

Projeto e Análise do Regulador LQR para o Controle de Velocidade da Máquina de Relutância Variável^{*}

Paulo R. M. Costa^{*} Marcelo V. de Paula^{**} Tarcio A. d. S. Barros^{***}

^{*} Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, SP, (e-mail: robsoncee@gmail.com)

^{**} Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, SP, (e-mail: mvpaula@outlook.com)

^{***} Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, SP, (e-mail: tarcioandre@fem.unicamp.br)

Abstract: The use of Switched Reluctance Machine (SRM) has increased in many applications due to its prominent advantages and the development of semiconductors and microcontrollers. The SRM control is especially complex because of its nonlinear nature and parameter variability according to the operation point. This work proposes the utilization of a Linear Quadratic Regulator for SRM speed control. LQR is an optimal control technique that provides good dynamic response and robustness to disturbances and changing parameters. The LQR design procedure for the application is detailed. The proposed controller was compared with other well-known SRM controllers, the Proportional Integral (PI) and the Hysteresis controller (HI). The simulation results demonstrated that LQR provided a compatible dynamic response, better robustness, lower torque ripple, better switching spectral frequency distribution, and less computational burden for implementation.

Resumo: O uso da Máquina de Relutância Variável (MRV) tem aumentado em diversas aplicações por causa das suas vantagens e dos avanços dos semicondutores e microcontroladores. O controle da MRV é especialmente complexo devido a sua natureza não linear e de parâmetros variáveis com o ponto de operação. Este trabalho propõe a aplicação do Regulador Linear Quadrático (LQR - *Linear Quadratic Regulator*) para o controle de velocidade da MRV. O LQR é uma técnica de controle ótimo que permite bom desempenho e robustez a perturbações e mudança nos parâmetros. O procedimento de projeto do LQR para esta aplicação é apresentado. O controlador proposto foi comparado com o controlador Proporcional-Integral (PI) e o controlador por Histerese de corrente (HI), clássicos em aplicações com MRV. Os resultados de simulação demonstram que o LQR apresentou desempenho dinâmico compatível, menor oscilação de torque, maior robustez, melhor distribuição espectral do chaveamento e menor custo computacional na implementação.

Keywords: Linear Quadratic Regulator (LQR); Switched Reluctance Machine (SRM); Speed control; Current Control; Proportional Integral (PI); Hysteresis.

Palavras-chaves: Regulador Linear Quadrático (LQR); Máquina de Relutância Variável (MRV); Controle de Velocidade; Controle de Corrente; Proporcional Integral (PI); Histerese.

1. INTRODUÇÃO

A Máquina de Relutância Variável (MRV) tem se tornado uma opção viável em comparação a outras máquinas elétricas pelas seguintes vantagens: construção simples, robustez, alta eficiência e baixa manutenção. A MRV é uma máquina de polos salientes no estator e no rotor. O rotor com núcleo de aço elétrico laminado não possui qualquer enrolamento ou ímã permanente, isto permite a operação em altas velocidades e altas temperaturas. Os enrolamentos do estator estão alocados ao redor da saliência do

polo, permitindo o isolamento dos enrolamentos das fases entre si. Isso torna a MRV uma máquina tolerante a faltas (Emadi, 2014). Entretanto, a MRV possui desvantagens como a produção de alta oscilação de torque e de alto ruído acústico, além de apresentar comportamento não linear. Todos estes desafios podem ser minimizados com o emprego de estratégias de controle adequadas (Fang et al., 2021; Emadi, 2014). Com todas estas características, a MRV é uma opção viável para diversas aplicações, especialmente em ambientes hostis ou em aplicações que requerem velocidades variáveis (Sozer et al., 2015). A aplicação da MRV tem sido interesse de diversos estudos em veículos elétricos (VE) e em veículos elétricos híbridos (VEH) (de Paula et al., 2021; de Paula and Barros, 2022). A MRV também tem sido aplicada como gerador, denominada de

^{*} O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por meio do projeto 402983/2021-1 e da concessão de bolsa de estudos.

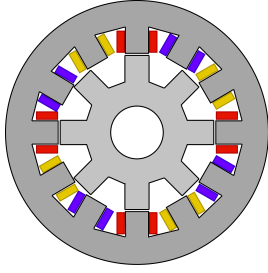


Figura 1. Seção transversal típica de uma MRV 12/8 trifásica.

Gerador de Relutância Variável (GRV) (Barros et al., 2017; Catata et al., 2022). Uma seção transversal típica de uma MRV 12/8 trifásica é mostrada na Figura 1.

Quando a MRV opera abaixo da velocidade de base, convencionalmente um controlador de corrente é utilizado. O controle por Histerese (HI) é independente do modelo da MRV e é um dos mais utilizados (Peng et al., 2016). Controladores lineares como o Proporcional-Integral (PI), o mais utilizado na indústria, também são comumente empregados (Ahmad and Narayanan, 2016). Alternativamente, controladores de corrente preditivos, adaptativos, ou de modos deslizantes foram aplicados na MRV por Li and Shamsi (2015), Naitoh and Ishikawa (2010) e Manolas et al. (2014), respectivamente. Geralmente o controlador de corrente é interno a uma malha de controle de velocidade e/ou torque. O controlador PI é amplamente utilizado na malha de velocidade (Emadi, 2014). O controle direto de torque instantâneo (DITC - *Direct Instantaneous Torque Control*) substitui o controlador de corrente e é a forma mais usada para minimizar a oscilação de torque (de Paula and Barros, 2022).

Este trabalho apresenta a análise e o projeto do LQR para o controle de velocidade da MRV. As principais contribuições são:

- (1) Proposta de utilização do LQR para o controle de velocidade da MRV;
- (2) Apresentação do projeto do LQR para MRV;
- (3) Comparação com controladores consolidados.

