

## Identificação de modelo LPV MIMO de sistema de injeção de óleo combustível em uma unidade termelétrica

Adriano Rodrigues de Paula \* Nickson Ramon Tomé de Sousa \*\*  
Fabrício Gonzalez Nogueira \* Bismark Claire Torrico \*

\* Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará, Ceará, (rodrigues@dee.ufc.br; fnogueira@dee.ufc.br; bismark@dee.ufc.br).

\*\* EDP Brasil, Ceará, (nickson.tome@edpenergiapecem.com.br)

**Abstract:** This work presents a modeling method for linear parameter-varying (LPV) system of a fuel oil injection plant of a 360 MW thermal power generation unit. The modeling of this system receives little attention from the literature and can be a relevant contribution for a more economical and sustainable operation of the boiler start-up procedure. The LPV model uses as inputs the opening of the fuel valve and the number of open burners, the outputs are the fuel pressure inside the pipeline and its consumption. The scheduling variable adopted is the number of open burners, considering its influence on the pressure and fuel oil consumption dynamics. The model was obtained through batch data collected from a real plant during its start-up operation. The model acquired in this article can help the design of more advanced control strategies to improve the overall plant operation.

**Resumo:** Este trabalho contribui com um método que possibilita encontrar um modelo linear a parâmetros variantes (LPV) de sistema de injeção de óleo combustível de uma unidade geradora termelétrica de 360 MW. A modelagem deste sistema recebe pouca atenção por parte da literatura e pode ser uma peça fundamental para uma operação mais econômica e sustentável do procedimento de partida de uma caldeira. O modelo LPV possui como entradas a abertura da válvula de óleo combustível e a quantidade de queimadores com sua respectiva válvula de injeção aberta, as saídas são pressão de óleo na fachada de queimadores e o seu consumo. A variável de ajuste adotada é a quantidade de queimadores acesos ou em processo de acendimento, considerando a influência desta nas dinâmicas da pressão e do consumo de óleo combustível. O modelo foi obtido através de dados coletados de uma planta real durante seu processo de partida. O modelo encontrado nesse trabalho possibilita o projeto de controladores mais avançados que podem aprimorar a operação da planta como um todo.

**Keywords:** Boiler start-up process; System Identification; Linear parameter-varying systems; Thermal power plant; Fuel-oil injection system.

**Palavras-chaves:** Partida de caldeira; Identificação de sistemas; Sistemas lineares a parâmetros variantes; Usinas termelétricas; Sistema de injeção de óleo combustível.

### 1. INTRODUÇÃO

Existe uma grande quantidade de trabalhos na literatura que tratam de processos térmicos em geral, entretanto, são poucas as publicações que abordam modelagem e simulações de partidas de usinas termelétricas a carvão (Marx-Schubach and Schmitz, 2019), principalmente sobre o tema “fornecimento de óleo combustível”.

Apesar do carvão ser o principal combustível, seu alto ponto de ignição a 300°C geralmente demanda fontes secundárias de combustível, como óleo pesado e/ou diesel para ignição e aquecimento inicial da caldeira. Inicialmente, uma faísca elétrica de um ignitor é fornecida ao queimador de óleo, semelhante aos queimadores a gás domésticos. Uma vez que as chamas destes queimadores estão acesas e a caldeira está quente o suficiente para sustentar

a queima do carvão, os moinhos são ligados e o carvão pulverizado é injetado na câmara de combustão, pegando fogo facilmente. Os queimadores de óleo combustível podem ser apagados quando a carga nominal da caldeira ultrapassar 40% e as chamas do carvão estáveis. (Basu and Debnath, 2019).

Atualmente, mais de 75% da demanda de energia utilizada para aquecimento ou resfriamento é baseada em combustíveis fósseis (REN21, 2020). Estima-se que os combustíveis fósseis continuem a dominar a demanda global no curto e médio prazo (Gonzalez-Salazar et al., 2018). Eles continuam a ser as principais fontes de energia do mundo. A produção e o uso desse tipo de combustível, até esse momento, é essencial para o planejamento e segurança energética em muitos países (IEA, 2021).

Em 2015, o Acordo de Paris estabeleceu metas para reduzir os impactos e riscos potenciais das mudanças climáticas. O principal objetivo do acordo é reduzir as emissões de  $CO_2$  e outros gases de efeito estufa para limitar o aumento médio de temperatura global a  $2\text{ }^\circ\text{C}$ , quando comparado a níveis pré-industriais (UNFCCC, 2015).

A modelagem do sistema de injeção de óleo combustível para os queimadores é de extrema importância tanto por questões de segurança operacional quanto pela potencial redução do consumo de diesel, que tem como consequência direta a redução de impactos ambientais e economia financeira. Ter uma alta precisão deste modelo pode ser benéfico, principalmente, durante a partida e parada da unidade geradora, bem como durante a mudança de estado operacional dos moinhos.

De acordo com Hübel et al. (2017), os critérios mais importantes para a otimização da partida de uma usina termelétrica a carvão são: tempo, demanda de combustível e desgaste/vida útil dos componentes termicamente estressados. Hübel et al. (2017) também relata que o desenvolvimento de modelos de simulação dinâmica é considerado uma alternativa eficiente aos testes de campo, fornecendo um ambiente virtual para desenvolver e testar estratégias de otimização.

O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo de modelagem da malha de controle de pressão do óleo combustível em uma unidade geradora termelétrica real de 360 MW. Dada a grande complexidade do sistema de levantamento de equações fenomenológicas e valores de parâmetros, a abordagem adotada é a de identificação experimental de sistemas. Em termos de identificação do modelo, a abordagem utilizada foi por sistemas LPV (Gidon et al., 2021; Tóth, 2010) a fim de obter um modelo dinâmico que mantenha adequação satisfatória para uma ampla gama de condições de operação, devido à dependência explícita de variáveis externas (variáveis de ajuste). Este desempenho não é possível com os modelos lineares, que só funcionam satisfatoriamente em torno do ponto de linearização.

## 2. DESCRIÇÃO DA PLANTA

O óleo combustível é utilizado em termelétricas como combustível de suporte à queima do carvão pulverizado. O uso desse insumo auxiliar é necessário para o procedimento de partida de uma unidade geradora, visto que não é possível acendê-la apenas com o carvão. O óleo combustível também é demandado em condições de baixa carga da caldeira, abaixo de 40% do valor nominal, na estabilização da chama de carvão e também no procedimento operacional de entrada ou remoção de moinhos, que pode acontecer durante qualquer condição de carga.

