

Controle de Atitude por Modos Deslizantes para um Foguete Experimental^{*}

Paula Reis da Silva^{*} Tiago Roux Oliveira^{**} Davi A. Santos^{***}

^{*} Departamento de Engenharia Eletrônica e Telecomunicações, Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Rio de Janeiro, RJ, (e-mail: aluapreis96@gmail.com)

^{**} Programa de Pós Graduação em Engenharia Eletrônica, Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Rio de Janeiro, RJ, (e-mail: tiagoroux@uerj.br)

^{***} Departamento de Mecatrônica, Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos, SP, (e-mail: davists@ita.br)

Abstract: This paper addresses the development and results of an attitude control system designed for an experimental rocket, built to have its rotational axes stabilized during the entire rocket's ascent flight operation. To achieve this, its nonlinear equations of motion were developed, not considering aerodynamics coefficients and mass variation. Therefore, the control law was designed using the sliding mode control for the nonlinear equations, since it is a well-known robust control method. Simulations of the whole system were performed and the results were analyzed taking into account the expected results for the control system. Thus, all the results and knowledge obtained during this project offer an alternative to the most used control systems in real aerospace applications.

Resumo: Este artigo aborda o desenvolvimento e os resultados do projeto de um sistema de controle de atitude para um foguete experimental, o qual foi projetado de modo a estabilizar os seus eixos de rotação ao longo de todo o seu período de ascensão vertical. Para isso, suas quatro equações de movimento não-lineares foram desenvolvidas desconsiderando-se os coeficientes aerodinâmicos e variações de massa que ocorrem ao longo do voo de um foguete. Desta forma, realizou-se o projeto do controlador utilizando o controle por modos deslizantes, o qual garante uma maior robustez ao sistema. Os resultados obtidos a partir das simulações do sistema foram analisados, considerando-se o que era esperado do sistema de controle em questão. Os resultados e conhecimentos adquiridos ao longo deste trabalho oferecem uma alternativa aos métodos de controle comumente utilizados em foguetes reais, os quais não possuem uma boa robustez.

Keywords: attitude control; sliding mode control; experimental rocket.

Palavras-chaves: controle de atitude; controle por modos deslizantes; foguete experimental.

1. INTRODUÇÃO

Ao longo das últimas décadas, com o avanço da tecnologia e da miniaturização dos sistemas espaciais, houve um aumento significativo na construção de micro e nano satélites (1kg a 100kg) devido ao seu baixo custo e complexidade, de acordo com Marchi (2017). Com isso, juntando-se ao mercado já existente de satélites, a indústria está cada vez maior, quase dobrando seu tamanho em um espaço de 10 anos, conforme explicado em (Dolgopolov, 2018).

Para dar conta deste crescente mercado, a indústria de lançadores de satélites deverá acompanhá-lo. Empresas como SpaceX, Blue Origin e Rocket Lab realizam constantes desenvolvimentos de seus foguetes para conquistar o melhor custo benefício de lançamentos de satélites.

De modo a garantir uma implantação bem sucedida de satélites nas suas respectivas órbitas de destino, o veículo lançador necessita de um bom sistema de controle, capaz

de performar tanto um lançamento estável e seguro quanto as manobras espaciais ao longo do voo.

Entretanto, o projeto de um sistema de controle de foguete ainda é um grande desafio, devido à sua característica intrínseca de não-linearidade, além de ser um sistema variante no tempo e possuir variáveis de estados acopladas. Assim, é usual a linearização do sistema em torno de um ponto de operação, além da suposição de que alguns parâmetros do sistema sejam constantes.

Embora o mercado do setor aeroespacial tenha crescido bastante nos últimos anos, o Brasil ainda não possui um veículo lançador de satélites pronto que seja capaz de enviar satélites brasileiros em órbita. Assim, desde meados da década anterior, o foguete VLM-1 (Veículo Lançador de Microsatélites) começou a ser desenvolvido pelo IAE (Instituto de Aeronáutica e Espaço), em parceria com o DLR (Centro Aeroespacial da Alemanha) (Daitx e Kienitz, 2014). O foguete contará com um sistema de controle

^{*} Este trabalho foi financiado pelo CNPq, CAPES e FAPERJ.

linear, com atuação por controle vetorial de empuxo, conforme pode ser visto em (Wekerle et al., 2016).

De acordo com o que foi visto, mesmo que o controle linear seja mais simples de ser projetado e implementado, ele não garante uma boa robustez em relação a incertezas de modelo e distúrbios. Assim, seria interessante para o programa aeroespacial brasileiro a implementação de controles mais robustos utilizando-se os modelos não-lineares dos foguetes em questão.

Os foguetes experimentais, altamente difundidos entre equipes universitárias e amadoras pelo Brasil nos últimos anos, devido à popularização de competições como o Festival Brasileiro de Minifoguetes, a Latin American Space Challenge e a COBRUF Rockets, representam uma porta de entrada de vários estudantes para o setor aeroespacial.

