

Controle de Câmera Pan-Tilt via Método ADRC com Observador de Ordem Reduzida

Indiara F. Brito^{1*} Lúcio M. Fernandes^{1*} Josiel A. Gouvêa^{2*}
Milena F. Pinto^{1*} Alessandro R. L. Zachi^{1*}

* Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca -
CEFET/RJ

¹ Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica (PPEEL)
Av. Maracanã 229 - CEP 20.271-110 - Maracanã, RJ, Brasil
(indiara.brito@aluno.cefet-rj.br; lucio.fernande3s@aluno.cefet-rj.br;
milena.pinto@cefet-rj.br; alessandro.zachi@cefet-rj.br)

² Núcleo de Pesquisa em Mecatrônica (NUPEM)
Estr. de Adrianópolis 1317, Santa Rita - CEP 26.041-271 - Nova
Iguaçu, RJ, Brasil
(josiel.gouvea@cefet-rj.br)

Abstract: In this work, the orientation control problem of a pan-tilt camera for focusing on moving objects is considered. Because of being a non-linear multivariable control system with coupled control inputs, this work presents and discusses the Active Disturbance Rejection Control (ADRC) method. One of the main advantages of using the ADRC is that the control law design does not require exact knowledge of the plant parameters and the pan and tilt angles measurements. These advantages are possible by using an extended observer to estimate the non-measurable signals of the states and nonmodeled dynamics. As a contribution to state-of-the-art, it is proposed an ADRC variant approach that is implemented with a reduced-order observer. Numerical simulations and comparisons with other control techniques illustrate the efficiency of the proposed control.

Resumo: Neste trabalho, considera-se o problema de controle e orientação de uma câmera tipo pan-tilt para a focalização de objetos em movimento. Por ser tratar de um sistema dinâmico não linear e multivariável, com acoplamentos nas variáveis de entrada, este trabalho apresenta e discute o projeto de uma lei de controle baseada no método de rejeição ativa de distúrbios (ADRC). Uma das principais vantagens do método ADRC é que este não exige o conhecimento exato dos parâmetros da planta e não depende das medidas dos ângulos de pan e tilt do mecanismo devido à utilização de um observador estendido que estima os sinais não mensuráveis dos estados e da dinâmica não modelada. Como uma contribuição ao estado da arte, este trabalho apresenta uma variação do método ADRC que pode ser implementada com um estimador de ordem reduzida. A eficiência do algoritmo de controle proposto é ilustrada por simulações numéricas e comparações com outras técnicas de controle.

Keywords: Pan-tilt camera; orientacion control; ADRC method; robust control; non linear uncertain systems.

Palavras-chaves: Câmera pan-tilt; controle de orientação; método ADRC; controle robusto; sistemas incertos não lineares.

1. INTRODUÇÃO

A visão computacional tem sido um importante recurso de sensoriamento nas áreas de robótica e de sistemas de vigilância (Abdul-Kreem and Abdul-Ameer, 2020; Tran et al., 2021; Chen, 2021). Várias destas aplicações exigem que o sistema de visão seja capaz de focalizar um objeto (alvo) de interesse e mantê-lo dentro de uma determinada região da imagem, mesmo que este esteja em movimento em relação à base da câmera. Para evitar que o objeto saia do campo de visão durante o rastreamento, algumas aplicações têm recorrido ao uso de câmeras acopladas a mecanismos Pan-Tilt (PT). Neste contexto, em (Abdul-Kreem and Abdul-

Ameer, 2020), ainda existe a necessidade de algoritmos simples e eficientes para estimar os ângulos de pan e tilt da câmera em aplicações de detecção de alvos móveis. Neste sentido, os autores do trabalho sugeriram um modelo de projeção reversa, isto é, uma transformação de variáveis do espaço da imagem para o espaço de trabalho, no qual utilizam as informações de fluxo ótico das imagens captadas. Em (Tran et al., 2021), a câmera pan-tilt é controlada por uma lei não linear que leva em consideração o fator de eficiência energética. A lei de controle é projetada com base em uma função-objetivo contendo o componente de energia ótima. Segundo os autores do trabalho, trata-se de um método utilizado para projetar leis de controle com base em uma abordagem sinérgica.

O método de Controle com Rejeição Ativa de Distúrbios (ADRC) vem sendo estudado há três décadas (Han, 1998; Wang and Gao, 2003; Tan and Fu, 2015). Este possui uma versão não linear (Han, 1998, 2009) e uma versão linear (Wang and Gao, 2003), que apresentam como característica comum o fato de não exigirem uma descrição matemática detalhada da planta. Outras características conhecidas do método são: facilidade de implementação das equações, robusidez à incertezas paramétricas e dinâmicas não modeladas da planta, e propriedade de rejeição de distúrbios externos. Em seu formalismo básico, a equação de uma planta de ordem n é descrita como sendo uma cadeia de n integradores sujeita a uma entrada de controle e a uma função de perturbação de entrada, que pode englobar distúrbios externos, dinâmicas não-modeladas e incertezas paramétricas. Esta função de perturbação, que é definida como sendo uma variável de estado adicional da planta, é então estimada em tempo real por um Observador de Estados Estendido (ESO) de ordem $n + 1$ e sua estimativa é utilizada para cancelar o seu efeito na planta real. Por se tratar de uma técnica baseada em observador, um atraso de fase pode ser introduzido no ADRC quando a ordem do ESO aumenta. Na metodologia básica, plantas de ordem n requerem observadores de ordem $n + 1$. Segundo (Teppa-Garran and Garcia, 2015), o prejuízo mais importante que este tipo de atraso pode causar é a redução do nível de estabilidade da malha fechada. Em primeira análise, uma forma simples de diminuir o atraso de fase é utilizar um ESO de ordem reduzida (Zheng et al., 2011; Fu and Tan, 2020). Em (Zheng et al., 2011), o autor discute a redução de ordem do ESO utilizando a derivada da saída da planta, que foi aproximada utilizando a diferença de dois valores de amostras de saída consecutivas. Esta abordagem, no entanto, não é conveniente porque, além de introduzir atrasos, se mostra bastante sensível à ruídos de medição.

Neste trabalho, a propõe-se descrever o conjunto ESO-Controlador como uma configuração em cascata de dois blocos distintos: uma função de transferência de primeira ordem, própria e realizável, seguida de um estimador de estados de ordem $n - 1$. Esta característica contrasta com as demais variantes do método ADRC apresentadas na literatura, já que estas alcançam um nível de redução limitado à ordem n da planta, o que representa a utilização de n ganhos na malha fechada do ESO.

