

Estudo de processos com atraso variável controlados por compensadores PI

Roberto A. M. Braga, Gabriel F. Machado, René D. O. Pereira,
Bismark C. Torrico, Fabrício G. Nogueira

Grupo de Pesquisa em Automação, Controle e Robótica, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará, CE, (e-mails: aaronmarques@alu.ufc.br[autor correspondente], gabrielfreitas@alu.ufc.br, reneolimpio@alu.ufc.br, bismark@dee.ufc.br, fnogueira@ufc.br).

Abstract: This work presents a stability analysis for proportional-integral (PI) controllers for processes with constant delays and time-varying delays. It is frequently reported in the literature that the time delay in the feedback loop can lead the system to instability. This problem can be made worse if the delay is time-variant with, for example, a sawtooth variation, which is reported in the literature as one of the worst types of time-delay variation due to the phenomenon known as chattering. Therefore, this study allows us to assess whether the worst case scenario for a PI controller is the constant delay or the time-variant delay, in the sawtooth format. Finally, a simulation example presents the stability analysis of a very popular PI controller tuning rule in the literature, to determine whether the worst case scenario is constant delay or time-varying delay.

Resumo: Este trabalho apresenta uma análise de estabilidade para controladores do tipo proporcional-integral (PI) para processos com atrasos constantes e atrasos variantes no tempo. É frequentemente reportado na literatura que o atraso de transporte na malha de realimentação pode levar o sistema à instabilidade. Este problema pode ser agravado se o atraso for variante no tempo com, por exemplo, uma variação tipo dente de serra, a qual é reportada na literatura como um dos piores tipos de variação de atraso devido ao fenômeno conhecido como *chattering*. Assim, este estudo permite avaliar se o pior cenário para um controlador PI é o atraso constante ou o atraso variante no tempo, no formato dente de serra. Por fim, um exemplo de simulação apresenta a análise de estabilidade de uma regra de sintonia de controladores PI muito popular na literatura, para determinar se o pior cenário é o atraso constante ou o atraso variante no tempo.

Keywords: Tuning rules; Time-varying time-delays; Time-varying systems; Stability of delay systems; PI Controllers.

Palavras-chaves: Regras de sintonia; Atrasos variantes no tempo; Sistemas variantes no tempo; Estabilidade de sistemas com atraso de transporte; Controladores PI.

1. INTRODUÇÃO

O avanço teórico na análise de sistemas de equações diferenciais com atraso variável no tempo forneceu diversas ferramentas a serem aplicadas nas variadas situações em que a modelagem matemática de um problema apresenta dependência de informações do passado. Com isso, abordagens e métodos foram desenvolvidos com o intuito de melhor compreender os efeitos do atraso variável no tempo sobre um sistema e determinar métricas relacionadas a esses fenômenos, bem como estabelecer procedimentos cada vez mais genéricos de análise.

O estudo de equações diferenciais com atraso relaciona-se com outra abordagem aplicada à sistemas dinâmicos: a análise de sistemas com tempo amostrado. Em Louisel (2001), é apresentada uma análise da estabilidade de sistemas de equações diferenciais com base em resultados obtidos da análise do sistema discreto equivalente ao

sistema com atraso variante no tempo. Tal construção matemática mostra-se vantajosa não somente do ponto de vista teórico, por apresentar ideias interessantes sobre como simplificar problemas com atraso em forma de dente de serra, mas também do ponto de vista computacional, possibilitando o uso de ferramentas já conhecidas - como a função segurador de ordem zero (ZOH, do inglês *zero-order hold*) de *softwares* de simulação matemática - para analisar o comportamento dinâmico do sistema. O autor apresenta ainda um exemplo bastante interessante de como a mudança da função atraso pode tornar o sistema estável, exemplificando o fenômeno de mitigação ou "*quenching phenomenon*", como é mais conhecido na literatura. Este fenômeno é abordado em Michiels et al. (2005) e em Papatristodoulou et al. (2007) em razão do interesse dos autores em analisar o efeito da variação temporal do atraso, sob determinadas circunstâncias, sobre a estabilidade de sistemas lineares em malha fechada. O primeiro trabalho,

apresenta um exemplo bastante interessante da modelagem de uma máquina rotativa de corte com velocidade variável. Os autores mostram que, em razão da forma do atraso no tempo, que oscila rapidamente em torno de um valor fixo, a variação em alta frequência da velocidade da máquina proporciona efeitos benéficos no aumento das regiões de estabilidade e na eficiência do processo industrial.

