

# Estratégia de acionamento com elevada eficiência para IPMSMs baseada em algoritmo MTPA de baixo custo computacional<sup>★</sup>

Eduardo Cattani Silva\* Lucas Rossato Rocha\*  
Paulo Henrique Alves Silva e Silva\* Rodrigo Padilha Vieira\*

\* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Maria, RS (e-mails: cattani98@gmail.com, lucas\_rrocha@hotmail.com, paulo.ifg21@gmail.com, rodrigovie@gmail.com).

**Abstract:** In the present study, a drive scheme for IPMSM is proposed to obtain high dynamic performance and system efficiency with reduced computational cost. To achieve these objectives, a discontinuous modulation technique was used in the converter and an MTPA strategy was developed in the IPMSM. It is based on Lagrange interpolation with the Briot-Ruffini-Horner technique, which makes it possible to obtain interpolators with reduced interpolation error. Simulation results validated the accuracy and processing time of the obtained MTPA interpolation and a simulation based on a nonlinear machine model demonstrated the effectiveness of the proposed scheme.

**Resumo:** No presente estudo é proposto um esquema de acionamento para IPMSM para obter desempenho dinâmico e eficiência do sistema com custo computacional reduzido. Para lograr esses objetivos, foi empregada uma técnica de modulação descontínua no conversor e desenvolvida uma estratégia MTPA na IPMSM. A mesma é baseada na interpolação de Lagrange com a técnica de Briot-Ruffini-Horner, que possibilita a obtenção de interpoladores com redução do erro de interpolação. Resultados de simulação validaram a precisão e tempo de processamento da interpolação MTPA obtida e uma simulação baseada em modelo não linear máquina demonstraram a efetividade do esquema proposto.

*Keywords:* IPMSM, Finite element analysis, Lagrange, DPWM, BRH

*Palavras-chaves:* IPMSM; Análise em elementos finitos; Lagrange; DPWM; BRH

## 1. INTRODUÇÃO

A máquina síncrona de ímãs permanentes (PMSM) é amplamente utilizada na indústria e academia devido a suas características como alta densidade de potência e eficiência com rápida resposta dinâmica (Du et al., 2016; Jin et al., 2009). Essa máquina possui ímãs alocados na superfície (SPMSM) ou internamente (IPMSM) no rotor, sendo que nesse último caso a posição dos ímãs internos são responsáveis pela variação da relutância no entreferro. Assim, as indutâncias de eixo direto e em quadratura possuem valores distintos. Devido a essa característica, o torque produzido pela máquina é composto por uma parcela de torque magnética e de relutância (Li and Wang, 2019).

Dependendo da configuração de controle de corrente utilizada, pode-se controlar as parcelas magnética e de relutância do torque. Ao definir a corrente de eixo direto como 0, a máquina produzirá apenas torque magnético. Configurações que utilizam o torque de relutância podem ser encontradas na literatura, onde nesse caso é necessário

que as correntes de eixo direto e em quadratura sejam diferentes de 0. Dentro dessas abordagens, destaca-se o algoritmo MTPA (*maximum-torque-per-ampere*), o qual permite a obtenção do menor módulo da corrente para uma determinada condição de torque, reduzindo as perdas por aquecimento que são significativas na região de torque constante (Guo et al., 2016), aumentando a eficiência da máquina.

Com o objetivo de implementar o algoritmo MTPA, Morimoto et al. (1994) desenvolveu uma estratégia para acionamento da máquina em um grande intervalo de operação, com MTPA e *Flux Weakening* (FW) para velocidades abaixo e acima da nominal, respectivamente. Entretanto, esse método requer o processamento de operações complexas para o microcontrolador, tornando-se custosa computacionalmente. Da mesma forma, Jung et al. (2013) propõe uma estratégia utilizando o método de Ferrari para solução do algoritmo MTPA, entretanto a metodologia também demanda alta capacidade de processamento.

Intentando reduzir os esforços de processamento de software, foi proposta a utilização de tabelas que relacionam a referência de torque e as referências ideais do MTPA, embora reduza o tempo de processamento e exija maior memória para o armazenamento dos dados. A solução

<sup>★</sup> O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES/PROEX) - Código de Financiamento 001.

que contempla reduzida necessidade de processamento e memória é a obtenção das correntes de referência a partir de polinômios, assim como utilizado por Pan and Sue (2005), porém nenhuma metodologia para obtenção dos coeficientes foi disponibilizada. Uma solução para determinação desses parâmetros dos polinômios foi apresentada por Huang et al. (2010), entretanto a interpolação abrange um intervalo reduzido de operação e a implementação não foi otimizada, seja por utilizações de técnicas que reduzam o erro de aproximação ou tempo de execução.

Além do controle da máquina, esforços também são realizados na determinação de topologias e técnicas de modulação para os conversores que irão alimentar o motor. Dentre as diversas topologias, é amplamente utilizado no acionamento de motores o inversor trifásico de meia ponte (Ojo, 2004), junto à utilização da modulação *Pulse width modulation* (PWM) (Krishnan, 2009). Nessa técnica as chaves são comutadas em uma frequência consideravelmente maior que a frequência de interesse, dessa forma, além de sintetizar a tensão de referência, é obtido um conteúdo harmônico bem definido e reduzido (Hava et al., 1999). Deve-se atentar que, na tendência de aumento da densidade de potência dos conversores, as frequências de comutação dos mesmos são gradativamente maior, resultando em consideráveis perdas por comutação (Nguyen et al., 2018).

Tendo em vista essa problemática, é possível realizar o controle das chaves do conversor visando reduzir as perdas através da técnica DPWM (*Discontinuous pulse width modulation*), a qual consiste em grampear alternadamente as fases do inversor de tal forma que garanta a redução da dissipação de energia inerente da comutação do semicondutor, com a menor distorção do espectro harmônico possível. Algumas técnicas DPWM são utilizadas, tais como DPWM0, DPWM1 e DPWM2, porém essas são otimizadas para cargas com fatores de potência específicos, e a DPWM3 não minimiza a redução das perdas de maneira tão eficaz quanto as anteriores (Mandrioli et al., 2020). Todavia, o fator de potência da máquina oscila e nenhuma dessas estratégias é capaz de otimizar as perdas por comutação em todo intervalo de operação.

