Introdução ao Controle de Processos: Ensinando controle com matemática básica ⋆

Julio Elias Normey-Rico * **Marcelo M. Morato** *

* *Deptartamento de Automação e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil. (emails: julio.normey@ufsc.br, marcelomnzm@gmail.com)*

Abstract: In this article, we present a teaching proposal regarding the basic elements of process control, without the need for any advanced mathematical framework. The methodology addresses conceptually the majority of the steps required for the analysis and design of simple control systems. The programatic content of this educational guideline is presented, as well as tools that can be used in the classroom. Furthermore, a test-bench kit is proposed in order to carry out experiments regarding different subjects.

Resumo: Neste artigo, apresentamos uma proposta para o ensino dos elementos básicos da teoria de controle de processos sem a necessidade de ferramentas matemáticas avançadas. A metodologia de ensino aborda, de forma conceitual, a maioria dos passos necessários para a análise e o projeto de sistemas de controle simples. O artigo apresenta o conteúdo programático para essa proposta de ensino, além de ferramentas que podem ser usadas em sala de aula. Ademais, um kit de baixo custo é apresentado para a realização de experimentos práticos sobre os diversos assuntos discutidos.

Keywords: Education; Process control; PID control; On-Off control; Digital control; First order systems.

Palavras-chaves: Ensino; Controle de processos; Controle PID; Controle On-Off; Controle digital; Sistemas de primeira ordem.

1. INTRODUÇÃO

O ensino de controle de processos (sistemas de controle) é tradicionalmente dividido em duas partes separadas nos cursos de engenharia (Astrom and Ostberg, 1986; Albertos and Mareels, 2010). A primeira parte, com enfoque mais básico, costuma abordar o estudo de sistemas de tempo contínuo, utilizando, para tal, ferramentas baseadas em domínios frequenciais projetados (transformada de Laplace, Fourier). Neste contexto, os processos são representados através de modelos em funções de transferência, tipo entrada-saída (Franklin et al., 2013; Garcia, 2017). Já a segunda parte, muitas vezes denominada de controle avançado/moderno, costuma focar nos sistemas de controle em tempo discreto, em alguns casos ainda levando em conta o uso transformações para o domínio da frequência (transformada $\mathcal{Z}$), e em outros usando representação por variáveis de estado (Ogata and Severo, 1998; Maciejowski, 1984). Esta organização programática do ensino da teoria de controle de processos também é a sequência de apresentação da maioria dos livros-textos mais tradicionais, tais como: (Ogata and Severo, 1998), (Franklin et al., 2013) e (D'azzo and Houpis, 1984).

Em geral, tanto nos livros, quanto como nas disciplinas de graduação, o conteúdo programático inicial é dedicado à apresentação de ferramentas de cálculo que dão suporte às metodologias de análise e de projeto apresentadas na sequência. Uma vez apresentadas tais ferramentas, permite-se o estudo dos mais diversos problemas de controle, de forma generalista. Ademais, essa sequência programática também possibilita a simplificação de cálculos matemáticos mais robustos por meio de ferramentas específicas (exemplo: análise de respostas no domínio da frequência ao invés de análise convolucional). Por outro lado, essa abordagem de ensino tradicional apresenta uma grande desvantagem: o foco principal do estudo, em muitas vezes, torna-se centrado nas ferramentas matemáticas em si e, desta forma, perde-se atenção aos conceitos teóricos importantes.

A experiência dos Autores deste trabalho, extraída de mais de 30 anos de trabalho em sala de aula, aponta para o seguinte problema: estudantes tendem a utilizar as ferramentas matemáticas de forma ágil (e quase automatizada), mas desconhecem (ou não dominam) os conceitos importantes que suportam o uso de tal arcabouço ferramental. Ilustremos com um exemplo recorrente observado em sala de aula: para a análise de um processo representado por uma função de transferência $G(s)$, pede-se o cálculo do ganho estático; grande parte do corpo discente tende a afirmar, sem discernimento suficiente, que $G(0)$ impõe o ganho estático do processo, desconsiderando a análise da condição necessária para que o ganho estático seja, de fato, calculado desta forma; assim, empregam o uso do ferramental matemático (Teorema do Valor Final) mesmo se $G(s)$ representa a um processo instável em malha-aberta (para o qual tal teorema não é válido).

⋆ Os autores agradecem à UFSC e ao CNPq pelo apoio.

Na prática docente, observamos que o processo de ensino-aprendizagem dos principais conceitos de controle é, de fato, muito complexo, uma vez que muitas das ferramentas básicas que suportam as técnicas de controle ainda costumam não ter sido bem assimiladas pelos estudantes no momento de ensino. Sintetizamos, portanto, dois aspectos negativos da abordagem mais tradicional do ensino da teoria de controle: (i) a tendência dos estudantes em buscar respostas no ferramental matemático (e em fórmulas "prontas") e não nos conceitos em si; (ii) a dificuldade associada ao uso de ferramentas matemáticas mais complexas acaba prejudicando a assimilação dos conceitos importantes de controle.

Ao nosso melhor conhecimento, tal situação repete-se em muitas universidades, em nível de graduação, fazendo com que o ensino de teoria de controle seja árduo, com estudantes apresentando grandes dificuldades de estudo, principalmente na distinção entre os conceitos das ferramentas matemáticas. Ademais, tal problema costuma acarretar em um aproveitamento baixo nos cursos de controle, costumeiramente associados a muitas reprovações.

Uma proposta de solução/mitigação de tal problema foi elaborada no Curso de Engenharia de Controle e Automação (ECA) da UFSC (que nos parece, de fato, interessante): propõe-se uma disciplina básica, introdutória ao controle logo nas primeiras fases da graduação. Desta forma, permite-se o ensino, apenas com ferramentas matemáticas básicas, dos principais conceitos da teoria de controle, assim como das principais técnicas usadas no meio industrial (controle On-Off, proporcional (P), proporcional-integral (PI) e proporcional-integral-derivativo (PID)). Tal abordagem é totalmente baseada no domínio do tempo, analisando modelos e processos simples de primeira ordem (tanto contínuos, como discretos), e projetando controladores básicos com discussões sobre as vantagens e desvantagens de cada estratégia. A experiência desse curso introdutório tem sido positiva, no sentido que os estudantes que assimilaram os conceitos de controle sem uso de matemática avançada, puderam, posteriormente, ter melhor desempenho nas disciplinas de controle mais avançadas.

