

Controle não baseado em modelo utilizando estimadores algébricos aplicado a um sistema de tanques quádruplos

Gustavo Junqueira* Gabriel Pereira das Neves*,**
Bruno Augusto Angélico*

* Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle,
Universidade de São Paulo, São Paulo - SP, (e-mail:
gustavoivojunqueira@usp.br; gabriel.pereira.neves@usp.br;
angelico@lac.usp.br).

** Insper - Instituto de Pesquisa e Ensino, São Paulo - SP,
(e-mail:gabrielpn@insper.edu.br).

Abstract: This paper presents an application of a model-free control for a quadruple tank system. Such a system is multivariable and has characteristics of its multivariable zero depending on the opening of the valves. The control is based on an ultra-local model determined by algebraic estimators in a short time window. The control scheme is tested in simulations considering three different cases. Satisfactory results were obtained even for a time-varying case.

Resumo: Este artigo apresenta uma aplicação de um controle não baseado em modelo para um sistema de tanque quádruplo. Tal sistema é multivariável e possui características de seu zero multivariável dependendo da abertura das válvulas. O controle é baseado em um modelo ultra-local, que é determinado por de estimadores algébricos em uma curta janela de tempo. Para testar o controlador são apresentadas simulações em três casos diferentes. Foram obtidos resultados satisfatórios, inclusive em um caso variante no tempo.

Keywords: Model-free control; Quadruple Tank; Algebraic Estimators; Multivariable; Coupling
Palavras-chaves: Controle sem modelo; Tanque Quádruplo; Estimadores Algébricos; Multivariável; Acoplamento

1. INTRODUÇÃO

O tanque quádruplo é um famoso experimento de controle e muito comumente utilizado para validações de formas de controle, como LQG/LTR (das Neves et al., 2016), PI (Johansson, 2000), controle robusto (Dias et al., 2021) e TFL/LTR (SILVA, 2019). As porcentagens de aberturas das duas válvulas definem se o sistema está em fase mínima ou não-mínima. Tal planta foi escolhida devido ao seu caráter didático, uma vez que é um sistema MIMO (*Multiple Input Multiple Output*), com acoplamento entre malhas e que pode ser configurado como de fase mínima ou não-mínima. Além disso, por não ser uma planta mecânica com aceleração, é uma planta de primeira ordem, o que facilita a obtenção dos estimadores algébricos.

Os estimadores algébricos foram propostos em (Fliess and Sira-Ramirez, 2004) para a estimação de derivadas. O trabalho (Murgueytio and Violeta, 2011) mostra que eles podem ser aplicados em sistemas de controle. Em (Neves and Angélico, 2021) os estimadores algébricos foram utilizados para o controle de uma planta de segunda ordem.

A ideia do controle proposto é utilizar estimadores algébricos para determinar um modelo ultra-local aproxima-

mado, considerando uma curta janela de tempo. Desta forma, será determinado um controlador que não é baseado no modelo do tanque. Além disso, o estimador pode se adaptar a parâmetros que variam no tempo e mudam a dinâmica da planta. Como mencionado anteriormente, a posição do zero multivariável do sistema de tanque quádruplo é determinada pela abertura das válvulas.

O objetivo do trabalho é validar o controlador proposto em ambiente de simulação, considerando um modelo não linear do sistema. Inicialmente, na seção 2, é apresentado o funcionamento detalhado do tanque quádruplo e, em seguida na seção 3, tem-se a explicação, a demonstração e implementação dos estimadores algébricos. Por fim, são apresentados os resultados das simulações e as conclusões finais do projeto nas seções 4 e 5, respectivamente.

2. TANQUE QUÁDRUPLO

O tanque quádruplo (Figura 1) é um sistema MIMO (das Neves et al., 2016; Johansson, 2000), em que suas entradas são os sinais de tensões nas bombas 1 e 2, e as saídas são as alturas dos tanques 1 e 2. Neste sistema, no tanque 1, o nível depende da vazão fornecida pela válvula 1 e pelo escoamento do tanque 3, subtraído pelo escoamento do tanque 1 (Equação ((1))). O nível do tanque 2 será dado pela vazão fornecida pela válvula 2 e pelo escoamento do

* Reconhecimento do suporte financeiro deve vir nesta nota de rodapé.

tanque 4, subtraído do escoamento do tanque 2 (Equação (2)). Os níveis dos tanques 3 e 4 serão dados apenas pelas vazões complementares das válvulas 1 e 2, subtraídas das vazões de escoamento dos tanques 3 e 4, respectivamente (Equações (3) e (4)).