O esquema denominado GDPWM (Generalized Discontinuous Pulsewidth Modulation) foi proposto por Hava et al. (1998), o qual otimiza a redução das perdas para qualquer fase que a carga presente, entretanto é necessária a determinação do fator de potência da mesma. Afim de obter a técnica DPWM generalizada que não possua o desafio de determinar a fase da carga, é proposta a (DDT)-GDPWM (Direct Digital Technique Generalized Discontinuous Pulse Width Modulation) (Nguyen et al., 2011), que utiliza a leitura das correntes instantâneas de cada fase e determina o padrão de comutação ótimo.

Portanto, é desenvolvida neste trabalho uma estratégia de acionamento da IPMSM e do inversor afim de garantir elevado desempenho dinâmico e eficiência dos mesmos, através da redução das perdas da máquina e do conversor. Para tal, aplica-se uma estratégia MTPA por interpolação polinomial que garanta um reduzido erro de aproximação, custo computacional e consumo de memória, além de assegurar um amplo intervalo de interpolação e operação da máquina. No quesito do acionamento do conversor, é

empregado o sistema de modulação descontínua estado da arte (DDT)-GPWM, afim de proporcionar a redução das perdas por comutação das chaves semicondutoras empregadas.

## 2. MODELAGEM MATEMÁTICA DA IPMSM

Conforme Krishnan (2009), pode-se descrever o modelo elétrico da máquina em coordenadas síncronas através de,

$$\begin{aligned} v_d &= R_s i_d + L_d \frac{d}{dt} i_d - \omega_e L_q i_q, \\ v_q &= R_s i_q + L_q \frac{d}{dt} i_q + \omega_e L_d i_d + \omega_e \lambda \end{aligned} \quad (1)$$

sendo que as tensões, correntes e indutâncias nos eixos síncronos em quadratura e direto são descritos respectivamente por  $v_d$ ,  $v_q$ ,  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $L_d$  e  $L_q$ . Ademais, a resistência estatórica, velocidade síncrona e fluxo dos ímãs são representados por  $R_s$ ,  $\omega_e$  e  $\lambda$ .

Uma vez definida a dinâmica elétrica, pode-se descrever o comportamento mecânico por,

$$\frac{d}{dt} \omega_r = -\frac{B}{J} \omega_r + \frac{1}{J} (T_e - T_L), \quad (2)$$

sendo  $J$ ,  $B$  o momento de inércia e coeficiente de atrito da máquina. Além dos parâmetros da máquina, a velocidade mecânica do rotor, torque eletromagnética desenvolvida e carga acoplada são definidos por  $\omega_r$ ,  $T_e$  e  $T_L$ . Por fim, define-se o torque através de,

$$T_e = \frac{3P}{2} \lambda i_q + \frac{3P}{2} (L_d - L_q) i_d i_q, \quad (3)$$

onde  $P$  é o número de pares de polos da máquina.

É possível observar que duas parcelas compõe o torque: a primeira é advinda da interação do fluxo dos ímãs com a corrente de eixo em quadratura  $i_q$  e a segunda representa o torque gerado devido à diferença de relutância entre os eixos síncronos interagindo com o produto das correntes (Abad, 2016). Portanto, é possível usufruir apenas do torque oriundo dos ímãs, desconsiderando o conjugado de relutância (considerando nula a corrente de eixo direto), dessa forma obtendo a relação,

$$\begin{aligned} i_q^* &= \frac{3P \lambda T_e^*}{2}, \\ i_d^* &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

onde  $i_q^*$ ,  $i_d^*$  e  $T_e^*$  é a corrente síncrona de eixo em quadratura, direto e torque eletromagnético de referência. Por fim, pode-se definir a relação entre velocidade síncrono elétrica e velocidade mecânica através de  $\omega_e = \frac{P}{2} \omega_r$ .

### 2.1 Modelo em p.u. (por unidade)

Uma estratégia utilizada para obtenção de equações que independam dos coeficientes da máquina é a utilização do modelo da IPMSM em modelo por unidade (p.u.). Baseado em Sun et al. (2019), pode-se inicialmente definir a corrente  $i_{base}$  e torque  $t_b$  de base por,

$$i_{base} = \frac{\lambda}{2(L_q - L_d)}; \quad T_{base} = 0.75P \lambda i_{base}. \quad (5)$$

Definidas as grandezas de torque e corrente de base, pode-se converter as demais grandezas em p.u.,

$$i_{qn} = \frac{i_q}{i_{base}}; \quad i_{dn} = \frac{i_d}{i_{base}}; \quad T_{en} = \frac{T_e}{T_{base}}. \quad (6)$$

sendo  $i_{qn}$ ,  $i_{dn}$  e  $T_{en}$  as correspondentes p.u. das variáveis  $i_q$ ,  $i_d$  e  $T_e$ . Também é possível determinar a equação do torque eletromagnético da máquina em modelo p.u. a partir das correntes síncronas substituindo (5) em (3), dessa forma,

$$T_{en} = i_{qn}(2 - i_{dn}). \quad (7)$$

Por fim, a partir da equação (7) pode-se isolar as corrente síncronas  $i_{qn}$  e  $i_{dn}$

$$i_{qn} = \frac{T_{en}}{2 - i_{dn}}, \quad (8)$$

$$i_{dn} = 2 - \frac{T_{en}}{i_{qn}}. \quad (9)$$

### 3. ACIONAMENTO DA IPMSM

Para realizar o acionamento da máquina nesse estudo, será utilizado o inversor trifásico de ponte completa empregando chaves MOSFET (*metal-oxide semiconductor field-effect transistor*). Esse conversor estático de meia ponte processa a potência de entrada  $P_{cc}$  que possui comportamento *CC* e transforma-a em potência *CA*, através da conversão *CC-CA*, tornando a mesma útil para a máquina. Dessa forma, a potência processada é aplicada na máquina, a qual realiza a conversão eletromecânica, convertendo a potência elétrica em potência mecânica  $P_{mec}$ . Esse processo é exemplificado na Figura 1.

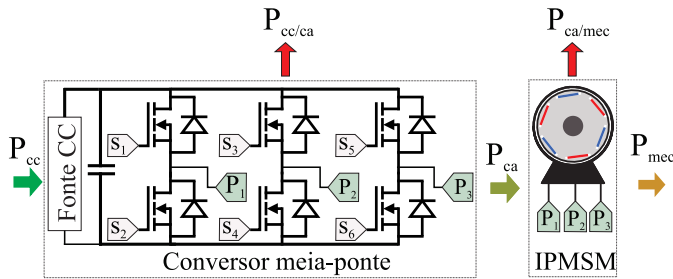


Figura 1. Esquema de acionamento da IPMSM.