A usina estudada utiliza apenas diesel como óleo combustível e possui, de forma resumida, as seguintes subsistemas em seu processo de utilização desse insumo (Fig. 1):

- Descarregamento: composto por ponto de conexão do caminhão-tanque, filtros, bombas de sucção, válvula de entrada do tanque de armazenamento e transmissores de temperatura, pressão e vazão;
- Armazenamento e transferência: composto por tanque de armazenamento de óleo, filtros, bombas de

transferência, tanques de armazenamento auxiliares para geradores diesel de emergência e sistema de combate a incêndio;

- Fornecimento e recirculação: composto por bombas de pressurização, válvulas de recirculação, válvula de controle de pressão, válvula de entrada de óleo na fachada de queimadores, válvula de retorno de óleo para o tanque de armazenamento e transmissores de pressão, temperatura e vazão.
- Queima: composto por válvula de entrada de óleo no queimador, lança de óleo, lança do ignitor, ignitor e detector de chama.

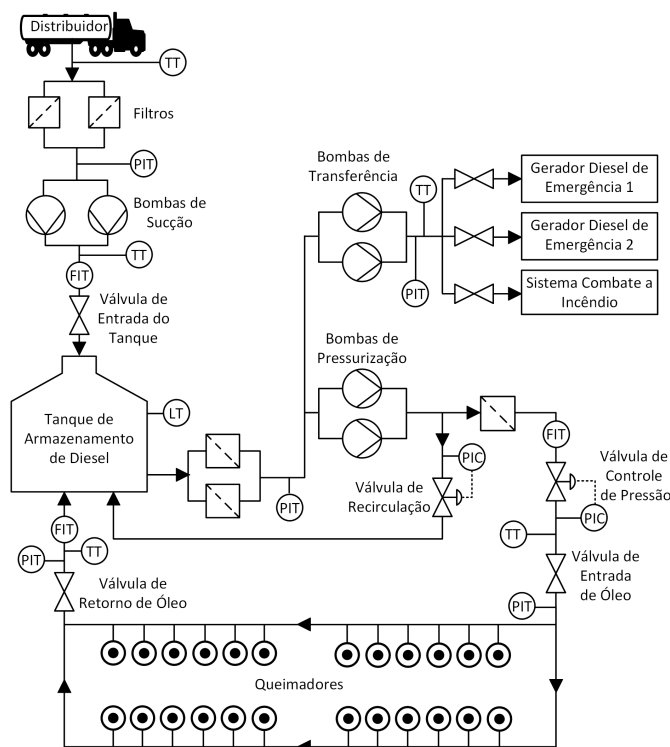


Figura 1. Diagrama geral do processo de fornecimento de óleo combustível.

O óleo diesel chega à usina através de caminhões-tanque e é armazenado em um grande tanque após passar por filtros para evitar a coleta de resíduos indesejados. Uma parte desse óleo pode seguir para os tanques de armazenamento auxiliares dos geradores de emergência e sistema de combate a incêndio através das bombas de transferência. As bombas de pressurização extraem do tanque o óleo que vai ser queimado na caldeira, porém uma parte desse óleo é recirculada logo após a descarga dessas bombas, o restante segue para a fachada de queimadores, passando novamente por filtros e válvulas que garantem a disponibilização do óleo para os queimadores. O combustível excedente, ou seja, aquele que não seguiu para um dos queimadores, é recirculado para o tanque de armazenamento.

É preciso assegurar a disponibilidade do sistema de injeção de óleo combustível à fachada de queimadores, caso contrário, por segurança, deve-se comandar o desligamento imediato da caldeira, causando, por consequência, grandes prejuízos financeiros. Essas e outras restrições são estabelecidas pelo código 85 da *National Fire Protection Association* – (NFPA, 2019), que aborda os riscos para

caldeiras e sistemas de combustão. Para a usina de referência deste artigo, conforme orientação do fabricante da caldeira, os valores de pressão das tubulações de óleo devem permanecer sempre entre 3 e 12 bar para que o sistema seja considerado disponível.

Ter um bom sistema de controle de pressão da fachada dos queimadores é fundamental, tanto para segurança quanto para eficiência do processo. Manter a pressão razoavelmente constante também é importante para que cada queimador aceso obtenha aproximadamente a mesma vazão de óleo a ser queimado. No momento da escrita deste artigo, a solução instalada no sistema consiste de um controlador proporcional-integral (PI) com ganhos ajustáveis linearmente, projetado com base em um ponto de operação médio da caldeira, que varia conforme a quantidade de queimadores acesos. Essa estratégia de controle pode apresentar um desempenho abaixo do projetado para o caso de plantas não lineares que operam em regiões muito distintas do ponto central de operação considerado em projeto.

O controlador atua mais intensamente durante todo o processo de partida e as imprecisões do modelo vão estar presentes durante vários momentos deste processo. A partida de uma usina termelétrica a vapor possui duração variável que depende das condições iniciais de temperatura da caldeira. O período estimado de partida pode variar de acordo com os seguintes modos:

- Partida fria: turbina fora de sincronismo por mais de 48 (quarenta e oito) horas. As temperaturas e pressões do processo tendem a estar mais próximas da temperatura ambiente;
- Partida morna: turbina fora de sincronismo por um período entre 8 (oito) e 48 (quarenta e oito) horas. As temperaturas e pressões caíram significativamente, mas continuam distantes da temperatura ambiente;
- Partida quente: interrupção da geração por um período inferior a 8 (oito) horas. As temperaturas e pressões continuam relativamente altas.

O processo de partida na condição “fria” é mais demorado e mais complexo do ponto de vista das tensões térmicas. Os processos de partida podem ser divididos em 4 (quatro) etapas:

- Preparação para partida;
- Acendimento da caldeira;
- Rolagem da turbina e sincronização;
- Subida de carga.

Durante a partida, o operador comanda manualmente dois sinais de referência: a pressão do óleo e o número de queimadores acesos, dentre outras diversas intervenções. Ele precisa buscar um equilíbrio entre economizar combustível e ter pressão suficiente para manter a chama estável. No entanto, sem o auxílio de uma metodologia formal de otimização, apenas com a definição manual dessas variáveis, não é fácil obter uma combinação ótima que resulte na minimização do consumo.

