

Algoritmo de Navegação com Fusão de Sensores Utilizando FKE Aplicável a Veículos de Sondagem

Nathália M. da Silva Mesquita* , Carlos A. P. Carvalho**
Leonardo R. Rodrigues*

* Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA
São José dos Campos-SP, Brasil
(e-mails: matos.nathy@gmail.com, leonardolrr@ita.br)

** SIATT
São José dos Campos-SP, Brasil
(e-mail: carlberto@siatt.com.br)

Abstract: This paper presents the development of an inertial navigation system using the Extended Kalman Filter (EKF) algorithm with sensor fusion. For this purpose, the proposed algorithm was applied to a flight simulation of rocket RD-08, which was designed by student from the ITA Rocket Design team (ITA-RD) to participate at the international competition SpacePort America Cup, that took place in the USA, an event belonging to the IREC (Intercollegiate Rocket Engineering Competition). Since the acquisition of sensor data was not possible during the competition, in this paper sensor data were modeled based on technical information obtained from sensor datasheets. Measurements from accelerometers, gyrometers, and GPS were simulated. Finally, the EKF algorithm was implemented with GPS sensor fusion to estimate the velocity, geographic position, attitude, and inertial sensors biases of the vehicle to minimize the modeling and measurement errors.

Resumo: Este artigo apresenta o desenvolvimento de um sistema de navegação inercial a partir do uso do algoritmo de Filtro de Kalman Estendido (FKE) com fusão sensorial. Para isso, o algoritmo proposto foi aplicado na simulação de voo do foguete RD-08, o qual foi desenvolvido pela iniciativa de alunos do ITA, chamada ITA *Rocket Design* (ITA-RD), para participar da competição internacional *SpacePort America Cup* (SA Cup), realizada nos EUA, um evento projetado em torno da IREC (*Intercollegiate Rocket Engineering Competition*). Como não foi possível realizar a aquisição de dados dos sensores durante a competição, no presente trabalho foi feito o modelamento das medidas a partir das informações dos *datasheet* dos sensores. Foram simuladas medidas de acelerômetro, girômetro e GPS. Por fim, houve a implementação do FKE com fusão sensorial com GPS para estimar posição, velocidade, atitude e bias dos sensores inerciais do veículo, com o objetivo de minimizar os erros de medida e de modelagem.

Keywords: Extended Kalman Filter; Inertial Navigation; Sensor Fusion.

Palavras-chaves: Filtro de Kalman Estendido; Navegação Inercial; Fusão Sensorial.

1. INTRODUÇÃO

Com a disponibilidade de computadores com maior capacidade de processamento, surge a viabilidade de utilizar técnicas de fusão de dados com emprego de vários sensores de baixo custo com o objetivo de obter um desempenho final equivalente ao desempenho que seria obtido com o emprego de sensores de alta precisão e custo, evitando possíveis problemas de embargos por parte de países desenvolvidos. Assim, inúmeros estudos sobre técnicas de fusão sensorial vêm sendo publicados, com aplicações em diferentes áreas. Uma área de estudo que pode se beneficiar de tal estratégia é o desenvolvimento de sistemas de navegação inercial.

No trabalho proposto por Leffert *et al.* (1982), os autores apresentam a aplicação do Filtro de Kalman Estendido (FKE) na estimação da atitude de um foguete conside-

rando girômetros nos 3 eixos. Santana (2011) apresenta uma contextualização sobre as diversas aplicações e os desafios de se trabalhar com sensores inerciais, inclusive demonstra algoritmos de fusão sensorial com filtro de Kalman adaptativo suavizado (FKAS) com sensores inerciais e auxiliares, dentre eles bússola eletrônica, hodômetros e conjunto de *landmarks* (marcas topográficas). Em Tagawa *et al.* (2011), é apresentado um método de integração de aceleração e taxa angular de uma UMI de baixo custo com medidas de magnetômetros e de receptor GPS para a determinação de trajetória através da fusão sensorial com o Filtro de Kalman Sigma-Ponto (FKSP). Vianna Junior (2014) aplica a fusão de sensores com GPS em um protótipo de quadrotor através de duas técnicas: filtro complementar e filtro de Kalman.

Como a dinâmica de um foguete é um problema não linear, uma possível abordagem é o uso da técnica chamada Filtro

de Kalman Estendido (FKE). O FKE é um estimador ótimo que consiste em linearizar analiticamente o sistema em torno do último estado estimado e aplicar as equações do Filtro de Kalman convencional.

Dessa forma, o presente artigo apresenta um algoritmo baseado no FKE para pós-processamento dos dados dos sensores, com objetivo de melhorar a precisão da estimativa da trajetória, da atitude, da velocidade e dos biases dos sensores inerciais (girômetro e acelerômetro) de um foguete de sondagem de pequeno porte.