O trabalho está organizado da seguinte forma. A Seção 2 apresenta a formulação do problema de controle. A motivação do trabalho e a metodologia adotada são apresentadas na Seção 3. A modelagem do mecanismo Pan-Tilt é descrita na Seção 4. A Seção 5 apresenta os desenvolvimentos preliminares do método ADRC discutindo o projeto da lei de controle e a estrutura do ESO. A proposta de redução da ordem do ESO é discutida nesta mesma seção, na qual são destacadas as equações da lei de controle proposta. A Seção 6 mostra a implementação do método de controle proposto no mecanismo pan-tilt. As propriedades de estabilidade e convergência do erro de saída são também discutidas nesta seção. Os resultados de simulação relativos ao controle do mecanismo pan-tilt são apresentados na Seção 7. As considerações finais e conclusões do trabalhos seguem na Seção 8.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Este trabalho considera o problema de controle de orientação de uma câmera pan-tilt de base fixa para rastrear um objeto em movimento no espaço de trabalho, mantendo-o nas coordenadas de um ponto fixo na imagem, usando apenas as informações da imagem capturada. O mecanismo possui duas juntas rotativas independentes atuadas por motores de corrente contínua (DC), que fornecem os torques necessários para gerar os ângulos de pan e tilt da câmera, possibilitando a orientação necessária para focalizar um objeto em movimento. Na Fig. 1 tem-se um diagrama esquemático do problema de controle considerado neste artigo.

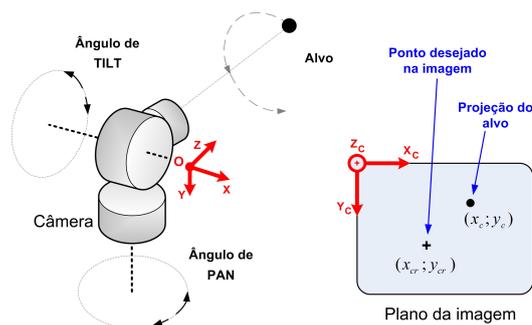


Figura 1. Ilustração do mecanismo da câmera pan-tilt.

3. MOTIVAÇÃO E METODOLOGIA ADOTADA

Por se tratar de um sistema dinâmico não linear, multi-variável, com acoplamentos nas variáveis de estado e nas variáveis de controle, este trabalho apresenta e discute os projetos das leis de controle, baseadas no método de controle com rejeição ativa de distúrbios (ADRC) (Han, 1998; Zheng et al., 2011; Madoński et al., 2015). Nesta abordagem, as leis de controle citadas são as leis de formação das tensões elétricas adequadas para os motores DC das juntas de pan e tilt.

Para solucionar o problema de controle formulado na Seção 2, este trabalho propõe uma variação da estratégia ADRC na qual se utiliza um observador estendido (ESO) de ordem reduzida, para alimentar uma lei de controle com apenas um único estado estimado. A implementação deste método ADRC proposto neste trabalho segue ilustrada no diagrama da Figura 5, e é inspirada na método discutido na referência (Zachi et al., 2019). A solução proposta nesta última referência consiste em modificar convenientemente a dinâmica de entrada/saída da planta pela inserção de: (i) um ganho constante β em série com a saída da planta, e (ii) um filtro linear e estável $Q_0(s)$ em paralelo com o sistema resultante. Como pode ser observado da Fig. 1, a solução apresentada neste trabalho consiste em decompor a estrutura do sistema *ESO-Controlador* em dois blocos distintos, conectados em cascata, com as seguintes características:

- (1) um bloco composto por uma função de transferência de primeira ordem, própria e realizável e;
- (2) um bloco composto por um estimador de estados de ordem $p = n - 1$.

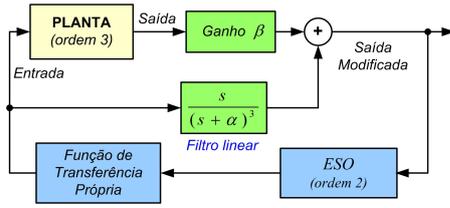


Figura 2. Diagrama em blocos da proposta de implementação ADRC em sistemas de ordem n .

É importante ressaltar que, embora o sistema ESO-Controlador como um todo continue possuindo ordem $p + 1 = n$, a parte relativa ao observador isolado passa a ter ordem $p = n - 1$. Esta é a característica principal do método ADRC proposto neste trabalho, já que o mesmo passará a exigir a escolha de apenas $n - 1$ ganhos para o projeto do observador estendido.

4. MODELAGEM DO SISTEMA

Como se pretende descrever o comportamento do sistema (Fig. 1) como um todo, isto é, considerando como entradas as tensões aplicadas nos terminais dos motores de pan e tilt e, como saídas, as coordenadas da imagem do objeto (alvo), são apresentados a seguir os passos para a obtenção das equações da dinâmica completa do sistema.

4.1 Modelo de projeção da câmera

Neste trabalho, considera-se o modelo matemático proposto em (Hutchinson et al., 1996; Flandin et al., 2000; Kelly et al., 2000) que é generalizado para uma câmera móvel. Como uma câmera CCD é usada para medir a posição do alvo, seu modelo de projeção, que está representado na Fig.6, precisa ser incluído na equação do sistema. A

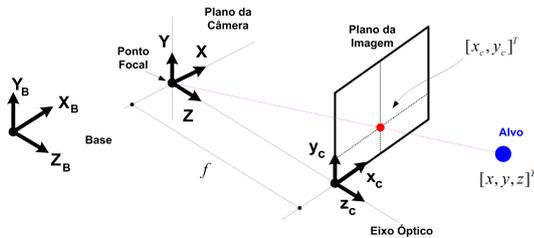


Figura 3. Modelo de projeção da câmera.