Existe o consumo de óleo combustível durante a maior parte do procedimento de partida da caldeira. Os produtos químicos da queima passam por diversos processos para reduzir as emissões de gases que podem causar impactos ambientais e manter a operação da usina sempre dentro

dos critérios estabelecidos por lei e regulados pelos órgãos competentes. Entretanto, a redução do consumo deste combustível ainda seria uma contribuição valiosa para a diminuir a necessidade de extração de combustíveis fósseis e conseguir reduzir ainda mais seus impactos ambientais, além de trazer um benefício econômico imediato para a usina.

### 3. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Esta seção é dedicada à apresentação dos conceitos teóricos necessários para implementar a identificação de uma planta não linear com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) por meio de um modelo LPV.

A seção 3.1 apresenta um caso particular desta modelagem, para o evento em que se deseja obter apenas um modelo de múltiplas entradas e única saída (MISO).

Por meio do princípio da sobreposição, a seção 3.2 expande o caso MISO para obtermos o modelo MIMO. Esse conceito é observado matematicamente e valida que a identificação MISO é uma versão simplificada da identificação MIMO, visto que se considera um modelo LPV e sistemas lineares são adeptos ao princípio da sobreposição.

#### 3.1 Identificação do modelo de espaço de estados LPV MISO

Dada as equações de entrada e saída (IO) do modelo LPV MISO:

$$y(k) = - \sum_{i=1}^{n_a} a_i(p(k))y(k-i) + \sum_{j=1}^{n_b} b_j(p(k))u(k-j) + \omega(k), \quad (1)$$

onde  $p(k) \in \mathbb{R}^{n_p}$  é o vetor de parâmetros variantes medidos no instante  $k$ ,  $a_i \in \mathbb{R}$  e  $b_j \in \mathbb{R}^{n_u}$  são funções de  $p(k)$ ;  $n_a$  e  $n_b$  representam o grau de dependência dinâmica em  $y(k)$  e  $u(k)$ , respectivamente;  $\omega(k) \in \mathbb{R}$  é o vetor de perturbação aditiva e pode ser considerado de média zero como ruído branco de tempo discreto com distribuição normal quando aplicado a uma regressão linear;  $y(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$  é o sinal de saída e  $u(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$  é o vetor de entrada:

$$u(k) = \begin{pmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \vdots \\ u_{n_u}(k) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

A equação (1) pode ser expandida da seguinte forma:

$$y(k) = - \sum_{i=1}^{n_a} a_i(p(k))y(k-i) + \sum_{j=1}^{n_b} b_{u_1j}(p(k))u_1(k-j) + \dots + \sum_{j=1}^{n_b} b_{u_{n_u}j}(p(k))u_{n_u}(k-j). \quad (3)$$

Substituindo cada soma por uma matriz, obtemos a seguinte representação vetorial equivalente a (1):

$$y(k) = -A(p(k))y_0(k) + B(p(k))u_0(k), \quad (4)$$

onde os vetores coluna  $y_0(k) \in \mathbb{R}^{n_a}$  e  $u_0(k) \in \mathbb{R}^{n_u n_b}$  são, respectivamente, a saída e os vetores regressivos de entrada:

$$y_0(k) = \begin{pmatrix} y(k-1) \\ \vdots \\ y(k-n_a) \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$u_0(k) = \begin{pmatrix} u_1(k-1) \\ \vdots \\ u_1(k-n_b) \\ u_2(k-1) \\ \vdots \\ u_2(k-n_b) \\ \vdots \\ u_{n_u}(k-1) \\ \vdots \\ u_{n_u}(k-n_b) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

e  $A(p(k)) \in \mathbb{R}^{n_a}$  e  $B(p(k)) \in \mathbb{R}^{n_u n_b}$  são vetores na forma reduzida:

$$A(p(k)) = (a_1(p(k)) \ a_2(p(k)) \ \dots \ a_{n_a}(p(k))), \quad (7)$$

$$B(p(k)) = (b_{u_1}(p(k)) \ b_{u_2}(p(k)) \ \dots \ b_{u_{n_u}}(p(k))). \quad (8)$$

Usando a forma expandida do coeficiente  $b_{u_i}(p(k))$ :

$$b_{u_i}(p(k)) = (b_{u_i,1}(p(k)) \ b_{u_i,2}(p(k)) \ \dots \ b_{u_i,n_b}(p(k))), \quad (9)$$

o vetor  $B(p(k))$  pode ser expandido para:

$$B(p(k)) = (b_{u_1,1} \ \dots \ b_{u_1,n_b} \ b_{u_2,1} \ \dots \ b_{u_2,n_b} \ \dots \ b_{u_{n_u},1} \ \dots \ b_{u_{n_u},n_b}), \quad (10)$$

a dependência de  $p(k)$  de cada elemento de  $B(p(k))$  é omitida por simplicidade.

Considerando uma dependência polinomial de  $n_p$ -ésima ordem em  $p(k)$ , os termos dos vetores  $A_\mu(p(k))$  e  $B_\mu(p(k))$  devem ter as formas genéricas:

$$a_j(p(k)) : \alpha(p(k)) = \alpha_0 + \alpha_1 p(k) + \alpha_2 p^2(k) + \dots + \alpha_n p^{n_p}(k), \quad (11)$$

$$b_{u_w,j}(p(k)) : \beta(p(k)) = \beta_0 + \beta_1 p(k) + \beta_2 p^2(k) + \dots + \beta_n p^{n_p}(k). \quad (12)$$