As demais seções deste artigo estão organizadas conforme descrito a seguir. A seção 2 apresenta o modelo não linear usado no problema de navegação inercial. A seção 3 mostra a modelagem usada para simulação dos sensores inerciais (girômetro e acelerômetro) e dos sensores não inerciais (GPS) a serem utilizados no FKE. A seção 4 descreve o algoritmo de FKE com fusão sensorial através das matrizes de covariância e da formulação do FKE. Os resultados observados nos experimentos numéricos são apresentados e discutidos na seção 5. As conclusões do trabalho e oportunidades para trabalhos futuros são apresentadas na seção 6.

2. DESCRIÇÃO DO SISTEMA

Considere o foguete RD-08 apresentado na Figura 1. Para configurar o problema de seis graus de liberdade, houve a coleta dos parâmetros aerodinâmicos, propriedades de massa e dados sobre a propulsão que descrevem o RD-08, a qual foi detalhada em Matos (2018). Com isso, foi possível a análise do comportamento do foguete em voo e o modelamento de dados dos sensores embarcados a serem utilizados para o FKE com fusão sensorial entre a unidade de medida inercial (UMI), chamada GY80, com acelerômetro e girômetro, e o GPS.

Para o presente artigo, foi considerado o sistema de coordenadas NED (*North-East-Down*), conforme apresentado na Figura 2. A estimativa da velocidade, posição geográfica (em latitude, longitude e altitude), quatérnions e biases de girômetro e acelerômetros serão apresentadas a seguir, conforme Cornelisse *et al.* (1979).

A dinâmica da velocidade de navegação, $\mathbf{v}_e^n = [v_N, v_E, v_D]^T$, é dada pela Equação (1).

$$\dot{\mathbf{v}}_e^n = \mathbf{f}^n + (\boldsymbol{\omega}_{en}^n + 2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n) \times \mathbf{v}_e^n \quad (1)$$

onde:

$\mathbf{f}^n = [f_N \ f_E \ f_D]$ são as medidas dos acelerômetros corrigidas e transformadas para o sistema NED, conforme apresentado na Equação (2).

$$\begin{bmatrix} f_N \\ f_E \\ f_D \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{b2n} \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{f}_x \\ \tilde{f}_y \\ \tilde{f}_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ba_x \\ ba_y \\ ba_z \end{bmatrix} \right\} \quad (2)$$

em que $[\tilde{f}_x \ \tilde{f}_y \ \tilde{f}_z]$ são as medidas acelerométricas no sistema do corpo, $[ba_x \ ba_y \ ba_z]$ são os bias respectivos estimados durante o processo e \mathbf{T}_{b2n} é a matriz de rotação do sistema do corpo (plataforma) para o sistema de navegação NED, conforme apresentado na Equação (3).



Figura 1. Foguete RD-08 da equipe ITA *Rocket Design* em 2018 na IREC

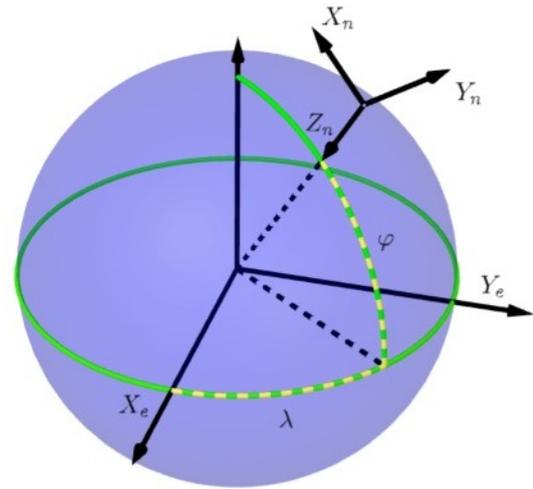


Figura 2. sistema de coordenadas NED (*North-East-Down*)

$$\mathbf{T}_{b2n} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde $\boldsymbol{\omega}_{en}^n$ é a velocidade angular do sistema NED em relação à Terra dada pela Equação (4), e $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n$ é a velocidade angular da Terra em relação ao sistema ECEF dada pela Equação (5).

$$\boldsymbol{\omega}_{en}^n = \begin{bmatrix} \frac{v_E}{R_N + h} \\ -\frac{v_E \tan(\varphi)}{R_N + h} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{ie}^n = \mathbf{T}_{e2n} \boldsymbol{\omega}_{ie}^e = \mathbf{T}_{e2n} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{ie}^e \end{bmatrix} \quad (5)$$

em que ω_{ie}^e é magnitude da velocidade angular da Terra correspondente a 7.292115×10^{-5} rad/s e \mathbf{T}_{e2n} é a matriz de rotação do sistema ECEF para o sistema de navegação NED, dada pela Equação (6).

$$\mathbf{T}_{e2n} = R_y(-\varphi - \pi/2)R_z(\lambda) \quad (6)$$

A dinâmica da posição geográfica, definida por latitude φ , longitude λ e altitude h , é dada pela Equação (7).