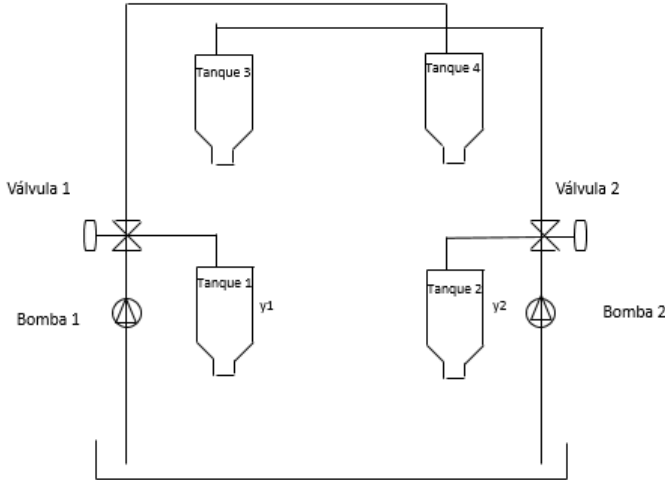


Figura 1. Desenho esquemático do tanque quádruplo.

O objetivo do trabalho é fazer o controle do tanque sem o conhecimento do seu modelo, mas para a validação das estratégias de controle via simulação, foi feito a modelagem dos tanques.

Assumindo regime turbulento, as dinâmicas dos níveis dos tanques são representadas como:

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{-a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1 k_1 v_1}{A_1}, \quad (1)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{-a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2} \sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2 k_2 v_2}{A_2}, \quad (2)$$

$$\frac{dh_3}{dt} = \frac{-a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1 - \gamma_2) k_2 v_2}{A_3}, \quad (3)$$

$$\frac{dh_4}{dt} = \frac{-a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} + \frac{(1 - \gamma_1) k_1 v_1}{A_4}. \quad (4)$$

onde:

- g é a aceleração da gravidade, onde $g = 9,81 \text{ m/s}^2$;
- γ_i é a porcentagem da abertura da válvula i ;
- a_i é a área da abertura de saída de água do tanque i ;
- A_i é a secção horizontal do tanque i ;
- h_i é a altura do volume de água no tanque i .

Os parâmetros do tanque quádruplo são apresentados na Tabela 1.

Onde:

- D é o diâmetro do tanque
- d é o diâmetro da secção de escoamento do tanque

A planta é não-linear e apresenta um zero ajustável pela soma das porcentagens de abertura das válvulas γ_1 e γ_2 (Johansson, 2000). Portanto, se $1 < \gamma_1 + \gamma_2 < 2$, o sistema apresenta seu zero em fase mínima e se $\gamma_1 + \gamma_2 < 1$, o sistema apresenta seu zero em fase não mínima.

Tabela 1. Tabela com os parâmetros do tanque

Parâmetros	Valor
D_1	6,4 [cm]
D_2	6,4 [cm]
D_3	6 [cm]
D_4	6 [cm]
d_1	0,43 [cm]
d_2	0,43 [cm]
d_3	0,32 [cm]
d_4	0,32 [cm]
k_1	3,33 [cm ³ /Vs]
k_2	3,35 [cm ³ /Vs]

3. CONTROLE SEM MODELO

Como mencionado anteriormente, este trabalho propõe controlar um sistema de tanque com técnica de controle não baseada em modelo. A técnica em questão é o controle através de um modelo ultra-local utilizando estimadores algébricos (Fliess, 2009)(Neves and Angélico, 2021)(Reger et al., 2006)

3.1 Modelo ultra-local

Um modelo ultra-local é uma representação de um sistema aproximado em torno de um ponto. Tal modelo é descrito como

$$y^{\{v\}} = \phi + \alpha u, \quad (5)$$

onde $y^{\{v\}}$ é a v -ésima derivada da saída y , e ϕ e α são parâmetros do modelo ultra-local em torno do atual ponto do sistema.