Desta disciplina introdutória, cuja primeira turma teve inicio em 2016, e dos materiais desenvolvidos para o processo de ensino-aprendizagem, publicamos, recentemente, o livro "Introdução ao Controle de Processos" (Normey-Rico and Morato, 2021), usado hoje como livro-texto na ECA da UFSC.

Assim, a principal contribuição deste artigo, é apresentar as principais ideias desta abordagem intuitiva para o ensino de controle, recorrendo apenas a conceitos e ferramentas básicas da física e do cálculo. Tal metodologia tem como foco uma disciplina de introdução ao controle de processos, que fomenta o interesse dos estudantes pelos conceitos da teoria de controle. No decorrer deste artigo, também apresentamos a sequência programática de ensino.

2. CONTROLE DE PROCESSOS

Do ponto de vista conceitual, a primeira ideia a ser discutida é o conceito de processo como um sistema que transforma, ou modifica, alguma propriedade de um material, podendo até mesmo convertê-lo em um novo produto. A segunda é que, ao abordarmos o controle de processos, precisamos poder atuar sobre o processo e poder observar ou medir a propriedade que queremos modificar, adaptar ao longo do tempo. Desta forma, os conceitos de variável manipulada (ou entrada de controle) e controlada (ou saída) surgem de maneira intuitiva. Neste mesmo momento também é introduzido o conceito de perturbação, ou variável externa que afeta o processo, mas que não pode ser manipulada. As perturbações são o motivo principal para a existência da maioria dos sistemas de controle, entretanto, elas são muitas vezes esquecidas ou somente definidas e discutidas posteriormente no planejamento das aulas de introdução dos conceitos básicos.

Os conceitos de controle em malha-aberta e malha-fechada também são fundamentais e simples de serem explicados já no início do curso, assim como os conceitos de operações de controle em modo manual e automático.

Falar de especificações de operação para o processo é outro tema simples, que pode ser introduzido de forma intuitiva. Para quê e como queremos controlar o processo? Quais são nossos objetivos? Neste ponto, é importante mencionar aspectos relativos às camadas de controle tipicamente encontradas na indústria, visando apresentar o escopo geral dos principais problemas de um processo, antes de nos debruçarmos no estudo de problemas de controle da camada de mais baixo nível.

Por fim, outro conceito importante a ser apresentado em momentos iniciais no projeto de controladores é a inter-relação entre as características físicas e reais da operação do processo sob estudo e as faixas de atuação e sinais das variáveis envolvidas no controlador. É comum, quando estudamos sistemas de controle usando modelos matemáticos, esquecermos de erros de modelagem e limitações/saturações físicas e trabalharmos com valores errados (infactíveis) das variáveis envolvidas. Perde-se, assim, a relação do modelo com o processo real e, portanto, se reduz a performance e confiabilidade do controlador projetado. Desenhar um mapa de atuação do processo, considerando as variáveis de controle, perturbações e saída é fundamental para que o estudante entenda o problema que está analisando.

Um sistema simples para usar como exemplo é o de controle de nível de um tanque atmosférico equipado com duas válvulas cujas aberturas variam a vazão de entrada e saída de fluído: uma como variável manipulada e outra como perturbação. Trata-se de um processo que permite estudar diversos aspectos, como comportamento não linear, ganhos positivos e negativos, saturação de atuadores e faixa restrita da variável de processo, entre outras.

O estudante deve perceber que, se sistemas de controle podem ser empregados para que se consiga estabelecer uma determinada condição de operação no processo, então torna-se necessário encontrar um procedimento para que essas ações de controle sejam definidas de forma sistemática. Assim, é evidente a necessidade do estudo do funcionamento do processo, e a forma mais simples para tal é a criação da descrição matemática dos fenômenos as-

ISSN: 2525-8311

DOI: 10.20906/CBA2022/3362

sociados, ou modelos matemáticos. Abordamos esse tópico na próxima seção.

3. MODELOS E CARATERÍSTICAS

O conceito de modelo é um tema fundamental para um curso básico de controle. Associar modelos matemáticos a problemas simples, do cotidiano, é uma motivação importante para o estudante. Utilizar as ferramentas matemáticas e físicas simples (aquelas apresentadas nas primeiras fases dos cursos de graduação) para este fim, torna-se, também, um incentivo para a valorização das mesmas (e de suas respectivas disciplinas). Ressaltamos alguns aspectos importantes que devem ser levados em consideração nesta abordagem: (i) Não precisamos de equações complexas para descrevermos e explicarmos os conceitos fundamentais de sistemas dinâmicos; podemos utilizar apenas modelos de primeira ordem e modelos estáticos; (ii) Tais modelos não devem ser somente lineares, evitando a falsa impressão de que podemos "representar o mundo" com equações lineares; (iii) Devemos usar modelos de tempo contínuo e discreto, visando mostrar a generalidade da teoria, além de analisarmos processos diversos (estáveis, instáveis, integradores); (iv) Modelos estáticos são interessantes para sistemas com dinâmicas que podem ser consideradas instantâneas, como é o caso, muitas vezes, de atuadores e sensores; (v) O conceito de estabilidade pode ser apresentado de forma intuitiva, sem necessidade de formalização teórica mais densa.

Apresentamos, na sequência, dois modelos do cotidiano dos estudantes que são interessantes para ilustrar tais ideias: um caso contínuo, que representa o controle de velocidade de um carro, e um de caso discreto, que considera a evolução temporal de uma dívida.