Pode-se observar que nessa conversão são geradas perdas no conversor  $P_{cc/ca}$  e no motor  $P_{ca/mec}$ , as quais são fortemente atreladas ao nível de corrente. No decorrer desse estudo a soma dessas perdas será denominada potência total de perdas  $P_{tot}$ .

#### 3.1 Estudo das perdas no conversor de meia ponte

As perdas elétricas por condução e chaveamento por braço do conversor de meia-ponte representam as perdas  $P_{cc/ca}$  e são apresentadas em (10) e (11) (Han et al., 2021):

$$P_{cond} = I_{rms}^2 \times R_{DSon}, \quad (10)$$

$$P_S = F_S \times (E_{on}(I) + E_{off}(I)) \times \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \times \frac{I_{rms}}{I_{ref}} \times \frac{V_{DC}}{V_{ref}}, \quad (11)$$

onde a corrente RMS, corrente de referência, resistência interna da chave, energia de ativação e desativação, tensão

do barramento, tensão de referência e frequência de chaveamento são representadas por  $I_{rms}$ ,  $I_{ref}$ ,  $R_{DSon}$ ,  $E_{on}(I)$  e  $E_{off}(I)$ ,  $V_{DC}$ ,  $V_{ref}$  e  $F_S$ , respectivamente. Nota-se que as energias de ativação são funções proporcionais à corrente e, portanto, maior a corrente, maiores serão essas perdas.

#### 3.2 Estudo das perdas na máquina

As perdas de conversão de potência do motor podem ser subdivididas em três grupos: perdas no núcleo, assim como histerese e correntes parasitas; perdas no cobre, devido à resistência dos enrolamentos e perdas mecânicas, inerentes do sistema físico (Kim, 2017). Entretanto, salienta-se que entre essas perdas, a mais dominante, principalmente em reduzidas velocidades, é a perda no cobre (Jung et al., 2013). Essa dissipação de energia  $P_{cobre}$  resulta do efeito Joule, o qual pode-se representar por,

$$P_{cobre} = I_s^2 \times R_s \quad (12)$$

onde  $R_s$  é a resistência estática e  $I_s$  é o módulo das correntes do motor.

Portanto, nota-se que para reduzir as perdas do conversor  $P_{cc/ca}$  (condução e comutação) e as perdas do motor  $P_{ca/mec}$  (efeito Joule) é necessário minimizar a corrente que flui pelo sistema. Logo, é de interesse desse estudo a obtenção de uma estratégia de controle que minimize as correntes da máquina, e conseqüentemente do conversor, com o compromisso de obter, junto à otimização das perdas, elevado desempenho dinâmico do sistema.

#### 3.3 Controle do Conversor de meia-ponte

Embora a frequência de acionamento da técnica PWM seja constante, a largura de pulso é variável, e por isso deve ser definida. A largura do pulso utilizada neste trabalho será controlado por uma modulante  $u|_{x=a,b,c} \in [0, 1]$  para cada fase, sendo que quando essa variável assume seu valor mínimo ou máximo, a chave permanece aberta ou fechada durante o período de comutação, respectivamente. As modulantes podem ser definidas por:

$$\begin{aligned} ua &= (Va^* + V_0)/vcc \\ ub &= (Vb^* + V_0)/vcc \\ uc &= (Vc^* + V_0)/vcc \end{aligned} \quad (13)$$

onde,  $u|_{x=a,b,c}$  e  $V|_{x=a,b,c}^*$  são as modulantes e referência de tensão de cada fase;  $V_0$  é a tensão de modo comum, que deve ser determinada.

Pode-se definir a variável  $V_0 = V_{DC}/2$ , dessa forma é garantida uma operação linear com tensões de referência até metade da tensão do barramento e uma implementação simples. Essa estratégia é denominada SPWM (*sinusoidal pulse width modulation*) (Mandrioli et al., 2020).

Entretanto, pode-se usufruir da modulação (DDT)-GDPWM descrita por Nguyen et al. (2011). Afim de descrever essa técnica, deve-se inicialmente definir os índices  $max, min \in [a, b, c]$ , os quais definem a maior e menor tensão de referência, logo  $V_{max} = \max\{V_a, V_b, V_c\}$  e  $V_{min} = \min\{V_a, V_b, V_c\}$ . Então, define-se a tensão de modo comum,

$$V_0 = \begin{cases} V_{dc} - V_{max}, & \text{se } |I_{max}| > |I_{min}| \\ -V_{max}, & \text{se } |I_{max}| < |I_{min}| \end{cases} \quad (14)$$

onde  $I_{max}$  e  $I_{min}$  são as correntes das fases com a maior e menor tensão de referência, respectivamente. Uma vez definida a tensão  $V_0$ , basta substituir a mesma em (13).

#### 4. ESTRATÉGIA MAXIMUM-TORQUE-PER-AMPERE

##### 4.1 Implementação clássica

Uma estratégia largamente utilizada de sintetização das correntes síncronas afim de reproduzir o MTPA é definido por Morimoto et al. (1994). As equações são definidas como:

$$i_q^* = T_e^*,$$

$$i_d^* = \frac{\lambda}{2(L_q - L_d)} - \sqrt{\frac{\lambda^2}{4(L_q - L_d)^2} + i_q^{2*}}. \quad (15)$$

Embora essa implementação seja relativamente simples, as operações matemáticas representam um elevado custo computacional ao microcontrolador.

##### 4.2 Implementação em p.u.

Para determinar a equação MTPA em modelo p.u. é necessário, inicialmente, definir a variável  $i_{sn}$ , a qual representa o módulo das correntes em eixo síncrono,

$$i_{sn}^2 = i_{qn}^2 + i_{dn}^2, \quad (16)$$

e, uma vez definida essa relação, deve-se buscar a minimização dessa variável para reduzir as perdas no cobre, conforme a equação (12). Afim de lograr tal objetivo, baseado em Sun et al. (2019), deve-se substituir (8) em (16) e obter uma equação que dependa apenas do torque  $T_{en}$  e corrente de eixo  $i_{dn}$ ,

$$i_{sn}^2 = \left( \frac{T_{en}}{2 - i_{dn}} \right)^2 + i_{dn}^2. \quad (17)$$

Logo, para determinar qual valor de  $i_{dn}$  minimiza o módulo da corrente deve-se buscar o mínimo da função, através da identificação do ponto crítico,

$$\frac{di_{sn}^2}{di_{dn}} = 0 = \frac{d}{di_{dn}} \left[ \left( \frac{T_{en}}{2 - i_{dn}} \right)^2 + i_{dn}^2 \right], \quad (18)$$

$$0 = 2i_{dn} + \frac{2T_{en}^2}{(2 - i_{dn})^3}. \quad (19)$$

Com o auxílio de um ambiente matemático, foi isolada a corrente  $i_{dn}$  da equação (19), obtendo-se  $\bar{i}_{dn}(T_{en})$ . Ademais, também foi substituído  $\bar{i}_{dn}(T_{en})$  em (16), possibilitando a definição de  $\bar{i}_{qn}(T_{en})$ . Essas equações descrevem as correntes síncronas de referência conforme o MTPA dado um torque eletromagnético de referência, porém não pode-se implementá-las em um microcontrolador devido à grande complexidade matemática das mesmas, o que acarretaria em um elevado fardo computacional. Logo, pretende-se aproximar essas relações por polinômios interpoladores visando reduzir essa complexidade para o sistema de controle.