2. PRINCÍPIOS DE FUNCIONAMENTO E MODELO DA MRV

Na MRV, a Força Magnetomotriz (FMM) é criada pela energização das bobinas das fases do estator. O torque eletromagnético (T_e) é gerado quando o fluxo magnético através do polo saliente do rotor o atrai em direção ao polo do estator tendendo a reduzir a relutância do caminho magnético. Durante este acionamento, duas componentes de forças atuam sobre o rotor. A força radial atua na direção radial do polo, não contribuindo para a rotação e deformando o núcleo do estator, além de produzir ruído acústico. Em uma ordem de magnitude menor, a força tangencial atua na direção lateral do polo do estator, produzindo torque e, também, produzindo um pouco de ruído pela deformação lateral do polo do estator (Fang et al., 2021).

Para operar como motor, cada fase da máquina deve ser acionada sequencialmente. Por esse motivo, as formas da corrente e do torque de uma MRV são essencialmente

pulsadas. A frequência angular elétrica do acionamento (ω_e) em função da frequência angular mecânica (ω) pode ser calculada por (1), onde N_S e N_P são o número de polos do estator e do rotor, respectivamente, e N_Φ é número de fases da máquina. Na MRV 12/8 trifásica, por exemplo, a frequência elétrica é 8 vezes a frequência mecânica.

$$\omega_e = \frac{N_S}{2} \frac{N_P}{2} \frac{1}{N_\Phi} \omega. \quad (1)$$

Como mencionado, o torque gerado tende a reduzir a relutância do caminho magnético, ou seja, aumentar a indutância. Esta é mínima quando os polos do estator e do rotor estão totalmente desalinhados e máxima quando os polos estão alinhados. Se a indutância (L) varia linearmente com a posição do rotor (θ), o que geralmente não ocorre na prática, e uma corrente i é aplicada à fase, então o torque eletromagnético pode ser obtido por (Krishnan, 2017):

$$T_e = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta}. \quad (2)$$

Desprezando o acoplamento entre as fases, a tensão (v) nos terminais da fase da MRV é dada por (Krishnan, 2017):

$$v = Ri + L(\theta, i) \frac{di}{dt} + i\omega \frac{dL(\theta, i)}{d\theta}. \quad (3)$$

onde R é a resistência elétrica do enrolamento do estator e i é a corrente elétrica na fase.

Em (3), os três termos à direita representam a queda de tensão na resistência, a queda de tensão na indutância e a força contra eletromotriz (FCEM ou e_b) produzida na fase, respectivamente.

Como o torque eletromagnético é dado por (2), a equação mecânica da máquina por ser escrita como:

$$\frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta} - T_l = B\omega + J \frac{d\omega}{dt}, \quad (4)$$

onde T_l é o torque de carga, B é o coeficiente de atrito viscoso e J é o momento de inércia.

Da equação (2), observa-se que a produção de torque eletromagnético independe do sentido da corrente mas depende do sentido da variação da indutância. Se as fases da MRV são excitadas durante a variação positiva da indutância, a operação será como motor ($T_e > 0$). A operação como gerador ocorre quando a fase é excitada durante a variação negativa da indutância ($T_e < 0$). A operação da MRV como motor é apresentada na Figura 2. O perfil de indutância ideal em função da posição do rotor é apresentado. O ângulo de acionamento da fase (θ_{on}) é tal que a corrente (i) atinja o seu valor de referência (i^*) quando a indutância começa a crescer. Os torques eletromagnéticos produzidos em cada fase se somam produzindo a rotação contínua da máquina. Dois tipos de oscilação de torque podem ser observados. O primeiro e mais significativo é a oscilação de comutação entre fases, ocorre numa frequência $f_{Trip,com} = N_\Phi \omega_e$, ou seja 24 vezes a cada giro do rotor da MRV 12/8 trifásica. O segundo tipo, oscilação de torque de alta frequência, ocorre devido ao chaveamento para a

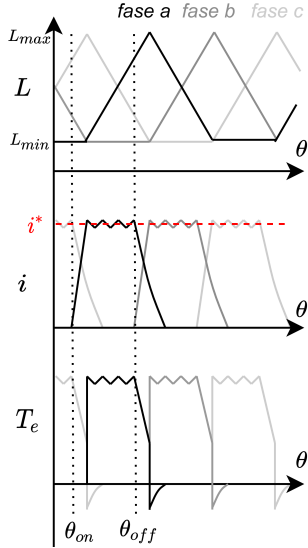


Figura 2. Operação da MRV como motor controlado pela corrente.

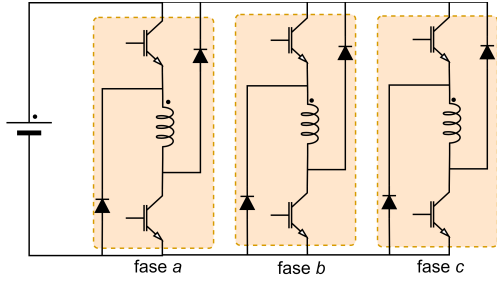


Figura 3. Conversor Meia Ponte Assimétrica trifásico.

regulação da corrente, a frequência dessa oscilação é igual a frequência de chaveamento e varia de acordo com a estratégia de controle empregada.

Um conversor estático é necessário para o acionamento da MRV. Como a corrente na MRV é unidirecional, a topologia mais utilizada é a do Conversor Meia Ponte Assimétrica (AHB - *Asymmetric Half-Bridge Converter*), mostrado na Figura 3 (Peng et al., 2017). Esta topologia utiliza duas chaves e dois diodos para controlar cada fase da máquina independentemente. A combinação de acionamento das chaves permite aplicar a tensão da fonte c.c. $+V_{cc}$ na fase, aplicar tensão nula, ou aplicar $-V_{cc}$, denominados estados 1, 0 e -1 , respectivamente. A estratégia de chaveamento *soft-chopping* alterna entre os estados 1 e 0 para controlar a corrente na fase com menor ondulação durante o acionamento. O estado -1 é utilizado para a desmagnetização da fase mais rapidamente.