Considere um carro em tráfego a velocidade $v(t) \in [0,\ v_{\max}]$ $(t \in \mathbb{R})$, em uma estrada de inclinação $\theta(t) \in [-10^o,\ 10^o]$. Usando a Segunda Lei de Newton, com relação ao eixo paralelo à estrada, obtemos a seguinte descrição:

$$m\frac{dv(t)}{dt} = K_m u(t) - K_a v^2(t) - mg\sin(\theta(t)), \qquad (1)$$

para a qual m é a massa do carro, K_a é a constante de atrito devido ao ar, e K_m é a constante do motor, que relaciona sua força com o sinal de atuação do acelerador $u(t) \in [0,\ 100\%]$. Este modelo simples, é não linear e permite trabalhar bem os efeitos da perturbação $\theta(t)$ no comportamento da velocidade,

O modelo que representa a evolução mensal de uma dívida $D(k)$ no mês $(k \in \mathbb{Z})$ de valor inicial $D(0) = D_i$ e que prevê em contrato uma taxa de juros fixa j e o pagamento de uma parcela mensal $P_m(k)$ igual a uma fração fixa x da dívida do mês anterior $(j < x < 1)$, pode ser escrito como:

$$D(k) = D(k-1) + jD(k-1) - P_m(k) + A(k)\,, \qquad (2)$$

com $P_m(k) = xD(k-1)$ e sendo $A(k)$ um aumento extra de crédito que pode ou não ser solicitado no mês k. O modelo reduzido deste sistema é $D(k) = aD(k-1) + A(k)$, com $a = 1 + j - x$ satisfazendo $a < 1$. Neste sistema, podemos controlar o valor da dívida modificando os pedidos adicionais de crédito, sendo que A e D estão limitados ao intervalo $[0, D_{\max}]$.

Através do uso de modelos simples como estes, podemos introduzir o conceito de faixa de atuação das variáveis, estudar caraterísticas estáticas, expor os conceitos de ganho estático e constante de tempo, assim como observar o efeito de perturbações nas dinâmicas controladas. O exemplo do carro, que possui um modelo não linear, permite explorar o conceito de linearidade, conhecido das disciplinas de álgebra, e de modelo linear aproximado, que será usado posteriormente para o projeto de controladores.

Para apresentarmos a propriedade de estabilidade de forma intuitiva, consideramos, como ilustração, um dado processo operando em um certo ponto de operação. Então, supomos que é introduzida uma variação no sinal de controle (ou perturbação) de amplitude finita ao sistema, durante um intervalo de tempo finito. Assim, a variável de processo se modificará transitoriamente, mas, se após um tempo finito, ela retornar ao ponto de equilíbrio em que se encontrava, podemos dizer que este processo apresenta um comportamento estável naquele ponto de operação. Perceba, que a pesar de simples, este conceito não pode estar dissociado dos anteriormente analisados, já que o estudante precisa decidir a amplitude e o intervalo do sinal de excitação do ensaio para testar a estabilidade tendo em vista valores que respeitem os limites estabelecidos para as variáveis do processo.

Para pontos de operação estáveis, o conceito de ganho estático surge, então, de forma simples e intuitiva, definido como o ganho entre uma pequena variação do controle (no caso do carro, a atuação no acelerador u) e a variação da saída (neste caso, a velocidade) produzida, partindo de um dado ponto de operação. Torna-se claro, então, que o ganho estático é a inclinação da reta tangente à curva estática no ponto de operação escolhido. A mesma ideia pode ser usada para a relação entre a perturbação e a saída do processo.

O conceito de resposta dinâmica, quando fazemos o processo transitar de um ponto de operação para outro, é o assunto seguinte a ser discutido. Note que é intuitivo entender que as variações da saída do processo não são, em geral, instantâneas. A simulação é uma ótima ferramenta para este tema, nos auxiliando a analisar o comportamento dinâmico do modelo de maneira rápida e segura, bem como nos possibilitando validar se o modelo representa de maneira suficiente o processo real. A simulação de sistemas discretos apresenta a vantagem de ser direta, pois a equação à diferenças pode ser facilmente traduzida para simulações numéricas (em código). Para os sistemas contínuos, basta usar outro conceito simples de matemática: aproxima-se a derivada do modelo através da fórmula de Euler $T_c \frac{dx}{dt} \approx x[(k+1)T_c] - x(kT_c)$, sendo T_c o passo de discretização do tempo e $k \in \mathbb{Z}$. Através abordagem por simulação, podemos explorar o conceito de resposta transitória e de constante de tempo, apenas observando que, para diferentes parâmetros do modelo, observaremos diferentes períodos de tempos para a passagem de um ponto de operação para outro.

Ressaltamos, ademais, que é fundamental introduzirmos, neste momento da disciplina, os conceitos de amostragem, interpolação e quantização, para entender as comunicações analógica-digital e digital-analógica, necessárias para o uso de sistemas de controle em tempo discreto atuando nos processos contínuos. É relativamente simples e intuitivo apresentar estes conceitos exclusivamente no domínio temporal, ilustrando, através de exemplos simulados e experimentais, aspectos tais como a escolha do período de amostragem adequado para um dado processo.

Para uma solução analítica geral, precisamos recorrer à solução de equações diferenciais ou a diferenças, que nesta abordagem estão limitadas a sistemas de primeira ordem. Assim, o conceito de modelo linear aproximado, surge como uma forma interessante de encontrar as soluções destas equações, quando elas apresentam não linearidades. O uso de modelos para pequenas variações nas vizinhanças de um ponto de operação pode ser bem justificado na prática. Assim, usando técnicas de aproximação de uma função não linear por uma reta tangente num dado ponto do seu domínio, podemos encontrar modelos lineares incrementais, que permitem representar os movimentos dinâmicos das variáveis envolvidas no processo, nas proximidades do ponto de operação escolhido.

Para o caso contínuo, não é necessário recorrer à solução formal de equações diferenciais. Uma estrategia interessante para a discussão deste tema é observar os diferentes comportamentos de variáveis de processos reais e associá-los a determinados tipos de função no tempo. Posteriormente, verifica-se a validação destas funções como soluções, de fato, para modelos de primeira ordem. O caso do controle de nível de um tanque cilíndrico de base A pode ser usado para discutir este tópico, observando, por exemplo, a forma típica da variação do nível $h(t)$ de um tanque sem entrada de água e com a abertura fixa na válvula de saída, que tem uma taxa de decaimento (a derivada do nível) maior no inicio do experimento do que no final, o que permite associar $h(t)$ a uma exponencial decrescente $h(t) = e^{-t/\tau}$, com $\tau > 0$. Ainda é simples mostrar que τ depende das caraterísticas do tanque como a área da base e tamanho da válvula.