## 5. MÉTODO MTPA INTERPOLADO PROPOSTO

### 5.1 Polinômio de Interpolação

Dado um conjunto de  $\sigma + 1$  pares pontos, existe apenas um polinômio de grau  $\sigma$  que interpole os mesmos, logo, o método matemático de interpolação não influencia o resultado, tendo em vista que o polinômio obtido será o mesmo. Então, neste estudo, decidiu-se pela utilização do polinômio interpolador de Lagrange  $\Pi(x)$ , o qual, a partir do conjunto de pares de pontos  $(x_i, y_i(x_i))|_{i=0}^{\sigma}$ , pode ser definido por (Quarteroni et al., 2007),

$$\Pi(x) = \sum_{i=0}^{\sigma} y_i(x_i) \iota_i(x) \quad (20)$$

sendo  $\iota_i$  os polinômios característicos,

$$\iota_i(x_j) = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq i}}^{\sigma} \frac{x_j - x_m}{x_i - x_m}. \quad (21)$$

Dessa forma, é definido um polinômio interpolador que percorre o conjunto de  $\sigma + 1$  pares de pontos iniciais. Por fim, pode-se agrupar os coeficientes do polinômio interpolador, resultado em,

$$\Pi(x) = \alpha_{(\sigma)} x^{(\sigma)} + \alpha_{(\sigma-1)} x^{(\sigma-1)} + \dots + \alpha_{(0)}, \quad (22)$$

onde  $\alpha_{(i)}|_{i=0}^{\sigma}$  são os coeficientes do polinômio.

Ressalta-se que a escolha dos pontos sobre a curva a ser aproximada tem influência direta no erro máximo da interpolação, necessitando assim uma análise para determinação ótima dos mesmos. Para observar o máximo erro de aproximação  $|E(x)|$  de uma função de grau  $\sigma$ , pode-se utilizar a relação (Cai and Song, 2011),

$$|E(x)| \leq |Q(x)| \cdot \left( \frac{\|f^{(\sigma+1)}\|}{(\sigma + 1)!} \right), \quad (23)$$

onde,

$$Q(x) = \prod_{i=0}^n (x - x_i), \quad (24)$$

e  $\|f^{(\sigma+1)}\|$  é o máximo valor que a derivada de grau  $\sigma + 1$  possui no intervalo aproximado. Logo, o erro máximo depende de dois termos: um atrelado à  $\|f^{(\sigma+1)}\|$ , sendo esse inerente da função a ser aproximada; e outro relacionado ao módulo de  $Q(x)$ , que é dependente dos conjunto de pontos iniciais. Afim de atenuar a contribuição desse termo  $Q(x)$  no erro pode-se utilizar a relação do nós de Chebyshev, os quais, para um intervalo de aproximação  $[a, b]$ , define os pontos  $x_i|_{i=0}^{\sigma}$ ,

$$x_i = \frac{1}{2} \left( (b + a) + (b - a) \cos \left( \frac{2i - 1}{2(\sigma + 1)} \pi \right) \right) \Big|_{i=1}^{\sigma+1} \quad (25)$$

### 5.2 Aproximação do MTPA

Tendo em vista que o método para obtenção de um polinômio que percorra um conjunto de pontos já foi definido, basta determinar quais será o conjunto de dados a serem interpolados. Nesse estudo os pontos de interesse são as correntes síncronas do MTPA em relação ao torque

de referência, portanto, são definidos dois grupos de  $\sigma + 1$  pares de pontos,

$$Pq_\sigma = [(T_{en(0)}, \bar{i}_{dn}(T_{en(0)}), \dots, (T_{en(\sigma)}, \bar{i}_{dn}(T_{en(\sigma)}))], \quad (26)$$

$$Pd_\sigma = [(T_{en(0)}, \bar{i}_{qn}(T_{en(0)}), \dots, (T_{en(\sigma)}, \bar{i}_{qn}(T_{en(\sigma)}))], \quad (27)$$

sendo  $Pq_\sigma$  e  $Pd_\sigma$  os conjuntos para obter polinômios interpoladores de grau  $\sigma$  que descrevam a trajetória das correntes de eixo em quadratura e direto em função do torque de referência. Para estabelecer o conjunto de  $\sigma + 1$  torques de referência  $T_{en(k)}|_{k=0}^\sigma$  será utilizada a relação (25). Ressalta-se que o intervalo de interpolação é definido entre  $[0, 5]T_{en}$ , devido ao torque de base não ter relação direta com o torque nominal da máquina, é recomendável utilizar uma margem de cinco vezes para possibilitar a operação em uma grande variedade de IPMSMs com diferentes parâmetros.

Por conseguinte, basta substituir o conjunto de pontos (26) - (27) em (20), obtendo os polinômios interpoladores  $\Pi_{qn}(T_{en})$  e  $\Pi_{dn}(T_{en})$  para as correntes dos eixos em quadratura e síncrono segundo o MTPA, respectivamente,

$$\Pi_{qn}(T_{en}) = \alpha_{q(\sigma)}(T_{en})^\sigma + \dots + \alpha_{q(0)}, \quad (28)$$

$$\Pi_{dn}(T_{en}) = \alpha_{d(\sigma)}(T_{en})^\sigma + \dots + \alpha_{d(0)}, \quad (29)$$

onde  $\alpha_{q(n)}|_{n=0}^\sigma$  e  $\alpha_{d(n)}|_{n=0}^\sigma$  são os coeficientes dos polinômios interpoladores das correntes síncronas de eixo direto e quadratura.