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\lambda} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(R_M + h)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(R_N + h)\cos(\varphi)} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_N \\ v_E \\ v_D \end{bmatrix} \quad (7)$$

onde R_N é o raio terrestre leste e R_M é o raio terrestre norte, dados pelas Equações (8) e (9), respectivamente.

$$R_N = \frac{R_t}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2(\varphi))}} \quad (8)$$

$$R_M = \frac{R_t(1 - e^2)}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2(\varphi))^3}} \quad (9)$$

onde R_t é Raio da Terra no equador, correspondente a 6.378138e6 m e e é a excentricidade da Terra correspondente a 0.0818.

A dinâmica do quatérnio, $\mathbf{q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$, é apresentada na Equação (10).

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}^\times \mathbf{q} \quad (10)$$

onde \mathbf{q} é vetor atitude dado por 4 componentes de quatérnios, onde q_0 é a magnitude, dado pela Equação (11).

$$\mathbf{q} = q_0 + q_1 \mathbf{i} + q_2 \mathbf{j} + q_3 \mathbf{k} \quad (11)$$

onde $\boldsymbol{\Omega}^\times$ é a matriz anti-simétrica de ω_{nb}^b , dada pela Equação (12).

$$\boldsymbol{\Omega}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{nbx}^b & -\omega_{nby}^b & -\omega_{nbz}^b \\ \omega_{nbx}^b & 0 & \omega_{nbz}^b & -\omega_{nby}^b \\ \omega_{nby}^b & -\omega_{nbz}^b & 0 & \omega_{nbx}^b \\ \omega_{nbz}^b & \omega_{nby}^b & -\omega_{nbx}^b & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

em que ω_{nb}^b é a medida de rotação dos eixos do corpo em relação a um sistema de navegação inercial (neste trabalho o sistema NED é considerado), escrito no sistema de referência do corpo, que é dado pela Equação (13).

$$\boldsymbol{\omega}_{nb}^b = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \mathbf{T}_{n2b} \{\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n\} \quad (13)$$

em que $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b = [\hat{p} \ \hat{q} \ \hat{r}]$ são as velocidades angulares nos eixos do corpo corrigidas dadas pela Equação (14).

$$\begin{bmatrix} \hat{p} \\ \hat{q} \\ \hat{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{p} \\ \tilde{q} \\ \tilde{r} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} bg_x \\ bg_y \\ bg_z \end{bmatrix} \quad (14)$$

em que $[\tilde{p} \ \tilde{q} \ \tilde{r}]$ são as taxas angulares medidas pelos girômetros e $[bg_x \ bg_y \ bg_z]$ são as derivas respectivas estimadas durante o processo.

As dinâmicas dos biases de girômetro, $\mathbf{b}_g = [bg_x, bg_y, bg_z]^T$, e acelerômetro, $\mathbf{b}_a = [ba_x, ba_y, ba_z]^T$, são dadas pelas Equações (15) e (16), respectivamente. Logo, são variáveis consideradas constantes, desconsiderando o ruído.

$$\dot{\mathbf{b}}_g = 0 \quad (15)$$

$$\dot{\mathbf{b}}_a = 0 \quad (16)$$

As condições iniciais para o algoritmo são apresentadas na Tabela 1.

Variável	Valor	Unidade
φ	-23.211323	Graus
λ	314.140824	Graus
h	641.2032	m
v_N	0	m/s ²
v_E	0	m/s ²
v_D	0	m/s ²
azimute	10	Graus
elevação	85	Graus

Tabela 1. Condições iniciais da dinâmica

3. SIMULAÇÃO DOS SENSORES

A partir da simulação 6DOF, os dados dos sensores foram simulados através do modelo dos sensores. Para isso, os ruídos dos sensores foram definidos de acordo com as especificações contidas nos respectivos datasheets.

Acelerômetro:

O modelo considerado para o acelerômetro é apresentado na Equação (17).

$$\tilde{\mathbf{f}} = \mathbf{f} + \mathbf{r} \mathbf{w}_a + \mathbf{b}_a \quad (17)$$

O acelerômetro utilizado foi o modelo ADXL345 presente na UMI GY80. De acordo com o datasheet Devices (2022), verificou-se que o modelo do acelerômetro é definido pelos seguintes parâmetros:

$$\mathbf{r} \mathbf{w}_a = N(0, \boldsymbol{\sigma}_a) \quad (18)$$

onde:

$$\sigma_a = [0.03 \ 0.03 \ 0.044]^T \text{ m/s}^2 \quad (19)$$

Considerou-se que o bias esperado do acelerômetro fosse:

$$\mathbf{b}_a = 5\sigma_a \quad (20)$$

Além disso, considerou-se as medidas com frequência de 100Hz.