O sistema do tanque quádruplo é um controle de nível. Portanto, seu funcionamento é descrito como um modelo de primeira ordem. Desta forma os modelos ultra-locais que serão considerados para o projeto do controle são

$$\dot{h}_1 = \phi_1 + \alpha_1 v_1, \quad (6)$$

$$\dot{h}_2 = \phi_2 + \alpha_2 v_2. \quad (7)$$

Observe que os modelos foram assumidos com parâmetros desconhecidos e desacoplados, pois é supõe-se a falta de conhecimento do modelo.

Como apresentado em (Fliess, 2009), a ideia do controle é estimar um valor de α (pelo menos a ordem de grandeza) e utilizar os estimadores algébricos para obter uma estimativa do valor de ϕ ao longo do tempo. Ambos os parâmetros estimados são definidos como $\hat{\alpha}$ e $\hat{\phi}$, respectivamente. Além disso, em Neves and Angélico (2021), mesmo com erro na estimativa de $\hat{\alpha}$, o valor de $\hat{\phi}$, que apresenta o efeito do acoplamento, é estimado de maneira a “corrigir” o erro. O valor de $\hat{\alpha}$ será considerado constante.

3.2 Estimadores algébricos

Considerando o sistema ultra-local de primeira ordem

$$\dot{y} = \phi + \alpha u, \quad (8)$$

pode-se aplicar o operador de derivada s de tal forma

$$sY(s) - y(0) = \frac{\phi}{s} + \alpha U(s). \quad (9)$$

Em seguida, deriva-se em relação a s

$$Y(s) + s \frac{dY(s)}{ds} = -\frac{\phi}{s^2} + \alpha \frac{dU(s)}{ds}. \quad (10)$$

Com intuito de eliminar os termos derivativos, divide-se tudo por s^2 , resultando em

$$\frac{1}{s} \frac{dY(s)}{ds} + \frac{Y(s)}{s^2} = -\frac{\phi}{s^4} + \frac{\alpha}{s^2} \frac{dU(s)}{ds}. \quad (11)$$

Considerando as seguintes transformações

$$\frac{c}{s^\alpha}, \alpha \geq 1, c \in C \leftrightarrow c \frac{t^{\alpha-1}}{(\alpha-1)!}, \quad (12)$$

$$\frac{1}{s^\alpha} \frac{d^n}{ds^n} F(s) \leftrightarrow \frac{(-1)^n}{(\alpha-1)!} \int_0^\infty (t-\tau)^{\alpha-1} \tau^n f(\tau) d\tau, \quad (13)$$

e aplicando na Eq. (11), tem-se

$$\phi = -\frac{6}{t^3} \int_0^t (t-2\tau)y(\tau)d\tau - \frac{6\alpha}{t^3} \int_0^t (t-\tau)\tau u(\tau)d\tau. \quad (14)$$

A implementação do estimador pode ser feita através de uma janela de integração. A partir de (14), ao se considerar um intervalo fixo de integração (T), o estimador algébrico pode ser implementado através da equação de diferenças

$$\phi = -\frac{6}{T^3} \sum_{n=0}^{T/T_s} (T-2nT_s)y(nT_s) - \frac{6\hat{\alpha}}{T^3} \sum_{n=0}^{T/T_s} (T-nT_s)nT_s u(nT_s), \quad (15)$$

onde T_s é o período de amostragem e $\hat{\alpha}$ é o valor estimado de α do modelo ultra-local. A variável n é reiniciada a cada T segundos, desta forma, reiniciando a janela de integração.

No caso do tanque quádruplo, para o modelo ultra-local assumiu-se $\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2 = 0,1$, $T = 10s$ e $T_s = 1s$. Como visto na seção anterior, o modelo do tanque depende da aberturas da válvulas (γ_i), o que pode fazer com que a escolha $\hat{\alpha}_i$ apresente erros grandes. Porém, como é apresentado em (Neves and Angélico, 2021) mesmo com erros nessa estimativa, o estimador irá adaptar $\hat{\phi}_i$ de forma a compensar o erro de estimação ($\hat{\alpha}_i/\alpha_i$).