À medida que a velocidade da MRV aumenta, a FCEM (e_b) também cresce. Na velocidade de base (ω_b), a FCEM se iguala a tensão V_{cc} na fonte, de modo que a regulação de corrente é impossibilitada. Em velocidades abaixo de ω_b , a velocidade ou o torque da MRV podem ser controlados pela corrente. Acima de ω_b , o controle da MRV é denominado de controle por pulso único e se realiza através dos ângulos θ_{on} e θ_{off} . Neste trabalho é considerado o controle da máquina apenas pela regulação da corrente. Os ângulos θ_{on} e θ_{off} utilizados objetivam aumentar a eficiência e reduzir a oscilação de torque.

2.1 Modelo da MRV

As variáveis de estado da planta da MRV são a velocidade do rotor (ω) e a corrente na fase (i). Na equação da tensão, (3), observa-se que há termos em que as variáveis de estados são multiplicadas entre si, resultando em um sistema não linear. Para utilizar as técnicas de controle linear, a planta linearizada da MRV precisa ser obtida.

Por simplificação, a indutância $L(\theta, i)$ e sua derivada ($dL(\theta, i)/d\theta$) são consideradas constantes. Seus valores são calculados como o valor médio entre os ângulos de condução em corrente nominal.

A linearização da planta é feita pelo método de perturbação. Neste método, as variáveis dependentes do tempo são substituídas por um valor no ponto de operação (valor constante) acrescido de uma perturbação incremental. As variáveis dependentes do tempo podem ser reescritas por:

$$i = \bar{i} + \tilde{i}, \omega = \bar{\omega} + \tilde{\omega}, v = \bar{v} + \tilde{v}, T_e = \bar{T}_e + \tilde{T}_e. \quad (5)$$

onde os símbolos $\bar{\cdot}$ e $\tilde{\cdot}$ sobre as letras representam o valor constante no ponto de operação e o valor da perturbação incremental, respectivamente. Substituindo as variáveis perturbadas nas equações (3) e (4), os termos constantes se cancelam e os termos de perturbação incremental que se multiplicam são desprezados, resultando em:

$$\frac{d\tilde{i}}{dt} = \left(-\frac{R}{L} - \frac{1}{L} \frac{dL}{d\theta} \bar{\omega} \right) \tilde{i} - \frac{1}{L} \frac{dL}{d\theta} \bar{i} \tilde{\omega} + \frac{1}{L} \tilde{v} \quad (6)$$

$$\frac{d\tilde{\omega}}{dt} = \left(\frac{1}{J} \frac{dL}{d\theta} \right) \tilde{i} - \frac{B}{J} \tilde{\omega} - \frac{1}{J} \tilde{T}_e \quad (7)$$

A seguir, as seguintes substituições serão utilizadas:

$$R_{eq} = R + \frac{dL}{d\theta} \bar{\omega}, K_b = \frac{dL}{d\theta} \bar{i}, \tilde{e}_b = K_b \tilde{\omega}. \quad (8)$$

onde R_{eq} é a resistência equivalente, K_b é a constante da FCEM e \tilde{e}_b é a FCEM induzida. Utilizando as equações de pequenos sinais, o modelo linearizado da MRV é obtido.

A carga será agora considerada no modelo fazendo $B_t = B + B_l$, onde B_t , B e B_l são os coeficientes de atrito viscoso total, da máquina, e da carga, respectivamente. Representando o sistema em espaço de estados, obtemos:

$$\dot{x} = \mathbb{A}x + \mathbb{B}u \quad (9)$$

$$y = \mathbb{C}x + \mathbb{D}u \quad (10)$$

onde

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} -R_{eq}/L & -K_b/L \\ K_b/L & -B_t/J \end{bmatrix}, \mathbb{B} = \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbb{C} = [0 \ 1], \mathbb{D} = [0],$$

$$x = \begin{bmatrix} \tilde{i} \\ \tilde{\omega} \end{bmatrix}, u = [\tilde{v}].$$

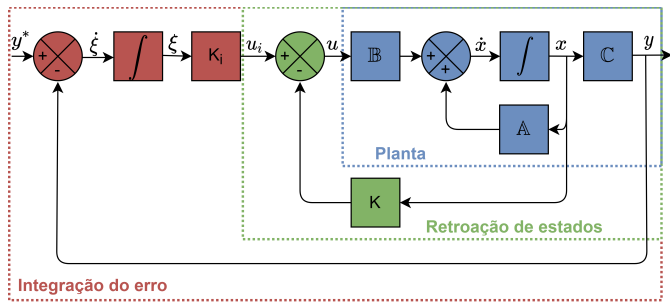


Figura 4. Diagrama de blocos do LQR por retroação de estados com ganho integral.

3. REGULADOR LQR

O Regulador Linear Quadrático (LQR - *Linear Quadratic Regulator*) é um controlador ótimo, ou seja, computa o valor ótimo da entrada da planta (u) de modo a minimizar o erro entre os valores desejados e atuais dos estados e minimizar o esforço de atuação. A implementação do LQR é realizada pela integração do erro da variável controlada (y) amplificado por um ganho K_i e pela retroação dos estados (x) através de um ganho K . A Figura 4 mostra o diagrama de blocos do LQR por retroação de estados com ganho integral. O sistema mostrado na figura pode ser representado por meio de matrizes aumentadas, conforme mostrado por Ogata et al. (2010), onde a variável de estado do erro (ξ) é incluída.