Girômetro:

O modelo do girômetro considerado é dado pela Equação (21).

$$\tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{w} + \mathbf{r}\mathbf{w}_g + \mathbf{b}_g \quad (21)$$

O girômetro utilizado é o modelo L3G4200D presente na UMI GY80, cujo datasheet é dado por STMICROELECTRONICS (2010). De acordo com Heera *et al.* (2016), verificou-se que o ruído ARW médio para os eixos são $0.01564^\circ/\sqrt{s}$. Considerou-se as medidas com frequência de 100Hz.

Então, de acordo com o modelo do ruído do girômetro descrito por Woodman (2007), tem-se que:

$$\sigma_\theta(t) = \sigma\sqrt{t\Delta t}$$

$$ARM = \sigma_\theta(1)$$

sendo $\Delta t = 0.01s$, então para os 3 eixos:

$$\sigma_g = \begin{bmatrix} 0.1564 \\ 0.1564 \\ 0.1564 \end{bmatrix} \text{ grau/s} \quad (22)$$

Assim, o ruído aleatório do girômetro é dado pela Equação (23).

$$\mathbf{r}\mathbf{w}_g = N(0, \sigma_g) \quad (23)$$

Considerou-se neste trabalho que o ruído aleatório do bias do girômetro é desprezado e o bias do girômetro é dado pela Equação (24).

$$\mathbf{b}_g = 5\sigma_g \quad (24)$$

GPS:

O modelo do GPS considerado pela Equação (25).

$$\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{p} + \mathbf{r}\mathbf{w}_{gps} \quad (25)$$

O GPS utilizado é o modelo u-blox 7 GPS Antenna Module, cujo datasheet é dado por u-blox (2015). Para fins de modelagem, considerou-se que:

$$\mathbf{r}\mathbf{w}_{gps} = N(0, \sigma_{gps}) \quad (26)$$

onde:

$$\sigma_{gps} = \begin{bmatrix} 0.0001^\circ \\ 0.0001^\circ \\ 20m \end{bmatrix} \quad (27)$$

Além disso, considerou-se as medidas com frequência de 10Hz.

Com isso, os parâmetros de definição dos sensores são dados pela Tabela 2.

Parâmetro	Valor	Unidade
σ_a	$[0.03 \ 0.03 \ 0.044]^T$	m/s^2
\mathbf{b}_a	$5\sigma_a$	m/s^2
σ_g	$[0.1564 \ 0.1564 \ 0.1564]^T$	$^\circ/s$
\mathbf{b}_g	$5\sigma_g$	$^\circ/s$
σ_{gps}	$[0.0001^\circ \ 0.0001^\circ \ 20m]^T$	

Tabela 2. Parâmetros dos sensores simulados

4. DESCRIÇÃO DO ALGORITMO DE FKE

4.1 Matriz de Covariância dos Erros Inicial \mathbf{P}_0

A matriz \mathbf{P}_0 é a matriz diagonal de covariância das incertezas na Tabela 3.

Parâmetro	Valor
σ_{v_N}	2 m/s
σ_{v_E}	5 m/s
σ_{v_D}	2 m/s
σ_φ	0.02 rad
σ_λ	0.04 rad
σ_h	2 m
σ_{q_0}	0.2
σ_{q_1}	0.001
σ_{q_2}	0.2
σ_{q_3}	0.001
$\sigma_{b_{gx}}$	b_{gx} rad/s
$\sigma_{b_{gy}}$	b_{gy} rad/s
$\sigma_{b_{gz}}$	b_{gz} rad/s
$\sigma_{b_{ax}}$	$10b_{ax}$ m/s^2
$\sigma_{b_{ay}}$	$10b_{ay}$ m/s^2
$\sigma_{b_{az}}$	$10b_{az}$ m/s^2

Tabela 3. Incertezas do erro de estimativa inicial

Através do teste da covariância de processo \mathbf{P} , o valor crítico é 16 que é menor que 26.296 (valor crítico obtido da distribuição Chi-quadrado para 16 graus de liberdade e 95% de grau de confiança). Com isso, a covariância associada à estimação inicial reflete de forma realista a precisão.