Usando (11) e (12), pode-se obter a seguinte representação expandida para (6)-(10):

$$y(k) = -\bar{A}(p(k))\bar{y}_0 + \bar{B}(p(k))\bar{u}_r, \quad (13)$$

$$\bar{y}_0(k) = y_0(k) \otimes (1 \ p(k) \ \dots \ p(k)^{n_p})^T, \quad (14)$$

$$\bar{u}_r(k) = u_r(k) \otimes (1 \ p(k) \ \dots \ p(k)^{n_p})^T, \quad (15)$$

$$\bar{A}(p(k)) = (a_{1,0} \ \dots \ a_{1,n_p} \ a_{2,0} \ \dots \ a_{2,n_p} \ \dots \ a_{n_a,0} \ \dots \ a_{n_a,n_p}), \quad (16)$$

$$\bar{B}(p(k)) = (b_{1,u_1,0} \ \dots \ b_{1,u_1,n_p} \ b_{1,u_2,0} \ \dots \ b_{1,u_2,n_p} \ \dots \ b_{n_b,u_{n_u},0} \ \dots \ b_{n_b,u_{n_u},n_p}), \quad (17)$$

onde  $\otimes$  representa o produto de Kronecker entre vetores, assim  $\bar{y}_0(k) \in \mathbb{R}^{n_a(n_p+1) \times 1}$ ,  $\bar{u}_r(k) \in \mathbb{R}^{n_u n_b(n_p+1) \times 1}$ ,  $\bar{A}_\mu \in \mathbb{R}^{1 \times n_a(n_p+1)}$ , e  $\bar{B}_\mu \in \mathbb{R}^{1 \times n_u n_b(n_p+1)}$ . As constantes de (16) e (17) podem ser concatenadas dentro do vetor coluna  $\theta \in \mathbb{R}^{(n_a+n_u n_b)(n_p+1)}$  e os valores anteriores dos sinais  $u(k)$

e  $y(k)$  podem ser transpostos e concatenados dentro do vetor linha  $\phi \in \mathbb{R}^{(n_a+n_u n_b)(n_p+1)}$ :

$$y(k) = \phi(k)\theta(k), \quad (18)$$

$$\phi(k) = (-\bar{y}_0(k)^T \ \bar{u}_r(k)^T), \quad (19)$$

$$\theta(k) = \begin{pmatrix} \bar{A}(p(k))^T \\ \bar{B}(p(k))^T \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Essa abordagem permite a implementação da forma de regressão:

$$Y = \Phi\theta, \quad (21)$$

$$Y = \begin{pmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N_s) \end{pmatrix}, \quad (22)$$

$$\Phi(k) = \begin{pmatrix} \phi(1) \\ \phi(2) \\ \vdots \\ \phi(N_s) \end{pmatrix}, \quad (23)$$

onde  $Y \in \mathbb{R}^{N_s}$  é um vetor coluna que contém leituras de saída,  $\Phi \in \mathbb{R}^{N_s \times (n_a+n_u n_b)(n_p+1)}$  é uma matriz que contém valores passados de  $u$  e  $y$  relativos em linha com  $Y$ ,  $\theta$  pode ser estimado como  $\hat{\theta}$  através do método de estimativa de mínimos quadrados:

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y, \quad (24)$$

e  $N_s$  representa o número de amostras de dados. Para calcular uma solução única  $N_s \geq (n_a + n_u n_b)(n_p + 1)$ .

O cálculo de  $\hat{\theta}$  em (24) implica nos valores estimados das incógnitas (16) e (17). Essas incógnitas são os coeficientes da equação do modelo LPV-IO MISO mostrado em (4).

Isso conclui a identificação do modelo LPV-IO MISO.

### 3.2 Identificação do modelo de espaço de estados LPV MIMO

A identificação do modelo de espaço de estados LPV MIMO é uma extensão do caso MISO. A prova começa como um paralelo de MISO e termina usando uma conversão para modelos MISO compactos em uma única representação de espaço de estados MIMO.

Dada as equações do LPV-IO MIMO:

$$y(k) = - \sum_{i=1}^{n_a} a_i(p(k))y(k-i) + \sum_{j=1}^{n_b} b_j(p(k))u(k-j) + \omega(k), \quad (25)$$

onde  $a_i \in \mathbb{R}^{n_y}$  e  $b_j \in \mathbb{R}^{n_u}$  são funções matriciais em  $p(k)$ ;  $\omega(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$  é o vetor de perturbação aditivo e pode ser considerado de média zero como ruído branco de tempo discreto com distribuição normal quando aplicado a uma regressão linear;  $y(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$  e  $u(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$  são, respectivamente, a saída e o vetor de entrada:

$$y(k) = \begin{pmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ \vdots \\ y_{n_y}(k) \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$u(k) = \begin{pmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \vdots \\ u_{n_u}(k) \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Observe que, diferentemente da subseção 3.1,  $y(k)$  agora é composto de saídas  $n_y$  caracterizando uma representação MIMO.

A equação (25) pode ser expandida da seguinte forma:

$$y(k) = - \sum_{i=1}^{n_a} a_i(p(k))y(k-i) + \sum_{j=1}^{n_b} b_{u_1j}(p(k))u_1(k-j) + \dots + \sum_{j=1}^{n_b} b_{n_uj}(p(k))u_{n_u}(k-j). \quad (28)$$

Substituindo cada soma por uma matriz, obtemos a representação:

$$y(k) = -A(p(k))y_0(k) + B(p(k))u_0(k), \quad (29)$$

onde os vetores coluna  $y_0(k) \in \mathbb{R}^{n_y n_a}$  e  $u_0(k) \in \mathbb{R}^{n_u n_b}$  são, respectivamente, o vetor regressivo de saída e o vetor regressivo de entrada:

$$y_0(k) = \begin{pmatrix} y_1(k-1) \\ \vdots \\ y_1(k-n_a) \\ y_2(k-1) \\ \vdots \\ y_2(k-n_a) \\ \vdots \\ y_{n_y}(k-1) \\ \vdots \\ y_{n_y}(k-n_a) \end{pmatrix}, \quad (30)$$

$$u_0(k) = \begin{pmatrix} u_1(k-1) \\ \vdots \\ u_1(k-n_b) \\ u_2(k-1) \\ \vdots \\ u_2(k-n_b) \\ \vdots \\ u_{n_u}(k-1) \\ \vdots \\ u_{n_u}(k-n_b) \end{pmatrix}, \quad (31)$$

e  $A(p(k)) \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y n_a}$  e  $B(p(k)) \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u n_b}$  são matrizes na forma compacta:

$$A(p(k)) = \begin{pmatrix} a^{y_1}(p(k)) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a^{y_2}(p(k)) & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a^{y_{n_y}}(p(k)) \end{pmatrix}, \quad (32)$$

$$B(p(k)) = \begin{pmatrix} b_{u_1}^{y_1}(p(k)) & b_{u_2}^{y_1}(p(k)) & \dots & b_{n_u}^{y_1}(p(k)) \\ b_{u_1}^{y_2}(p(k)) & b_{u_2}^{y_2}(p(k)) & \dots & b_{n_u}^{y_2}(p(k)) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{u_1}^{y_{n_y}}(p(k)) & b_{u_2}^{y_{n_y}}(p(k)) & \dots & b_{n_u}^{y_{n_y}}(p(k)) \end{pmatrix}. \quad (33)$$