base da câmera é fixada na área de trabalho. A origem do sistema de coordenadas da câmera em relação à base é representado por $s_c \in \mathbb{R}^3$. A orientação do sistema de coordenadas da câmera em relação à base é indicada por $R_c \in SO(3)$. O objeto (alvo), que possui coordenadas $[x, y, z]^T$ no plano da câmera, produz um ponto de projeção $\mathbf{p}_c = [x_c, y_c]^T \in \mathbb{R}^2$ no plano da imagem. Vamos definir $s_o \in \mathbb{R}^3$ como as coordenadas do objeto alvo em relação ao quadro base. Portanto, a posição relativa deste objeto localizado na área de trabalho em relação ao quadro de coordenadas da câmera é $[x, y, z]^T$. De acordo com o método de projeção em perspectiva (Hutchinson et al., 1996; Flandin et al., 2000; Kelly et al., 2000), o ponto da imagem depende exclusivamente da posição do objeto e da posição e orientação da câmera, e pode ser representado por

$$p_c = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} = \frac{\alpha_c f}{z} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad (1)$$

na qual $f > 0 \in \mathbb{R}$ representa a distância focal da câmera (em metros), $z \in \mathbb{R}$ a profundidade relativa entre o objeto e a câmera (em metros), medida na direção de seu eixo óptico ($z \gg f$), $\alpha_c > 0 \in \mathbb{R}$ é o fator de escala da câmera (em pixel/metro). Derivando-se a Eq. (1) uma vez em relação ao tempo, obtém-se:

$$\dot{p}_c = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \end{bmatrix} = \frac{\alpha_c f}{z} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x/z \\ 0 & 1 & -y/z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

A posição do alvo em relação ao plano da câmera é dada por

$$\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T = R_c(s_o - s_c). \quad (3)$$

Como a orientação da câmera não é uma grandeza estática, seus movimentos de rotação afetarão a projeção da imagem do alvo. Assim, usando a conhecida fórmula geral para a velocidade de um ponto em movimento com um referencial em movimento em relação a um referencial fixo (Hutchinson et al., 1996; Sciavicco and Siciliano, 2000), é possível computar a derivada temporal da Eq. (3) em termos das velocidades de translação e de rotação da câmera como (Kelly et al., 2000):

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -z & y \\ 0 & 1 & 0 & z & 0 & -x \\ 0 & 0 & 1 & -y & x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ \omega_c(t) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

na qual $v_c(t) = [v_x, v_y, v_z]^T \in \mathbb{R}^3$ e $\omega_c(t) = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \in \mathbb{R}^3$ representam as velocidades de translação e rotação da câmera, respectivamente, em relação à base. O movimento da projeção do alvo na imagem, em função das velocidades da câmera, é obtido substituindo Eq. (3) na Eq. (2):

$$\dot{p}_c = \frac{\alpha_c f}{z} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x/z & -xy/z & (x^2 + z^2)/z^2 & -y \\ 0 & 1 & -y/z & -(y^2 + z^2)/z^2 & xy/z & x \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_c(t) \\ \omega_c(t) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Assumindo que as origens dos sistemas de coordenadas do plano da câmera e da base são coincidentes e possuem a mesma orientação, então não é difícil verificar que o vetor velocidade de translação da câmera $v = [v_x, v_y, v_z]^T \equiv [0, 0, 0]^T$. Nessa configuração, os ângulos de orientação da câmera em torno dos eixos X_B e Y_B coincidem, respectivamente, com os ângulos de pan e tilt do mecanismo ($\omega_x = \omega_T; \omega_y = \omega_P$), enquanto que o ângulo em torno do eixo Z_B permanece constante $\forall t \geq 0$ ($\omega_z = 0$). Assim, o modelo cinemático do sistema de visão pan-tilt, em coordenadas de imagem, pode ser consolidado no seguinte formato:

$$\dot{p}_c = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{x_c y_c}{\alpha_c f} & \frac{x_c^2 + (\alpha_c f)^2}{\alpha_c f} \\ \frac{-y_c^2 - (\alpha_c f)^2}{\alpha_c f} & \frac{x_c y_c}{\alpha_c f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_T \\ \omega_P \end{bmatrix}, \quad (6)$$

na qual as variáveis $[\omega_T, \omega_P]^T \in \mathbb{R}^2$ são definidas como as velocidades de orientação da câmera.

4.2 Mudança de variável

Como pode ser observado a partir da Eq. (6), o modelo cinemático de projeção da câmera é formado por funções não lineares nas variáveis de estado x_c e y_c e acoplamentos na variáveis de entrada w_P e w_T . Contudo, motivado por

sua estrutura algébrica particular, é possível reescrever a Eq. (6) em um formato mais conveniente para o projeto das leis de controle. Neste sentido, é conveniente considerar a seguinte transformação linear inversível:

$$\begin{bmatrix} \omega_T \\ \omega_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \end{bmatrix}, \quad (7)$$

na qual são introduzidas as variáveis de entrada auxiliares w_x e w_y . Substituindo a Eq. (7) na Eq. (6), tem-se que:

$$\dot{p}_c = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{x_c^2 + (\alpha_c f)^2}{\alpha_c f} & \frac{x_c y_c}{\alpha_c f} \\ \frac{x_c y_c}{\alpha_c f} & \frac{y_c^2 + (\alpha_c f)^2}{\alpha_c f} \end{bmatrix}}_{G(p_c)} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \end{bmatrix}}_{\omega}. \quad (8)$$

Observe que, adotando-se tal mudança de variável, a matriz $G(p_c)$ da Eq. (8) torna-se uniformemente simétrica e positiva definida $\forall p_c(t)$ conforme a definição em (Slotine and Li, 1991, Página 80). De fato, segundo (Slotine and Li, 1991, Página 80), esta propriedade estrutural da matriz pode ser confirmada pelas condições impostas aos sinais dos *menores principais líderes* Δ_{11} , Δ_{22} de $G(p_c)$, destacados nas expressões em (9) e (10) a seguir. Note-se que estas condições são sempre verdadeiras para quaisquer coordenadas x_c, y_c :

$$\Delta_{11}[G(p_c)] = \left[\frac{x_c^2 + \alpha_c^2 f^2}{\alpha_c f} \right] > 0, \quad (9)$$

$$\Delta_{22}[G(p_c)] = \det(G(p_c)) = \alpha_c^2 f^2 + x_c^2 + y_c^2 > 0. \quad (10)$$