4.2 Matriz de Covariância dos Erros das Medidas \mathbf{R}

A matriz \mathbf{R} é a matriz diagonal de covariância dos erros das medidas de GPS na Tabela 2.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_{gps_x}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{gps_y}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{gps_z}^2 \end{bmatrix} \quad (28)$$

4.3 Estimação da Matriz de Covariância do Ruído de Modelo \mathbf{Q}

A estimação de \mathbf{Q}_k é obtida conforme a técnica proposta em Brown and Hwang (1997), e apresentada na Equação (29).

$$\mathbf{Q}_k = \left(\mathbf{C}_k \cdot \mathbf{W}_u \cdot \mathbf{C}_k^T \right) \cdot \Delta T \quad (29)$$

$$\Phi_{k,k-1} = \mathbf{I} + \mathbf{F}\Delta T$$

onde ΔT é o intervalo entre as medidas da entrada de controle.

\mathbf{C}_k é o jacobiano de $f(x, u, t)$ em relação ao vetor associado à entrada de controle (dados dos sensores inerciais, sendo $u_1 = \omega = [p \ q \ r]$, vetor velocidade angular no sistema do corpo e $u_2 = \mathbf{f} = [f_x \ f_y \ f_z]$, vetor aceleração no sistema do corpo.

\mathbf{W}_u é a matriz de covariância do ruído das medidas dos sensores inerciais, dada pela Equação (30). Os elementos da matriz \mathbf{W}_u estão definidos na Tabela 2.

$$\mathbf{W}_u = \begin{bmatrix} \sigma_{g_x}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{g_y}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{g_z}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{a_x}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{a_y}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{a_z}^2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

4.4 Matriz de Observação das medidas

A matriz \mathbf{H} é uma matriz diagonal dada pela Equação (31).

$$\mathbf{H} = [\mathbf{O}_{3 \times 3} \ \mathbf{I}_3 \ \mathbf{O}_{3 \times 10}] \quad (31)$$

4.5 Formulação do FKE

Conforme Bar-Shalom *et al.* (2001), considerando o sistema **não linear** da dinâmica do foguete modelado através das Equações (1) a (16), o Filtro de Kalman Estendido gera trajetórias de referência que são atualizadas a cada processamento das medidas do instante correspondente. O filtro atualiza sempre a trajetória de referência em torno da estimativa mais atual disponível.

Propagação de t_{k-1} a t_k :

- Do estado:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \quad (32)$$

com condição inicial de $\hat{\mathbf{x}}_{k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}$

Para isso, o método de integração utilizado foi o Runge Kutta de 4ª ordem.

- Da covariância por propagação discreta:

$$\bar{\mathbf{P}}_k = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{P}}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_k \quad (33)$$

onde $\Phi_{k,k-1}$ é a matriz de transição dada por

$\dot{\Phi} = \mathbf{F}\Phi$, com condição inicial $\Phi_{k-1,k-1} = \mathbf{I}$ e $\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}}$. Com isso, a matriz de transição

Φ para o sistema discretizado pode ser obtida através da linearização do sistema dinâmico original conforme a seguinte expressão:

$$\Phi_{k,k-1} = e^{\mathbf{F}\Delta T}$$

Considerando apenas as componentes de primeira ordem, tem-se que:

e o termo \mathbf{Q}_k é obtido em 29.

Atualização no instante t_k :

$$\mathbf{K}_k = \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (34)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \bar{\mathbf{P}}_k (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T \quad (35)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\bar{\mathbf{x}}_k)] \quad (36)$$

A equação de atualização de $\hat{\mathbf{P}}_k$ é válida para qualquer ganho \mathbf{K}_k e é conhecida como fórmula de Joseph. Optou-se por tal expressão a fim de evitar a singularidade decorrente dos métodos computacionais.

5. RESULTADOS E ANÁLISES

Através dos resultados da simulação 6DOF, foi possível observar uma previsão da trajetória nominal do foguete conforme apresentado na Figura 3.

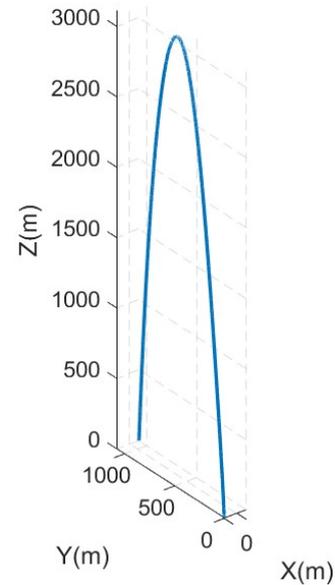


Figura 3. Trajetória do foguete resultante do 6DOF

O apogeu ocorreu em torno de 3km após 26s de voo, quando ocorre uma perturbação máxima na velocidade angular do foguete, em torno de -0.47 rad/s , conforme apresentado na Figura 4. Logo em seguida, o foguete tende a se estabilizar. Além disso, a componente p está zerada, o que indica a não ocorrência de rolamento durante o voo.