Em Papachristodoulou et al. (2007) é apresentado um algoritmo de verificação de estabilidade baseado na aplicação do método matemático de decomposição em soma de quadrados e do funcional de Lyapunov-Krasovskii por meio de uma ferramenta computacional que utiliza programação semi-definida. Esse artigo é interessante também por fornecer abordagem conceitual bastante concisa e didática acerca dos principais resultados da área de análise de estabilidade de sistemas com atraso variante no tempo, da construção de funcionais de Lyapunov-Krasovskii e da definição intuitiva do fenômeno de mitigação. Um funcional de Lyapunov-Krasovskii adequado é também considerado em Lima et al. (2021) para caracterizar a região do espaço de fase de condições iniciais que garantam a estabilidade do sistema em malha fechada. As condições teóricas são expressas em termos de desigualdades matriciais lineares (LMIs, *linear matrix inequalities*) e tal desenvolvimento representa um dos desafios na compensação de atraso de transporte quando este é variável.

Diversas aplicações práticas, como é o caso da biomedicina, são possíveis ao se modelar o sistema com atrasos variáveis no tempo. Um importante exemplo disso é apresentado em Allen et al. (2022), em que funções de atraso variável no tempo são consideradas na modelagem matemática de um sistema de controle para estimulação elétrica funcional (FES, *functional electrical stimulation*). Tal modelagem leva em conta o atraso eletromecânico, causado pelo atraso variável na entrada do sistema - entre a aplicação/remoção do estímulo e o início/fim da força muscular.

Em aplicações militares ou de pesquisa oceanográfica, também encontram-se na literatura exemplos de análise de estabilidade para sistemas com atraso variável no tempo. Em Zhou et al. (2021), é apresentada uma dupla estrutura de controle realimentado que é capaz de lidar com atrasos variáveis no tempo em sistemas responsáveis pela operação de planadores subaquáticos, os quais se utilizam de alterações na flutuabilidade para locomoção imersa com menores custos.

Conforme apresentado em Fridman (2014), a utilização de atrasos com forma de dente de serra tem se tornado cada vez mais popular em sistemas cujo sinal de controle é transmitido por meio de redes de comunicação, dado que a modelagem de sistemas discretos por sistemas contínuos com atraso variável evita a perda de informação entre os intervalos de amostragem.

Nesse contexto, a principal contribuição desse artigo consiste na análise e simulação de sistemas de controle que utilizam controladores PI para casos em que a função atraso possui forma de dente de serra. Em especial, é utilizada uma regra de sintonia muito popular na literatura para sintonizar um controlador PI, considerando um atraso constante, e verificar o comportamento do sistema de controle quando um atraso variável ocorre no processo.

Este trabalho teve suas seções organizadas da seguinte forma: na Seção 2 é apresentada a fundamentação teórica do trabalho, na qual são explicados de forma sucinta os conceitos e implicações da estabilidade de um sistema dinâmico, em diferentes perspectivas, e do atraso em um sistema dinâmico, seja este constante ou variável. Na Seção 3 são mostrados os resultados de simulação decorrentes da análise teórica realizada por meio da abordagem dos sistemas dinâmicos com atraso variável como sistemas amostrados. É investigada a implementação de um seguidor de ordem zero e o significado da máxima amplitude da função atraso para a qual o sistema permanece estável. Por fim, é apresentado um exemplo de simulação de como pode ser validado um controlador PI diante de um processo com atraso com forma de dente de serra. O controlador foi sintonizado utilizando a regra de sintonia apresentada em Skogestad (2003). Finalmente, na Seção 4 são apresentadas as conclusões e considerações sobre este trabalho.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção serão apresentados os conceitos mais relevantes na análise de estabilidade de um sistema dinâmico com atraso, sejam eles principais implicações de o atraso ser constante ou variável no tempo. A análise apresentada serve de motivação precípua para as simulações apresentadas na Seção 3.

2.1 Processos com atraso constante no tempo

Em processos com atraso de transporte, os efeitos dos atuadores e de subsistemas da própria planta analisada somente afetam a variável controlada após determinado período de tempo. Esse atraso precisa ser, portanto, considerado no projeto dos sistemas de controle, dado que sua existência pode desestabilizar os sistemas de malha fechada e piorar o seu desempenho. Nessa seção são tratados dos atrasos constantes em sistemas Lineares e Invariantes no Tempo.

O efeito do atraso constante no domínio da frequência: para um sistema linear e invariante no tempo $x(t)$, com função de transferência $X(s)$, tem-se que a função de transferência da função com atraso $x(t - L)$ é dada por $e^{-L \cdot s} \cdot X(s)$. Nesse caso, verifica-se que o atraso temporal é equivalente a uma diminuição da fase do sistema, o que pode causar instabilidade em malha fechada.