Nas equações MISO (7) e (8),  $A(p(k))$  e  $B(p(k))$  eram vetores. Nas equações MIMO, (32) e (33) são matrizes. Há um padrão claro que pode ser identificado para associar esses dois casos. A matriz  $A(p(k))$ -MIMO pode ser obtida por uma montagem diagonal de vetores  $A(p(k))$ -MISO de cada saída. A matriz  $B(p(k))$ -MIMO é a concatenação vertical dos vetores  $B(p(k))$ -MISO de cada saída.

Para cada saída  $y_\mu$ , sendo  $\mu = 1 \dots n_y$ , usando a forma expandida de cada coeficiente:

$$a^{y_\mu}(p(k)) = (a_1^{y_\mu}(p(k)) a_2^{y_\mu}(p(k)) \dots a_{n_a}^{y_\mu}(p(k))), \quad (34)$$

$$b_{u_1}^{y_\mu}(p(k)) = (b_{u_{1,1}}^{y_\mu}(p(k)) b_{u_{1,2}}^{y_\mu}(p(k)) \dots b_{u_{1,n_b}}^{y_\mu}(p(k))), \quad (35)$$

as matrizes A e B podem ser expandidas para

$$A(p(k)) = \begin{pmatrix} a_1^{y_1} & a_2^{y_1} & \dots & a_{n_a}^{y_1} & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_1^{y_2} & a_2^{y_2} & \dots & a_{n_a}^{y_2} & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & a_1^{y_{n_y}} & a_2^{y_{n_y}} & \dots & a_{n_a}^{y_{n_y}} \end{pmatrix}, \quad (36)$$

$$B(p(k)) = \begin{pmatrix} b_{u_{1,1}}^{y_1} & \dots & b_{u_{1,n_b}}^{y_1} & b_{u_{2,1}}^{y_1} & \dots & b_{u_{2,n_b}}^{y_1} & \dots & b_{u_{n_u,1}}^{y_1} & \dots & b_{u_{n_u,n_b}}^{y_1} \\ b_{u_{1,1}}^{y_2} & \dots & b_{u_{1,n_b}}^{y_2} & b_{u_{2,1}}^{y_2} & \dots & b_{u_{2,n_b}}^{y_2} & \dots & b_{u_{n_u,1}}^{y_2} & \dots & b_{u_{n_u,n_b}}^{y_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{u_{1,1}}^{y_{n_y}} & \dots & b_{u_{1,n_b}}^{y_{n_y}} & b_{u_{2,1}}^{y_{n_y}} & \dots & b_{u_{2,n_b}}^{y_{n_y}} & \dots & b_{u_{n_u,1}}^{y_{n_y}} & \dots & b_{u_{n_u,n_b}}^{y_{n_y}} \end{pmatrix}, \quad (37)$$

a dependência de  $p(k)$  de cada elemento de  $A(p(k))$  e  $B(p(k))$  é omitida por simplicidade.

O sistema MIMO (25) pode ser expresso como uma série de sistemas MISO:

$$y_\mu(k) = -A_\mu(p(k))y_{\mu,0}(k) + B_\mu(p(k))u_r(k), \quad (38)$$

onde  $y_{\mu,0}(k) \in \mathbb{R}^{n_a}$ ,  $u_r(k) \in \mathbb{R}^{n_u n_b}$ ,  $A_\mu(p(k)) \in \mathbb{R}^{n_a}$ , e  $B_\mu(p(k)) \in \mathbb{R}^{n_u n_b}$  são formas oriundas e reordenadas de (31), (36) e (37):

$$y_{0,\mu}(k) = \begin{pmatrix} y_\mu(k-1) \\ \vdots \\ y_\mu(k-n_a) \end{pmatrix}, \quad (39)$$

$$u_r(k) = \begin{pmatrix} u_1(k-1) \\ u_2(k-1) \\ \vdots \\ u_{n_u}(k-1) \\ \vdots \\ u_1(k-n_b) \\ u_2(k-n_b) \\ \vdots \\ u_{n_u}(k-n_b) \end{pmatrix}, \quad (40)$$

$$A_\mu(p(k)) = (a_1^{y_\mu} a_2^{y_\mu} \dots a_{n_a}^{y_\mu}), \quad (41)$$

$$B_\mu(p(k)) = (b_{u_{1,1}}^{y_\mu} b_{u_{2,1}}^{y_\mu} \dots b_{u_{n_u,1}}^{y_\mu} \dots b_{u_{1,n_b}}^{y_\mu} b_{u_{2,n_b}}^{y_\mu} \dots b_{u_{n_u,n_b}}^{y_\mu}), \quad (42)$$

mais uma vez a dependência de  $p(k)$  de elementos de  $A_\mu(p(k))$  e  $B_\mu(p(k))$  é omitida.

As equações (40)-(42) são semelhantes a (6)-(37) e os próximos passos são basicamente os mesmos mostrados na subseção 3.1, pois estamos considerando vários modelos MISO, um para cada saída  $y_\mu$ .