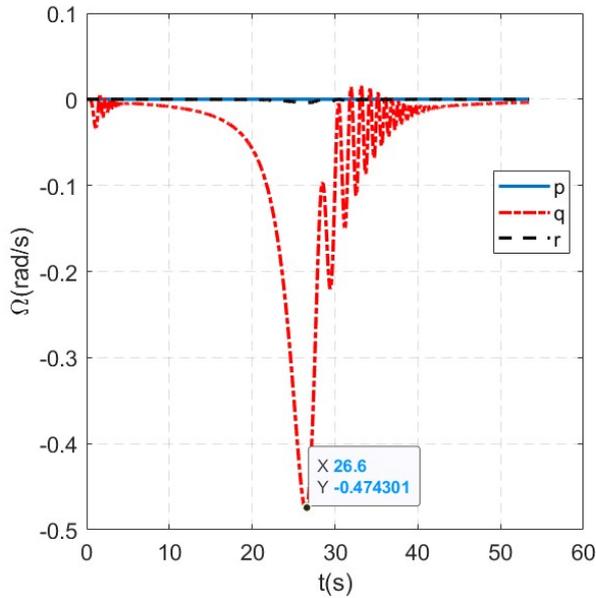


Figura 4. Velocidade angular do foguete resultante do 6DOF

Além disso, analisando os resultados da estimação do biases de girômetro e de acelerômetro através das Figuras 6 e 7, respectivamente, observa-se a ocorrência de convergência dos biases depois de 40s de simulação, após a perturbação da velocidade angular e do ângulo de ataque conforme mostrado nas Figuras 4 e 5.

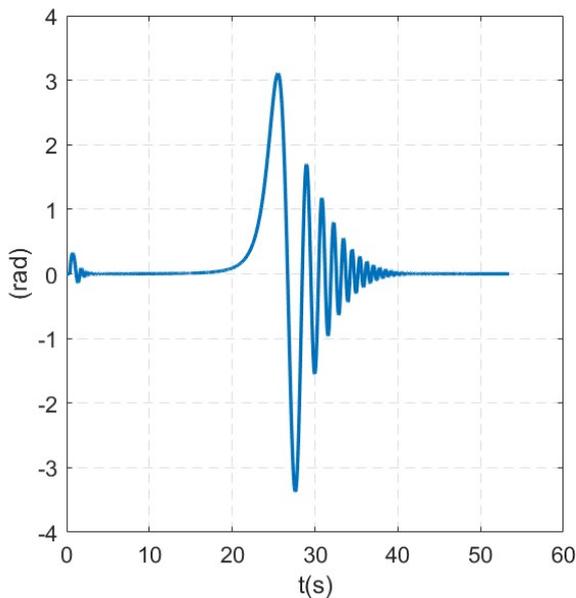


Figura 5. Ângulo de ataque do foguete resultante do 6DOF

Por fim, os resultados dos erros absolutos de estimação no sistema NED das componentes de velocidade, posição geográfica e quatérnion são dados pelas Figuras 8, 9 e 10, respectivamente, nas quais compara o algoritmo de FKE com e sem fusão de GPS. Observa-se que os erros de estimação com fusão sensorial tendem a ser menores