### 5.3 Otimização do método

Nessa subseção será otimizado o método de aproximação polinomial desenvolvido na subseção 5.2. Para tal, inicialmente, afim de avaliar a precisão das aproximações, pode-se definir a métrica  $\epsilon$ .

$$\epsilon = \int_0^5 \left[ (\Pi_{dn}(T_{en}) - \bar{i}_{dn}(T_{en}))^2 + (\Pi_{qn}(T_{en}) - \bar{i}_{qn}(T_{en}))^2 \right] dT_{en}, \quad (30)$$

pois, quanto menor esse indicador, menor a distância entre as curvas MTPA ideais ( $\bar{i}_{dn}$  e  $\bar{i}_{qn}$ ) e as aproximadas ( $\Pi_{dn}$  e  $\Pi_{qn}$ ) em todo intervalo de operação.

Portanto, para redução de erro de aproximação pode ser utilizada a estratégia de dividir a curva original em diversas porções e realizar uma interpolação para cada segmento. Assim, considerando a aproximação com grau  $\sigma$ , sugere-se a divisão de cada uma das curvas  $\bar{i}_{qn}$  e  $\bar{i}_{dn}$  em duas, nos pontos  $\Phi_{q\sigma}$  e  $\Phi_{d\sigma}$ , respectivamente. Na Figura 2 é exemplificada a divisão das curvas em dois segmentos (vermelho e azul).

As equações para implementação dessa estratégia podem ser descritas por,

$$\Pi_{qn}(T_{en}) = \begin{cases} \alpha_{q0(\sigma)}(T_{en})^\sigma + \dots + \alpha_{q0(0)}, & \text{se } T_{en} < \Phi_{q\sigma} \\ \alpha_{q1(\sigma)}(T_{en})^\sigma + \dots + \alpha_{q1(0)}, & \text{se } T_{en} > \Phi_{q\sigma} \end{cases}$$

$$\Pi_{dn}(T_{en}) = \begin{cases} \alpha_{d0(\sigma)}(T_{en})^\sigma + \dots + \alpha_{d0(0)}, & \text{se } T_{en} < \Phi_{d\sigma} \\ \alpha_{d1(\sigma)}(T_{en})^\sigma + \dots + \alpha_{d1(0)}, & \text{se } T_{en} > \Phi_{d\sigma} \end{cases} \quad (31)$$

onde  $\alpha_{q0(n)}|_{n=0}^\sigma$  e  $\alpha_{d0(n)}|_{n=0}^\sigma$  são os coeficientes dos polinômios interpolador para a aproximação do primeiro segmento;  $\alpha_{q1(n)}|_{n=0}^\sigma$  e  $\alpha_{d1(n)}|_{n=0}^\sigma$  definem os coeficientes para aproximação do segundo segmento.

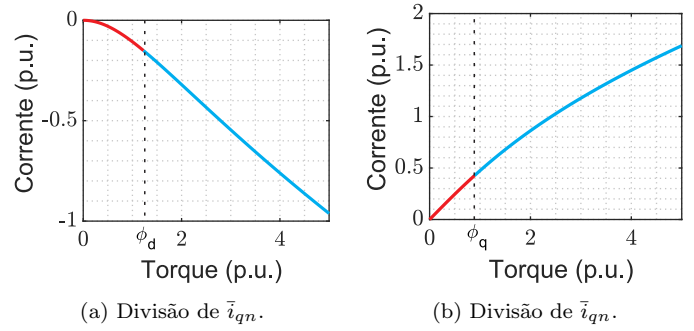


Figura 2. Demonstração da divisão da curva com pontos  $\Phi_q$  e  $\Phi_d$  arbitrários.

Visando definir os pontos ideais de divisão das curvas, foram realizadas varreduras de diversas combinações entre  $\Phi_{dn}|_{n=2}^4$  e  $\Phi_{qn}|_{n=2}^4$  para aproximações de segundo à quarto grau. Logo, foi possível calcular a redução do erro  $\epsilon$  dessas aproximações em relação à abordagem sem divisão das curvas para cada uma das combinações e o resultado está exposto na Figura 3 e Tabela 1; Destaca-se que a cruz vermelha indica o ponto ideal com a maior redução percentual do erro.

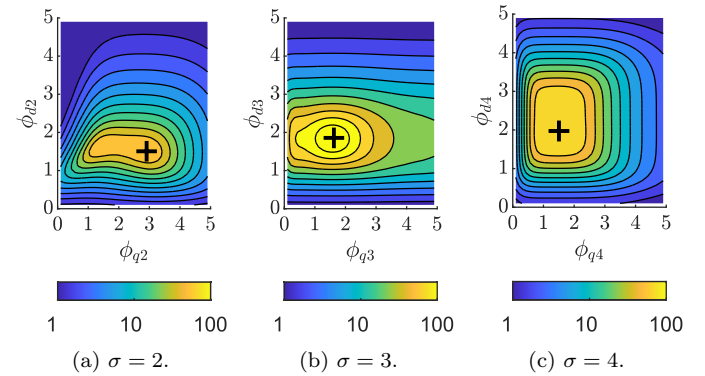


Figura 3. Redução percentual do erro de aproximação  $\epsilon$ .

Tabela 1. Ponto de divisão das curvas.

$\sigma$	$\phi_d(p.u.)$	$\phi_q(p.u.)$	Redução do erro (%)
2	1,5545	2,7667	98,6767%
3	1,8455	1,5545	99,6578%
4	1,9424	1,4576	98,9986%

Para reduzir o custo computacional da execução de um polinômio pode ser utilizado o dispositivo de BRH (Briot-Ruffini-Horner). Essa técnica consiste em reescrever o polinômio de grau  $\sigma$  utilizando  $\sigma$  operações de soma e multiplicação, dessa forma diminuindo em  $\sigma + 1$  operações de multiplicação (Franco, 2015). Para demonstrar essa técnica, pode-se definir o polinômio genérico  $y(x)$  de grau 3,

$$y(x) = ax^2 + bx + c \quad (32)$$

onde,  $a, b$  e  $c$  são os coeficientes do polinômio.

Para empregar a técnica de BRH basta reescrever esse polinômio conforme,

$$y(x) = (ax + b)x + c, \quad (33)$$

retornando o mesmo resultado, entretanto utilizando menos operações de multiplicação.

