ref}(t) = [v_{ref_1}(t) \ \dots \ v_{ref_n}(t)]' \in \mathbb{R}^n$ o vetor de referências e $z(t) \in \mathbb{R}$ a saída de desempenho, representando a corrente circulante na i -ésima UPS de interesse. Definindo esta UPS como $i = 1$, então as matrizes em (15) são dadas por

$$\mathbb{A}_a(Y, R) = \begin{bmatrix} \mathbb{A}_1(Y, R) & 0 & \dots & \mathbb{A}_{1n}(Y, R) & 0 \\ -\mathbb{B}_{r_1} \mathbb{C}_1 & \mathbb{A}_{r_1} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbb{A}_{n1}(Y, R) & 0 & \dots & \mathbb{A}_n(Y, R) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -\mathbb{B}_{r_n} \mathbb{C}_n & \mathbb{A}_{r_n} \end{bmatrix},$$

$$\mathbb{B}_a = \begin{bmatrix} \mathbb{B}_1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \mathbb{B}_n \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \mathbb{B}_v = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \mathbb{B}_{r_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \mathbb{B}_{r_n} \end{bmatrix}, \mathbb{B}_{d_a} = \begin{bmatrix} \mathbb{B}_{d_1} \\ 0 \\ \vdots \\ \mathbb{B}_{d_n} \\ 0 \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{aligned} \mathbb{C}_a(Y, R) = & \frac{1}{n} \left[\left((n-1)\zeta_1(Y, R) + \sum_{j \neq 1}^n \eta_{j1}(Y, R) \right) \mathbb{C}_1 \ 0 \right. \\ & - \left(\zeta_2(Y, R) + (n-1)\eta_{12}(Y, R) - \sum_{j \neq 1}^n \eta_{j2}(Y, R) \right) \mathbb{C}_2 \ 0 \dots \\ & \left. - \left(\zeta_n(Y, R) + (n-1)\eta_{1n}(Y, R) - \sum_{j \neq 1}^n \eta_{jn}(Y, R) \right) \mathbb{C}_n \ 0 \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

5.2 Lei de controle

Para o controle da i -ésima UPS geralmente adiciona-se ao controlador do caminho direto um laço com realimentação da corrente do indutor, o que leva a melhorias no desempenho dinâmico do sistema em malha fechada (Zhang et al. (2019)). Em relação ao sistema multivariável, deseja-se uma lei de controle por realimentação de estados descentralizada, isto é, encontrar para cada subsistema o sinal de controle $u_i(t)$ como função somente das variáveis de estado e referência locais $x_{a_i}(t)$ e $v_{ref_i}(t)$, respectivamente.

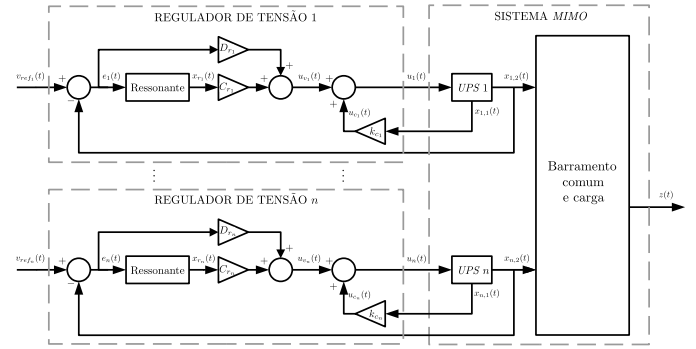


Figura 3. Sistema em malha fechada proposto.

Em vista da Figura 3, a lei de controle para o i -ésimo subsistema pode ser definida como ¹

$$\begin{aligned} u_i(t) = & u_{c_i}(t) + u_{v_i}(t) \\ = & k_{c_i} x_{i,1}(t) + k_{1_i} \bar{x}_{r_{i,1}}(t) + k_{2_i} \bar{x}_{r_{i,2}}(t) + \dots + \\ & k_{(2\bar{h}-1)_i} \bar{x}_{r_{i,\bar{h},1}}(t) + k_{2\bar{h}_i} \bar{x}_{r_{i,\bar{h},2}}(t) + k_{e_i} e_i(t) \end{aligned} \quad (17)$$

que pode ser reescrita como uma realimentação do estado aumentado associada a um termo de alimentação direta da i -ésima referência

$$u_i(t) = K_i x_{a_i}(t) + k_{e_i} v_{ref_i}(t) \quad (18)$$

onde $x_{a_i}(t) = [x_i(t) \ x_{r_i}(t)]' \in \mathbb{R}^{(2+2\bar{h})}$ é o estado aumentado local e K_i o ganho a ser determinado

$$K_i = [k_{c_i} \ -k_{e_i} \ k_{1_i} \ k_{2_i} \ \dots \ k_{(2\bar{h}-1)_i} \ k_{2\bar{h}_i}]. \quad (19)$$