O LQR é uma alternativa ao método de alocação de polos para a obtenção dos ganhos K_i e K por meio da solução da Equação de Riccati. Entretanto, os polos do sistema são alocados indiretamente pela minimização de um índice de desempenho. O índice de desempenho quadrático \mathbb{J} pode ser definido como (Ogata et al., 2010):

$$\mathbb{J} = \int_{k=0}^{\infty} (x_k^T \mathbb{Q} x_k + u_k^T \mathbb{R} u_k) dt, \quad (11)$$

onde \mathbb{Q} e \mathbb{R} são matrizes de custo.

4. PROCEDIMENTO DE PROJETO DOS CONTROLADORES

A MRV produz rotação contínua no modo motor quando as fases são excitadas sequencialmente no momento em que a variação da indutância é positiva. Portanto, abaixo da velocidade de base, a velocidade da MRV pode ser controlada por meio da magnitude da corrente de excitação. Para acelerar a máquina, mais torque eletromagnético pode ser produzido de acordo com a relação quadrática mostrada na equação (2). Os ângulos de condução θ_{on} e θ_{off} , que definem o intervalo de excitação das fases, são ajustados para minimizar a oscilação de torque de comutação entre fases e maximizar a eficiência (Emadi, 2014). Neste trabalho, os ângulos θ_{on} e θ_{off} foram encontrados previamente para cada ponto de operação (torque e velocidade) por meio da minimização de uma função de custo formada por oscilação de torque e potência de entrada. Com o resultado da otimização foi gerada uma tabela de consulta para utilização dos ângulos na implementação do controle.

A estratégia de controle da MRV com LQR e o procedimento de projeto adotado serão mostrados a seguir. O

Tabela 1. Parâmetros da MRV 12/8 trifásica.

Descrição	Símbolo	Valor
Resistência	R	0.3 Ω
Indutância média	L	3.53 mH
Derivada média da indutância	$dL/d\theta$	19.7 mH/rad
Corrente no ponto de operação	i	19.0 A
Tensão no barramento do AHB	V_{cc}	80 V
Ângulo de acionamento	θ_{on}	16° a 28°
Ângulo de desligamento	θ_{off}	38° a 45°
Velocidade no ponto de operação	ω	100 rad/s
Carga no ponto de operação	T_l	5 Nm
Coefficiente de atrito viscoso	B	0.0098 Nms/rad
Momento de inércia	J	0.002 $kg \cdot m^2$
Freq. da portadora do PWM	f_{sw}	20 kHz
Freq. de amostragem	f_s	20 kHz

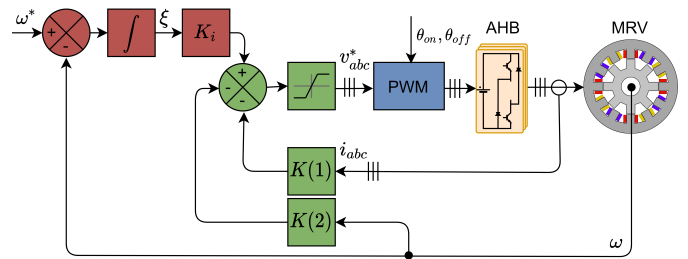


Figura 5. Estratégia de controle da MRV com LQR.

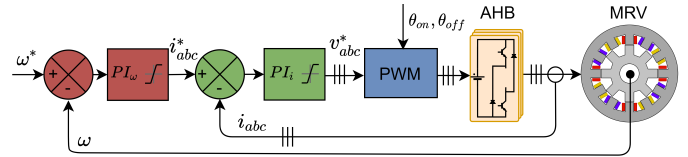


Figura 6. Estratégia de controle da MRV com PI-PI.

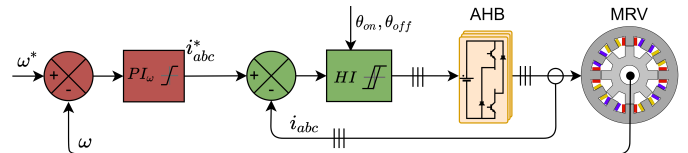


Figura 7. Estratégia de controle da MRV com PI-HI.

mesmo é feito para as estratégias que empregam controlador Proporcional-Integral (PI) e de Histerese (HI), escolhidas para comparação.

Os parâmetros da MRV utilizada são mostrados na Tabela 1.

4.1 Controlador LQR

A estratégia de controle da MRV por integração do erro (em vermelho) e realimentação de estados (em verde) com os ganhos projetados por meio do LQR é mostrada na Figura 5. O controlador gera a tensão de referência para cada fase (v_{abc}^*). Os pulsos de acionamento do AHB são gerados pelo Modulador de Largura de Pulso (PWM - *Pulse Width Modulation*) seguindo a lógica de chaveamento *soft-chopping* dentro do intervalo de condução de cada fase determinados por θ_{on} e θ_{off} .

As matrizes de ganho K_i e K são calculadas pela função $lqr()$ no *software* MATLAB 2021a. Os argumentos da função são as matrizes aumentadas (\hat{A} e \hat{B}), calculadas de

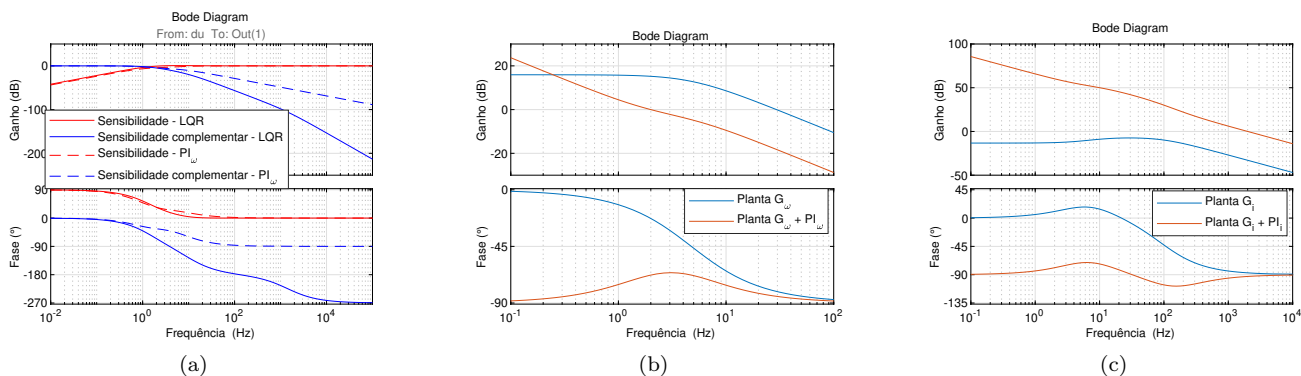


Figura 8. Diagrama de bode das funções Sensibilidade e Sensibilidade complementar dos controladores de velocidade LQR e PI (a), das plantas em malha aberta e compensada de velocidade (b) e de corrente (c).