Assim, com uma motivação de poder colaborar futuramente com o programa aeroespacial brasileiro, o presente trabalho propõe um sistema de controle de atitude para um modelo de foguete experimental, utilizando-se o método de controle por modos deslizantes, o qual proporciona uma maior robustez do sistema em relação a incertezas de modelo e distúrbios.

A dinâmica de um veículo aeroespacial é normalmente estudada em 6 graus de liberdade: três em translação e três em rotação. O controle de atitude é inserido com o objetivo de controlar os movimentos de rotação do veículo que, por sua vez, são comumente chamados de rolamento (ϕ , em torno do eixo x), arfagem (θ , em torno do eixo y) e guinada (ψ , em torno do eixo z). Vide ilustração na Figura 1.

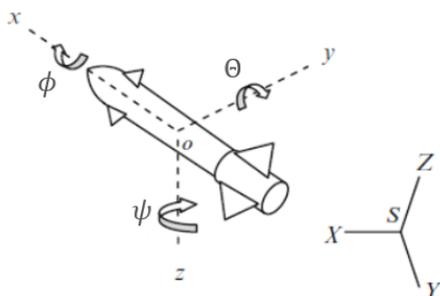


Figura 1. Seis graus de liberdade de um foguete.

Em (Hall et al., 1999) e (Hall et al., 1998), um controlador PID é utilizado no projeto do sistema de controle de atitude para o foguete X-33. Já em (Zhu et al., 2001), foi utilizado um método por linearização de trajetória do sistema para controlar a atitude do mesmo foguete. Entretanto, a robustez ainda é um problema e, por isso, técnicas de controle não-lineares robustas, como o controle por modos deslizantes, são cotadas para reduzir riscos e tempos de análises pré-voos, de acordo com Scott e Shtessel (2010).

Em (Scott e Shtessel, 2010), um controlador por modos deslizantes de ordens superiores foi implementado para o foguete SLV-X utilizando a representação de atitude por quaternions. Já em (Yongwoo e Youdan, 2015), foi realizada uma comparação entre as técnicas de controle por modos deslizantes clássica e de ordens superiores para

um controle de atitude de um míssil, utilizando uma modelagem baseada em ângulos de Euler.

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A planta a ser controlada neste projeto é o foguete experimental ATOM II, projetado pelo Grupo de Foguetes do Rio de Janeiro para alcançar um apogeu de 3 km. O projeto conceitual do foguete, feito utilizando-se o software OpenRocket, pode ser visto na Figura 2.

Devido às suas dimensões pequenas, que permitem descon siderar modos flexíveis, a modelagem foi feita considerando o um corpo rígido, ou seja, um corpo no qual as partículas possuem posições relativas constantes, uma em relação às outras, ao longo do tempo de operação do sistema.

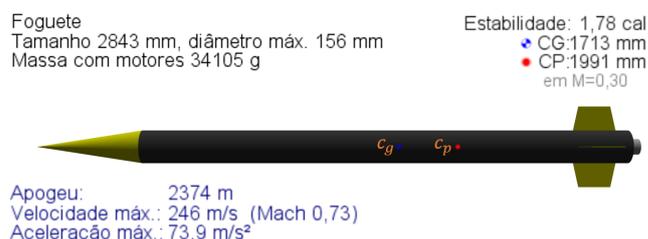


Figura 2. Foguete ATOM II.

2.1 Sistemas de Coordenadas

Para este projeto, considerou-se que o foguete está em seu período de ascensão vertical, que, neste caso, possui uma curta duração de 23 segundos até o seu apogeu. Por esse motivo, a rotação da Terra foi desconsiderada e escolheu-se dois sistemas: o Sistema de Coordenadas Inercial (I) e o Sistema de Coordenadas do Foguete (B).

O sistema de coordenadas inercial I é representado pelos vetores unitários $\{X, Y, Z\}$ e corresponde a um sistema geocêntrico não rotativo. Já o sistema de coordenadas do foguete B , representado pelos vetores unitários $\{x, y, z\}$, possui como origem o centro de gravidade do veículo, tendo como eixo x o seu eixo longitudinal e os eixos y e z dispostos de modo a garantir que o sistema de coordenadas seja dextrogiro.

Para o presente projeto, escolheu-se a utilização dos ângulos de Euler $\Phi = [\phi \ \theta \ \psi]^T$, na sequência 321, por ser um formato mais tangível fisicamente e, portanto, com visualização relativamente simples. Embora esta sequência apresente uma singularidade quando $\theta = 90^\circ$, ela não causa impactos neste projeto uma vez que esta atitude não deve ser atingida.

Assim, a partir do mostrado em (Hughes, 2004), tem-se a formulação para a matriz de atitude em função dos ângulos de Euler, que é utilizada para a transformação de vetores descritos no referencial I para o B :

$$D^{B/I} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ -c\phi s\psi + s\phi s\theta c\psi & c\phi c\psi + s\phi s\theta s\psi & s\phi c\theta \\ s\phi s\psi + c\phi s\theta c\psi & -s\phi c\psi + c\phi s\theta s\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix}, \quad (1)$$

onde $s(\cdot) \equiv \sin(\cdot)$ e $c(\cdot) \equiv \cos(\cdot)$

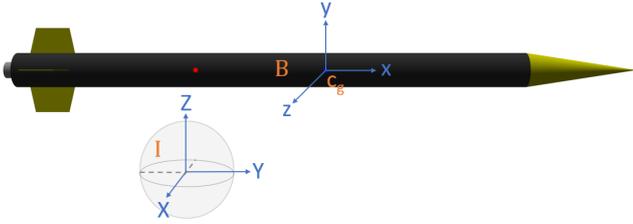


Figura 3. Sistemas de coordenadas utilizados.