Margem de atraso: para analisar o efeito de determinado valor de atraso sobre um sistema linear e invariante no tempo, é fundamental compreender o conceito de margem de atraso. Esta é definida como o maior valor de atraso aplicado ao sistema para o qual este permanece estável. Com isso, a dependência de um sistema com relação a valores do passado permite que o sistema permaneça estável em malha fechada somente para uma faixa de valores.

2.2 Processo com atraso variável no tempo

O uso de modelos mais realistas para o projeto de sistemas de controle envolve considerar que o atraso temporal possui incertezas, isto é, varia com o decorrer do tempo.

Nessa seção será analisado o caso em que o atraso é uma função temporal com forma de dente de serra, o que configura um dos piores cenários em termos de estabilidade, em razão da perda de informação causada por tal atraso.

Relação com sistemas de controle discreto: considerando que a função atraso possui a forma de dente de serra com período T_s , conforme mostrado na Fig. 1, e que a inclinação da função definida por partes seja unitária, pode-se escrever o atraso como $L(t) = t - k \cdot T_s$. Com isso, o argumento dos estados atrasados fica $t - L(t) = t - (t - k \cdot T_s) = k \cdot T_s$, mostrando que o atraso com forma de dente de serra corresponde à dependência de valores discretos do passado, sendo T_s , também, o período de amostragem. Isso explica como esse caso específico pode apresentar condições de estabilidade piores que o caso em que o atraso é constante, dado que há perda de informações e fornece algumas relações com sistemas de controle amostrados que podem facilitar a análise do sistema com atraso variável.

Para apresentar uma vantagem da análise de sistemas de equações diferenciais por meio de ferramentas de controle de sistemas amostrados, pode-se observar o sistema defi-

$$x(t) = e^{(t-k \cdot T_s) \cdot A} \cdot x(k \cdot T_s) + A^{-1} \cdot (e^{(t-k \cdot T_s) \cdot A} - I) \cdot \sum_{j=0}^n B_j \cdot x(t - L(t + j \cdot T_s)). \quad (2)$$

3. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção os conceitos teóricos previamente explicados são utilizados na implementação computacional de sistemas com atraso variável com o intuito de se analisar os efeitos de tal variação temporal. O comportamento dos sistemas dinâmicos diante de atrasos com forma de dente de serra mostrado na Seção 2 é motivador para a realização da análise computacional, tendo em vista a analogia realizada com sistemas de tempo discreto.

3.1 Simulação de equação diferencial com atraso com forma de dente de serra:

Nesse exemplo, baseado em resultados de Louissel (2001), são apresentadas as simulações do sistema dinâmico definido por $\dot{x}(t) = -x(t) - 1,5 \cdot x(t - L(t))$ para os casos em que L é constante e variável no tempo.

A Fig. 2 mostra a solução da equação diferencial quando o sistema possui atraso constante e unitário. O comportamento estável é reforçado na Fig. 3, na qual são apresentadas a taxa de variação do vetor de estados, bem como representações geométricas da trajetória do sistema. Para uma função atraso com forma de dente de serra de amplitude igual a 2,04, tem-se que o comportamento do vetor de estados é divergente, como mostrado na Fig. 4. O comportamento instável é comprovado pela verificação da evolução temporal da trajetória do sistema no espaço de estados mostrado na Fig. 5. Deve-se ressaltar que, nessa situação, não está sendo comparado qual atraso representa uma pior situação do ponto de vista da estabilidade. Está sendo mostrado apenas que o atraso variável pode proporcionar instabilidade a um sistema estável, conforme esperado. A Subseção 3.2 apresenta um exemplo similar, de ordem mais elevada pelo uso de um controlador PI, em que

nido em (1), conforme Louissel (2001):

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + \sum_{j=0}^n B_j \cdot x(t - L(t + j \cdot T_s)) \quad (1)$$

onde A é a matriz dinâmica do sistema, j é o índice referente à entrada considerada, n é o número de entradas do sistema, B_j é uma matriz de entrada, x representa o vetor de estados do sistema e L é a função atraso. Vale ressaltar que (1) representa um sistema de tempo contínuo com uma quantidade finita de estados atrasados. É a característica de dente de serra do atraso que confere o comportamento de sistema discreto para a dinâmica do caso analisado.