3.3 Controlador

O controle proposto para o tanque quádruplo é descentralizado e descrito como

$$v_1 = \frac{1}{\hat{\alpha}_1} (-\hat{\phi}_1 + K_{p1}e_1 + K_{i1} \int e_1 dt), \quad (16)$$

$$v_2 = \frac{1}{\hat{\alpha}_2} (-\hat{\phi}_2 + K_{p2}e_2 + K_{i2} \int e_2 dt), \quad (17)$$

onde $e_i = ref_i - h_i$, $i = \{1;2\}$, $K_{pi} = 2$ é o ganho proporcional e $K_{ii} = 0,05$ é o ganho integrativo. A

implementação do controlador é feita pela discretização segundo o método de Backward-Euler, considerando um período de amostragem de $T_s = 1s$.

Resumindo o funcionamento do controlador utilizado, o estimador determina $\hat{\phi}_i$, que por sua vez é utilizado no controlador descrito por (16)-(17). As saídas do controlador alimentar os drives de tensão das bombas v_i , para que os níveis dos tanques 1 e 2 acompanhe as referências ref_i . A Figura 2 mostra o diagrama de blocos que resume esse funcionamento.

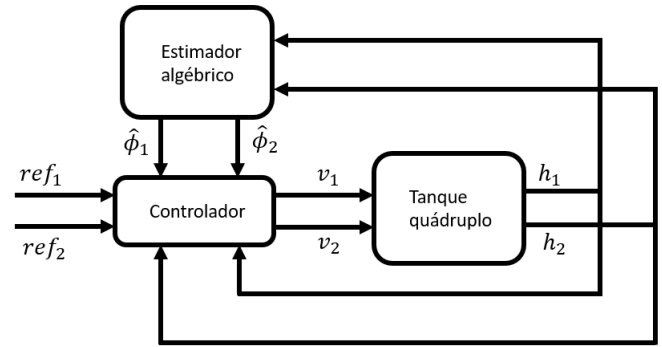


Figura 2. Desenho esquemático do controlador.

4. RESULTADOS

Para verificar o funcionamento do sistema de controle, várias simulações foram feitas em diversos cenários. Tais cenários são divididos como

- **Caso a:** As aberturas das válvulas são $\gamma_1 = 0,6$ e $\gamma_2 = 0,6$. Isso caracteriza um sistema de fase mínima;
- **Caso b:** As aberturas das válvulas são $\gamma_1 = 0,4$ e $\gamma_2 = 0,4$. Isso caracteriza um sistema de fase não-mínima;
- **Caso c:** As aberturas das válvulas são $\gamma_1 = 0,5 + 0,1\text{sen}(0,2t)$ e $\gamma_2 = 0,5 + 0,1\text{sen}(0,5t)$. Isso caracteriza um sistema variante no tempo, transitando de fase mínima para não-mínima.

Em todos os casos são consideradas as mesmas referências de h_1 e h_2 .

4.1 Caso a

O resultado deste primeiro caso é apresentado na Figura 3 e o esforço de controle é apresentado na Figura 4. Observe que o controle proposto conseguiu manter o rastreamento de referência, com boa resposta transitória, mesmo com o sinal de controle saturado em alguns instantes (saturação das bombas é em 12V).

4.2 Caso b

Os resultados obtidos do caso **b** são apresentados na Figura 5-6. Apenas para reforçar, diferente do caso anterior, a planta possui um zero de fase não-mínima, e, apesar desta mudança, o controle baseado em estimadores algébricos manteve o controle da planta conforme o desejado, com resultado ligeiramente inferior ao obtido no caso **a**.

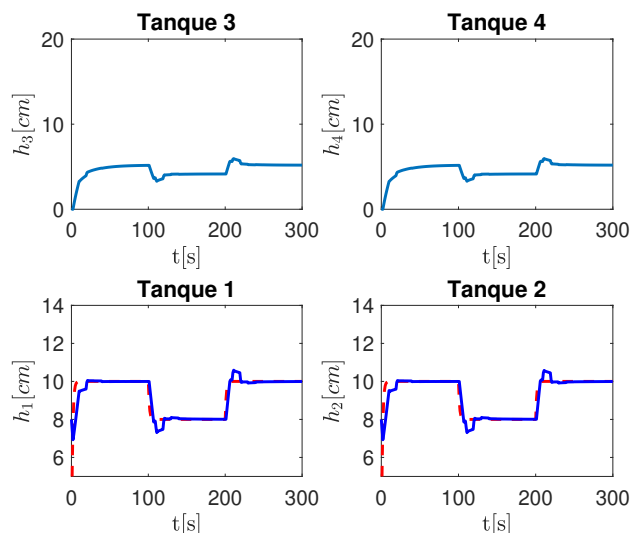


Figura 3. Altura dos tanques no caso a.