Estendendo a estratégia de controle de um subsistema para uma lei de controle descentralizada do sistema interconectado, define-se

$$u(t) = K_D x_a(t) + K_E v_{ref}(t) \quad (20)$$

onde as matrizes de ganho devem ser restritas a estruturas do tipo bloco diagonal $K_D = \text{diag}\{K_1, \dots, K_n\}$ e $K_E = \text{diag}\{k_{e_1}, \dots, k_{e_n}\}$.

5.3 Sistema em malha fechada

Substituindo a lei de controle (20) no sistema (15) obtém-se o sistema em malha fechada

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = \mathbb{A}_{m_f}(Y, R)x_a(t) + \mathbb{B}_q q(t) \\ z(t) = \mathbb{C}_a(Y, R)x_a(t) \end{cases} \quad (21)$$

onde $q(t) = [v_{ref_1}(t) \ \dots \ v_{ref_n}(t) \ i_d(t)]' \in \mathbb{R}^{n+1}$ e

$$\mathbb{A}_{m_f} = \mathbb{A}_a(Y, R) + \mathbb{B}_a K_D, \quad \mathbb{B}_q = \begin{bmatrix} \mathbb{B}_1 k_{e_1} & \dots & 0 & \mathbb{B}_{d_1} \\ \mathbb{B}_{r_1} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \mathbb{B}_n k_{e_n} & \mathbb{B}_{d_n} \\ 0 & \dots & \mathbb{B}_{r_n} & 0 \end{bmatrix}.$$

O problema de controle se resume a encontrar uma matriz de realimentação de estados $K_D \in \mathbb{R}^{n \times (2+2\bar{h})n}$ tal que (21) seja assintoticamente estável.

5.4 Projeto dos ganhos

O cálculo da matriz K_D é realizado através da solução de um problema de otimização convexo sujeito à restrições *LMI* assegurando os seguintes critérios:

¹ $\bar{x}_{r_{i,\bar{h},1}}$ é o estado 1 do \bar{h} -ésimo modo ressonante da i -ésima UPS.

- (1) estabilidade interna do sistema para todos os valores admissíveis de Y , bem como para $R_{i_{\min}}$ e $R_{i_{\max}}$;
- (2) um limitante superior γ do ganho \mathcal{L}_2 de $i_d(t)$ para $i_{cir}(t)$, obtido pela minimização

$$\|G_{i_d}\|_{\infty} = \sup_{i_d \neq 0} \frac{\|i_{cir}(t)\|_2}{\|i_d(t)\|_2} \leq \gamma. \quad (22)$$

- (3) posicionamento dos polos em uma região \mathcal{D} do plano complexo, especificada pelos escalares σ, r e ψ ;
- (4) restrição no máximo valor singular de K_D visando evitar o cálculo de ganhos elevados (Boyd et al. (1994)).

O Teorema 1 descreve condições *LMI* suficientes para o atendimento dos critérios definidos. Considerando a descrição politópica das matrizes geradas a partir dos parâmetros incertos, por argumentos de convexidade estas condições precisam ser avaliadas para cada um dos 2^{n+1} vértices do politopo resultante das combinações dos parâmetros incertos Y e $R_i, i = 1, \dots, n$.