2.2 Equações dinâmicas

As equações de movimento do veículo foram desenvolvidas considerando-o como um corpo rígido, a partir dos trabalhos realizados em (Cornelisse, 1979), (Wie, 2008), (Du e Wie, 2012) e (Hughes, 2004).

A equação da dinâmica translacional do foguete descrita no referencial B é obtida a partir da segunda Lei de Newton, e é dada por

$$\mathbf{V}_B + [\boldsymbol{\omega}_B^{B/I} \times] \mathbf{V}_B = \frac{1}{m} (\mathbf{F}_B^a + \mathbf{F}_B^t) + (\mathbf{D}^{B/I})^T \mathbf{g}_I, \quad (2)$$

onde m é a massa do foguete, $\mathbf{V}_B = [u \ v \ w]^T$ corresponde ao seu vetor velocidade linear, $\boldsymbol{\omega}_B^{B/I} = [p \ q \ r]^T$ é o vetor de velocidade angular, \mathbf{F}_B^a é a resultante das forças aerodinâmicas e aparentes, \mathbf{F}_B^t é o vetor empuxo do motor, \mathbf{g}_I é o vetor aceleração gravitacional e $[\boldsymbol{\omega}_B^{B/I} \times]$ é a matriz produto vetorial de $\boldsymbol{\omega}_B^{B/I}$, definida, por exemplo, em (Hughes, 2004) como

$$[\boldsymbol{\omega}_B^{B/I} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Já a equação de movimento rotacional (equação de Euler) descrita em B é obtida partindo-se da segunda Lei de Euler, e é dada por

$$\mathbf{J}_B \dot{\boldsymbol{\omega}}_B^{B/I} = -[\boldsymbol{\omega}_B^{B/I} \times] \mathbf{J}_B \boldsymbol{\omega}_B^{B/I} + \mathbf{T}_B^a + \mathbf{T}_B^c, \quad (4)$$

onde $\mathbf{J}_B = \text{diag}\{J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}\}$ é o tensor de inércia (suposto aqui ser diagonal), \mathbf{T}_B^a é o torque provocado pela resultante das forças aerodinâmicas e \mathbf{T}_B^c é o torque de controle.

2.3 Equações cinemáticas

As equações cinemáticas translacional e rotacional do foguete são as responsáveis por descrever seus estados de posição e atitude, respectivamente.

A equação de posição é obtida através da derivação do vetor velocidade. Entretanto, como deseja-se obter o vetor posição $\mathbf{R}_I = [R_x \ R_y \ R_z]^T$, descrito no referencial inercial I , e a velocidade medida é descrita no referencial B , tem-se

$$\dot{\mathbf{R}}_I = \mathbf{D}^{I/B} \mathbf{V}_B. \quad (5)$$

Levando em conta novamente os ângulos de Euler na sequência 321, de acordo com o mostrado por Hughes (2004), a equação cinemática de atitude é dada por

$$\dot{\boldsymbol{\Phi}} = \mathbf{G}_\Phi \boldsymbol{\omega}_B^{B/I}, \quad (6)$$

onde $\boldsymbol{\Phi} = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ são os ângulos de Euler e a matriz \mathbf{G}_Φ é dada por

$$\mathbf{G}_\Phi = \frac{1}{\cos \theta} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \sin \theta \\ 0 & \cos \phi \cos \theta & -\sin \phi \cos \theta \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (7)$$

2.4 Modelo em espaço de estados

De forma a simplificar o projeto do controlador, as equações de movimento de atitude, (4) e (6), são aqui reescritas no formato de espaço de estados:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_2) + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{B}\mathbf{d}, \quad (9)$$

onde $\mathbf{x}_1 \triangleq \boldsymbol{\Phi}$, $\mathbf{x}_2 \triangleq \boldsymbol{\omega}_B^{B/I}$, $\mathbf{B} \triangleq \mathbf{J}_B^{-1}$, $\mathbf{u} \triangleq \mathbf{T}_B^c$, $\mathbf{d} \triangleq \mathbf{T}_B^a$,

$$\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \triangleq \mathbf{G}_\Phi(\mathbf{x}_1)\mathbf{x}_2,$$

$$\mathbf{f}_2(\mathbf{x}_2) \triangleq -\mathbf{J}_B^{-1}[\mathbf{x}_2 \times] \mathbf{J}_B \mathbf{x}_2.$$