A solução analítica dessa equação para o caso em que a função atraso $L(t)$ possui a forma de um dente de serra no decorrer do tempo é dada por (2), conforme mostrado em Louissel (2001), a qual é uma função também definida por partes, com intervalo de amostragem dado por T_s . Desse modo, é possível analisar se um sistema é exponencialmente estável somente pela verificação da convergência geométrica das amostras resultantes do sistema.

o atraso variável não necessariamente causa instabilidade no sistema.

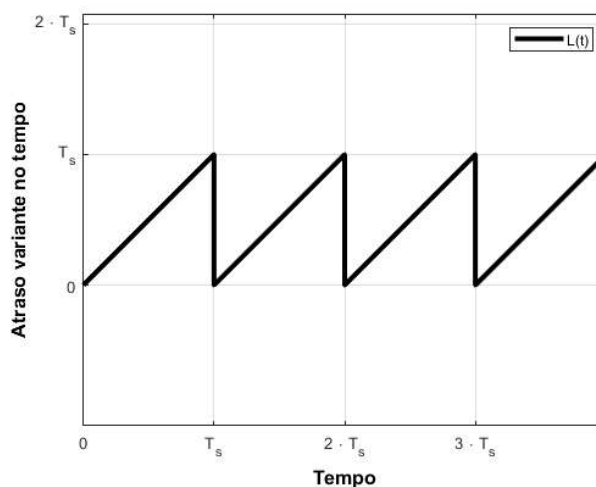


Figura 1. Forma de onda do atraso variante no tempo com forma de dente de serra.

3.2 Máxima amplitude para atraso com forma de dente de serra:

Motivado pela simulação realizada na Subseção 3.1, desejava-se compreender o comportamento de um sistema dinâmico diante do aumento da amplitude do atraso variável com forma de dente de serra. Para tanto, foi projetado um controlador PI com o intuito de melhorar os parâmetros de desempenho de uma planta de primeira ordem normalizada. Para simular o efeito do atraso variável no tempo, foi utilizado um bloco ZOH do software *Simulink*®, dada a relação da função atraso utilizada com sistemas de tempo

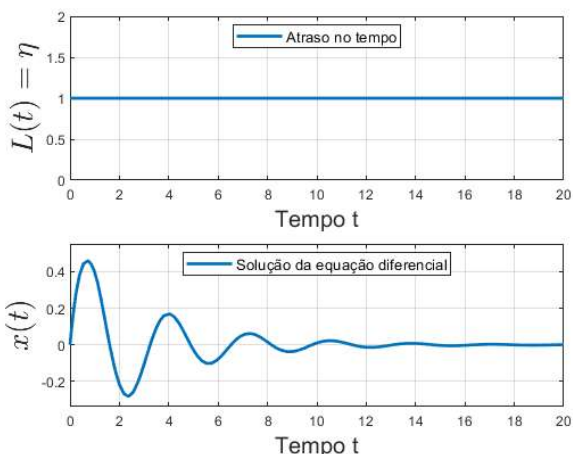


Figura 2. Função atraso unitário utilizada na simulação e solução da equação diferencial no tempo.

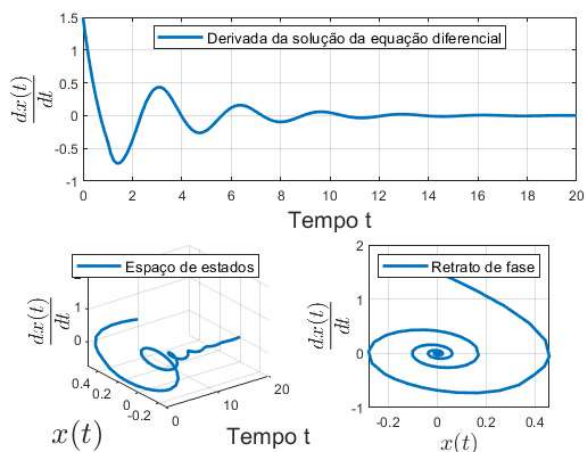


Figura 3. Taxa de variação temporal da variável de estados, trajetória no espaço de estados e retrato de fase para o sistema analisado.