Com as ferramentas e conceitos sobre modelagem e comportamento dos processos, podemos progredir com o estudos dos diferentes sistemas de controle, apresentados sequencialmente nas próximas seções deste artigo.

4. CONTROLE ON-OFF

A primeira técnica de controle que sugerimos apresentar em um curso básico de controle é a abordagem On-Off (liga-desliga). Este controlador é um dos mais usados na indústria e em equipamentos domésticos, sendo simples de entender e implementar. Porém, essa técnica é esquecida em muitos cursos de controle e, inclusive, em muitos livros texto.

O controle On-Off é uma abordagem realimentada que liga ou desliga a ação de controle dependendo de uma condição verificada na variável de processo y, a qual deve ser mantida dentro de uma banda $[y_{\inf}, y_{\sup}]$. Como exemplos pode-se citar a temperatura de uma sala sendo controlada por um sistema de aquecimento, ou da temperatura interna de uma geladeira sendo controlada por um ciclo de compressão. É importante, portanto, entender como sistemas se comportam em malha-fechada sob a ação de controladores On-Off. Assim, a aprendizagem dessa técnica pode ser motivada através da problematização de equipamentos e da solução de controle On-Off que fazem parte do cotidiano dos estudantes.

Outro conceito importante que pode ser introduzido junto com esta técnica de controle simples é o da relação entre o sinal do ganho do processo e o ganho do controlador, em um sistema realimentado. Para um sistema com ganho estático positivo (como um aquecedor), o controle deve ser colocado na condição u_{On} (valor máximo), quando a saída atingir o valor mínimo da banda, ao passo que deve ser colocado na condição u_{Off} (valor mínimo), quando a variável de processo atingir o valor máximo dela:

$$u(t) := \begin{cases} u_{\text{On}}, & \text{se} \quad y(t) < y_{\inf}, \\ u_{\text{Off}}, & \text{se} \quad y(t) > y_{\sup}, \\ \text{Mantém-se, caso contrário.} \end{cases} \tag{3}$$

Já no caso de sistemas com ganho estático negativo (tal como uma geladeira), atuamos de forma inversa, usando u_{Off} quando a saída atingir o valor mínimo da banda e u_{On} na outra condição. [1]

O comportamento de sistemas sob o efeito de controladores realimentados On-Off é simples de ser descrito analiticamente, considerando os modelos lineares de processos já apresentados. Assim, as caraterísticas da resposta final e tempos de chaveamento podem ser calculados diretamente. Sobre este ponto, ressaltamos ser importante destacar aos estudantes que há um compromisso entre simplicidade do controlador e desempenho obtido por este controle. Em abordagens On-Off, há a vantagem de que apenas torna-se necessário um atuador tipo relé, mas, por outro lado, a saída do processo é mantida sempre variando dentro uma faixa, além dos períodos de tempos observados nos regimes transitórios serem equivalentes aos períodos de tempo do processo em malha-aberta, devido à forma de atuação.

O estudante deve estar ciente de que, para muitos processos, este tipo de abordagem de controle pode ser uma estratégia adequada. Por outro lado, as desvantagens destes controladores servem como ponto de partida para a motivação sobre o uso do controladores proporcionais, que se analisam na próxima seção.

5. CONTROLE PROPORCIONAL

O controle proporcional (P) surge, naturalmente, como uma alternativa de controle para que se consiga manter a saída do processo e, consequentemente, o sinal de atuação, em um dado ponto de operação fixo. Na estrategia P, o sinal de controle é automaticamente ajustado de acordo com a distância entre o objetivo e a saída do processo. Neste paradigma, um sinal de referência $r(t)$ torna-se necessário para indicar o ponto de operação desejado para a saída, além de um sinal de erro de rastreamento $e(t) = r(t) - y(t)$. Com base no cálculo deste sinal de erro, a ação de controle proporcional é definida como $u(t) = K_p e(t)$, ou $u(k) = K_p e(k)$.

Seguindo a mesma lógica da estratégia de controle On-Off, discute-se com os estudantes que um ganho proporcional $K_p > 0$ deve ser usado para processos com ganho positivo e vice-versa [2] . Ademais, deve-se ressaltar que o controle P

[1] A implementação para o caso discreto é igual, trocando a variável contínua real t por uma variável discreta inteira k.
[2] Esta condição é válida para todo tipo de controle realimentado

ISSN: 2525-8311

DOI: 10.20906/CBA2022/3362

somente atua "corretamente" se o sinal de erro for limitado a uma banda, denominada "banda proporcional"(BP). A BP define a faixa de atuação proporcional desta estratégia de controle, uma vez que, caso o erro ultrapasse esta faixa, o controle P atua tal como um controlador On-Off. Temos [3] : BP $= \frac{(u_{\text{On}} - u_{\text{Off}})}{K_p}$.

A primeira vantagem do controle P sobre o On-Off é que, para um sinal de referência constante $r(t) = r_0$ e sem considerar perturbações (inicialmente), se o sistema em malha-fechada é estável e opera-se dentro da faixa de atuação de u, a variável de processo atingirá um ponto de operação fixo dado por $P_0 = (u_0, y_0)$. É simples calcular que, como $y_0 = K_e u_0$ (K_e é o ganho estático do processo), e $u_0 = K_p(r_0 - y_0)$, teremos $y_0 = \frac{K_e K_p}{1+K_e K_p} r_0$, como também $e_0 = \frac{1}{1+K_e K_p} r_0$.

Desta forma, pode-se ressaltar aos estudantes que sempre teremos um erro não nulo com controladores proporcionais simples. Este fato é intuitivo, caso o erro fosse nulo, não teríamos ação de controle para manter o processo em y_0. Observe que esta análise estática não necessita de cálculos complexos e é válida tanto para sistemas contínuos quanto discretos, e pode ser generalizada para o caso com perturbações.