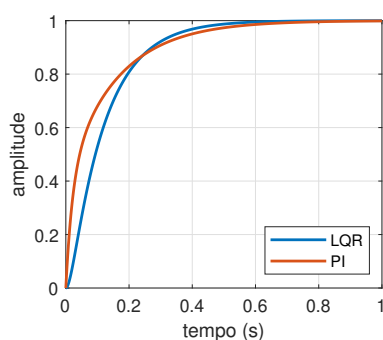


Figura 9. Comparação da resposta ao degrau dos controladores LQR e PI de velocidade.

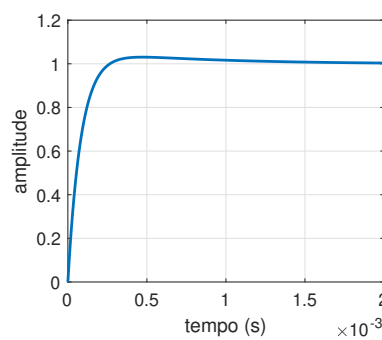


Figura 10. Resposta ao degrau unitário do controlador PI de corrente.

acordo com Ogata et al. (2010), e as matrizes de custo (\mathbb{Q} e \mathbb{R}). O resultado da operação é a matriz $\tilde{K} = [K \ -K_i]$.

A matriz de custo dos estados (\mathbb{Q}) é uma matriz diagonal com elementos de ponderação referentes a cada variável de estado, conforme escrito em (12). Os seus elementos permitem relativizar a relevância de cada estado. Para um estado que se deseja um baixo erro, o elemento de ponderação respectivo deverá ser grande.

A matriz de custo das entradas (\mathbb{R}) é uma matriz diagonal e seus elementos são relativos a pesos de ponderação para cada entrada. Fazendo o elemento de ponderação respectivo a uma entrada assumir um valor alto, um baixo esforço de atuação será gerado nesta entrada.

Os coeficientes adotados para a MRV são dados em (12). Foi priorizado o erro da saída, seguido pela variável da corrente pois possui dinâmica mais rápida. Para um baixo tempo de acomodação, o coeficiente da matriz de custo da entrada foi assumido como mostrado em (13).

$$\mathbb{Q} = \begin{bmatrix} Q_{\tilde{i}} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{\tilde{\omega}} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbb{R} = [R_{\tilde{v}}] = [0.01] \quad (13)$$

A resposta ao degrau unitário do controlador LQR projetado é mostrada na Figura 9.

A Figura 8(a) mostra a comparação do diagrama de bode das funções Sensibilidade e Sensibilidade complementar para os controladores de velocidade LQR e PI.

4.2 Controladores PI

A estratégia de controle da MRV por controladores PI é mostrada na Figura 6. Uma malha de controle externa controla a velocidade por meio do PI_{ω} , produzindo um comando de corrente para as três fases (i_{abc}^*). O controlador interno (PI_i) regula a corrente gerando os comandos de tensão (v_{abc}^*) a serem aplicados à máquina por meio do PWM e do AHB. A dinâmica do PWM foi desprezada no projeto.

A partir do modelo linearizado da MRV mostrado nas equações (9) e (10), pode-se obter as funções de transferência das plantas de velocidade (G_{ω}) e de corrente (G_i).

$$G_{\omega}(s) = \frac{\tilde{\omega}(s)}{\tilde{i}(s)} = \frac{\frac{K_b}{B_t}}{1 + s \frac{J}{B_t}} \quad (14)$$

$$G_i(s) = \frac{\tilde{i}(s)}{\tilde{v}(s)} = \frac{\frac{1}{L} (s + \frac{B_t}{J})}{s^2 + s \left(\frac{R_{eq}}{L} + \frac{B_t}{J} \right) + \frac{R_{eq} B_t + K_b^2}{LJ}} \quad (15)$$

Para o projeto do controlador de velocidade (PI_{ω}), foi escolhida uma frequência de cruzamento do ganho de 2 Hz para obter um tempo de resposta comparável com o controlador LQR. O zero do PI foi ajustado para a

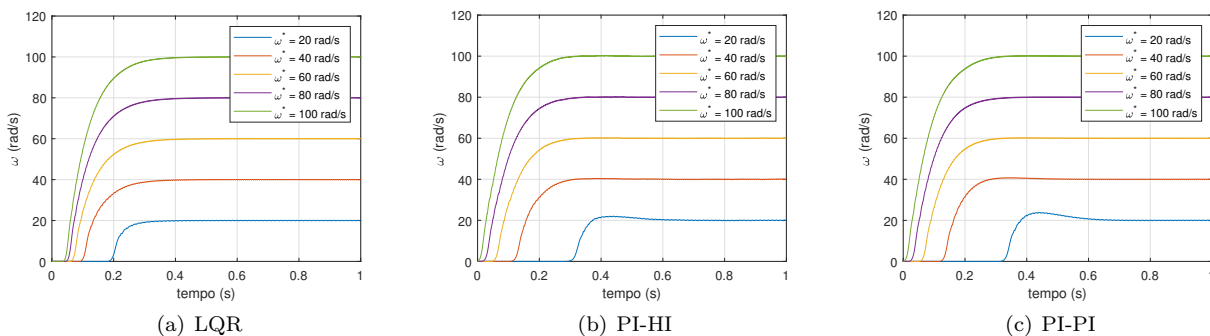


Figura 11. Análise da robustez à variação da velocidade ($T_l = 2 \text{ Nm}$).