4.3 Dinâmica dos motores DC

Para calcular o modelo dinâmico completo do mecanismo pan-tilt, a dinâmica dos motores precisa ser considerada. Assume-se neste trabalho que os atuadores *Pan* e *Tilt* são motores de corrente contínua (DC) controlados pelas tensões de armadura. As equações dinâmicas destes atuadores eletromecânicos são bem conhecidos na literatura (Dorf and Bishop, 2001). Assim, para um motor DC genérico, tem-se:

$$JL \ddot{\theta} + (JR + bL)\dot{\theta} + (bR + K^2)\theta = K V_m. \quad (11)$$

sendo J o momento de inércia do rotor (em $Kg.m^2$), b a constante de atrito viscoso (em $N.m.s$), R a resistência elétrica da armadura (em Ohms - Ω), e L a indutância do enrolamento da armadura (em Henry - H). Na Eq. (11), a variável θ representa o ângulo do eixo do motor (em rad), $I(t)$ representa a corrente elétrica no enrolamento da armadura (em Ampère - A), e V_m denota a tensão elétrica nos terminais do motor (em Volts - V). As constantes de torque K_t (em $N.m/A$), e da força eletromotriz K_e (em $V/rad/s$), são ambas representadas nesta modelagem pela constante K . A Eq. (11) também pode ser escrita em termos da velocidade angular w (em rad/s) do eixo do motor, ou seja,

$$\ddot{w} + a_1 \dot{w} + a_0 w = b_m V_m, \quad a_1 = \frac{JR + bL}{JL}, \quad (12)$$

$$a_0 = \frac{bR + K^2}{JL}, \quad b_m = \frac{K}{JL}, \quad \dot{\theta} = w. \quad (13)$$

Considerando que os motores de pan e tilt do mecanismo são semelhantes, de acordo com as Eqs. (12) e (13), suas dinâmicas podem ser definidas por:

$$\ddot{w}_x + a_1 \dot{w}_x + a_0 w_x = b_m V_x, \quad (14)$$

$$\ddot{w}_y + a_1 \dot{w}_y + a_0 w_y = b_m V_y. \quad (15)$$

4.4 Dinâmica completa do sistema

Para obter a expressão final do modelo matemático do sistema é preciso combinar as expressões destacadas na Eq. (14) com aquela da Eq. (8). Contudo, antes da substituição direta de uma na outra, é necessário derivar a Eq. (8) mais duas vezes em relação ao tempo:

$$\begin{aligned} \ddot{p}_c &= \dot{G}(p_c)w + G(p_c)\dot{w}, \\ \ddot{\dot{p}}_c &= \ddot{G}(p_c)w + 2\dot{G}(p_c)\dot{w} + G(p_c)\ddot{w}. \end{aligned} \quad (16)$$

De acordo com as expressões das Eqs. (14) e (15), a Eq. (16) passa a ser dada por:

$$\begin{aligned} \ddot{\dot{p}}_c &= [2\dot{G}(p_c) - a_1 G(p_c)]\dot{w} + [\ddot{G}(p_c) - a_0 G(p_c)]w \\ &\quad + G(p_c)b_m V_m. \end{aligned} \quad (17)$$

Observe que a EDO da Eq. (17) envolve uma dinâmica não linear nas variáveis do vetor de estados p_c e nas suas derivadas de ordem superior. Além disso, esta equação também envolve um acoplamento nas variáveis do vetor de entrada V_m dado pela matriz $G(p_c)b_m$. Outra observação importante é que as componentes V_x e V_y do vetor de entrada V não aparecem em nenhuma das outras parcelas da Eq. (17). Desta forma, esta mesma equação pode ser reescrita utilizando uma notação mais compacta:

$$\ddot{\dot{x}}_c = H_x(\sigma) + G_{11}V_x + G_{12}V_y, \quad (18)$$

$$\ddot{\dot{y}}_c = H_y(\sigma) + G_{21}V_x + G_{22}V_y, \quad (19)$$

$$b_m G(p_c) = [G_{ij}], \quad i, j = 1, 2, \quad (20)$$

$$\sigma = [x_c; y_c; w_x; w_y; \dot{w}_x; \dot{w}_y]^T, \quad (21)$$

nas quais são introduzidas as funções $H_x(\sigma)$ e $H_y(\sigma)$ para representar as parcelas não lineares de cada EDO, e também são destacados os elementos G_{ij} da matriz (uniformemente) simétrica e positiva definida $b_m G(p_c)$.

4.5 Linearização do modelo

Nos casos em que a projeção p_c do alvo na imagem apresenta variações de posição suficientemente pequenas em relação a um ponto estacionário p_{c0} , então o modelo matemático da Eq. (17) pode ser descrito em termos da sua versão linearizada. Definindo-se o ponto de operação

$$p_{c0} = [x_{c0}; y_{c0}]^T, \quad (22)$$

então a Eq. (8) passa a ser descrita por

$$\dot{p}_c = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{x_{c0}^2 + (\alpha_c f)^2}{\alpha_c f} & \frac{x_{c0} y_{c0}}{\alpha_c f} \\ \frac{x_{c0} y_{c0}}{\alpha_c f} & \frac{y_{c0}^2 + (\alpha_c f)^2}{\alpha_c f} \end{bmatrix}}_{G_0} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \end{bmatrix}}_{\omega}, \quad (23)$$

A versão linearizada da Eq. (17), em torno do ponto p_{c0} , pode ser obtida refazendo-se os passos da Eq. (16), ou seja,

$$\dot{\dot{p}}_c = G_0 \ddot{w}. \quad (24)$$

$$\dot{\dot{\dot{p}}}_c = G_0 [-a_1 \dot{w} - a_0 w] + b_m G_0 V_m. \quad (25)$$

O sistema linearizado \mathcal{L} passa a ter a seguinte forma expandida:

$$\mathcal{L} : \begin{cases} \dot{\dot{x}}_c = h_x + g_{11}V_x + g_{12}V_y, \\ \dot{\dot{y}}_c = h_y + g_{21}V_x + g_{22}V_y, \end{cases} \quad (26)$$

$$b_m G_0 = [g_{ij}], \quad i, j = 1, 2. \quad (27)$$

No caso das equações em (26), as funções h_x e h_y representam as parcelas não mensuráveis de cada EDO, e g_{ij} os elementos da matriz (constante) simétrica e positiva definida $b_m G_0$.