Em termos de dinâmicas, é relativamente simples apresentar aos estudantes que, sob efeito de controladores P, o modelo do sistema em malha fechada também é de primeira ordem. Desta forma, além das relações estáticas já calculadas, pode-se discutir como a constante de tempo do sistema em malha-fechada τ_{MF} depende diretamente da escolha do ganho proporcional, uma vez que $\tau_{\text{MF}} = \frac{\tau}{1+K_e K_p}$, com τ a constante de tempo do processo. Assim, para maiores valores maiores de $|K_p|$, observaremos respostas mais rápidas em malha-fechada. O mesmo argumento é válido para o caso discreto.

No contexto programático do curso introdutório, é importante, neste momento, ressaltar um conceito que muitas vezes passa desapercebido: o controle P não altera a dinâmica do processo, que continuará reagindo com uma constante de tempo τ. O que acontece no regime transitório, nos instantes inciais, é que o controlador atua no processo com sinais de amplitude muito maiores que os que levam ao ponto de equilíbrio desejado, fazendo assim que a saída aproxime-se mais rapidamente do sinal de referência, diminuindo, posteriormente, a ação de controle, para que a saída não ultrapasse r e atinja o equilíbrio.

O controle P é muito interessante para controlar processos simples, e o inconveniente deste não conseguir garantir o erro nulo em regime permanente pode ser resolvido com uma ação suplementar denominada BIAS. Assim, utiliza-se a seguinte ação de controle P suplementada: $u(t) = K_p e(t)$+BIAS. O sinal de BIAS é um ajuste manual que visa impor o equilíbrio desejado. Se este for ajustado corretamente para que a saída estabilize-se no sinal de referência ($r_0 = y_0$), ou seja BIAS$= \frac{(y_0 - K_q q_0)}{K_e} = \frac{(r_0 - K_q q_0)}{K_e}$, o erro será nulo e sinal de controle será dado pelo BIAS no ponto de operação, ou seja, u_0 =BIAS. Na discussão deste tema, deve ser ressaltado ao estudante que este ajuste depende do ponto de operação escolhido e, se este mudar, por causa de mudanças na perturbação, o sinal de compensação (BIAS) também deverá ser reajustado (manualmente). Ainda, este resultado pode ser aplicado em modelos não lineares, para os quais o ajuste do BIAS é determinado de acordo com a curva estática do processo.

Uma questão que surge sempre neste tópico é a possibilidade de usar um "BIAS automático" , que motiva a introdução da ação integral, analisada na próxima seção.

6. USANDO A AÇÃO INTEGRAL

A ação integral (I) surge como uma alternativa para que o sistema de controle em malha-fechada cumpra a condição de rastreamento de referência com erro estático nulo em regime permanente, para sinais de referência e perturbações constantes, sempre que a dinâmica de malha-fechada for estável.

Para introduzir o conceito da ação integral, sem matemática avançada, apresentamos o seguinte sinal $u(t)$:

$$u(t) = \int_0^t e(\mu) d\mu\,. \tag{4}$$

Assim, basta enfatizar que o sinal $u(t)$ é equivalente à área baixo a função $e(\mu)$ para o intervalo $\mu \in [0,\ t]$. O valor desta área, a partir de um determinado t', será constante desde que, a partir desse instante, todos os valores de e forem nulos, ou seja $e(t) = 0, \forall t \geq t'$. Portanto, ao colocarmos um controle do tipo integrador em um sistema em malha-fechada, e assumirmos que o sistema atinge um ponto de operação com saída y_0 e controle u_0 constantes, o erro $e_0 = r_0 - y_0$ será necessariamente nulo em regime permanente, pois, caso contrário, o sinal de controle não seria constante e o sistema não estaria em equilíbrio (contradição).

Usando uma ação integral implementada de forma discreta, tal como $u(k) = T_s \sum_{i=0}^{k} e(i)$, sendo T_s o tempo entre as amostras, podemos expressar a ação de forma recursiva [4] :

$$u(k) = u(k-1) + T_s e(k)\,. \tag{5}$$

Desta forma, a condição para que o sinal de controle $u(k)$ seja mantido constante é dada por $u(k) = u(k-1) = u_0$, o que impõe que $e(k) = 0$. Novamente, com poucos passos matemáticos podemos mostrar como a ação integral garante erro de seguimento nulo. Devemos reforçar aqui a condição necessária de estabilidade em malha-fechada, e que o resultado é válido para qualquer r_0 e q_0 constantes, dentro da faixa de operação do processo.

Embora o controle integral consiga melhorar a condição de operação em regime permanente para sinais de excitação constantes, não podemos afirmar o mesmo para o regime transitório. Ao utilizarmos os valores passados na lei de controle, o controle I torna-se mais lento que o controle P, dado que as mudanças relativas da ação de controle são

[3] Usamos, aqui, u_{On} e u_{Off} como os valores máximos e mínimo admissíveis para a variável manipulada, respectivamente.

[4] Na prática, o controle integral é implementado com um ganho ajustável K_i, visando ponderar a ação integradora, ou seja, $u(t) = K_i \int_0^t e(\mu) d\mu$ ou $u(k) = u(k-1) + K_i T_s e(k)$.

pequenas a cada passo de amostragem. Analisemos, por exemplo, quando um processo é inicializado na condição $u(0) = 0, y(0) = 0$, para um sinal referência $r(k) = r_0 \neq y(0)$. Em um primeiro momento, um controlador I calculará $u(1) = u(0) + K_i T_s(r_0 - 0) = K_i T_s r_0$. Como T_s é o período de amostragem, geralmente de valor pequeno, a ação I resultante será de baixa amplitude e, portanto, observaremos pouca variação na saída. Este problema pode ser compensado com um valor de K_i muito grande, mas se aumentarmos muito a intensidade do controle nos instantes iniciais (com valores de $u(k) > u_0$), precisaremos de valores negativos do erro para posteriormente diminuir o valor de $u(k)$, causando respostas com oscilações.