Para o projeto do controlador de atitude na seção seguinte, é também útil obter uma equação diferencial de segunda ordem para cada componente de \mathbf{x}_1 . Isso é feito derivando (8) em relação ao tempo, o que resulta em

$$\ddot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{f}_3(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \mathbf{g}(\mathbf{x}_1)\mathbf{u} + \mathbf{g}(\mathbf{x}_1)\mathbf{d}, \quad (10)$$

onde

$$\mathbf{f}_3(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \dot{\mathbf{G}}_\Phi(\mathbf{x}_1)\mathbf{x}_2 + \mathbf{G}_\Phi(\mathbf{x}_1)\mathbf{f}_2(\mathbf{x}_2), \quad (11)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_1) = \mathbf{G}_\Phi(\mathbf{x}_1)\mathbf{B}. \quad (12)$$

Por fim, vamos supor que o distúrbio \mathbf{d} seja limitado segundo $|d_i| < \rho_i$, $i = 1, 2, 3$, onde $\rho_i > 0$ são constantes conhecidas.

3. PROJETO DO CONTROLADOR

Esta seção projeta um controlador por modos deslizantes para estabilizar robustamente os ângulos de rolamento ϕ , arfagem θ e guinada ψ .

Optou-se pelo controle por modos deslizantes visto que esta é uma técnica de controle robusta a incertezas do sistema, que estão presentes neste projeto na forma de esforços aerodinâmicos e aparentes não modelados com o propósito de se obter uma representação simplificada.

Sendo assim, a saída controlada corresponde a \mathbf{x}_1 . Esta deverá seguir o sinal de referência representado por $\bar{\mathbf{x}}_1$ e, portanto, a diferença entre ambos os sinais deverá ser nula. Define-se o erro de saída como:

$$\tilde{\mathbf{x}}_1 \triangleq \mathbf{x}_1 - \bar{\mathbf{x}}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{\phi} \\ \tilde{\theta} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{\phi} \\ \bar{\theta} \\ \bar{\psi} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

A partir da definição do erro de saída $\tilde{\mathbf{x}}_1$, pode-se encontrar a sua dinâmica ao derivá-la e substituindo $\tilde{\mathbf{x}}_1$ pela equação (10), conforme mostrado a seguir:

$$\ddot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 = \mathbf{f}_3(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \mathbf{g}(\mathbf{x}_1)\mathbf{u} + \mathbf{g}(\mathbf{x}_1)\mathbf{d} - \ddot{\bar{\mathbf{x}}}_1. \quad (14)$$

De acordo com Slotine e Li (1991), vamos definir uma superfície de deslizamento $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}$, onde, para $i = 1, 2, 3$,

$$\sigma_i \triangleq \left(\frac{d}{dt} + \lambda_i \right)^{n-1} \tilde{x}_{1,i}. \quad (15)$$

Sabe-se que a equação de cada uma das variáveis de estado é de segunda ordem, ou seja, $n = 2$. Assim, tem-se as três variáveis de deslizamento descritas pela equação matricial

$$\boldsymbol{\sigma} = \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 + \boldsymbol{\lambda}\tilde{\mathbf{x}}_1, \quad (16)$$

onde

$$\boldsymbol{\lambda} \triangleq \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix},$$

com λ_1, λ_2 e $\lambda_3 \in \mathbb{R}_+$.

Derivando-se a equação (16) e substituindo $\ddot{\tilde{\mathbf{x}}}_1$ pela equação (14), o modelo dinâmico para a variável de deslizamento $\boldsymbol{\sigma}$ é obtido a seguir:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{F} - \bar{\mathbf{X}}_1 + \mathbf{g}(\mathbf{x}_1)\mathbf{u} + \mathbf{g}(\mathbf{x}_1)\mathbf{d}, \quad (17)$$

onde $\mathbf{F} \triangleq \mathbf{f}_3(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \boldsymbol{\lambda}\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1$ e $\bar{\mathbf{X}}_1 \triangleq \ddot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 + \boldsymbol{\lambda}\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1$.

De modo a garantir que a trajetória do sistema alcance a superfície de deslizamento e nela permaneça até o fim da operação do sistema, tolerando a presença dos distúrbios e incertezas dinâmicas, propõe-se a seguinte lei de controle para o modelo apresentado em (17):

$$\mathbf{u} = -\mathbf{g}^{-1}(\mathbf{x}_1) (\mathbf{F} - \bar{\mathbf{X}}_1 + \mathbf{K}_s \text{sign}(\boldsymbol{\sigma})). \quad (18)$$

Assim, tem-se a dinâmica da superfície como:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = -\mathbf{K}_s \text{sign}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}_1)\mathbf{d}, \quad (19)$$

onde

$$\text{sign}(\boldsymbol{\sigma}) \triangleq \begin{bmatrix} \text{sign}(\sigma_1) \\ \text{sign}(\sigma_2) \\ \text{sign}(\sigma_3) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_s \triangleq \begin{bmatrix} k_{s1} & 0 & 0 \\ 0 & k_{s2} & 0 \\ 0 & 0 & k_{s3} \end{bmatrix},$$

com k_{s1}, k_{s2} e $k_{s3} \in \mathbb{R}_+$.