5. DESENVOLVIMENTOS PRELIMINARES

Adotando-se o formalismo do método ADRC nas Eqs. (18) e (19), é possível reescrevê-las nos seguintes formatos:

$$\dot{\hat{x}}_c = F_x + g_{11} V_x, \quad F_x = h_x + g_{12} V_y, \quad (28)$$

$$\dot{\hat{y}}_c = F_y + g_{22} V_y, \quad F_y = h_y + g_{21} V_x. \quad (29)$$

Observe nas Eqs. (28) e (29) que as dinâmicas estão sendo representadas como se fossem duas EDOs monovariáveis, isto é, cada uma com uma entrada e uma saída: $V_x \rightarrow x_c$ e $V_y \rightarrow y_c$. De fato, isto é feito de maneira intencional já que os acoplamentos existentes em cada EDO passam a ser considerados como distúrbios e são incorporados aos termos F_x e F_y . Por causa da semelhança estrutural das equações dinâmicas das variáveis x_c e y_c em (28) e (29), respectivamente, os procedimentos para o projeto de controle também são similares. Assim, nos desenvolvimentos a seguir, por simplicidade, são apresentados e discutidos os procedimentos de análise e projeto apenas para o subsistema da variável x_c .

6. APLICAÇÃO DO MÉTODO MP-ADRC

Considere-se inicialmente o diagrama da Fig. 4, correspondente à aplicação do método MP-ADRC (Zachi et al., 2019) no subsistema x_c . A partir do diagrama da Fig. 4 é

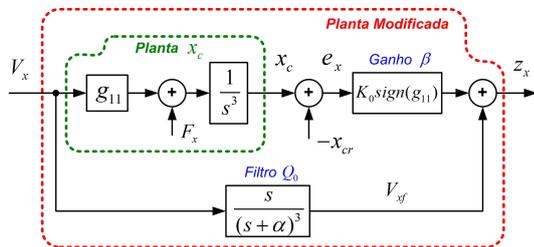


Figura 4. Diagrama em blocos da implementação ADRC proposta neste trabalho.

possível escrever as seguintes equações:

$$z_x = \beta e_x + V_{xf}, \quad \beta = K_0 \text{sign}(g_{11}), \quad (30)$$

$$\dot{V}_{xf} = -\alpha_2 \dot{V}_{xf} - \alpha_1 \dot{V}_{xf} - \alpha_0 V_{xf} + \dot{V}_x, \quad (31)$$

sendo $z_x \in \mathbb{R}$ o erro de saída da planta modificada, $K_0 > 0 \in \mathbb{R}$ uma constante de projeto, $e_x := x_c - x_{cr}$ o erro de saída da planta original, $V_{xf} \in \mathbb{R}$ a versão filtrada do sinal de controle V_x , e $\alpha_2, \alpha_1, \alpha_0 \in \mathbb{R}$ os coeficientes do polinômio mônico e estável $(s + \alpha)^3$. Nesta abordagem, $\alpha > 0$ também é uma constante de projeto. Neste ponto, convém analisar a Eq. (30) na sua versão no domínio da frequência, ou seja,

$$Z_x(s) = \beta E_x(s) + \left[\frac{s}{(s + \alpha)^3} \right] V_x(s). \quad (32)$$

Multiplicando-se os dois membros da Eq. (32) pelo termo $(s + \alpha)$, tem-se que:

$$Z_x(s) (s + \alpha) = \beta E_x(s) (s + \alpha) + \left[\frac{s}{(s + \alpha)^2} \right] V_x(s). \quad (33)$$

Partindo-se da Eq. (33), redefine-se o termo de controle $[s/(s + \alpha)^2] V_x(s)$ em função de uma variável auxiliar $V_{x2}(s)$, e também o novo distúrbio generalizado $\Lambda(s)$, conforme as expressões destacadas em (34).

$$\begin{cases} V_{x2}(s) = \left(\frac{s}{s + \alpha} \right) \left(\frac{1}{s + \alpha} \right) V_x(s), \\ \Lambda(s) = \beta E(s)(s + \alpha). \end{cases} \quad (34)$$

Reescrevendo a Eq. (33) no domínio do tempo, com base nas definições da Eq. (34), tem-se que:

$$\dot{z}_x + \alpha z_x = \Lambda_x + V_{x2}. \quad (35)$$

A Eq. (35) corresponde à dinâmica da *planta reformulada* que será o ponto de partida para o projeto do ESO e da lei de controle propostos neste trabalho. Observe que a solução homogênea da EDO em (35) é estável ($\alpha > 0$) e possui ordem $p = 1$. Assim, para mantê-la estável em malha fechada, basta propor uma lei para V_{x2} de modo a zerar o segundo membro da Eq. (35). Com este propósito, uma lei de formação para o controle auxiliar V_{x2} poderia ser dada por

$$V_{x2} = -\Lambda_x. \quad (36)$$

Contudo, como o termo Λ_x não é uma quantidade mensurável, será necessário projetar e utilizar um ESO no qual a primeira variável do vetor de estados é z_x e o estado estendido é Λ_x . Como resultado, tem-se um estimador de estados de ordem $p + 1 = 2$. Esta característica contrasta com as abordagens adotadas em vários trabalhos recentes baseados no método ADRC (Zheng et al., 2012; Madoński et al., 2015; Zachi et al., 2019), nos quais os estimadores (ESOs) são projetados com ordem $^1 p = n + 1$.

6.1 Projeto do ESO de segunda ordem

Após escolher o vetor de estados estendido como $Z = [z_x, \Lambda_x]^T = [Z_1, Z_2]^T$, a representação de estados da planta em (35), e do ESO correspondente, assumem os seguintes formatos:

$$\text{Planta: } \dot{Z} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\alpha & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_A Z + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_B V_{x2} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_G \dot{\Lambda}_x, \quad (37)$$

$$\text{ESO: } \dot{\hat{Z}} = \begin{bmatrix} -\alpha & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{Z} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} V_{x2} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}}_L e_y, \quad (38)$$

$$e_y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_C (Z - \hat{Z}), \quad (39)$$

nas quais são destacadas as matrizes das representações e o vetor de ganhos $L \in \mathbb{R}^2$ do ESO. Os elementos de L , em geral, são escolhidos para satisfazer o polinômio característico da malha fechada do ESO, ou seja,

$$\det[sI - (A - LC)] = (s + w_0)^2 = s^2 + L_1 s + L_2. \quad (40)$$

Na Eq. (40), a constante de projeto $w_0 > 0 \in \mathbb{R}$ define a raiz característica desejada para a malha fechada do ESO. Novamente considerando que o estimador em (38) é convenientemente projetado a ponto de produzir estimativas suficientemente precisas para as variáveis de

¹ Para um sistema de ordem 3, que é o caso do mecanismo estudado neste trabalho, a ordem p do ESO seria $p = 3 + 1 = 4$.