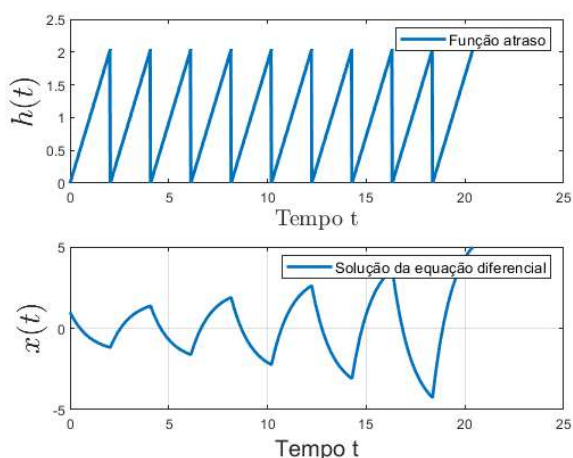


Figura 4. Função atraso variável com $T_s = 2,04$ utilizada na simulação e solução da equação diferencial.

discreto. O diagrama de blocos utilizado nas simulações está apresentado na Fig. 6. A Fig. 7 mostra o resultado da simulação para o caso em que o valor máximo da função atraso é de 0,7 segundos, o que corresponde a usar esse valor de tempo para configurar o tempo de amostragem do ZOH. Com o intuito de compreender como o sistema se comporta com o aumento da amplitude do atraso, o valor do tempo de amostragem foi elevado progressivamente, de modo que os parâmetros de desempenho do sistema pioraram.

Esse comportamento era esperado em razão do aumento da perda de informação causada pelo aumento da amplitude da função atraso. A Fig. 8 mostra a situação em que o tempo de amostragem vale 1,63 segundos, para o qual o sistema tem comportamento marginalmente estável. Para o caso analisado, a máxima amplitude da função atraso seria de 1,63 segundos de modo a evitar a instabilidade em malha fechada para o atraso com forma de dente de serra. De fato, para valores de tempo maiores, o sistema se torna instável, conforme mostrado na Fig. 9. Tal análise fornece um método iterativo para a verificação de estabilidade de sistemas de primeira ordem com atraso na forma de dente de serra controlados por controladores PI. A Subseção 3.3 apresenta como tal verificação pode ser realizada para diversos controladores escolhidos.

3.3 Variação da margem de atraso com os ganhos do controlador:

Conforme mencionado na Subseção 3.2, é possível, iterativamente, verificar a estabilidade do sistema estudado para variados controladores PI escolhidos. Pode-se utilizar tal ferramenta para comparar o comportamento do sistema com atraso variável com o comportamento quando o atraso é constante. A Fig. 10 apresenta tal relação, mostrando que para a maior parte dos pares (K_p, K_I) , o atraso constante apresenta-se como pior condição para a estabilidade do sistema. Conforme esperado, existe uma região para a qual o atraso variável apresenta amplitude máxima permitida de estabilidade. Na Fig. 11 é possível observar as superfícies de margem de atraso para pontos mais próximos ao projetado para o controlador PI, reforçando que a margem de atraso (0,68 segundos) é menor que máxima amplitude do atraso com forma de dente de serra (1,7 segundos). Deve-se ressaltar que a análise feita nessa subseção não utilizou critérios de sintonia para a escolha dos controladores testados. Na Subseção 3.4 isso é resolvido por meio da escolha de uma regra de sintonia conhecida na literatura para a análise.

3.4 Resultados com a utilização de uma regra de sintonia de controlador PI

A análise das simulações, exposta nas Subseções anteriores, motiva a apresentação de um exemplo ilustrativo de como pode ser feita a análise do comportamento de um controlador PI quando se utiliza uma regra de sintonia já conhecida na literatura. A regra de sintonia escolhida para a avaliação foi proposta em Skogestad (2003), também é conhecida como simples controle interno baseado em modelo (SIMC, do inglês *simple internal model control*) e é descrita de forma sucinta a seguir. O modelo do processo é dado por (3), na qual $k = 1$, $\tau_1 = 1$ e θ é o valor do atraso constante.

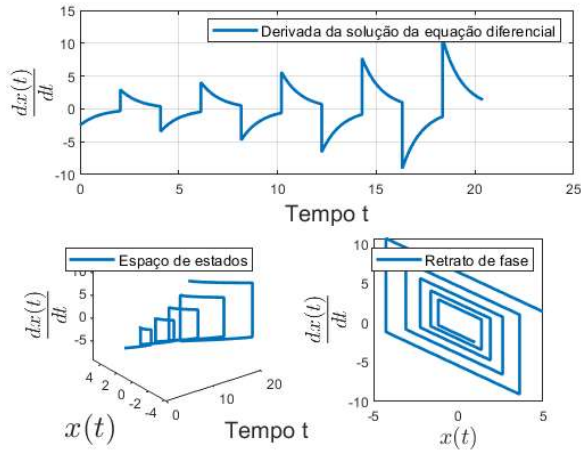


Figura 5. Taxa de variação temporal da variável de estados, trajetória no espaço de estados e retrato de fase com atraso variável no tempo e $T_s = 2,04$ para o sistema analisado.