Considerando uma dependência polinomial da ordem  $n_p$  em  $p(k)$ , os termos dos vetores  $A_\mu(p(k))$  e  $B_\mu(p(k))$  devem ter as formas genéricas:

$$a_j^{y_\mu}(p(k)) : \alpha(p(k)) = \alpha_0 + \alpha_1 p(k) + \alpha_2 p(k)^2 + \dots + \alpha_n p(k)^{n_p} \quad (43)$$

$$b_{u_w,j}^{y_\mu}(p(k)) : \beta(p(k)) = \beta_0 + \beta_1 p(k) + \beta_2 p(k)^2 + \dots + \beta_n p(k)^{n_p}. \quad (44)$$

Usando (43) e (44), pode-se obter a seguinte representação expandida para (40)-(42):

$$y_\mu(k) = -\bar{A}_\mu(p(k))\bar{y}_{0,\mu} + \bar{B}_\mu(p(k))\bar{u}_r, \quad (45)$$

$$\bar{y}_{0,\mu}(k) = y_{0,\mu}(k) \otimes (1 \ p(k) \ \dots \ p(k)^{n_p})^T, \quad (46)$$

$$\bar{u}_r(k) = u_r(k) \otimes (1 \ p(k) \ \dots \ p(k)^{n_p})^T, \quad (47)$$

$$\bar{A}_\mu(p(k)) = \begin{pmatrix} a_{1,0}^{y_\mu} & \dots & a_{1,n_p}^{y_\mu} & a_{2,0}^{y_\mu} & \dots & a_{2,n_p}^{y_\mu} & \dots & a_{n_a,0}^{y_\mu} & \dots & a_{n_a,n_p}^{y_\mu} \end{pmatrix}, \quad (48)$$

$$\bar{B}_\mu(p(k)) = \begin{pmatrix} b_{u_1,1,0}^{y_\mu} & \dots & b_{u_1,1,n_p}^{y_\mu} & b_{u_2,1,0}^{y_\mu} & \dots & b_{u_2,1,n_p}^{y_\mu} & \dots & b_{u_{n_u},n_b,0}^{y_\mu} & \dots & b_{u_{n_u},n_b,n_p}^{y_\mu} \end{pmatrix}, \quad (49)$$

onde  $\otimes$  representa o produto de Kronecker entre matrizes, portanto  $\bar{y}_{0,\mu}(k) \in \mathbb{R}^{n_a(n_p+1) \times 1}$ ,  $\bar{u}_r(k) \in \mathbb{R}^{n_u n_b(n_p+1) \times 1}$ ,  $\bar{A}_\mu \in \mathbb{R}^{1 \times n_a(n_p+1)}$  e  $\bar{B}_\mu \in \mathbb{R}^{1 \times n_u n_b(n_p+1)}$ . As constantes de (48) e (49) podem ser concatenadas em um vetor  $\theta_\mu \in \mathbb{R}^{(n_a+n_u n_b)(n_p+1)}$  e os valores passados dos sinais  $u(k)$  e  $y_\mu(k)$  podem ser concatenados em um vetor  $\phi_\mu \in \mathbb{R}^{(n_a+n_u n_b)(n_p+1)}$ :

$$y_\mu(k) = \phi_\mu(k)\theta_\mu(k), \quad (50)$$

$$\phi_\mu(k) = (-\bar{y}_{0,\mu}(k)^T \ \bar{u}_r(k)^T)^T, \quad (51)$$

$$\theta_\mu(k) = \begin{pmatrix} \bar{A}_\mu(p(k))^T \\ \bar{B}_\mu(p(k))^T \end{pmatrix}. \quad (52)$$

Esta abordagem permite a implementação da forma de regressão

$$Y_\mu = \Phi_\mu \theta_\mu, \quad (53)$$

$$Y_\mu = \begin{pmatrix} y_\mu(1) \\ y_\mu(2) \\ \vdots \\ y_\mu(N_s) \end{pmatrix}, \quad (54)$$

$$\Phi_\mu(k) = \begin{pmatrix} \phi_\mu(1) \\ \phi_\mu(2) \\ \vdots \\ \phi_\mu(N_s) \end{pmatrix}, \quad (55)$$

onde  $Y_\mu \in \mathbb{R}^{N_s}$ ,  $\Phi_\mu \in \mathbb{R}^{N_s \times (n_a+n_u n_b)(n_p+1)}$  e  $\theta_\mu$  pode ser estimado como  $\hat{\theta}_\mu$  através do método de estimativa de mínimos quadrados:

$$\hat{\theta}_\mu = (\Phi_\mu^T \Phi_\mu)^{-1} \Phi_\mu^T Y_\mu, \quad (56)$$

e  $N_s$  representa o número de amostras de dados. Para calcular uma solução única  $N_s \geq (n_a + n_u n_b)(n_p + 1)$ .

Com isso se conclui a identificação do modelo MISO correspondente a  $\mu$ -ésima saída. A equação (56) é iterada para cada saída e o resultado é um conjunto de modelos MISO.

O conjunto adquirido de modelos MISO pode ser agrupado em um único modelo de espaço de estados MIMO Gidon et al. (2021):

$$x(k+1) = A_{ss}(p(k-1))x(k) + B_{ss}(p(k-1))u(k) \quad (57)$$

$$y(k) = C_{ss}x(k) \quad (58)$$

onde o vetor de estado  $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ , com  $n_x = n_y n_a + n_u(n_b - 1)$ , a matriz de estado  $A_{ss} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ , a matriz de entrada  $B_{ss} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u}$  e a matriz de saída  $C_{ss} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_x}$  podem ser expandidos para:

$$x(k) = \begin{pmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ \vdots \\ y(k-n_a+1) \\ u(k-1) \\ u(k-2) \\ \vdots \\ u(k-n_b-1) \end{pmatrix}, \quad (59)$$

$$A_{ss}(p(k-1)) = \begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n_a} & b_2 & b_3 & \dots & b_{n_b} \\ I_{n_y} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & I_{n_y} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & I_{n_u} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & I_{n_u} & 0 \end{pmatrix}, \quad (60)$$

$$B_{ss}(p(k-1)) = \begin{pmatrix} b_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I_{n_u} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (61)$$

$$C_{ss} = (I_{n_y} \ 0 \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ 0), \quad (62)$$

e os elementos de  $A_{ss}$  e  $B_{ss}$  tem suas dependências em  $p(k-1)$  omitidas.

Note que  $A_{ss}$  tem um bloco superior de sub-matrizes onde os coeficientes estimados estão deslocados. Cada termo  $a_i \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y}$  e  $b_j \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u}$  são:

$$a_i(p(k-1)) = \begin{pmatrix} a_i^{y_1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & a_i^{y_{n_y}} \end{pmatrix}, \quad (63)$$

$$b_j(p(k-1)) = \begin{pmatrix} b_{u_1,j}^{y_1} & b_{u_2,j}^{y_1} & \dots & b_{u_{n_u},j}^{y_1} \\ b_{u_1,j}^{y_2} & b_{u_2,j}^{y_2} & \dots & b_{u_{n_u},j}^{y_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{u_1,j}^{y_{n_y}} & b_{u_2,j}^{y_{n_y}} & \dots & b_{u_{n_u},j}^{y_{n_y}} \end{pmatrix}, \quad (64)$$

e dois blocos equivalentes de submatrizes de identidade. Todos os outros termos de  $A_{ss}$  são zeros.