Teorema 1. Considere escalares reais positivos σ, r e ψ definidos *a priori*. Caso exista uma matriz bloco-diagonal simétrica positiva definida $Q_D \in \mathbb{R}^{n(2+2\bar{h}) \times n(2+2\bar{h})}$, uma matriz bloco-diagonal $W_D \in \mathbb{R}^{n \times n(2+2\bar{h})}$ e um escalar positivo γ satisfazendo as desigualdades

$$\begin{bmatrix} \text{He}(\mathbb{A}_a(Y, R)Q_D + \mathbb{B}_a W_D) & * & * \\ & \mathbb{B}'_{d_a} Q_D & -\gamma * \\ & \mathbb{C}_a(Y, R)Q_D & 0 \quad -\gamma \end{bmatrix} < 0, \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} Q_D & * \\ W_{D(i)} & \vartheta^2 \end{bmatrix} > 0, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} L_1 \otimes Q_D + M_1 \otimes \Gamma + M'_1 \otimes \Gamma' &< 0, \\ L_2 \otimes Q_D + M_2 \otimes \Gamma + M'_2 \otimes \Gamma' &< 0, \\ L_3 \otimes Q_D + M_3 \otimes \Gamma + M'_3 \otimes \Gamma' &< 0, \end{aligned} \quad (25)$$

onde $\text{He}(S) = S' + S$, $W_{D(i)}$ denota a i -ésima linha de W_D , \otimes o produto Kronecker, $\Gamma = \mathbb{A}_a(Y, R)Q_D + \mathbb{B}_a W_D$ e

$$\begin{aligned} L_1 &= 2\sigma, & M_1 &= 1, \\ L_2 &= \begin{bmatrix} -r & 0 \\ 0 & -r \end{bmatrix}, & M_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ L_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, & M_3 &= \begin{bmatrix} \sin(\psi) & \cos(\psi) \\ -\cos(\psi) & \sin(\psi) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

então o sistema (21) com $K_D = W_D Q_D^{-1}$ é assintoticamente estável para todo $Y_{\min} \leq Y \leq Y_{\max}$ e $R_{i_{\min}} \leq R_i \leq R_{i_{\max}}, i = 1, \dots, n$ de modo que os polos em malha fechada estejam confinados na região \mathcal{D} do plano complexo e satisfaz $\|G_{i_d}(s)\|_{\infty} \leq \gamma$.

O Teorema 1 utiliza algumas condições clássicas da formulação *LMI*, sendo as provas relacionadas a (23) e (24) encontradas em (Boyd et al. (1994)) e a prova de (25) apresentada em (Chilali and Gahinet (1996)).

Para determinar o ganho K_D de forma a minimizar a influência de i_d em i_{cir} no sistema (21), enuncia-se o seguinte problema de otimização convexa:

$$\min_{Q_D, W_D, \gamma} \gamma \text{ sujeito a } Q_D = Q'_D > 0, (23), (24) \text{ e } (25). \quad (26)$$

Existindo uma solução para (26) então uma matriz de realimentação $K_D = W_D Q_D^{-1}$ pode ser determinada.

6. IMPLEMENTAÇÃO

Para exemplificar o projeto considerou-se o paralelismo de duas *UPSs* com $S = 3,5$ kVA, sendo os parâmetros da *UPS 1* descritos na Tabela 1 e a *UPS 2* possuindo 5% ou 10% de acréscimo em todos os componentes do filtro em relação à *UPS 1*. A carga não linear, por sua vez, é dividida em dois circuitos e dimensionada segundo Anexo E da norma IEC 62040-3 para o consumo do dobro de S com FP de 0,7.

6.1 Especificações do projeto

Para o caso $n = 2$ obtém-se $\zeta_1(Y, R) = \frac{1}{R_1} \left(\frac{Y + \frac{1}{R_2}}{Y + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \right)$, $\zeta_2(Y, R) = \frac{1}{R_2} \left(\frac{Y + \frac{1}{R_1}}{Y + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \right)$, $\eta_{12}(Y, R) = \frac{1}{R_1 R_2} \left(\frac{1}{Y + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \right)$ e $\eta_{21}(Y, R) = \eta_{12}(Y, R)$ na construção do sistema (15). Projetou-se o controlador MR de 4 modos, com sintonia nas frequências $\omega_{r_h} = (2h - 1)\omega_0, h = 1, \dots, 4$ especificando $\sigma = 50, r = 70000, \psi = \pi/2$ e $\vartheta = 260$, obtidos de forma empírica visando obter o tempo de acomodação de v_o menor que 80 ms e não violar os limites máximos do sinal de controle. Este projeto será comparado ao proposto em (Bertoldi et al. (2018)), o qual não leva em conta métricas de desempenho associadas ao paralelismo e foca somente na regulação de tensão, onde foram especificados $\sigma = 50, r = 5000, \psi = \pi/2, C_z = [3 \dots 3]$ e $D_z = 1$.