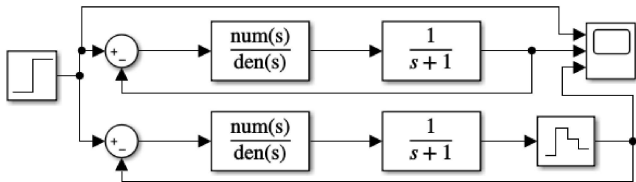


Figura 6. Diagrama de blocos construído para simular o efeito do atraso variante no tempo sobre um sistema de controle realimentado com planta de primeira ordem normalizada.

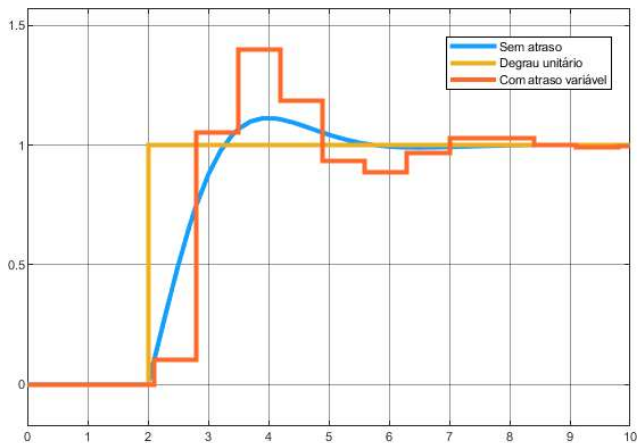


Figura 7. Resposta do sistema a um degrau unitário para os casos em que o atraso é constante e que o atraso é variável com amplitude máxima de 0,7 segundos.

$$P(s) = \frac{k}{\tau_1 \cdot s + 1} \cdot e^{-\theta \cdot s} \quad (3)$$

O formato do controlador PI a ser projetado está descrito em (4).

$$C(s) = K_p + \frac{K_I}{s} \quad (4)$$

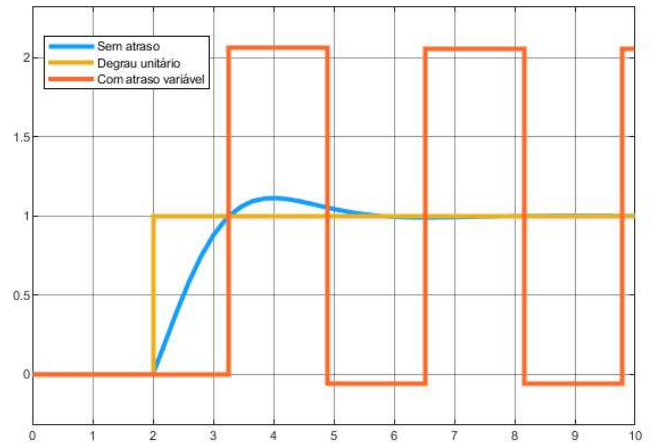


Figura 8. Resposta do sistema a um degrau unitário para os casos em que o atraso é constante e que o atraso é variável com amplitude máxima de 1,63 segundos.

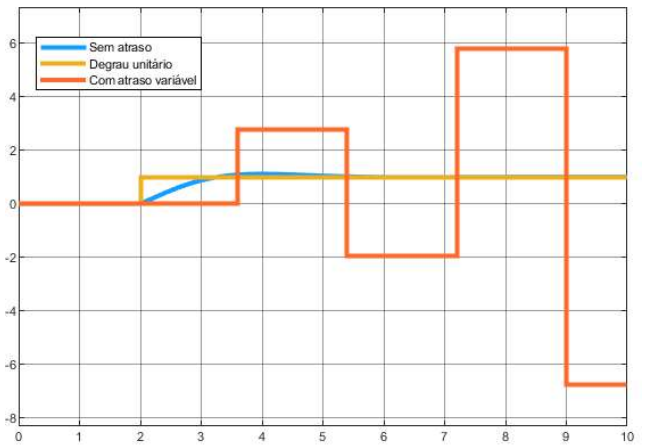


Figura 9. Resposta do sistema a um degrau unitário para os casos em que o atraso é constante e que o atraso é variável com amplitude máxima de 1,8 segundos.