Ressaltamos que, por outro lado, um controle P utiliza $u(1) = K_p r_0$, permitindo uma ação mais rápida nos instantes iniciais. Neste caso, não observamos problema de usar valores de $u(k) > u_0$, uma vez que o controle P "não possui memória", podendo reduzir sua intensidade instantaneamente, conforme o erro varia.

O controle Proporcional-Integral (PI) surge, então, como uma alternativa para aproveitar as vantagens da ação I no regime permanente e da ação P no regime transitório.

7. O CONTROLE PROPORCIONAL-INTEGRAL

Um controlador tipo PI realiza uma soma ponderada das ações P e I, ou seja, para o sinal de erro $e(t) = r(t) - y(t)$, consideramos a seguinte lei de controle:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\mu) d\mu \,. \tag{6}$$

No caso discreto, para $e(k) = r(k) - y(k)$ temos:

$$u_P(k) = K_p e(k)\,, \tag{7}$$

$$u_I(k) = u_I(k-1) + T_s K_i e(k)\,, \tag{8}$$

$$u(k) = u_P(k) + u_I(k) \tag{9}$$

ou de forma equivalente:

$$u(k) = u(k-1) + K_1 e(k) + K_2 e(k-1)\,,$$

com $K_1 = K_p + T_s K_i$ e $K_2 = -K_p$.

Ao lembrarmos das características de controladores P com BIAS, podemos observar que a lei de controle PI implementa uma ação BIAS de forma automática, ou seja, cria uma parcela em paralelo com a ação P, que lentamente é ajustada para que a variável de processo chegue ao ponto de equilíbrio com $e = 0$ (e, portanto ação P nula).

O ajuste do controle PI de forma analítica para sistemas de primeira ordem como o apresentado requer a utilização de equações diferenciais e à diferenças de segunda ordem. Nesta proposta de ensino, optamos por não usar essa abordagem e passar ideias intuitivas das ações de controle, mostrando como maiores ganhos geram maior velocidade nas respostas, mas podem trazer, como efeito secundário, oscilações na reposta em malha-fechada, tal como explicado para a ação I.

Por outro lado, do ponto de vista prático, através de experimentos e simulações, podem-se apresentar ao estudante ferramentas para ajustar os ganhos P e I, como por exemplo os métodos de Skogestad (Skogestad, 2003) de Ziegler e Nichols (Ziegler et al., 1942), que são muito utilizados no meio industrial. A apresentação destes métodos pode ser realizada sem muita dificuldade, focando nos seguintes aspectos de cada metodologia: (1) A configuração PI usada. (2) As condições necessárias para sua aplicação. (3) Os objetivos de controle em malha-fechada almejados. Com estas informações em mãos, o estudante poderá escolher o tipo de sintonia a implementar, dependendo do modelo disponível do processo e da concordância dos seus objetivos com os da regra escolhida.

Outros aspectos práticos de grande importância também podem ser analisados e estudados sem necessidade de matemática avançada, tais como a ponderação do sinal de referência na ação proporcional, o uso de ação anti-windup, quando o controle atua sob saturação, e o uso de filtros nos sinais medidos, quando estes são muito afetados pelo ruído.

7.1 Ponderação da referência

Como já discutido, os sistemas de controle industriais, têm, em geral, como objetivo principal a rejeição de perturbações. Quando ajustamos um controle PI para que o sistema tenha uma resposta rápida frente a uma perturbação, devemos levar em conta que se o sinal de referência não for alterado, o incremento da ação de controle será gerada pela variação do sinal de saída ($\Delta y(t)$), sendo que o incremento do erro será dado por $\Delta e(t) = -\Delta y(t)$. Tipicamente $\Delta y(t)$ não será um sinal de variação instantânea (pois ele depende da dinâmica do processo) e, portanto, os valores de K_p e K_i deverão ser suficientemente grandes para gerar os sinais de controle necessários para uma rejeição rápida. Porém, ao mantermos a sintonia original para K_p e K_i, para o caso de uma mudança de referência rápida (do tipo degrau, por exemplo), observaremos um sinal de controle muito elevado, que pode causar picos na ação de controle e, consequentemente, respostas indesejadas na saída do sistema durante o regime transitório (picos).

A escolha de um ajuste intermediário para K_p e K_i poderia ser uma alternativa, buscando um compromisso entre a velocidade da rejeição e o pico da resposta à referência. Todavia, uma solução mais inteligente (e muito simples) é modificarmos a implementação da lei PI para que a ação P, que é a responsável pelo transitório rápido, atue plenamente na rejeição de perturbação e apenas parcialmente nas mudanças de referência. Tal objetivo pode ser estabelecido com a seguinte lei de controle:

$$u(t) = K_p(\alpha r(t) - y(t)) + K_i \int_0^t e(\mu) d\mu \,. \tag{10}$$

Note que, usando $\alpha < 1$, a ação P atua com menor ganho sobre r do que sobre y. Desta forma, permite-se uma ação P maior para quando apenas y varia (ou seja, para quando ocorrem perturbações). Esta estratégia é simples, de fácil implementação, e permite melhorar consideravelmente o desempenho do controle PI.

7.2 Ação anti-windup

Na prática, sempre temos uma faixa de atuação do controle, limitada pelo intervalo $[u_{\min}, u_{\max}]$. Se, em um dado instante, a ação de controle calculada estiver fora desta

ISSN: 2525-8311

DOI: 10.20906/CBA2022/3362

faixa, o controle realmente aplicado no processo será diferente do calculado. Tal saturação tem dois efeitos simples de serem explicados sem necessidade de matemática avançada. O primeiro é que a saturação pode implicar em que o sistema não atinja uma dada referência ou rejeite uma dada perturbação no regime permanente, caso o controle necessário para tal esteja fora da faixa de operação. O segundo efeito ocorre no regime transitório, dado que se o controle está limitado, a variável de processo terá uma evolução mais lenta do que o esperado sem saturação. Estes problemas afetam todo tipo de controle, seja P, I ou PI.