Para a sintonia do *droop* foi considerada a faixa mais restritiva de 2% de variação de amplitude definida pela ANSI/IEEE Std 944 e o método do lugar das raízes (Keiel et al. (2021)), resultando em $k_n = 0,001, k_m = 1 \times 10^{-4}$ e $\omega_e = 10\omega_0$. As potências P_i e Q_i são obtidas pela multiplicação $v_{c_i} \times i_{o_i}$ e filtragem por filtros passa-baixas (FPBs) com frequência de corte $\omega_c = 0,1\omega_0$. Estes FPBs e controladores MRs são discretizados pelo método *tustin*.

6.2 Resultados de simulação

Realizou-se a simulação do paralelismo no *software* PSIM com controladores implementados no Matlab/Simulink (R2012b) considerando o procedimento: (i) partida a vazio da *UPS 1*; (ii) degrau aditivo de 1/2 da carga nominal no intervalo $0,5 \leq t < 1,5$ s; (iii) acoplamento da *UPS 2* em $1,5 \leq t < 3,5$ s e (iv) degrau de carga complementar em $t > 3,5$ s. A Figura 4 apresenta as potências obtidas no paralelismo considerando *UPSs* com 10% de diferença.

Tabela 1. Parâmetros das *UPSs* e da carga.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Amplitude de tensão nominal	E_0	$127\sqrt{2}$ V
Frequência nominal	ω_0	$2\pi 60$ rad/s
Frequência de chaveamento	f_s	20 kHz
Potência nominal	S	3,5 kVA
Tensão do barramento CC	V_{cc}	520 V
Valor máximo de u_i	u_0	260 V
Admitância de carga	$[Y_{\min}; Y_{\max}]$	$[0; 0,1519]$ S
Resistência de linha	$[R_{i_{\min}}; R_{i_{\max}}]$	$[0,05; 10^9]$ Ω
<i>ESR</i> do indutor i	r_1	15,0 m Ω
Indutância do filtro i	L_1	1,00 mH
Capacitância do filtro i	C_1	300 μ F
Resistência da carga	R_{nl}	4,89 Ω
Capacitância da carga	C_{nl}	24056 μ F

Tabela 2. Resultados de i_{cir} e v_o .

		i_{cir}						v_o	
		I_{rms}	I_{1rms}	I_{3rms}	I_{5rms}	I_{7rms}	I_{9rms}	THD [%]	V_R [%]
5%	M_1	0,2413	0,0148	0,0088	0,0105	0,0151	0,1345	1,8919	0,8061
	M_2	0,3793	0,0219	0,0228	0,1676	0,2006	0,1253	1,9584	0,7876
10%	M_1	0,4226	0,0109	0,0092	0,0107	0,0220	0,2333	1,8812	0,8062
	M_2	0,7250	0,0689	0,0334	0,2777	0,4463	0,2625	1,8838	0,7893

Tabela 3. Distorção harmônica de v_o .

	(IEC, 2011)	M_1	M_2
IHD ₃ [%]	5	0,6953	0,7032
IHD ₅ [%]	6	0,4504	0,4487
IHD ₇ [%]	5	0,2083	0,2442
IHD ₉ [%]	1,5	1,3813	1,4442
IHD ₁₁ [%]	3,5	1,0703	1,0205
IHD ₁₃ [%]	3	0,7211	0,6811
IHD ₁₅ [%]	0,3	0,0488	0,1494
THD [%]	8	1,8812	1,8838

No ensaio de desempenho estático são avaliadas a corrente circulante e a tensão de saída (v_o) em regime permanente a plena carga. A Tabela 2 apresenta os valores *RMS* da corrente circulante e a regulação de tensão da saída, obtidas com 5% e 10% de diferença. Verificam-se resultados menores de I_{rms} obtidos com o método de projeto proposto (M_1) em relação a (Bertoldi et al. (2018)) (M_2), reduzindo a corrente circulante de 2,63% para 1,53% da corrente nominal $I_n = 27,56$ A.

Com relação ao conteúdo harmônico de v_o , apresentado na Tabela 3, o controlador proposto obtém um desempenho semelhante, mantendo uma baixa *THD* e atendendo aos valores de *IHDs* especificados na norma IEC 62040-3.