estado do sistema, a lei de controle auxiliar em (36) pode ser redefinida agora como:

$$V_{x2} = -\hat{\Lambda}_x = -\hat{Z}_2. \quad (41)$$

6.2 Implementação

Como o projeto ADRC proposto na seção anterior foi realizado considerando uma planta auxiliar de ordem $p = 1$ menor do que a ordem $n = 3$ da planta original em (28), a lei de controle obtida em (41) não pode ser aplicada diretamente em (28) e precisa ser transformada utilizando as relações dinâmicas introduzidas em (34), ou seja:

$$V_{x2}(s) = \left(\frac{1}{s + \alpha} \right) \left(\frac{s}{s + \alpha} \right) V_x(s). \quad (42)$$

A partir de (42), obtém-se a seguinte expressão final para a lei de controle original V_x :

$$V_x(s) = - \left[\left(\frac{s + \alpha}{s} \right) (s + \alpha) \right] V_{x2}(s). \quad (43)$$

Observe que a função de transferência $(s + \alpha)/s$ em (43) é própria e, portanto, realizável. Por outro lado, em (42), a função de transferência $1/(s + \alpha)$ é estritamente própria e sua inversa $(s + \alpha)$ em (43) não é realizável. Contudo, é demonstrado a seguir que este termo impróprio $(s + \alpha)$, exigido em (43), pode ser obtido da estrutura interna do ESO, o que torna viável a sua implementação na lei de controle $V_x(s)$ em (43).

Apenas para facilitar o entendimento, introduz-se aqui uma variável auxiliar $\zeta(t)$ cujas definições, nos domínios do tempo e da frequência, são dadas por:

$$\zeta(t) := \hat{Z}_2 + \alpha \hat{Z}_2, \quad \rightarrow \quad \zeta(s) := (s + \alpha) \hat{Z}_2, \quad (44)$$

sendo α a mesma constante definida na Eq. (31). De acordo com (41), a Eq. (44) resulta em:

$$\zeta(s) := -(s + \alpha) V_{x2}(s). \quad (45)$$

Observe que a Eq. (45) pode se tornar idêntica a Eq. (43). Para isso, basta introduzir a função de transferência $(s + \alpha)/s$ no segundo membro de (45). Isto demonstra como é possível implementar a lei de formação ‘imprópria’ apresentada em (43) utilizando apenas os sinais internos do ESO da Eq. (38) em série com uma função de transferência própria e realizável. O diagrama em blocos da implementação do ESO em (38) e das leis de controle, em (41) e (43), segue ilustrado na Figura 5. Os blocos da *função de transferência própria* e do *ESO de ordem reduzida* seguem destacados, conforme previsto na formulação proposta neste trabalho.

6.3 Análise de estabilidade

Uma propriedade importante dos controladores ADRC é a relação dinâmica entre o termo do distúrbio generalizado Λ_x e sua estimativa $\hat{\Lambda} = \hat{Z}_2$. Trata-se de uma função de transferência linear que pode ser facilmente obtida a partir da representação de estados da Eq. (38) (Zachi et al., 2019), ou seja:

$$\hat{Z}_2(s) = \underbrace{\left(\frac{w_0}{s + w_0} \right)^2}_{M(s)} \Lambda(s). \quad (46)$$

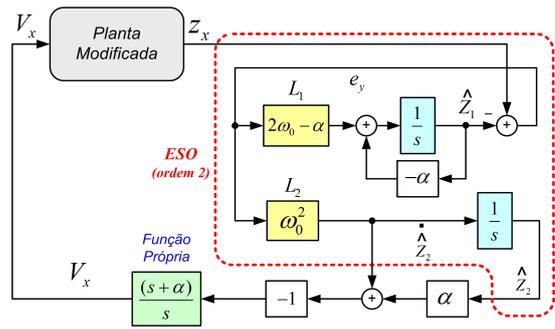


Figura 5. Diagrama em blocos da implementação ADRC proposta neste trabalho.

Manipulando-se as equações em (34), (36) e (46) é possível estabelecer a relação dinâmica entre a lei de controle original $V_x(s)$ e o erro de saída original $E_x(s)$, a saber:

$$V_x(s) = - \left(\frac{w_0}{s + w_0} \right)^2 \left[\frac{\beta(s + \alpha)^3}{s} \right] E_x(s). \quad (47)$$

Ao substituir a expressão dada em (47) na planta definida no diagrama da Figura 4, obtém-se o diagrama da malha fechada do sistema na Figura 6. Na Fig. 6, observe que

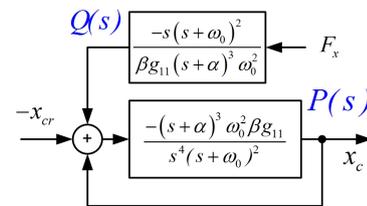


Figura 6. Diagrama em blocos do sistema em malha fechada.

a estabilidade da malha fechada pode ser analisada pelo método do *Lugar das Raízes* aplicado na função de malha aberta $-P(s)$. Desta forma, também é possível escolher os valores das constantes de projeto α (31), K_0 (30) e w_0 (40) a fim de garantir a estabilidade. Os detalhes podem ser consultados em (Zachi et al., 2019).

6.4 Convergência e rejeição de distúrbios

As propriedades de convergência do erro e_x de saída da planta e de rejeição do distúrbio F_x podem ser observadas pelas funções de transferências $M_2(s)$ e $M_1(s)$, respectivamente. Estas funções são obtidas a partir do diagrama da Fig. 6, utilizando o princípio da superposição:

$$M_1(s) : F_x \rightarrow x_{c1}, \quad M_2(s) : x_{cr} \rightarrow x_{c2}, \quad (48)$$

$$x_c = x_{c1} + x_{c2}, \quad (49)$$

resultando em:

$$M_1(s) = \frac{s(s + w_0)^2}{s^4(s + w_0)^2 + w_0^2\beta g_{11}(s + \alpha)^3}, \quad (50)$$

$$M_2(s) = \frac{w_0^2\beta g_{11} s(s + \alpha)^3}{s^4(s + w_0)^2 + w_0^2\beta g_{11}(s + \alpha)^3}. \quad (51)$$

Apenas para visualização e esclarecimento das propriedades de convergência e de rejeição de distúrbios, na Fig. 7 são apresentados os gráficos de magnitude da resposta em frequência das funções $M_1(s)$ e $M_2(s)$. Para a plotagem destas curvas, são utilizados valores arbitrários: $w_0 = 5000$; $\alpha = 100$; $\beta = 10$; $g_{11} = 240$.

$$x_c = M_1(s)F_x + M_2(s)x_{cr} \approx M_2(s)x_{cr} \approx x_{cr}. \quad (52)$$

A intensidade da atenuação que a função $M_1(s)$ aplica em F_x depende das escolhas dos parâmetros de projeto α (31), K_0 (30) e w_0 (40). Desta forma, as propriedades de convergência de $M_2(s)$ e de rejeição de distúrbios de $M_1(s)$ podem ser acentuadas por escolhas convenientes destas constantes (Zachi et al., 2019).