Todavia, no caso de termos ação integral no controle, a saturação causa outro efeito na resposta transitória: a acumulação da ação integral (efeito "*windup*"). Esse fenômeno pode ser apresentado de forma simples, usando uma lei de controle tipo I discreta (usamos aqui um processo de ganho estático positivo). Considere que o sistema parte de $y = 0$ e é definida uma referência $r(k) = r_0$ dentro da faixa admissível de operação do processo, e que o sistema precisa, em regime permanente, de um controle u_0 para que a saída estabilize-se em $y_0 = r_0$ (considere que u_0 também está dentro da faixa de operação). No instante inicial do regime transitório o erro será $e(0) = r_0$. Se, nesse instante, o controle saturar (suponhamos que seja no valor máximo da faixa de atuação), sabemos que o controle aplicado será $u_{\max}$ e o valor calculado $u_c = u(k-1) + K_i T_s e(k) > u_{\max}$. Como o controle aplicado é menor do que fora calculado, a variação da saída será menor que a esperada e, no próximo instante de amostragem, teremos ainda um erro positivo. Então, o controle será recalculado com uma atualização errônea de $u(k-1)$ por u_c. Uma vez que $u_c > u_{\max}$ e o erro é positivo, teremos que o novo sinal calculado será maior que o anterior. Porém, devido a saturação, o sinal $u_{\max}$ continuará sendo aplicado ao processo. Esta situação se repetirá por vários instantes, gerando a acumulação da ação integral. Quando, finalmente, a saída atinge o valor definido pelo sinal de referência, ocorrerá uma troca de sinal do erro e, portanto, a ação integral diminuirá. Todavia, o valor acumulado será muito maior que $u_{\max}$ e, para que o sinal de controle estabilize-se em u_0 (valor desejado para o regime permanente), precisaremos de várias amostras com valores de erro negativo que façam a integral diminuir. Assim, a resposta do processo apresentará um pico, que pode ser elevado, dependendo do controle e do processo.

Para evitar este problema de sobrecarga, simplesmente devemos atualizar corretamente a ação I, de forma tal que o controle realmente aplicado no processo seja usado no cálculo recursivo. Um código simples para esta implementação é manter $u(k) = u(k-1) + K_i T_s e(k)$, mas atualizar $u(k-1) = u_{\max}$ se $u(k) > u_{\max}$ e $u(k-1) = u_{\min}$ se $u(k) < u_{\min}$. Desta forma, mantém-se, durante o tempo da saturação, o sinal de controle no limiar da faixa permitida, de forma que, quando o erro altere de sinal, o sistema saia rapidamente do regime de saturação. Esta ideia pode ser facilmente estendida ao controle PI, apenas trocando a equação para cálculo do sinal $u(k)$.

7.3 Filtragem de ruídos

Outro tópico importante a ser discutido é o ruído que é observado quando a variável de processo é medida. O estudante deve analisar experimentos práticos e entender que, devido às particularidades do processo (por exemplo turbulências de um fluído) ou dos sistemas de medição (interferências eletromagnéticas), os sinais recebidos pelo controlador apresentam variações rápidas e de baixa amplitude sobrepostas ao valor que se deseja medir.

Uma vez caraterizados estes sinais, deve ser observado o efeito que estes produzem no sinal de controle. No caso do controle PI, é simples expor que apenas a ação P vai amplificar o ruído, pois a integral calcula um valor médio do ruído que tem valor pequeno e, portanto, negligenciável.

A amplificação do ruído pode trazer efeitos negativos, uma vez que o atuador terá que reagir a sinais rápidos e de grande amplitude, podendo ser danificado. Para atenuar este problema, existem duas alternativas: ou utiliza-se um ganho K_p menor, prejudicando o resultado do controle, ou atenua-se o sinal de ruído na medição.

Para a segunda opção, pode se introduzir a ideia de filtragem do sinal medido, visando separar o que se deseja medir das variações indesejadas. A forma mais simples de apresentar o tópico de filtragem é através de ensaios que mostrem que a media do sinal ruidoso varia muito menos que o valor instantâneo. Assim, um simples filtro digital por média móvel (de uma janela de M medidas) pode ser facilmente implementado e ajustado. Ajustes empíricos do tamanho da janela M podem ser usados para mostrar o compromisso entre atenuação de ruído e deterioração da qualidade de medição.

Com os conceitos introduzidos, o estudante estará em condições de entender e implementar estratégias de controle digital para processos simples, considerando os aspectos mais importantes encontrados na prática.

8. KIT EXPERIMENTAL

Para a integração da teoria com a prática, os estudantes utilizam um kit experimental de baixo custo, mostrado na Figura 1 e composto por: dois motores DC de 5V, um transistor MOSFET, uma protoboard pequena, cabos de cobre e um microcontrolador Arduino.

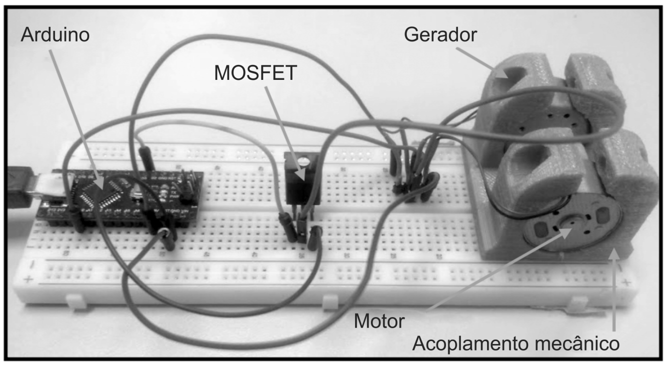

Figura 1. Kit experimental confeccionado pelos autores.

Os dois motores são acoplados mecanicamente através de seus eixos. Assim, quando um motor é acionado por uma tensão $V_i(t)$, enviada pelo Arduino (sinal de controle), o outro motor movimenta-se, gerando uma tensão $V_o(t)$ sobre seus terminais. O acionamento do primeiro motor é realizado através da porta PWM do Arduino, que aciona o

Mosfet como uma chave, de tal forma com que este motor esteja sujeito a valor médio de tensão entre 0 e 5 V. Já a saída $V_o(t)$, nos terminais do segundo motor, é conectada diretamente em uma porta analógica do Arduino.