7. CONCLUSÃO

Este artigo apresentou uma metodologia para o projeto conjunto de controladores de tensão múltiplos-ressonantes para aplicações de paralelismo de *UPSs*. Realizou-se o projeto de um controlador de tensão descentralizado com parâmetros determinados por meio de um problema de otimização convexa sujeito a *LMIs*, onde são assegurados a estabilidade e desempenho robusto enquanto é minimizada a influência das componentes harmônicas da carga não linear na corrente circulante. Resultados de simulação com duas *UPSs* demonstram uma redução na corrente circulante quando comparado a um método que não considera a operação paralela do sistema, sem perda do desempenho de regulação da tensão de saída. Como trabalhos futuros, pretende-se incorporar no projeto o efeito da parcela indutiva na linha e a realização de resultados experimentais.

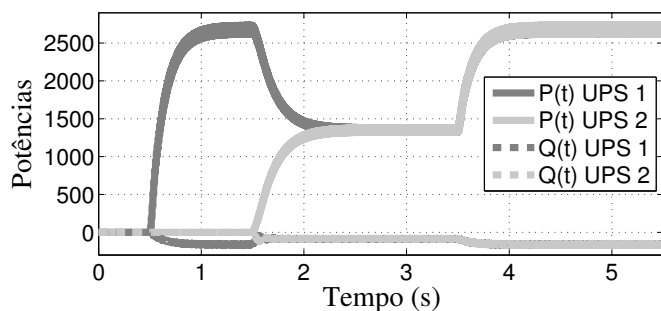


Figura 4. Resultados das potências ativa e reativa.

REFERÊNCIAS

- Astrada, J. and de Angelo, C. (2020). Implementation of output impedance in single-phase inverters with repetitive control and droop control. *IET Power Electronics*, 13(14), 3044–3055.
- Bertoldi, R., Flores, J.V., and Pereira, L.F.A. (2018). Controlador múltiplo-ressonante de ganho finito aplicado a fontes ininterruptas de energia. In *XXII Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*.
- Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., and Balakrishnan, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, volume 15 of *Studies in Applied Mathematics*. SIAM, Philadelphia, PA.
- Carballo, R.E., Botteron, F., Oggier, G.G., and Garcia, G.O. (2017). Droop control strategy using resonant controllers to achieve resistive output impedance characteristics for ups inverters. In *2017 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)*, 1–6.
- Chilali, M. and Gahinet, P. (1996). H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 41(3), 358–367.
- De Brabandere, K., Bolsens, B., Van den Keybus, J., Woyte, A., Driesen, J., and Belmans, R. (2007). A voltage and frequency droop control method for parallel inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 22(4), 1107–1115.
- Gao, M., Chen, M., Wang, C., and Qian, Z. (2018). An accurate power-sharing control method based on circulating-current power phasor model in voltage-source inverter parallel-operation system. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 33(5), 4458–4476.
- Guerrero, J.M., Hang, L., and Uceda, J. (2008). Control of distributed uninterruptible power supply systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(8), 2845–2859.
- Keiel, G., Flores, J.V., and Pereira, L.F.A. (2021). Análise da influência do controlador múltiplo-ressonante no paralelismo de *UPSs* via droop. In *XV Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)*, volume 1.
- Lorenzini, C., Pereira, L.F.A., Bazanella, A.S., and Gonçalves da Silva, G.R. (2022). Single-phase uninterruptible power supply control: A model-free proportional-multiresonant method. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 69(3), 2967–2975.
- Mossmann, B.H., Pereira, L.F.A., and Gomes da Silva Jr., J.M. (2021). Tuning of proportional-resonant controllers combined with phase-lead compensators based on the frequency response. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*.
- Pereira, L.F.A., Vieira Flores, J., Bonan, G., Ferreira Coutinho, D., and Gomes da Silva Junior, J. (2014). Multiple resonant controllers for uninterruptible power supplies – a systematic robust control design approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(3), 1528–1538.
- Ramos, G.A., Ruget, R.I., and Costa-Castelló, R. (2020). Robust repetitive control of power inverters for standalone operation in dg systems. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 35(1), 237–247.
- Zhang, M., Song, B., and Wang, J. (2019). Circulating current control strategy based on equivalent feeder for parallel inverters in islanded microgrid. *IEEE Transactions on Power Systems*, 34(1), 595–605.