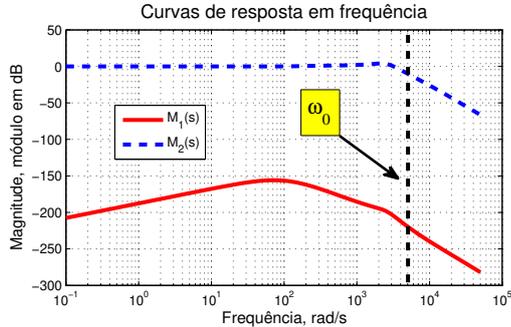


Figura 7. Resposta em frequência. Curvas de magnitude.

7. SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Nesta seção são apresentados e discutidos alguns resultados de simulação obtidos com a aplicação do método ADRC proposto pelo diagrama da Fig. 5, no sistema de orientação da câmera pan-tilt das Eqs. (18) e (19). São realizadas comparações com o método LADRC tradicional (Madoński et al., 2015), utilizando um observador de ordem 4, e com o método ADRC-RESO (Teppa-Garran and Garcia, 2015), utilizando um observador de ordem 3. As equações destes dois últimos controladores seguem descritas a seguir:

O ADRC-RESO (Teppa-Garran and Garcia, 2015):

$$\dot{\sigma} = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 & 0 \\ -\beta_2 & 0 & 1 \\ -\beta_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sigma + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} V_x + \begin{bmatrix} \beta_2 - \beta_1^2 \\ \beta_3 - \beta_1\beta_2 \\ -\beta_1\beta_3 \end{bmatrix} e_y, \quad (53)$$

$$\sigma = \bar{\sigma} + \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} e_y, \quad (54)$$

$$V_x = \left(\frac{1}{b_0}\right) [-k_2\sigma_1 - k_3\sigma_2 - \sigma_3]. \quad (55)$$

O LADRC (Madoński et al., 2015):

$$\dot{\hat{z}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} V_x + \begin{bmatrix} \bar{L}_1 \\ \bar{L}_2 \\ \bar{L}_3 \\ \bar{L}_4 \end{bmatrix} e_y, \quad (56)$$

$$\hat{y} = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \hat{z}, \quad e_y = z - \hat{z}_1, \quad (57)$$

$$V_x = \left(\frac{1}{b_0}\right) [-\hat{z}_4 - \lambda_2\hat{z}_3 - \lambda_1\hat{z}_2 - \lambda_0\hat{z}_1]. \quad (58)$$

7.1 Parâmetros de simulação

Para efeito de ajuste dos parâmetros dos controladores citados, assumem-se os seguintes valores nominais para a planta linearizada das Eqs. (14), (15), (23), (28) e (29): (Câmera) $\alpha_c = 1200 \text{ pixels/mm}$; $f = 4 \text{ mm}$; $x_{c0} = 320$; $y_{c0} = 240$; $g_{11} = 641$; $g_{22} = 492$; (Motores) $a_1 =$

30 ; $a_0 = 200$; $b_m = 80$. Os demais parâmetros constantes utilizados nas simulações são: (LADRC) $w_0 = 0,02\pi$; $\lambda_0 =$; $\lambda_1 =$; $\lambda_2 =$; $\bar{L}_1 = 0,5027$; $\bar{L}_2 = 0,0947$; $\bar{L}_3 = 0,0079$; $\bar{L}_4 = 2,493 \times 10^{-4}$; $\lambda_0 = 8$; $\lambda_1 = 12$; $\lambda_2 = 6$; $b_0 = 641$. (ADRC-RESO) $w_0 = 0,02\pi$; $\beta_1 = 0,377$; $\beta_2 = 0,0474$; $\beta_3 = 0,002$; $k_1 = 8$; $k_2 = 12$; $k_3 = 6$; $b_0 = 641$. (MP-ADRC) $w_0 = 0,1\pi$; $\alpha = 0,7$; $K_0 = 0,01$; $L_1 = 0,5566$; $L_2 = 0,3948$.

7.2 Testes realizados

Para a realização dos testes, adota-se uma trajetória no plano da imagem para simular um objeto em movimento. As equações desta trajetória, em pixels, são:

$$p_{cr} = \begin{bmatrix} x_{cr} \\ y_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 + 70 \cos(0,25t) \\ 210 + 100 \sin(0,5t) \end{bmatrix}.$$

7.3 Discussão dos resultados

Os resultados obtidos seguem ilustrados nos gráficos das Figs. 8 e 9. Os erros e_x e e_y no plano da imagem, são exibidos nos dois primeiros gráficos da Fig. 8. Comparando as amplitudes, observa-se que o método MP-ADRC proposto foi responsável pela menor amplitude, em regime estacionário. As curvas dos respectivos sinais de controle são exibidos nos quatro últimos gráficos da Fig. 8. No detalhe inicial destacado, é possível observar que as amplitudes das tensões V_x e V_y , geradas pelos controladores, estão dentro dos valores de saturação de ± 12 Volts adotados. Estes são valores máximos nominais observados em uma série de motores DC comerciais. Embora haja diferenças significativas nas amplitudes dos sinais de controle durante o período transitório inicial, percebe-se que os maiores esforços, em amplitude, não são responsáveis por produzir os menores erros, em amplitude. Na Fig. 9, são ilustradas as trajetórias no plano da imagem obtidas com a utilização dos três controladores mencionados. Nestes, fica mais claro evidenciar a convergência das variáveis de estado para seus respectivos valores de referência, no caso do controlador MP-ADRC.