A efetividade da condição apresentada em (19) pode ser confirmada utilizando-se a seguinte candidata a função de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^3 |\sigma_i| \right)^2. \quad (20)$$

Derivando-se (20) no tempo e substituindo a equação (19), tem-se:

$$\dot{V} = -\sqrt{2}V^{1/2} [\text{tr}(\mathbf{K}_s) - \text{sign}^T(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{g}(\mathbf{x}_1)\mathbf{d}]. \quad (21)$$

Assim, tomando-se a norma do segundo termo de modo a majorá-lo, tem-se que:

$$\dot{V} \leq -\sqrt{2}V^{1/2} [\text{tr}(\mathbf{K}_s) - \sqrt{3} \|\mathbf{g}(\mathbf{x}_1)\| \rho], \quad (22)$$

onde $\rho = \sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2}$.

Conforme mostrado em Bhat e Bernstein (2000), se existir $c > 0$ e $\alpha \in (0, 1)$, tal que \dot{V} satisfaça $\dot{V} \leq -cV^\alpha$, então $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}$ é estável em tempo finito. Assim, de modo que (22) atenda essa condição, basta escolher ganhos k_{s1}, k_{s2} e k_{s3} tais que $\text{tr}(\mathbf{K}_s) > \sqrt{3} \|\mathbf{g}(\mathbf{x}_1)\| \rho, \forall \mathbf{x}_1$.

4. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

As simulações do controlador projetado foram realizadas no software Simulink, considerando-se que o foguete possui uma massa de 34 kg e sua matriz de inércia corresponde a $\mathbf{J}_B = \text{diag}\{0.104, 22.971, 22.971\}$. Os vetores \mathbf{F}_B^a e \mathbf{T}_B^a , que representam as forças e torques aerodinâmicos e aparentes

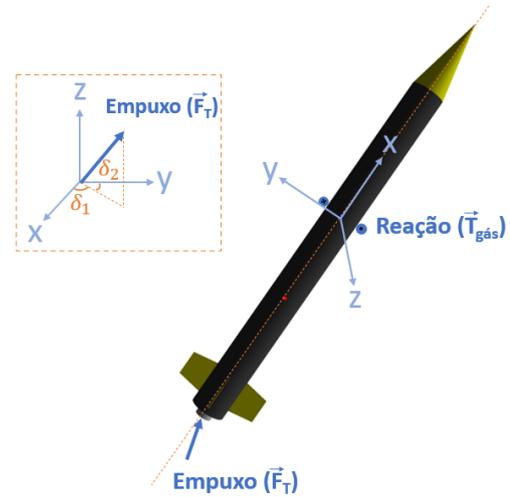


Figura 4. Forças atuadoras no foguete para controle de atitude.

não modelados, foram incluídos como distúrbios senoidais no sistema, com amplitudes de $[100 \ 50 \ 50]^T$ e $[5 \ 100 \ 100]^T$, respectivamente.

As componentes do ganho $\mathbf{K}_s = [150 \ 50 \ 50]^T$ foram escolhidas de modo a superar os distúrbios de torque \mathbf{d} em cada um dos eixos de rotação, de acordo com a condição de estabilidade mostrada ao final da última seção.

Para limitar os sinais de controle do sistema, de modo a evitar situações irreais, considerou-se dois tipos de atuadores e suas limitações físicas, definidos abaixo e ilustrados na Figura 4:

- Para o eixo de rolamento, um sistema de controle por reação foi considerado, utilizando-se jatos de gás frio perpendiculares às laterais do foguete e, assim, proporcionando um torque $T_{gás}$ e;
- Para os eixos de arfagem e guinada, considerou-se um sistema de controle do vetor de empuxo, aplicado em uma tubeira móvel do foguete, com deflexões de δ_1 e δ_2 e resultando em um torque T_{tvc} .

Assim, conforme definido em (Tewari, 2011), estes atuadores têm seus limites físicos definidos por

$$T_{gás} \leq T_{cx} \leq T_{gás}, \quad (23)$$

$$-F_T X_g \delta_2 \leq T_{cy} \leq -F_T X_g \delta_2, \quad (24)$$

$$-F_T X_g \delta_1 \leq T_{cz} \leq -F_T X_g \delta_1. \quad (25)$$

Considerou-se que o torque máximo possui um valor de $T_{gás.max} = 40$ Nm. Já para os eixos de arfagem e guinada, levou-se em conta que a deflexão máxima da tubeira móvel é $\delta_{1.max} = \delta_{2.max} = 10^\circ$. Assim, considerando $F_T = 2489,1$ N como o empuxo médio e $X_g = 1,05$ m como a distância entre o centro de pressão do foguete e a tubeira do motor, obtém-se os limites $-40 \leq T_{gás} \leq 40$ Nm e $-460 \leq T_{tvc} \leq 460$ Nm.

O método numérico Runge-Kutta de quarta ordem foi utilizado, com um passo de 10^{-3} s, e as condições iniciais são mostradas na Tabela 1, as quais foram escolhidas de acordo com situações realistas de lançamento de foguetes experimentais.

Tabela 1. Condições iniciais das variáveis de estado.