## 6. MODELO PARA IMPLEMENTAÇÃO

Para obter as equações para implementação dessa técnica MTPA é necessário substituir as relações que definem as grandezas em p.u. (5) - (6) nas equações dos polinômios interpoladores (31), resultando em,

$$i_d^* = \begin{cases} \gamma_{d0(\sigma)}(T_e^*)^\sigma + \dots + \gamma_{d0(0)}, & \text{se } T_{en}^* < \Phi_{d\sigma} \\ \gamma_{d1(\sigma)}(T_e^*)^\sigma + \dots + \gamma_{d1(0)}, & \text{se } T_{en}^* > \Phi_{d\sigma} \end{cases} \quad (34)$$

$$i_q^* = \begin{cases} \gamma_{q0(\sigma)}(T_e^*)^\sigma + \dots + \gamma_{q0(0)}, & \text{se } T_{en}^* < \Phi_{q\sigma} \\ \gamma_{q1(\sigma)}(T_e^*)^\sigma + \dots + \gamma_{q1(0)}, & \text{se } T_{en}^* > \Phi_{q\sigma} \end{cases}$$

onde  $\gamma_{q0(n)}|_{n=0}^\sigma$ ,  $\gamma_{q1(n)}|_{n=0}^\sigma$ ,  $\gamma_{d0(n)}|_{n=0}^\sigma$  e  $\gamma_{d1(n)}|_{n=0}^\sigma$  são descritos pelas combinações,

$$\gamma_{q0(n)}\sigma = \alpha_{q0(n)}\beta(n), \quad (35)$$

$$\gamma_{q1(n)}\sigma = \alpha_{q1(n)}\beta(n), \quad (36)$$

$$\gamma_{d0(n)}\sigma = \alpha_{d0(n)}\beta(n), \quad (37)$$

$$\gamma_{d1(n)}\sigma = \alpha_{d1(n)}\beta(n), \quad (38)$$

sendo que os coeficientes  $\alpha$  foram determinados pelas aproximações em p.u. realizadas anteriormente (disponíveis na Tabela 2) e  $\beta(i)$  são constantes relacionadas aos parâmetros da máquina, descrita por,

$$\beta(i) = \frac{i_{base}}{(T_{base})^i} = \frac{2^{3i-1}(L_q - L_d)^{i-1}}{(3P)^i} \quad (39)$$

## 7. RESULTADOS

Nessa seção serão apresentados os resultados obtidos por meio de ensaios simulações afim de validar a metodologia proposta.

### 7.1 Aferição do tempo de processamento

As estratégias para definição das correntes síncronas afim de atingir o torque eletromagnético de referência apresentadas nesse trabalho ( $i_d = 0$  (4); Morimoto (15); aproximações polinomiais (34)) serão implementadas em um microcontrolador e será aferido o tempo de processamento para cada uma dessas técnicas. O embarcado utilizado será um STM32F401CCU6, contando com um *clock* de 84 MHz, memória Flash 256 kbytes e unidade de ponto flutuante.

Ressalta-se que as aproximações polinomiais empregadas foram de segundo à quarto grau ( $\sigma = 2, 3, 4$ ) e cada uma das mesmas foi ensaiada com e sem a implementação de BHR, afim de verificar a possível redução de custo computacional. Esses resultados estão expostos na Tabela 3.

Inicialmente, pode-se observar que o tempo de processamento para a técnica linear ( $i_d = 0$ ) é consideravelmente menor que todos as outras ensaiadas. Por outro lado, a técnica que demandou de maior tempo para processamento foi a aproximação polinomial de quarta ordem ( $\sigma = 4$ ) sem BRH. Entretanto, quando utilizada a implementação de BRH, as aproximações polinomiais propostas tiveram seu tempo consideravelmente reduzido e pode-se ressaltar que a diferença de tempo para processar a aproximação de segunda e quarto grau é consideravelmente pequena.

A contribuição desse trabalho no quesito de implementação em microcontroladores reside na redução do esforço

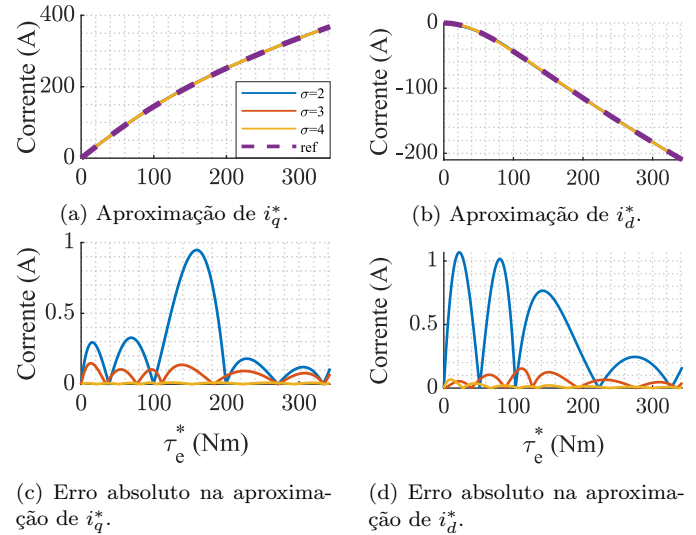


Figura 4. Comparação das curvas aproximadas com a referência.

computacional para executar o MTPA quando comparado à técnica de Morimoto et al. (1994), reduzindo o tempo necessário para processamento em 95, 53% e 93, 56% quando comparado à aproximações de segundo e quarto grau proposta.

### 7.2 Análise do erro de aproximação

Pode-se analisar os erros de aproximação dos polinômios interpoladores afim de avaliar a precisão dos mesmos. Para isso, serão comparados as correntes síncronas obtidas através das aproximações ( $\sigma = 2, 3, 4$ ) e o valor ideal do MTPA ( $i_{qn}^*$  e  $i_{dn}^*$ ), obtendo os resultados expostos na Figura 4.

Através das Figuras 4(a) e 4(b) é visualmente impossível distinguir as aproximações com a referência, portanto, para uma análise mais detalhada, pode-se utilizar as Figuras 4(c) e 4(d), os quais descrevem o erro absoluto de aproximação. Percebe-se, portanto, assim como esperado, que a aproximação de segundo grau possuiu os maiores erros na interpolação, assumindo valor máximo do erro de 1,09 A, representando percentualmente um desvio de 1,53% do valor de referência. Da mesma forma, nota-se que o erro obtido pela aproximação de quarta ordem obteve os menores erros de aproximação e, embora o erro da interpolação de segundo grau seja relativamente baixo, recomenda-se, nesse caso, a utilização dessa aproximação de quarto grau, tendo em vista uma considerável aumento na precisão da interpolação com reduzido aumento de custo computacional, assim como demonstrado anteriormente. Portanto, na seção da simulação da máquina, será utilizada a aproximação polinomial de grau quatro.