Com relação aos dois outros controladores considerados, uma possível explicação para a degradação no desempenho do rastreamento, é o fato de estes utilizarem ganhos de realimentação constantes (vide Eqs. (55) e (58)) para controlar um sistema com ganho de controle variante no tempo (vide Eq. (18)). No caso do controlador MP-ADRC proposto, este problema é contornado porque a lei obtida não depende do ganho de controle da planta e, sua lei de formação é gerada diretamente via uma variável de estado do observador estendido (ESO).

8. CONCLUSÃO

Este trabalho discutiu uma variação do método ADRC para aplicação em sistemas com parâmetros incertos. A solução de controle proposta introduz uma classe de estimadores estendidos que é composta por um observador tradicional em cascata com uma função de transferência própria. O trabalho mostra que adotando-se tal estratégia é possível reduzir a ordem do observador, em termos da quantidade de variáveis de estado e de ganhos em malha fechada. Esta última característica representa uma contribuição relevante para o método ADRC já que pode

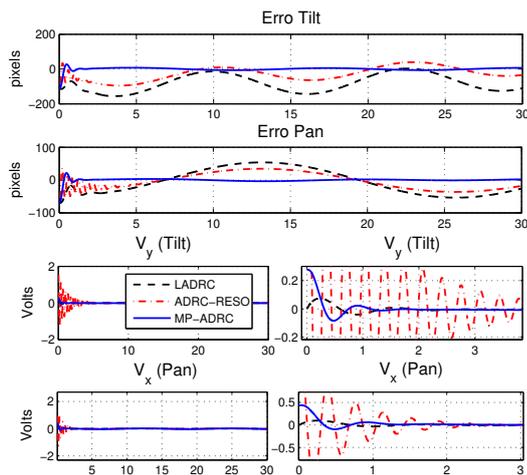


Figura 8. Simulação. Erros de saída e sinais de controle.

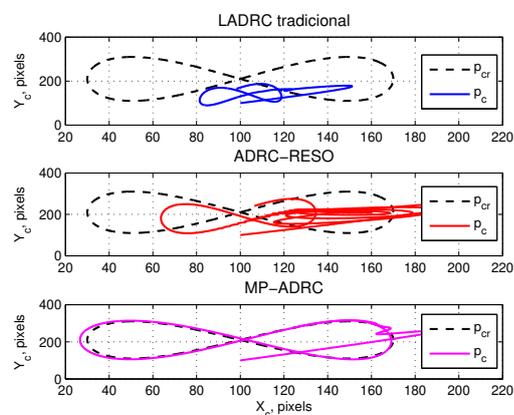


Figura 9. Simulação. Trajetórias no plano da imagem.

promover uma redução do alto-ganho característico daquela estratégia e reduzir a malha de atraso introduzida pelas equações dinâmicas do observador estendido. São realizadas comparações com dois outros métodos ADRC: um que utiliza um ESO de quarta ordem (quatro estados) e; um outro que utiliza um ESO de terceira ordem (três estados). Mostra-se que o desempenho do método proposto, no rastreamento, é superior aos dos demais métodos, além de apresentar a vantagem de se utilizar um ESO com apenas dois estados. A partir dos resultados de simulação é possível notar que as propriedades de robustez à incertezas paramétricas e de rejeição de distúrbios externos, são mantidas pelo controlador proposto.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CEFET/RJ e as agências de fomento FAPERJ, CAPES e CNPq pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

Abdul-Kreem, L.I. and Abdul-Ameer, H.K. (2020). Object tracking using motion flow projection for pan-tilt configuration. *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 10(5), 4687.
 Chen, D. (2021). Active disturbance rejection control of indoor inspection robot in intelligent substation based

on monocular vision. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 1894, 012042. IOP Publishing.
 Dorf, R.C. and Bishop, R.H. (2001). *Sistemas de controle modernos*. Livros Técnicos e Científicos.
 Flandin, G., Chaumette, F., and Marchand, E. (2000). Eye-in-hand/eye-to-hand cooperation for visual servoing. In *IEEE International Conference on Robotics & Automation*, 2741–2746. San Francisco, CA.
 Fu, C. and Tan, W. (2020). Parameters tuning of reduced-order active disturbance rejection control. *IEEE Access*, 8, 72528–72536.
 Han, J. (1998). Active disturbance rejection controller and its applications. (*in Chinese*) *Control Decis.*, 13(1), 19–23.
 Han, J. (2009). From PID to active disturbance rejection control. *IEEE transactions on Industrial Electronics*, 56(3), 900–906.
 Hutchinson, S., Hager, G., and Corke, P. (1996). A tutorial on visual servo control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(5), 651–670.
 Kelly, R., Carelli, R., Nasisi, O., Kuchen, B., and Reyes, F. (2000). Stable visual servoing of camera-in-hand robotic systems. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, 5(1), 39–48.
 Madoński, R., Gao, Z., and Łakomy, K. (2015). Towards a turnkey solution of industrial control under the active disturbance rejection paradigm. In *54th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*, 616–621. IEEE.
 Sciacivico, L. and Siciliano, B. (2000). *Modelling and Control of Robot Manipulators*. Springer-Verlag.
 Slotine, J.J. and Li, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall.
 Tan, W. and Fu, C. (2015). Linear active disturbance-rejection control: Analysis and tuning via imc. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(4), 2350–2359.
 Teppa-Garran, P. and Garcia, G. (2015). Reduced order extended state observer without output derivative in ADRC. *Latin American Applied Research-An international journal*, 45(4), 239–244.
 Tran, P.C., Nguyen, H.T., Nguyen, A., Le, T.T., Phan, H.N., and Nguyen, C. (2021). Design control system for pan-tilt camera for visual tracking based on adar method taking into account energy output. In *E3S Web of Conferences*, volume 279. EDP Sciences.
 Wang, W. and Gao, Z. (2003). A comparison study of advanced state observer design techniques. In *Proceedings of the 2003 American Control Conference, 2003.*, volume 6, 4754–4759. IEEE.
 Zachi, A.R.L., Correia, C.A.M., Azevedo Filho, J.L., and Gouvêa, J.A. (2019). Robust disturbance rejection controller for systems with uncertain parameters. *IET Control Theory & Applications*, 13(13), 1995–2007.
 Zheng, Q. and Chedella, K.K., Xu, W., and Wu, L. (2011). Reduced-order active disturbance rejection control for induction motors. In *2011 IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*, 1139–1144. IEEE.
 Zheng, Q., Gao, L.Q., and Gao, Z. (2012). On validation of extended state observer through analysis and experimentation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 134(2), 024505.