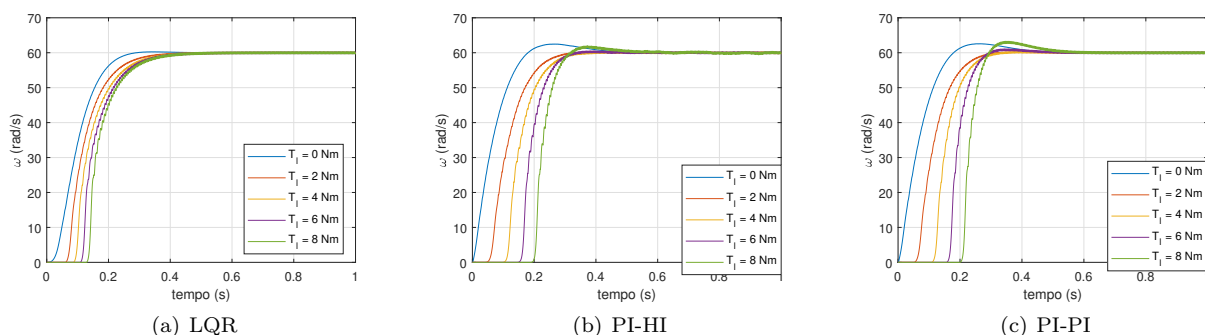


Figura 12. Análise da robustez à variação do torque de carga ($\omega^* = 60 \text{ rad/s}$).

mesma frequência. O diagrama de bode de malha aberta não compensada e compensada é mostrado na Figura 8(b). A resposta ao degrau unitário é mostrada na Figura 9.

Para o controlador de corrente (PI_i) a frequência de cruzamento do ganho foi ajustada para uma década abaixo da frequência de chaveamento, resultando em 2 kHz. O zero deste PI foi alocado reduzindo outra década, ou seja, 200 Hz. As Figuras 8(c) e 10 mostram o diagrama de bode da planta compensada e não compensada e a resposta ao degrau unitário, respectivamente.

4.3 Controlador HI

A Figura 7 mostra a estratégia de controle da MRV com controlador de Histerese para a corrente. O mesmo controlador de velocidade mostrado anteriormente é utilizado nesta aplicação. A largura da banda de histerese foi ajustada para 0.3 A. A frequência de amostragem é $f_s = 20 \text{ kHz}$.

5. RESULTADOS

Para validar a proposta de utilizar o LQR para o controle de velocidade da MRV, uma simulação foi montada no *software* MATLAB/Simulink. A MRV é modelada de acordo com Barros et al. (2018). Os resultados são comparados com os controladores PI-HI e PI-PI.

Como a MRV é uma máquina não linear com parâmetros do modelo variáveis de acordo com o ponto de operação, o sistema de controle deve ser robusto para manter o desempenho dinâmico. Para analisar o desempenho de controle de velocidade, simulações foram realizadas mantendo a carga constante em 2 Nm e aplicando vários degraus de

Tabela 2. Comparação da oscilação do torque e da potência de entrada

	ω^* (rad/s)	20	40	60	80	100
LQR	T_{osc} (%)	57	50	52	52	53
	P_{in} (kW)	0.07	0.14	0.21	0.29	0.37
PI-HI	T_{osc} (%)	77	72	78	78	84
	P_{in} (kW)	0.08	0.13	0.21	0.29	0.37
PI-PI	T_{osc} (%)	57	54	59	61	64
	P_{in} (kW)	0.08	0.14	0.21	0.28	0.36

$T_l = 2 \text{ Nm}$

	T_l (Nm)	0	2	4	6	8
LQR	T_{osc} (%)	47	52	58	60	61
	P_{in} (kW)	0.04	0.21	0.34	0.49	0.63
PI-HI	T_{osc} (%)	96	78	79	77	75
	P_{in} (kW)	0.04	0.21	0.34	0.49	0.62
PI-PI	T_{osc} (%)	50	59	63	65	65
	P_{in} (kW)	0.04	0.21	0.34	0.49	0.62

$\omega^* = 60 \text{ rad/s}$

comando de velocidade (ver Figura 11). Observa-se que o LQR apresentou mais uniformidade entre os tempos de acomodação e em nenhum caso apresentou ultrapassagem da referência, como ocorrido com os controlador PI-HI e PI-PI.

Para verificar a robustez em relação a variação da carga, foram realizadas simulações variando o torque de carga e mantendo o comando de velocidade em 60 rad/s. O resultado é mostrado na Figura 12. Novamente nota-se que o controlador LQR produz resultados mais robustos, ou seja, com menos variações e menor ultrapassagem da referência.

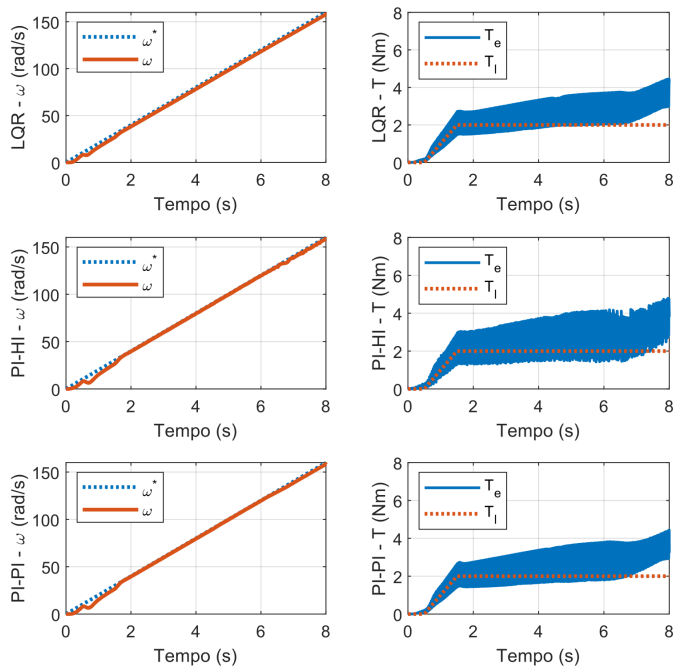


Figura 13. Comparação da resposta dos controladores a uma rampa de velocidade.