Variáveis de estado	Valor inicial
$[\phi \ \theta \ \psi]^T$	$[10^\circ \ 5^\circ \ 1^\circ]^T$
$[p \ q \ r]^T$	$[0 \ 0 \ 0]^T$ rad/s
$[R_x \ R_y \ R_z]^T$	$[0 \ 0 \ 0]^T$ m
$[u \ v \ w]^T$	$[0 \ 0 \ 0]^T$ m/s

As respostas do sistema, bem como os seus sinais de controle e variáveis de deslizamento, podem ser vistos nas Figuras 5–14. As respostas para os estados ϕ , θ e ψ são mostradas pelas linhas azuis nos três primeiros gráficos. Já as linhas laranjas tracejadas representam a resposta do sistema com a ausência do ganho de chaveamento \mathbf{K}_s , na presença apenas da parte nominal do controlador. A nítida diferença entre as respostas evidencia que este termo, o qual é responsável por satisfazer a condição de modo deslizante caso supere os distúrbios presentes, é capaz de oferecer uma resposta robusta mesmo frente a incertezas não modeladas, conforme foi explicado em (Slotine e Li, 1991).

Na Figura 14, tem-se os sinais de controle T_{cx} , T_{cy} e T_{cz} , respectivamente, junto aos seus limites de saturação. Observando-se seus gráficos, é possível notar a presença de uma alta frequência de chaveamento. Neste caso, visto que a implementação da simulação do sistema não apresenta a inclusão de dinâmicas não modeladas, a trepidação presente deve-se a erros consequentes da simulação numérica. Isso pode ser comprovado ao se reduzir o passo da simulação para 10^{-4} s, cuja simulação resultante mostra um aumento na frequência do chaveamento, conforme visto na Figura 15.

Vale ressaltar que, como bem reportado na literatura, a alta frequência de controladores por modos deslizantes do tipo projetado pode levar a um elevado gasto energético e um desgaste excessivos dos atuadores. Adicionalmente, pelo fato de, na prática, não ser possível implementar esse sinal com a frequência idealmente infinita, as variáveis de estado oscilarão em torno da superfície de deslizamento, num movimento conhecido como *chattering*.

Para o modelo translacional do sistema, mostra-se, na Figura 16, a velocidade vertical e a altitude alcançada pelo foguete durante seu tempo de voo. A altitude máxima medida para o foguete simulado foi de 1303,3 m, enquanto sua velocidade máxima foi de 146,3 m/s.

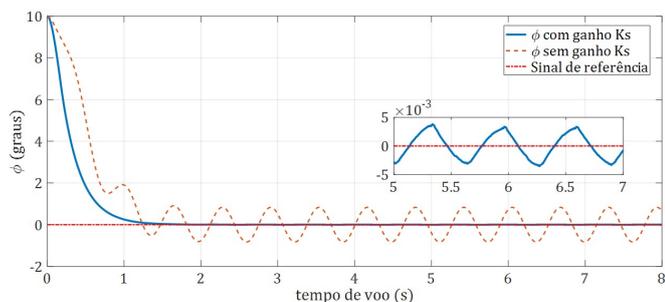


Figura 5. Resposta do sistema para manter o estado ϕ em 0° com e sem a presença do termo \mathbf{K}_s .

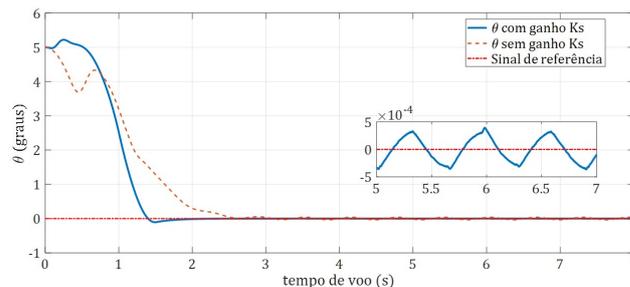


Figura 6. Resposta do sistema para manter o estado θ em 0° com e sem a presença do termo \mathbf{K}_s .

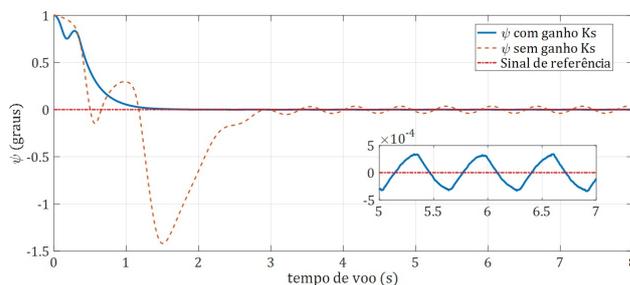


Figura 7. Resposta do sistema para manter o estado ψ em 0° com e sem a presença do termo \mathbf{K}_s .

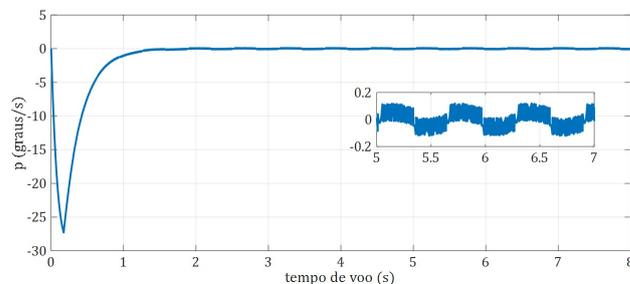


Figura 8. Velocidade angular do eixo x durante o tempo de voo.