#### 4. IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL

A partir da descrição da planta descrita na seção 2, identificaremos um modelo em espaço de estados LPV MIMO para o sistema de pressão e injeção de óleo combustível, onde as entradas são a abertura da válvula e o número de queimadores ativos; as saídas são a pressão do sistema e o consumo de óleo combustível; a variável de ajuste é o número de queimadores acesos.

Usando a topologia do modelo apresentada na equação (25) e a dependência polinomial em  $p(k)$  descrita nas equações (11) e (12), os autores escolheram a configuração da tabela 1. Os parâmetros são escolhidos arbitrariamente para obter uma configuração simples do modelo.

$n_a$	$n_b$	$n_p$
2	2	1

Tabela 1. Parâmetros da topologia do modelo de pressão do óleo combustível.

Então, dois modelos LPV MISO diferentes, um para cada saída, são obtidos para formar o modelo LPV MIMO:

- MISO modelo 1: as entradas são o número de queimadores acesos e o consumo de óleo combustível; a saída é a pressão do sistema;
- MISO modelo 2: as entradas são as mesmas do modelo 1; saída é o consumo de óleo combustível.

Todos os sinais estão representados em *pu*. Para enriquecer o processo de identificação, o sinal de entrada referente à quantidade de queimadores acesos foi ajustado para obedecer os limites  $u_2(k) \in [0.25, 0.75]$ .

A solução (56) é calculada para cada modelo ( $\mu = 1, 2$ ). Os autores pegaram uma curva de partida de uma das unidades geradoras e escolheram uma janela de treinamento. Os algoritmos e simulação utilizam o software MATLAB (MathWorks, 2022). O algoritmo de estimativa retornou as curvas exibidas na figura 2.

Os valores estimados (48) e (49) para este modelo são apresentados, respectivamente, na tabela 2 e na tabela 3.

Tabela 2.  $\bar{A}(p(k))$  coeficientes.

$a_{1,0}^1$	$a_{1,1}^1$	$a_{2,0}^1$	$a_{2,1}^1$	$a_{1,0}^2$	$a_{1,1}^2$	$a_{2,0}^2$	$a_{2,1}^2$
-1.532	0.337	0.541	-0.218	-1.6	0.619	0.609	-0.608

Tabela 3.  $\bar{B}(p(k))$  coeficientes.

$b_{1,1,0}^1$	$b_{1,1,1}^1$	$b_{2,1,0}^1$	$b_{2,1,1}^1$	$b_{1,2,0}^1$	$b_{1,2,1}^1$	$b_{2,2,0}^1$	$b_{2,2,1}^1$
0.092	-0.218	-0.148	0.256	-0.079	0.214	0.153	-0.234
$b_{1,1,0}^2$	$b_{1,1,1}^2$	$b_{2,1,0}^2$	$b_{2,1,1}^2$	$b_{1,2,0}^2$	$b_{1,2,1}^2$	$b_{2,2,0}^2$	$b_{2,2,1}^2$
0.051	0.008	0.068	-0.06	-0.046	-0.002	-0.068	0.066

As curvas do modelo  $y_1(k)$  e  $y_2(k)$  na figura 2 capturaram a dinâmica do sistema de forma satisfatória, considerando que os dados foram adquiridos de uma planta real durante uma partida real, sujeitas a ruídos e muitas perturbações. Essa alta precisão é atribuída ao fato de que a validação do modelo está usando uma pequena fração de um processo de inicialização da mesma unidade geradora (UG). Para enfatizar ainda mais o teste do modelo, validamos o modelo em relação ao processo de inicialização de outra

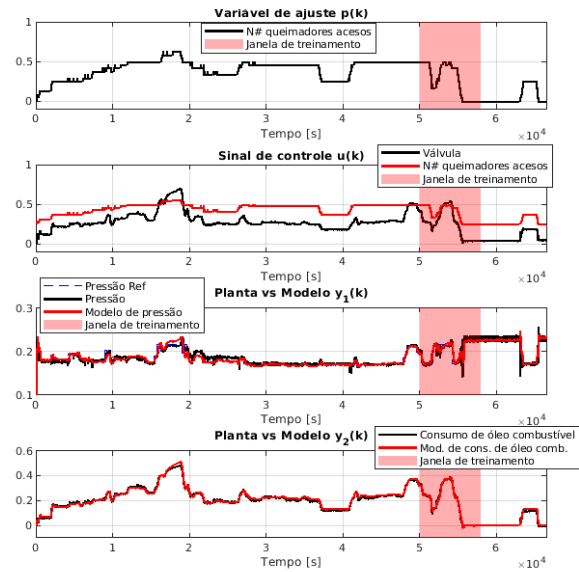


Figura 2. Curvas de uma partida completa para entradas (número de queimadores acesos e abertura da válvula) e saídas (pressão e consumo de óleo combustível). Uma janela de treinamento é definida para identificar o modelo. O modelo estimado é então comparado com as curvas completas de partida.

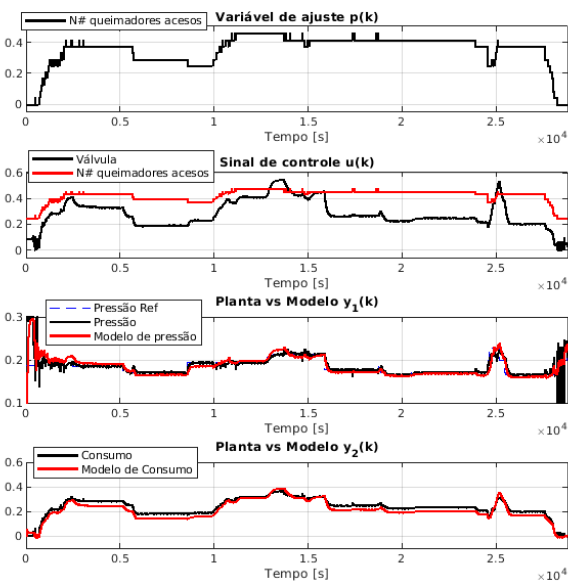


Figura 3. Utilizando o modelo apresentado na Figura 2 contra a partida de outra unidade geradora similar no mesmo complexo termelétrico. O sinal de controle  $u_2(t)$  permanece sendo modificado pela função de ajuste que limita  $u_2(k) \in [0.25, 0.75]$ , como feito durante a identificação.

unidade geradora. As curvas obtidas para a segunda UG são apresentadas na Figura 3.