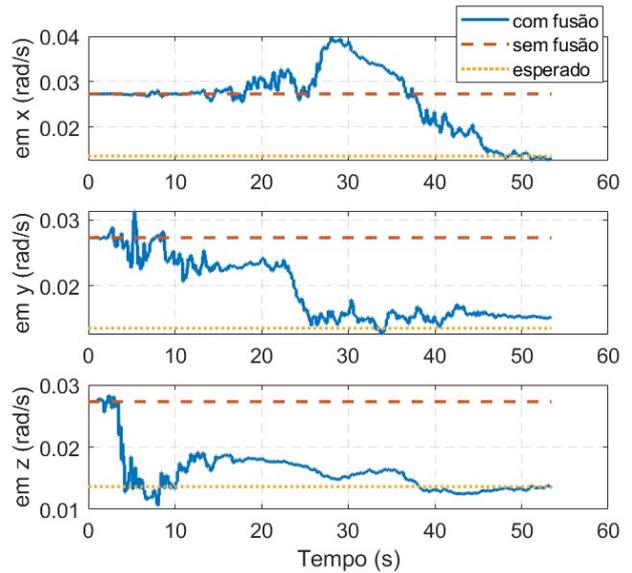


Figura 6. Estimação do bias de girômetro

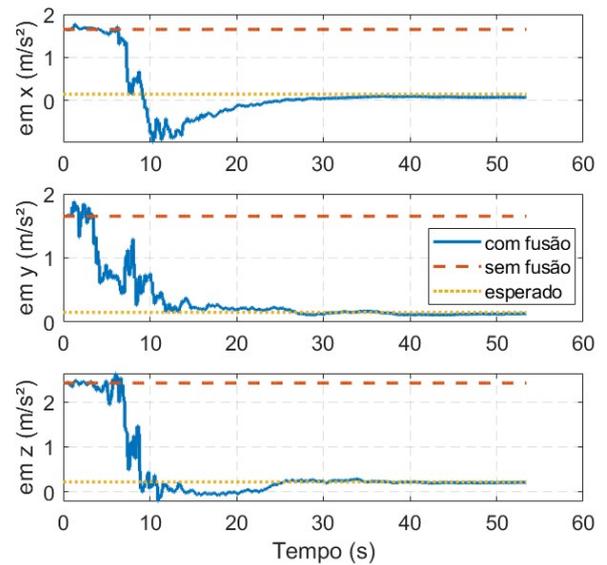


Figura 7. Estimação do bias de acelerômetro

em relação à integração dos dados dos sensores inerciais, o que demonstra a contribuição da aplicação do FKE com fusão sensorial em minimizar os erros de estimação. Vale ressaltar que somado ao avanço computacional, as estimativas podem convergir mais rapidamente para o valor esperado.

Um exemplo de erro relevante quando o sistema é simulado sem a fusão dos dados de sensores pode ser observado na estimativa da altitude, que pode ser explicado pela instabilidade no canal vetical. Para sensores inerciais, a medição da altitude é instável, pois como a lei da gravidade diz que a força é inversamente proporcional ao quadrado da distância, ao expandir a fórmula da força da gravidade em série de Taylor de 1ª ordem, observa-se um sinal negativo junto à altitude, que pelo Critério de Routh-Hourwitz, leva a uma instabilidade. Para contornar este problema, utiliza-

se sensores redundantes para a medição de altitude, como o GPS.