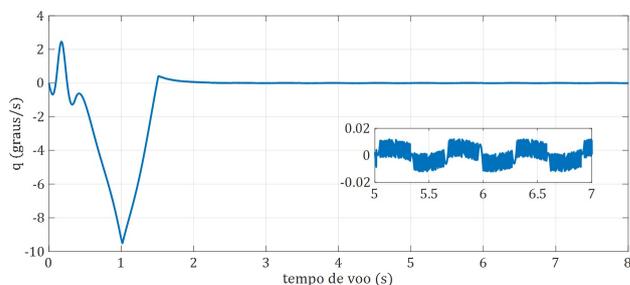


Figura 9. Velocidade angular do eixo y durante o tempo de voo.

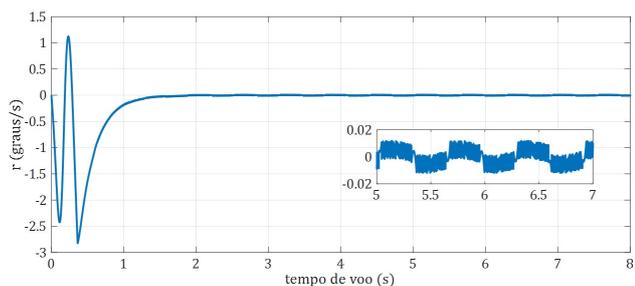


Figura 10. Velocidade angular do eixo z durante o tempo de voo.

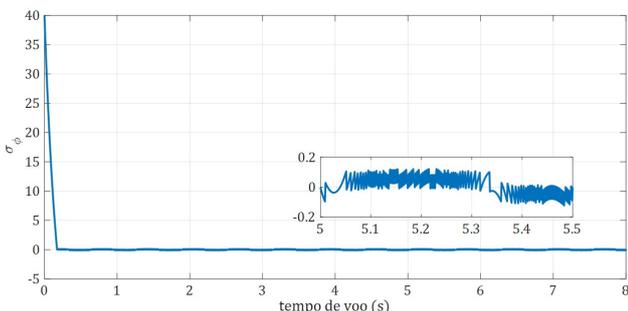


Figura 11. Variável de deslizamento σ_ϕ .

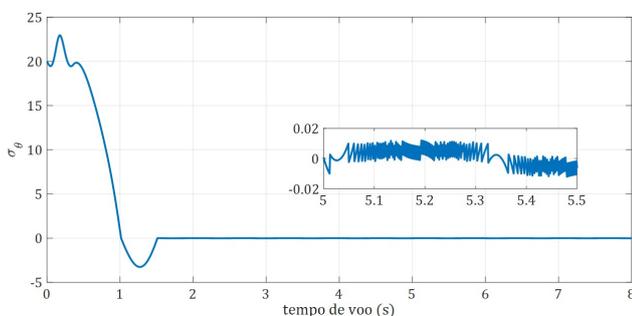


Figura 12. Variável de deslizamento σ_θ .

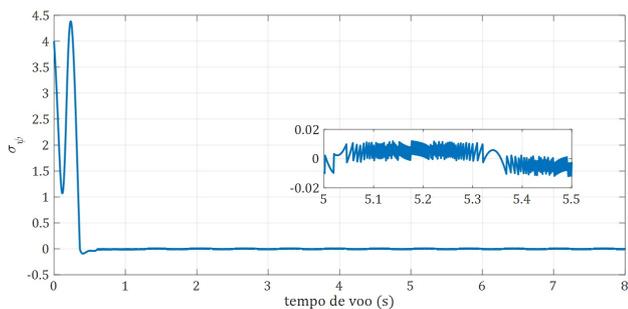


Figura 13. Variável de deslizamento σ_ψ .

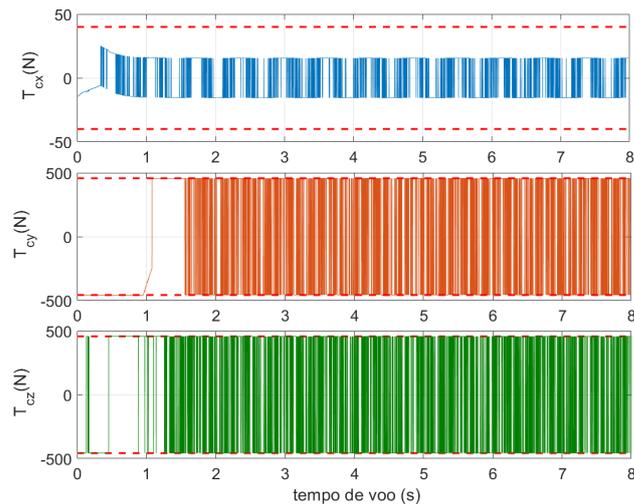


Figura 14. Sinais de controle com a simulação com passo de 10^{-3} s.