### 7.3 Ensaio dinâmico do MTPA

Nessa subseção será analisado o ganho de desempenho do sistema empregando a técnica MTPA descrita nesse estudo. Para tal, será empregado o software Typhoon HIL, para realização das simulações em conjunto com o modelo de alta fidelidade de motor modelado em elementos finitos JMAG-RT (parâmetros na Tabela 5). O conversor



Tabela 2. Coeficientes  $\alpha_{dk(n)}$  e  $\alpha_{qk(n)}$ .

n	$\sigma$											
	2		3		4		2		3		4	
	k = 0	k = 1	k = 0	k = 1	k = 0	k = 1	k = 0	k = 1	k = 0	k = 1	k = 0	k = 1
	d	q	d	q	d	q	d	q	d	q	d	q
0	-3,33m	225u	18,1u	463n	-43,9n	-3,25n	-1,88m	-753u	-4,17u	1,89u	80n	-3,92n
1	-101m	-786m	-6,17m	-60u	28,9u	3,5u	1,63	1,22	-1,27m	-2,26m	-21,9u	5,43u
2	0	32,9	-736u	-736m	-6,97m	-1,08m	0	37,3	1,62	1,62	-71,7u	-3,41m
3	--	--	0	30,9	15,7m	-591m	--	--	0	3,82	1,59	1,77
4	--	--	--	--	0	23,6	--	--	--	--	0	-3,61

Tabela 3. Tempo de processamento de  $P_{id(\sigma)}$ .

Método	s/BRH	c/BRH
$id = 0$	430,87 ns	--
Morimoto	019,31 $\mu$ s	--
$\sigma = 2$	017,75 $\mu$ s	861,75 ns
$\sigma = 3$	242,15 $\mu$ s	001,06 $\mu$ s
$\sigma = 4$	465,53 $\mu$ s	001,24 $\mu$ s

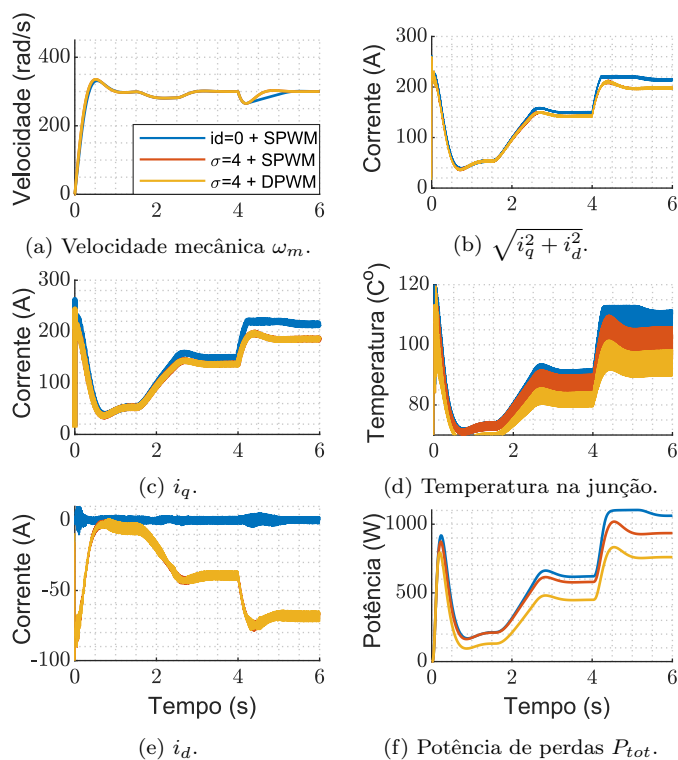


Figura 5. Ensaio do sistema.

que realizará o acionamento dessa máquina é um inversor trifásico operando em 100 kHz composto por módulos MSCSM70AM10CT3AG da fabricante Microsemi (parâmetros na Tabela 6).

O ensaio consiste em operar a máquina com controle de velocidade com referência constante de 300 rad/s, partindo com carga de 30 Nm. No instante de  $t = 1.5s$  é imposta uma rampa de carga até 90 Nm com duração de 1s, e, por fim, aos 4s a máquina sofre um degrau de carga para 130 Nm. Três estratégias foram avaliadas nesse ensaio:  $id = 0 + SPWM$ ,  $\sigma = 4 + SPWM$  e  $\sigma = 4 + DPWM$ ; logo, possibilitando a análise do desempenho da técnica MTPA e modulação descontínua (DDT)-GDPWM. Os resultados estão expostos na Figura 5.

Pode-se observar que em todas estratégias de acionamento a referência de velocidade foi devidamente rastreada, rejeitando de forma adequada os distúrbios de carga. Nota-se, no entanto, que os acionamentos com MTPA possuíam um desempenho dinâmico ligeiramente superiores, devido à capacidade de produzir um torque máximo maior tendo em vista o limite físico de condução corrente do conversor. As correntes síncronas do MTPA com e sem modulação descontínua são visualmente idênticas, por isso torna-se impossível distinguir ambas no resultado apresentado. Também é possível analisar a injeção de corrente  $i_d$  na Figura 5(c), a qual, por consequência, reduziu o o módulo das correntes síncronas na Figura 5(d), quando comparado ao sistema de acionamento com  $i_d = 0$ .

As diferenças entre as três estratégias residem principalmente nas perdas do sistema. É clara a redução de potência dissipada e temperatura da junção na Figura 5(e) quando utilizada a técnica  $\sigma = 4 + SPWM$  em relação à  $id = 0 + SPWM$ . Isso deve-se ao fato de circular uma corrente menor pelo conversor e pela máquina, diminuindo assim as perdas. Da mesma forma, deve-se ressaltar que a estratégia  $\sigma = 4 + DPWM$  resultou em reduções ainda mais severas na temperatura da junção e perdas do sistema, além de não inserir visíveis dinâmicas no comportamento da máquina. Para análise mais detalhada dessas diferenças, pode-se observar na Tabela 4 uma análise do sistema em regime permanente.

Tabela 4. Análise de desempenho do sistema entre 5.9s e 6s.