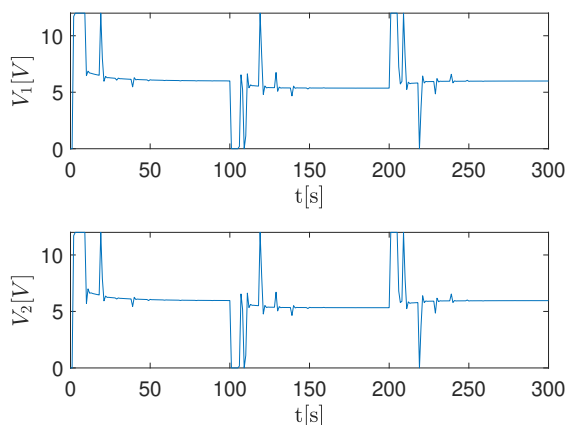


Figura 4. Esforço de controle no caso a.

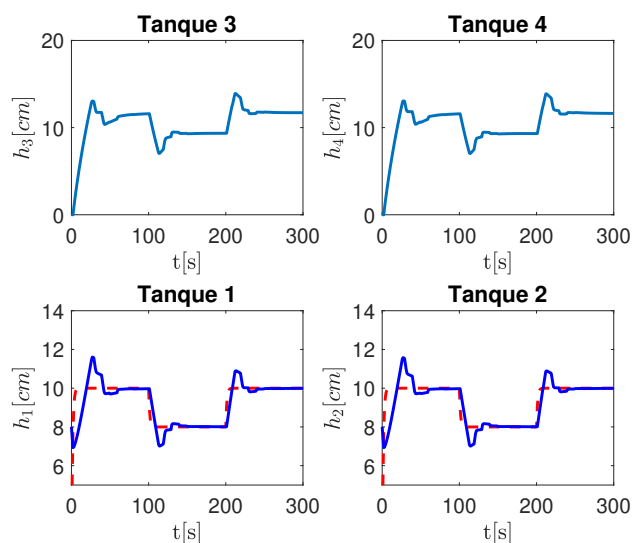


Figura 5. Altura dos tanques no caso b.

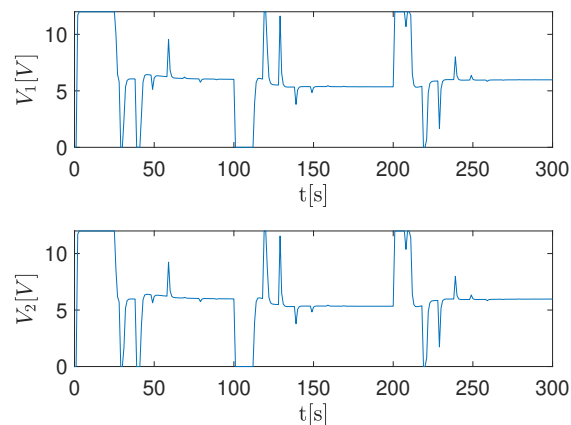


Figura 6. Esforço de controle no caso b.

4.3 Caso c

Para finalizar, tem-se o caso **c** (variante no tempo). Os níveis dos tanques podem ser vistos na Figura 7 e o esforço de controle de cada bomba na Figura 8. Observe que o controlador apresentou uma resposta satisfatória para este caso. Apesar disso, é possível observar uma pequena oscilação na resposta dos tanques. Vale reforçar que no caso **c** o sistema varia entre a fase mínima e não-mínima.