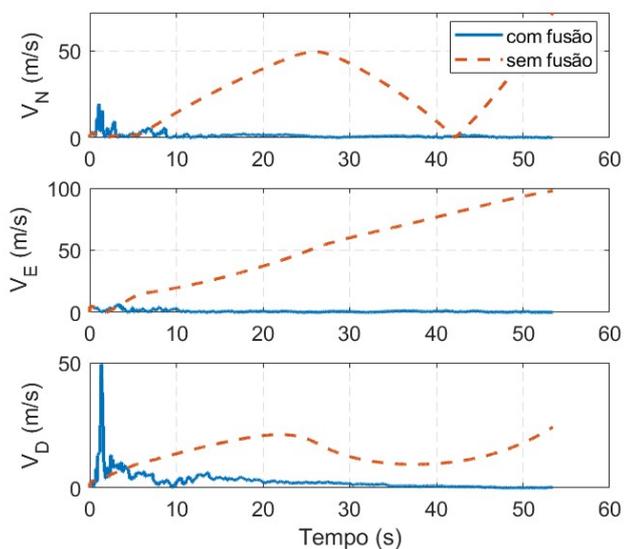


Figura 8. Erro de estimação da velocidade em NED em relação 6DOF

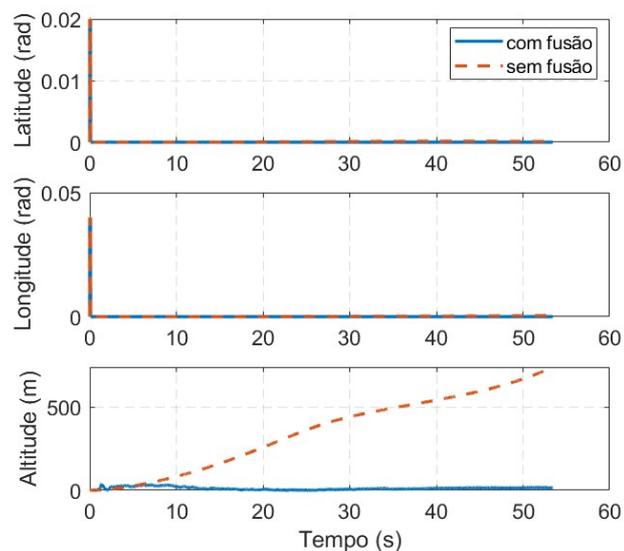


Figura 9. Erro de estimação da posição geográfica em relação 6DOF

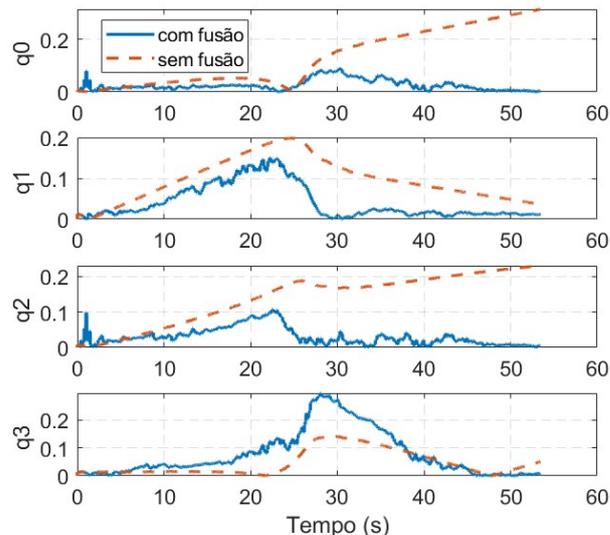


Figura 10. Erro de estimação do quatérnio em relação 6DOF

6. CONCLUSÕES

Neste artigo, foi apresentado um sistema de navegação inercial com fusão sensorial que utiliza um Filtro de Kalman Estendido (FKE). O desempenho do sistema foi avaliado na estimativa da trajetória de um foguete de sondagem de pequeno porte considerando a simulação dos dados dos sensores a partir da simulação do voo em seis graus de liberdade

As simulações realizadas mostram que o uso da fusão sensorial proporcionou uma melhoria nas estimativas de posição geográfica, velocidade em NED, quatérnio e biases de girômetro e de acelerômetro, em comparação a integração dos dados dos sensores inerciais.

Os resultados da estimação dos estados podem ser melhorados com o aperfeiçoamento da sintonização das matrizes de covariância. Além disso, com o intuito de aumentar a observabilidade do sistema a fim de contribuir em uma convergência mais rápida, pode-se considerar a análise do efeito de uma perturbação inicial que provoque o rolamento, por exemplo, uma velocidade angular inicial em p diferente de zero.

Por fim, com aperfeiçoamento da modelagem dos sensores a serem utilizados e dos parâmetros do foguete, o algoritmo pode permitir ter uma melhor previsibilidade da trajetória, o que pode auxiliar em realizar alterações necessárias ainda durante o projeto para o voo alcançar um apogeu pré-determinado, uma das medidas relevantes na pontuação da competição IREC (Ribeiro *et al.*, 2018).

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro (processo 423023/2018-7).

REFERÊNCIAS

- Bar-Shalom, Y., Li, X.R., and Kirubarajan, T. (2001). *Estimation with Applications to Tracking and Navigation*. John Wiley & Sons, INC, New York/Chichester/Weinheim/Brisbane/Toronto/Singapore.
- Brown, R.G. and Hwang, P.Y.C. (1997). *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*. John Wiley & Sons, INC, USA.
- Cornelisse, J.W., Schöyer, H.F.R., and Wakker, K.F. (1979). *Rocket Propulsion and Spaceflight Dynamics*. Pitman, London/California, 1st edition.
- Devices, A. (2022). Adxl345 datasheet. URL <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/adxl345.pdf>.
- Heera, M.M., Divya, J.K., Varma, M.S., Divya, R.A., and Agrawal, D. (2016). Minimum variance optimal filter design for a 3x3 mems gyroscope cluster configuration. volume 49, 639–645. doi:10.1016/j.ifacol.2016.03.128. 4th IFAC Conference on Advances in Control and Optimization of Dynamical Systems ACODS 2016.
- Leffert, E., Markley, F., and Shuster, M. (1982). Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 5(No. 5), pp. 417–429.
- Matos, N. (2018). *Algoritmo de fusão sensorial para um sistema de navegação inercial aplicável a veículos de sondagem*. Trabalho de conclusão de curso (graduação em engenharia aeroespacial), Instituto de Aeronáutica, São José dos Campos.
- Ribeiro, R.G.B., Bahdur, A.D., Miquelin, N.S., Ribeiro, J.P.T., Lima, G.A.H.C.C., and Capacia, V.N. (2018). Ita rocket design's eighth student built rocket, codenamed rd-08. Technical report, Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA, Brasil. Experimental Sounding Rocket Association.
- Santana, D. (2011). *Navegação terrestre usando unidade de medição inercial de baixo desempenho e fusão sensorial com filtro de Kalman Adaptativo suavizado*. Tese de doutorado, Escola Politécnica, Universidade do São Paulo, São Paulo.
- STMICROELECTRONICS (2010). L3g4200d datasheet. URL <https://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/435303/STMICROELECTRONICS/L3G4200D.html>.
- Tagawa, G.B., Kuga, H.K., and Einwoegerer, W. (2011). Experimento de navegação utilizando unidade inercial de baixo custo (imu mems), magnetômetro e receptor gps. 10ª Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações.
- u-blox (2015). Pam-7q datasheet. URL https://content.u-blox.com/sites/default/files/PAM-7Q_DataSheet_%28UBX-13002455%29.pdf.
- Vianna Junior, J.C. (2014). *Desenvolvimento de um protótipo de quadrotor para aplicação em agricultura de precisão*. Tese de mestrado, Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Woodman, O.J. (2007). An introduction to inertial navigation. Technical report, University of Cambridge, Inglaterra.