Para todos os casos mostrados nas Figuras 11 e 12, a oscilação de torque produzida (T_{osc}) e a potência elétrica de entrada da MRV (P_{in}) foram verificadas e são apresentadas na Tabela 2. Pode-se concluir que a potência consumida (e a eficiência) é praticamente igual independente da técnica. Entretanto, o controlador LQR produziu menor oscilação de torque. Isso se deve ao fato de que na estratégia LQR a corrente não é forçada a seguir uma referência constante durante o período de condução, e o formato da corrente produzida contribui para reduzir a oscilação de torque. Além disso, a componente de oscilação de torque de alta frequência é reduzida para os controladores que utilizam PWM, ou seja, LQR e PI-PI.

A Figura 13 mostra a resposta dos controladores para um comando de velocidade em rampa (cresce 20 rad/s a cada segundo). A carga também cresce em rampa entre 0.5 s e 1.5 s , até atingir 2 Nm . Com o LQR, o afundamento da velocidade durante a entrada da carga é menor em comparação com os outros controladores. Entretanto, o erro dinâmico é maior para o LQR. Também pode ser observado o torque eletromagnético produzido, este deve ser suficiente para superar o torque de carga e garantir a aceleração. Nota-se que a oscilação de torque é menor com LQR e maior com PI-HI, em conformidade com a Tabela 2.

Reduzindo a frequência de amostragem (f_s) dos controladores de 20 kHz para 10 kHz , vide Figura 14, observa-se que o LQR apresenta menor pico de corrente na entrada em condução da fase. O fato de não ter uma malha de controle interna em alta frequência, torna o LQR mais propício a ser utilizado com baixas frequências de amostragem. A ondulação da corrente para o controlador PI-HI é mais comprometida com a redução de f_s .

O espectro de frequência do pulso de acionamento das chaves do AHB para cada estratégia de controle é mostrado na Figura 15. As estratégias LQR e PI-PI que utilizam PWM,

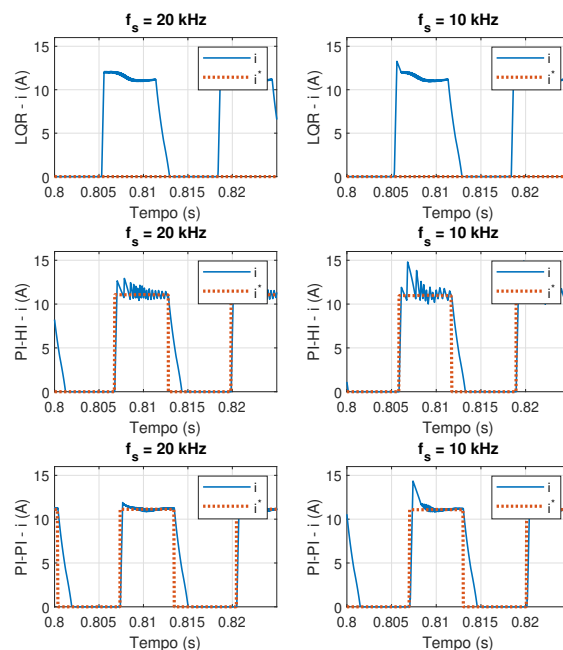


Figura 14. Comparação da robustez dos controladores à variação da frequência de amostragem.

possuem frequência de chaveamento fixa em 20 kHz . Assim, as frequências dos pulsos observadas se concentram na frequência de chaveamento (f_{sw}), na frequência elétrica (ω_e), e em suas múltiplas. Para o controlador de corrente por histerese, ocorrem muito mais chaveamentos dentro da faixa frequência audível (inferior a 20 kHz). Portanto, os controladores LQR e PI-PI produzem menos ruído sonoro por magnetostriação.

Como esses controladores são implementados em microcontroladores, avaliar o custo computacional também é importante. A implementação do LQR requer uma quantidade intermediária de operações (tempo de processamento). O PI-HI é a técnica que executa menos operações. Em relação a memória requerida, o LQR é o controlador que utiliza menos variáveis armazenadas. Esta análise é sumarizada na Figura 16.

6. CONCLUSÃO

Este trabalho propôs a utilização do LQR para o controle de velocidade da MRV. A modelagem da MRV e o procedimento de projeto do LQR também foram apresentados. Os controladores PI e de Histerese (HI) são amplamente utilizados em MRV e foram escolhidos para comparação com o LQR. Diversas simulações foram realizadas para validar a estratégia de controle e o projeto desenvolvidos. O controlador LQR apresentou maior robustez à variação de parâmetros, à perturbação na carga e à redução da taxa de amostragem do controle. A eficiência da MRV se manteve constante para todos os controladores, entretanto, o LQR produziu menor oscilação de torque em todos os pontos de operação. O LQR também permite a redução da produção de ruído acústico audível por concentrar o chaveamento em alta frequência. O controlador LQR também requer menos memória para implementação em microcontrolador e seu