	$i_d = 0$ SPWM	$\sigma = 4$ SPWM	$\sigma = 4$ DPWM
$\max\{T_j\}$ (C°)	112,32	106,54	98,73
$\max\{P_{tot}\}$ (W)	1064	934	759
$\max\{ripple T_e\}$ (Nm)	3,17	3,21	3,59

A técnica proposta nesse trabalho reduziu em 13.59C° a temperatura de junção e 28% da  $P_{tot}$ . No entanto ocorreu um ligeiro acréscimo no ripple de corrente, o que não refletiu em significativo prejuízo no desempenho da máquina. Caso o ripple de corrente ocasione em desempenho degradado, recomenda-se a utilização da técnica MTPA com modulação SPWM, a qual também garante redução das perdas e temperatura do sistema.

## 8. CONCLUSÃO

O presente estudo concentrou esforços em reduzir as perdas do conjunto IPMSM e conversor estático, visando obter um elevado desempenho dinâmico do motor e reduzido custo computacional com os algoritmos desenvolvidos. Para redução da corrente que circula no sistema foi

proposto uma estratégia MTPA baseado em interpolação polinomial atrelado ao método de Briot-Ruffini-Horner. Em conjunto à estratégia de controle, foi proposta a utilização da consolidada técnica DDT-GDPWM, visando redução das perdas por comutação do conversor. Os resultados validaram o método proposto, demonstrando que a interpolação do MTPA garantiu elevada precisão na aproximação e reduzido tempo de processamento; ao passo que as simulações validaram a redução da temperatura do conversor e perdas totais do sistema, além de proporcionar dinâmicas mais rápidas na máquina quando comparado à técnica sem MTPA.

## APÊNDICE

Os parâmetros da máquina e da chave MOSFET utilizados no presente trabalho são dados na Tabela 5 e 6.

Tabela 5. Parâmetros da IPMSM

Parâmetro	Valor
Potência nominal	100 kW
Corrente máxima	283 A
Tensão máxima	500 V
Número de par de polos	8
Resistência estática	2 mΩ
Indutância do eixo d/q	350/590 μH
Velocidade máxima	9000 rpm

Tabela 6. Parâmetros da chave MOSFET

Parâmetro	Valor
Tensão máxima <i>drain-source</i>	400 V
Tensão máxima <i>gate-source</i>	-10/25 V
Resistência <i>drain-source</i>	9.5 mΩ
Corrente máxima CC (25°C)	241 A
Dissipação máxima	690W

## REFERÊNCIAS

- Abad, G. (2016). *Power electronics and electric drives for traction applications*.
- Cai, Q. and Song, L. (2011). The lagrange interpolation polynomial algorithm error analysis. In *2011 International Conference on Computer Science and Service System (CSSS)*, 3719–3722. doi:10.1109/CSSS.2011.5972217.
- Du, J., Wang, X., and Lv, H. (2016). Optimization of magnet shape based on efficiency map of ipmsm for evs. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 26(7), 1–7. doi:10.1109/TASC.2016.2594834.
- Franco, N.M.B. (2015). *Cálculo Numérico*. PEARSON.
- Guo, Q., Chengming, Z., Li, L., Zhang, J., and Wang, M. (2016). Maximum efficiency per torque control of permanent-magnet synchronous machines. *Applied Sciences*, 6, 425. doi:10.3390/app6120425.
- Han, F., Guo, H., and Ding, X. (2021). Design and optimization of a liquid cooled heat sink for a motor inverter in electric vehicles. *Applied Energy*, 291, 116819.
- Hava, A., Kerkman, R., and Lipo, T. (1998). A high-performance generalized discontinuous pwm algorithm. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 34(5), 1059–1071. doi:10.1109/28.720446.
- Hava, A., Kerkman, R., and Lipo, T. (1999). Simple analytical and graphical methods for carrier-based pwm-vsi drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 14(1), 49–61. doi:10.1109/63.737592.
- Huang, S., Chen, Z., Huang, K., and Gao, J. (2010). Maximum torque per ampere and flux-weakening control for pmsm based on curve fitting. In *2010 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, 1–5. doi:10.1109/VPPC.2010.5729024.
- Jin, C., Jung, D., Kim, K., Chun, Y., Lee, H., and Lee, J. (2009). A study on improvement magnetic torque characteristics of ipmsm for direct drive washing machine. *IEEE Transactions on Magnetics*, 45(6), 2811–2814. doi:10.1109/TMAG.2009.2018667.
- Jung, S., Hong, J., and Nam, K. (2013). Current minimizing torque control of the ipmsm using ferrari’s method. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(12), 5603–5617. doi:10.1109/TPEL.2013.2245920.
- Kim, S. (2017). *Electric Motor Control: DC, AC, and BLDC Motors*. Elsevier Science.
- Krishnan, R. (2009). *Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives*. CRC Press, 1 edition.
- Li, K. and Wang, Y. (2019). Maximum torque per ampere (mtpa) control for ipmsm drives using signal injection and an mtpa control law. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 15(10), 5588–5598. doi:10.1109/TII.2019.2905929.
- Mandrioli, R., Viatkin, A., Hammami, M., Ricco, M., and Grandi, G. (2020). A comprehensive ac current ripple analysis and performance enhancement via discontinuous pwm in three-phase four-leg grid-connected inverters. *Energies*, 13(17). doi:10.3390/en13174352.
- Morimoto, S., Sanada, M., and Takeda, Y. (1994). Wide-speed operation of interior permanent magnet synchronous motors with high-performance current regulator. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 30(4), 920–926. doi:10.1109/28.297908.
- Nguyen, B., Zhang, X., Ferencz, A., Takken, T., Senger, R., and Coteus, P. (2018). Analytic model for power mosfet turn-off switching loss under the effect of significant current diversion at fast switching events. In *2018 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, 287–291. doi:10.1109/APEC.2018.8341024.
- Nguyen, T.D., Hobraiche, J., Patin, N., Friedrich, G., and Vilain, J.P. (2011). A direct digital technique implementation of general discontinuous pulse width modulation strategy. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 58(9), 4445–4454. doi:10.1109/TIE.2010.2102311.
- Ojo, O. (2004). The generalized discontinuous pwm scheme for three-phase voltage source inverters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 51(6), 1280–1289. doi:10.1109/TIE.2004.837919.
- Pan, C. and Sue, S. (2005). A linear maximum torque per ampere control for ipmsm drives over full-speed range. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 20(2), 359–366.
- Quarteroni, A., Sacco, R., and Saleri, F. (2007). *Numerical Mathematics*, volume 37. doi:10.1007/b98885.
- Sun, J., Lin, C., Xing, J., and Jiang, X. (2019). Online mtpa trajectory tracking of ipmsm based on a novel torque control strategy. *Energies*, 12(17). doi:10.3390/en12173261.