Como esperado, as curvas do modelo para a nova unidade geradora (Figura 3) apresentam mais incompatibilidades do que as curvas do modelo para a UG anterior. Embora a dinâmica da planta ainda seja bem representada pelo modelo, mesmo com alguns erros em regime permanente que poderiam ser facilmente contornados com uma ação integral do controlador.

Os coeficientes estimados nas tabelas 2 e 3 podem ser agrupados em uma representação de espaço de estado conforme descrito nas equações (59)-(64):

$$A_{ss}(p(k)) = A_{ss-const} + A_{ss-pk}(p(k)), \quad (65)$$

$$A_{ss-const} = \begin{pmatrix} -1.532 & 0 & 0.541 & 0 & -0.079 & 0.153 \\ 0 & -1.6 & 0 & 0.609 & -0.046 & -0.068 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (66)$$

$$A_{ss-pk}(p(k)) = \begin{pmatrix} 0.337 & 0 & -0.218 & 0 & -0.214 & -0.234 \\ 0 & 0.619 & 0 & -0.608 & -0.002 & 0.066 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot p(k), \quad (67)$$

$$B_{ss}(p(k)) = \begin{pmatrix} 0.0924 - 0.2179p(k) & -0.1478 + 0.2562p(k) \\ 0.0509 + 0.0078p(k) & 0.0675 - 0.0595p(k) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (68)$$

$$C_{ss} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (69)$$

onde  $A_{ss-const}$  e  $A_{ss-pk}(p(k))$  são matrizes fundamentais de  $A_{ss}(p(k))$ , as quais são, respectivamente, uma matriz constante e uma matriz de termos dependentes de  $p(k)$ .

Esta representação em espaço de estados (65)-(69) é o modelo final para as finalidades deste artigo. Observe que sua forma compacta e simples pode contribuir para um projeto de um controlador, por exemplo, dentre outras aplicações que demandam modelos neste formato.

## 5. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma solução genérica para a identificação LPV em espaço de estados de sistemas MIMO não lineares. Validou-se o método por meio da aplicação em um sistema de injeção de óleo combustível durante a partida de uma caldeira de uma usina termelétrica de 360 MW. Foram obtidas estimativas precisas da pressão e do consumo de óleo consideradas a abertura da válvula de óleo e a quantidade de queimadores acesos ou em processo de acendimento.

O esforço de modelar um sistema tão complexo por meio de um algoritmo computacional também traz muitos benefícios como:

- Reduz as incertezas do modelo, que no campo da modelagem fenomenológica são atribuídas às imprecisões e incertezas dos valores obtidos em campo;

- Aponta uma solução genérica que pode rapidamente ser adaptada e aplicada para modelar outras máquinas e equipamentos distintos;
- Gera um modelo simples que apresenta diversas vantagens em relação aos modelos lineares;
- Utilização de dados reais coletados em campo que garantem uma maior confiabilidade de que o modelo é de fato representativo à dinâmica do sistema estudado;
- Capacidade de perceber e incluir no modelo variáveis como perda de rendimento por desgaste mecânico;
- Evita inspeção local para aferição de valores necessários para equações dinâmicas, mitigando riscos de acidentes aos responsáveis pela coleta de dados.

Adicionalmente, ressalta-se que a metodologia apresentada retorna um modelo único MIMO de baixa complexidade matemática, em função apenas dos sinais das saída, entradas e variáveis de ajuste da planta. Essa simplicidade possibilita a futura aplicação de diversas estratégias de controle, supervisão de operação ou estimadores, que, no presente momento, são alvos de estudos dos autores.

## REFERÊNCIAS

- Basu, S. and Debnath, A.K. (2019). Chapter 2 - main equipment. In S. Basu and A.K. Debnath (eds.), *Power Plant Instrumentation and Control Handbook (Second Edition)*, 41–147. Academic Press, Boston, second edition edition.
- Gidon, D., Abbas, H.S., Bonzanini, A.D., Graves, D.B., Velni, J.M., and Mesbah, A. (2021). Data-driven lpv model predictive control of a cold atmospheric plasma jet for biomaterial processing. *Control Engineering Practice*, 109, 104725.
- Gonzalez-Salazar, M.A., Kirsten, T., and Prchlik, L. (2018). Review of the operational flexibility and emissions of gas and coal-fired power plants in a future with growing renewables. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 82, 1497–1513.
- Hübel, M., Meinke, S., Andrén, M.T., Wedding, C., Nocke, J., Gierow, C., Hassel, E., and Funkquist, J. (2017). Modelling and simulation of a coal-fired power plant for start-up optimisation. *Applied Energy*, 208, 319–331.
- IEA (ed.) (2021). *World Energy Investment 2021*. International Energy Agency.
- Marx-Schubach, T. and Schmitz, G. (2019). Modeling and simulation of the start-up process of coal fired power plants with post-combustion CO<sub>2</sub> capture. *International Journal of Greenhouse Gas Control*, 87, 44–57.
- MathWorks (2022). MATLAB version 9.11.0 (R2021b).
- NFPA (ed.) (2019). *NFPA 85 – Boiler and Combustion Systems Hazards Code*. National Fire Protection Association.
- REN21 (2020). Renewables 2020 global status report 2020. URL [https://www.ren21.net/wp-content/uploads/2019/05/gsr\\_2020\\_full\\_report\\_en.pdf](https://www.ren21.net/wp-content/uploads/2019/05/gsr_2020_full_report_en.pdf).
- Tóth, R. (2010). *Modeling and identification of linear parameter-varying systems*, volume 403. Springer.
- UNFCCC (2015). Adoption of the paris agreement. URL <http://unfccc.int/resource/docs/2015/cop21/eng/l09r01.pdf>. Report No. FCCC/CP/2015/L.9/Rev.1.