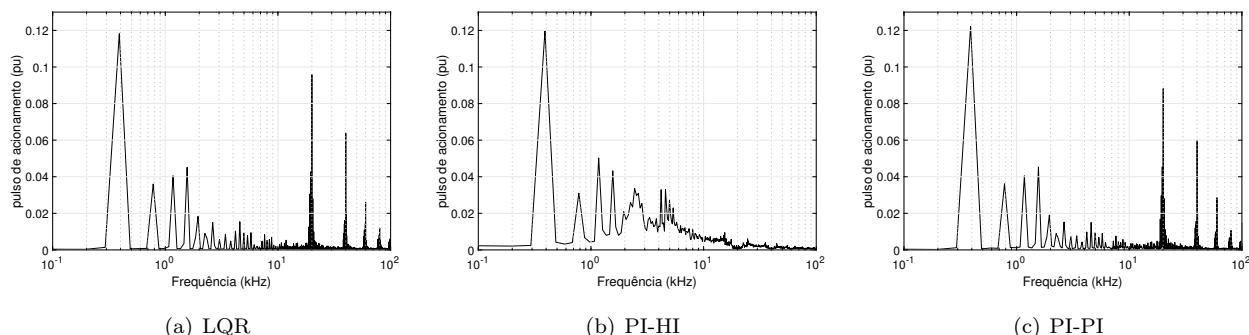


Figura 15. Comparação do espectro de frequência do pulso de chaveamento ($\omega^* = 100$ rad/s).

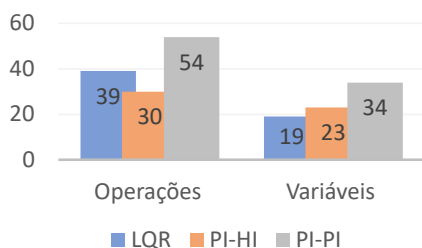


Figura 16. Comparação do custo computacional dos controladores.

tempo de processamento é intermediário entre o PI-HI e o PI-PI. Os resultados demonstram que o controlador LQR é apropriado para o controle da MRV e pode ser empregado em diversas aplicações, como ventilação, tração de veículos elétricos e híbridos, motores de partida, automação, e bombeamento.

REFERÊNCIAS

Ahmad, S.S. and Narayanan, G. (2016). Linearized modeling of switched reluctance motor for closed-loop current control. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 52(4), 3146–3158. doi:10.1109/TIA.2016.2550521.

Barros, T.A.D.S., Dos Santos Neto, P.J., De Paula, M.V., Moreira, A.B., Nascimento Filho, P.S., and Ruppert Filho, E. (2018). Automatic characterization system of switched reluctance machines and nonlinear modeling by interpolation using smoothing splines. *IEEE Access*, 6, 26011–26021. doi:10.1109/ACCESS.2018.2825607.

Barros, T.A.d.S., Neto, P.J.d.S., Filho, P.S.N., Moreira, A.B., and Filho, E.R. (2017). An approach for switched reluctance generator in a wind generation system with a wide range of operation speed. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 32(11), 8277–8292. doi:10.1109/TPEL.2017.2697822.

Catata, E.O.H., Dos Santos Neto, P.J., De Paula, M.V., Carvalho Silveira, J.P., Barros, T.A.D.S., and Ruppert Filho, E. (2022). In-loop adaptive filters to improve the power quality of switched reluctance generator in wecs. *IEEE Access*, 10, 2941–2951. doi:10.1109/ACCESS.2021.3136203.

de Paula, M.V. and Barros, T.A.d.S. (2022). A sliding mode ditc cruise control for srm with steepest descent minimum torque ripple point tracking. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 69(1), 151–159. doi:10.1109/TIE.2021.3050349.

de Paula, M.V., Barros, T.A.d.S., Moreira, H.S., Catata, E.O.H., Villalva, M.G., and Filho, E.R. (2021). A dahlin

cruise control design method for switched reluctance motors with minimum torque ripple point tracking applied in electric vehicles. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 7(2), 730–740. doi:10.1109/TTE.2020.3019997.

Emadi, A. (2014). *Advanced electric drive vehicles*. CRC Press.

Fang, G., Scalcon, F.P., Xiao, D., Vieira, R.P., Gründling, H.A., and Emadi, A. (2021). Advanced control of switched reluctance motors (srms): A review on current regulation, torque control and vibration suppression. *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*, 2, 280–301. doi:10.1109/OJIES.2021.3076807.

Krishnan, R. (2017). *Switched reluctance motor drives: modeling, simulation, analysis, design, and applications*. CRC press.

Li, X. and Shamsi, P. (2015). Inductance surface learning for model predictive current control of switched reluctance motors. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 1(3), 287–297. doi:10.1109/TTE.2015.2468178.

Manolas, I., Papafotiou, G., and Manias, S.N. (2014). Sliding mode pwm for effective current control in switched reluctance machine drives. In *2014 International Power Electronics Conference (IPEC-Hiroshima 2014 - ECCE ASIA)*, 1606–1612. doi:10.1109/IPEC.2014.6869799.

Naitoh, H. and Ishikawa, H. (2010). A current controller for a switched reluctance motor based on model reference adaptive control. In *SPEEDAM 2010*, 1270–1275. doi:10.1109/SPEEDAM.2010.5544792.

Ogata, K. et al. (2010). *Modern control engineering*, volume 5. Prentice hall Upper Saddle River, NJ.

Peng, F., Ye, J., and Emadi, A. (2016). A digital pwm current controller for switched reluctance motor drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 31(10), 7087–7098. doi:10.1109/TPEL.2015.2510028.

Peng, F., Ye, J., and Emadi, A. (2017). An asymmetric three-level neutral point diode clamped converter for switched reluctance motor drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 32(11), 8618–8631. doi:10.1109/TPEL.2016.2642339.

Sozer, Y., Husain, I., and Torrey, D.A. (2015). Guidance in selecting advanced control techniques for switched reluctance machine drives in emerging applications. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 51(6), 4505–4514. doi:10.1109/TIA.2015.2444357.