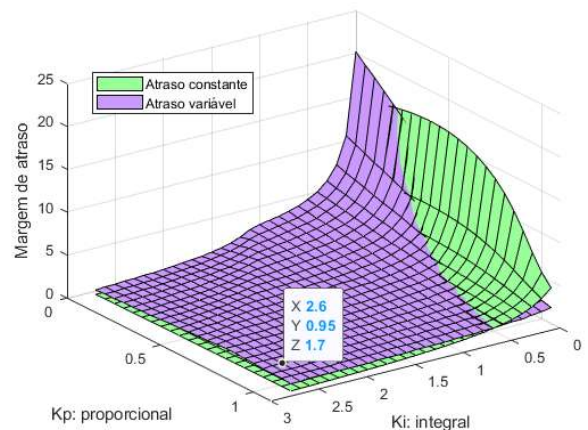


Figura 10. Margens de atraso para diferentes valores dos ganhos K_p e K_I do controlador PI para o sistema de primeira ordem utilizado comparadas aos máximos valores de amplitude da função dente de serra para os quais o sistema em malha fechada permanece estável.

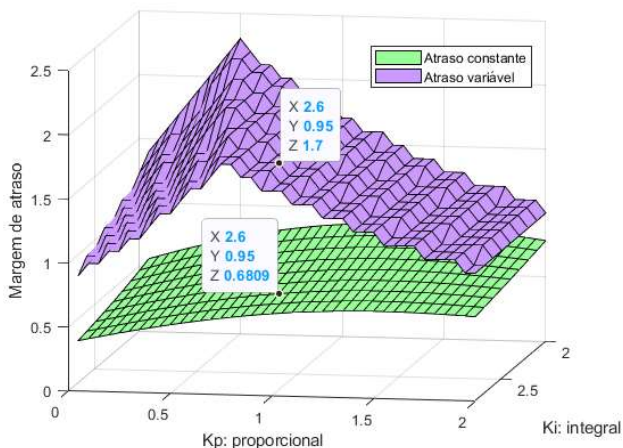


Figura 11. Margens de atraso para diferentes valores dos ganhos K_p e K_I do controlador para o sistema de primeira ordem utilizado nas proximidades do ponto de projeto comparadas aos valores máximos da função dente de serra que garantem estabilidade do sistema em malha fechada.

O parâmetro de sintonia do sistema é tomado como sendo a constante de tempo de malha fechada desejada, representada por τ_c , em função do qual são definidos os ganhos do controlador. Em (5) e (6) é apresentada a regra de sintonia proposta.

$$K_p = \frac{1}{k} \cdot \frac{\tau_1}{\tau_c + \theta}, \quad (5)$$

$$K_I = \frac{K_p}{\min\{\tau_1, 4 \cdot (\tau_c + \theta)\}}. \quad (6)$$

De acordo com Skogestad (2003), uma escolha conservadora para a constante de tempo de malha fechada desejada é $\tau_c = \theta$. De modo a obter um resultado gráfico para o exemplo proposto, variou-se o valor do parâmetro de sintonia em uma faixa de valores e arranjou-se em um mesmo gráfico a superfície de margem de atraso e as margens de atraso específicas para o controlador *SIMC PI*, conforme apresentado na Fig. 12.

Conforme esperado, para iguais pares (K_p, K_I) , as margens de atraso são coincidentes, dado que trata-se do mesmo controlador e da mesma planta. O mesmo ocorre para o máximo valor da amplitude do dente de serra para os quais os controladores mantém o sistema constante. A relação linear entre os ganhos para o caso do controlador projetado com a regra de sintonia decorre do valor constante atribuído ao ganho K_I . Para compreender como o sistema controlado por meio do *SIMC PI* funciona diante de atrasos com forma de dente de serra, é mostrado na Fig. 13 a superfície referente à margem de atraso para cada par (K_p, K_I) , a superfície referente à máxima amplitude admitida para a função atraso e a curva de máximas amplitudes admitidas para o atraso variável para os pares (K_p, K_I) referentes ao controlador *SIMC PI*.

Verifica-se que os valores de máxima amplitude para a função atraso para o controlador sintonizado estão sempre acima da margem de atraso, indicando, portanto, que

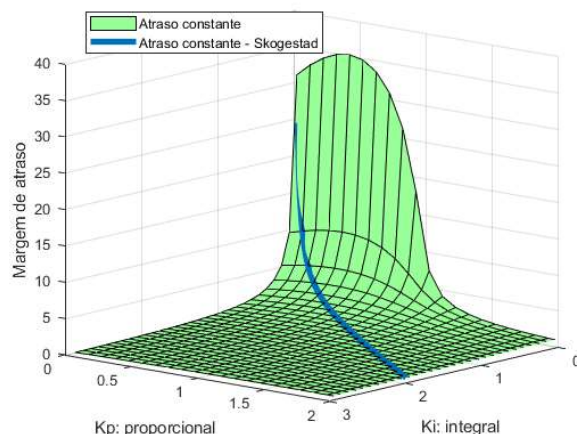


Figura 12. Margens de atraso para o controlador proposto em Skogestad (2003) comparadas com as margens de atraso para diversos pares (K_p, K_I) para o sistema de primeira ordem analisado.

o caso com atraso constante representa o pior caso de atraso em termos de estabilidade para o controlador PI sintonizado pela regra de sintonia proposta em Skogestad (2003).