Todas as estratégias de controle analisadas podem ser implementadas no microcontrolador Arduino, que já possui sistema de conversão analógico-digital e permite comunicação com o computador. No computador, os códigos de controle podem ser escritos de forma simples, e visualizam-se gráficos com as variáveis de interesse.

Algumas vantagens deste kit [5] podem ser ressaltadas, do ponto de vista de ilustração de conceitos: (i) este permite visualização da velocidade de giro do eixo dos motores e perturbações práticas, com alterações manuais do eixo dos motores; (ii) o sistema tem uma caraterística estática não linear e o sinal de saída é ruidoso; (iii) a dinâmica do processo é rápida, o que permite vários experimentos em curto espaço de tempo; (iv) na região central de operação, um modelo de primeira ordem representa bem o comportamento do sistema; (v) permite-se utilizar todas as estratégias de controle analisadas neste artigo, além da comprovação prática das suas propriedades.

9. RESULTADOS PRELIMINARES

A disciplina de Introdução ao Controle de Processos é ministrada na terceira fase do curso de graduação em Engenharia de Controle e Automação da UFSC. Criada em 2016, foi inicialmente ministrada com carga de 2 horas/semana de teoria, com as atividades práticas baseadas no Kit já apresentado, realizadas como tarefas. Posteriormente, a carga foi aumentada, com a introdução de 1 hora/semana de laboratório. As aulas de teoria são expositivas, [6] ao passo que nas atividades práticas os estudantes são divididos em grupos de quatro integrantes. Cada grupo recebe os componentes do Kit, e deve realizar, de acordo com um cronograma preestabelecido, a montagem do Kit e os experimentos de análise e controle. Encontros semanais de uma hora são realizados para avaliar o andamento das atividades e o desempenho dos estudantes. Para completar a avaliação, é realizada uma prova final escrita.

A criação da disciplina de Introdução ao Controle de Processos buscou motivar os estudantes para a área de controle e, ao mesmo tempo, utilizar de forma prática e aplicada os conceitos básicos de matemática e física trazendo vantagens no ensino baseado em problemas reais. Ainda os estudantes agora ingressam nas fases posteriores, nas quais as disciplinas "Sinais e Sistemas Lineares" e "Modelagem e Simulação de Processos" são lecionadas, com uma visão mais clara da importância dos sistemas de controle e com maior motivação para estudar os temas de matemática mais avançada, como transformada de Laplace e $\mathcal{Z}$, entre outros.

Qualitativamente, constatamos um grande interesse, por parte da grande maioria dos estudantes, nos temas relativos às aplicações de controle no mundo real, assim como nas atividades práticas. Por outro lado, observou-se uma tendência dos estudantes a perder o interesse na formalização das ideias e conceitos com ferramentas matemáticas, tema que ainda será melhor analisado.

Ressaltamos que ainda não há uma análise quantitativa concreta dos resultados da disciplina. Um estudo será realizado utilizando questionários a serem aplicados aos estudantes da disciplina e das disciplinas seguintes da área de controle. Em termos de depoimentos dos discentes, em geral, as turmas têm se manifestado de forma positiva, relatando que a experiência com sistemas de controle nas fases iniciais ajuda no processo de aprendizagem.

10. CONCLUSÕES

A principal conclusão deste trabalho é que uma disciplina de Introdução ao Controle de Processos, que utiliza apenas ferramentas básicas de matemática e física para apresentar os principais conceitos de controle, pode ser implementada com sucesso nas primeiras fases de um curso de engenharia.

Para um curso de Engenharia de Controle e Automação ou Engenharia Elétrica, para os quais pretende-se avançar na teoria de controle, esta proposta pode ser usada como porta de entrada motivacional nas respectivas grades curriculares. Já para outros cursos de engenharia, para os quais o estudo dos sistemas de controle é complementar, esta disciplina pode ser a única que aborda o tema, dado que seu conteúdo cobre os principais assuntos de implementação prática de controladores, e discute as técnicas On-Off e PID, que são as mais utilizadas na prática. Ademais, a proposta pode ser muito interessante para cursos tecnólogos, que geralmente não abordam aspectos matemáticos como transformadas de Laplace e $\mathcal{Z}$, mas estudam sistemas de controle. Da experiência com esta disciplina, os autores escreveram o livro "Introdução ao Controle de Processos" que pode ser uma referência interessante para os professores que desejem implementar uma proposta similar à que fora implementada na ECA da UFSC.

REFERÊNCIAS

Albertos, P. and Mareels, I. (2010). *Feedback and control for everyone*, volume 1. Springer.

Astrom, K. and Ostberg, A.B. (1986). A teaching laboratory for process control. *IEEE Control Systems Magazine*, 6(5), 37–42.

D'azzo, J.J. and Houpis, C.H. (1984). *Analise e projeto de sistemas de controle lineares.* Guanabara.

Franklin, G.F., Powell, J.D., and Emami-Naeini, A. (2013). *Sistemas de controle para engenharia.* Bookman Editora.

Garcia, C. (2017). *Controle de processos industriais: estratégias convencionais*, volume 1. Editora Blucher.

Maciejowski, J. (1984). *Multivariable Feedback Design.*

Normey-Rico, J.E. and Morato, M.M. (2021). *Introdução ao controle de processos*, volume 1. Editora Blucher.

Ogata, K. and Severo, B. (1998). *Engenharia de controle moderno.* Prentice Hall do Brasil.

Skogestad, S. (2003). Simple analytic rules for model reduction and pid controller tuning. *Journal of process control*, 13(4), 291–309.

Ziegler, J.G., Nichols, N.B., et al. (1942). Optimum settings for automatic controllers. *trans. ASME*, 64(11).

[5] Maiores detalhes sobre a implementação desta bancada experimental estão disponíveis em: `shorturl.at/bcnoX`.

[6] Em ensino remoto, foi utilizado o método de aula invertida.