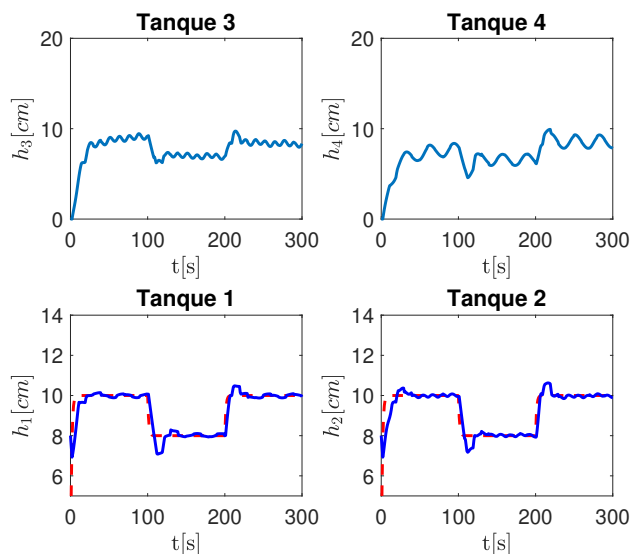


Figura 7. Altura dos tanques no caso c.

5. CONCLUSÃO

Este artigo aplica um controle não baseado em modelo, utilizando estimadores algébricos e uma abordagem de modelo ultra-local, em um sistema de tanque quádruplo. O controlador apresentou bons resultados. Como o sistema em questão tem como objetivo de controlar a altura de nível, foi considerado um modelo ultra-local de primeira ordem para o controle. Além disso, considerou-se uma dinâmica proporcional e integrativa do erro. Os resultados foram satisfatórios, considerando regiões de operação do sistema em fase mínima e não-mínima, além de um caso

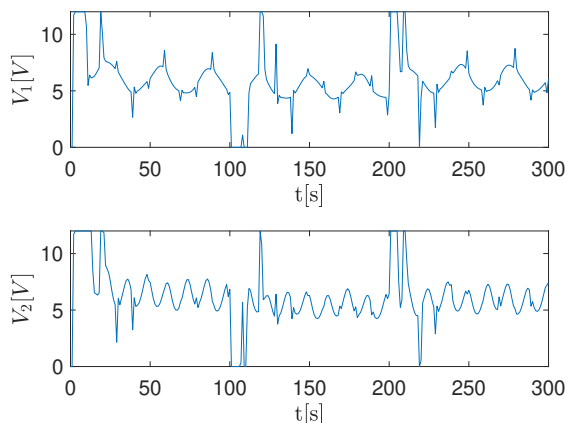


Figura 8. Esforço de controle no caso **c**.

variante no tempo. Como trabalho futuro, pretendemos fazer a implementação prática do controlador.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo financiamento do projeto, processo 135891/2020-5.

REFERÊNCIAS

- das Neves, G.P., Barbosa, F.S., Costa, P.S., and Angélico, B.A. (2016). Discrete time LQG/LTR applied to a practical quadruple tank system. In *2016 IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, 1232–1237.
- Dias, S., Queiroz, K., and Araújo, A. (2021). Controlador adaptativo robusto para o processo de tanque quádruplo. In *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente-SBAI*, volume 1.
- Fliess, M. (2009). Model-free control and intelligent pid controllers: towards a possible trivialization of nonlinear control? *IFAC Proceedings Volumes*, 42(10), 1531–1550.
- Fliess, M. and Sira-Ramirez, H. (2004). Reconstructeurs d'état. *Comptes Rendus Mathématique*, 338(1), 91–96.
- Johansson, K. (2000). The quadruple-tank process: a multivariable laboratory process with an adjustable zero. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8(3), 456–465.
- Murgueytio, L. and Violeta, Z. (2011). *Estimação algébrica aplicada aos sistemas de controle-um estudo de casos*. Ph.D. thesis, Universidade de São Paulo.
- Neves, G.P.d. and Angélico, B.A. (2021). Model-free control of mechatronic systems based on algebraic estimation. *Asian Journal of Control*.
- Reger, J., Mai, P., and Sira-Ramirez, H. (2006). Robust algebraic state estimation of chaotic systems. In *2006 IEEE Conference on Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, 326–331. IEEE.
- SILVA, J.F.R.P.d.A. (2019). Controlador tfi/ltr aplicado ao controle de sistemas em rede suscetíveis a perdas de comunicação.