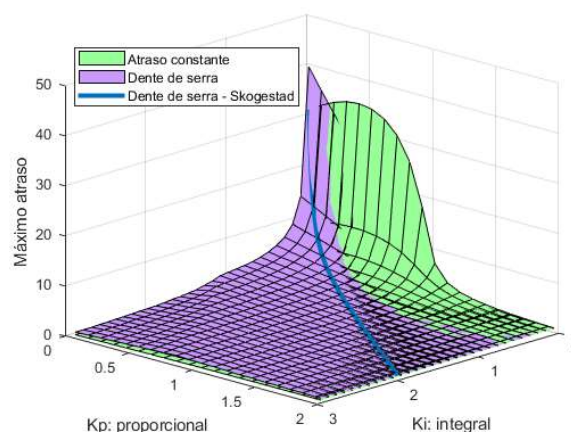


Figura 13. Valores máximos da amplitude do atraso com forma de dente de serra para os quais o sistema com atraso variável controlado em malha fechada permanece estável comparados às margens de atraso.

4. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentado um método para avaliar qual é a pior situação com relação à estabilidade de malha fechada para um sistema controlado por um controlador PI: processo com atraso constante ou processo com atraso na forma de dente de serra. Na análise realizada considerou-se diferentes ganhos proporcional e integral, verificando-se que existem regiões do plano (K_p, K_I) para as quais o atraso constante é o pior caso e regiões para as quais o atraso dente de serra é um dos piores cenários, em termos de estabilidade do sistema em malha fechada. Com o intuito de validar a estratégia de análise desenvolvida até então, tomou-se como exemplo ilustrativo a regra de

sintonia de controladores PI para sistemas com atraso proposta por Skogestad (2003). A partir das simulações realizadas, concluiu-se que os controladores PI resultantes da regra de sintonia encontram-se todos em uma região do plano (K_p, K_I) em que o atraso constante é o pior cenário para a garantia da estabilidade de malha fechada. Com isso, verifica-se que tal regra de sintonia garante a estabilidade de malha fechada para atrasos com a forma de dente de serra.

AGRADECIMENTOS

Os autores reconhecem o suporte financeiro das agências de fomento à pesquisa: CAPES, CNPq (445435/2020-8, 313000/2021-2 e 422633/2021-6) e FUNCAP (09779122/2021).

REFERÊNCIAS

- Allen, B.C., Stubbs, K.J., and Dixon, W.E. (2022). Position and cadence tracking of a motorized fcs-cycle with an unknown time-varying input delay using saturated fcs control. *Automatica*, 139.
- Fridman, E. (2014). *Introduction To Time-Delay Systems - Analysis and Control*, volume 1. Springer.
- Lima, T., Tarbouriech, S., Gouaisbaut, F., Filho, M.A., García, P., Torrico, B., and Nogueira, F. (2021). Analysis and experimental application of a dead-time compensator for input saturated processes with output time-varying delays. *IET Control Theory and Applications*, 15(4), 580–593.
- Louissel, J. (2001). Delay differential systems with time-varying delay: New directions or stability theory. *Kybernetika*, 37(3), 239–251.
- Michiels, W., Assche, V.V., and Niculescu, S.I. (2005). Stabilization of time-delay systems with a controlled time-varying delay and applications. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(4), 493–504.
- Papachristodoulou, A., Peet, M.M., and Niculescu, S.I. (2007). Stability analysis of linear systems with time-varying delays: Delay uncertainty and quenching. *IEEE Conference on Decision and Control*, 46, 1.
- Skogestad, S. (2003). Simple analytic rules for model reduction and pid controller tuning. *Journal of Process Control*, (3), 291–309.
- Zhou, H., Fu, J., Zeng, Z., Yu, C., Wei, Z., Yao, B., and Lian, L. (2021). Adaptive robust tracking control for underwater gliders with uncertainty and time-varying input delay. *Ocean Engineering*, 240.