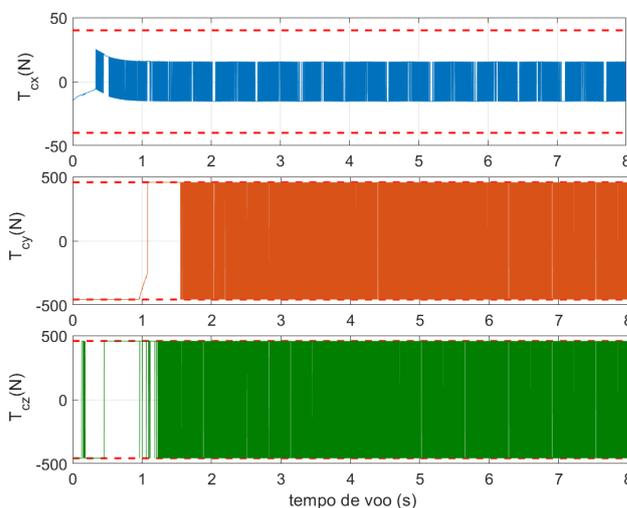


Figura 15. Sinais de controle com a simulação com passo de 10^{-4} s.

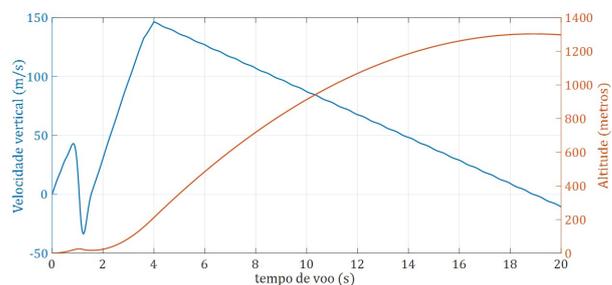


Figura 16. Altitude alcançada pelo foguete e sua velocidade máxima.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho, desenvolveu-se um sistema de controle de atitude para a estabilização dos três eixos de rotação de um foguete experimental: o eixo de rolamento ϕ , o eixo de arfagem θ , e o eixo de guinada ψ . Um modelo

dinâmico-cinemático não linear foi obtido para um foguete experimental, considerando-o como um corpo rígido e desprezando a modelagem específica das suas forças e torques aerodinâmicos. Desta forma, escolheu-se desenvolver um controlador por modos deslizantes de primeira ordem, visto que é um método de projeto robusto que visa apresentar uma resposta estável mesmo frente a incertezas no modelo e distúrbios externos. A partir das simulações do sistema em malha fechada, observou-se que as respostas das variáveis de estado, mesmo na presença de incertezas e distúrbios, apresentaram um bom desempenho ao longo do tempo de operação.

REFERÊNCIAS

- Bhat, S.P. e Bernstein, D.S. (2000). Finite-time stability of continuous autonomous systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 38, 751–766.
- Cornelisse, J. (1979). *Rocket Propulsion and Spacecraft Dynamics*. Pitman, Londres, 1 edition.
- Daitx, H. e Kienitz, K.H. (2014). Desenvolvimento de algoritmo de controle para o veículo lançador de microsatélites (vlm). *Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática*.
- Dolgoplov, A. (2018). Analysis of the commercial satellite industry. doi:10.2514/6.2018-5296.
- Du, W. e Wie, B. (2012). Dynamic modeling and flight control simulation of a large flexible launch vehicle. *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*.
- Hall, C.E., Hodel, A.S., e Hung, J.Y. (1999). Variable structure pid control to prevent integral windup. *Proceedings of the 31st Southeastern Symposium on System Theory, IEEE*.
- Hall, C.E., W., G.M., e Hendrix, N.D. (1998). X-33 attitude control system design for ascent, transition, and entry flight regimes. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, AIAA*.
- Hughes, P.C. (2004). *Spacecraft Attitude Dynamics*. Dover, New York, 1 edition.
- Marchi, L.O. (2017). Estudo de manobras para colocação de um satélite em uma Órbita nominal.
- Scott, J.E. e Shtessel, Y.B. (2010). Launch vehicle attitude control using higher order sliding modes. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*.
- Slotine, J.J.E. e Li, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, New Jersey, 1 edition.
- Tewari, A. (2011). *Advanced Control of Aircraft, Spacecraft and Rockets*. John Wiley Sons, Kanpur, India, 1 edition.
- Wekerle, T., Barbosa, E., Batagini, C., Costa, L., e Trabasso, L. (2016). Brazilian thrust vector control system development: Status and trends. *AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*.
- Wie, B. (2008). *Space Vehicle Dynamics and Control*. AIAA, Iowa, 2 edition.
- Yongwoo, L. e Youdan, K. (2015). Sliding-mode-based missile-integrated attitude control schemes considering velocity change. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 39(3).
- Zhu, J., Hodel, A., Scott, Funston, K., e Hall, C.E. (2001). X-33 entry flight design by trajectory linearization - a singular perturbational approach. *Proceedings of American Astronautical Society Guidance and Control Conference*.