

Identificação de Sistema de Transmissão Mecânica com *Backlash* por Modelos NARMAX Polinomiais

Jonathan Guimarães Ribeiro* Matheus Delgado de Azevedo**
Samir Angelo Milani Martins* Erivelton G. Nepomuceno***

* GCOM - Grupo de Controle e Modelagem, Universidade Federal de
São João del-Rei, MG, (e-mails: jgreletrical@gmail.com,
martins@ufsj.edu.br).

** Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais Campus
Belo Horizonte, MG (e-mail: matheus.delg@hotmail.com)

*** Maynooth University, Maynooth, Ireland (e-mail:
erivelton.nepomuceno@mu.ie)

Abstract: Mechanical transmission systems are often used to convert the torque-speed ratio and transmit power for movements of different natures. In transmission by spur gears, non-entrapment clearances can cause effects that impair the description of the system dynamics as a linear model (non-linearities) that, in some cases, must be identified and compensated. This work aims to identify a non-linearity caused by gaps between a spur gears pair in a mechanical transmission system using NARMAX polynomial models, the proposed approach uses the similarities between a system with hysteresis and one with backlash. The results present that the established techniques for the identification of systems with hysteresis can also be applied to systems with backlash.

Resumo: Sistemas mecânicos de transmissão são frequentemente usados para converter a relação torque-velocidade e/ou transmitir potências para movimentos de diferentes naturezas. Na transmissão por engrenagens de dentes retos, as folgas no entredente podem causar efeitos que prejudicam a descrição da dinâmica do sistema como um modelo linear (não-linearidades) e, por vezes, precisam ser identificadas e compensadas. Este trabalho tem por objetivo identificar a não-linearidade causada pelas folgas no entredente de um par de engrenagens de dentes retos em um sistema de transmissão mecânica utilizando modelos NARMAX polinomiais, a abordagem proposta faz uso das semelhanças entre um sistema com *backlash* e um com histerese. Os resultados obtidos mostram que as técnicas já estabelecidas para identificação de sistemas com histerese também podem ser aplicadas a sistemas com falha *backlash*.

Keywords: Mechatronics; Dynamical systems; System identification; Polynomial NARMAX models; Backlash.

Palavras-chaves: Mecatrônica; Sistemas dinâmicos; Identificação de sistemas; Modelos NARMAX polinomiais; falha (backlash).

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas de transmissão são comumente usados na engenharia mecânica com o objetivo de transmitir potência entre elementos de máquinas, ora convertendo movimentos de naturezas distintas (por exemplo, movimentos translacionais podem ser convertidos em rotacionais por um sistema pistão-biela-manivela (Norton, 2008)). Sistemas de transmissão ou redução por engrenagens são comumente usados quando o tipo de movimento deve se manter o mesmo, mas a relação torque-velocidade deve ser alterada. O evento de transmissão de potência entre engrenagens é chamado de *engrenamento*. Uma série de considerações deve ser feita para manter a transmissão de potência de maneira efetiva. No caso das engrenagens de dentes retos, o engrenamento assume que os diâmetros primitivos sejam coincidentes em cada par de elementos, e que ao menos um

par de dentes esteja constantemente em contato (Flores and Gomes, 2014).

Na prática, entretanto, o contato contínuo pode não acontecer. Seja por desgaste, erros de dimensionamento no projeto, ou intencionalmente, as engrenagens possuem folgas no entredente, que provocam a violação das leis do engrenamento. Para modelar esse efeito tendo em vista a transmissão de potência, é frequentemente atribuído um coeficiente de eficiência $\eta \leq 1$ (Xu, 2005; Xu et al., 2006; Wang and Kim, 2015). Embora a abordagem seja robusta do ponto de vista da engenharia mecânica, pode trazer efeitos imprevistos ao considerar o comportamento dinâmico do sistema (Azevedo, 2019; Chen et al., 2010). Nesse sentido, o distanciamento entre diâmetros primitivos entre pares de engrenagens de dentes retos pode causar efeitos não-lineares indesejados.

Diferentes abordagens foram tomadas com a finalidade de identificar a não-linearidade causada pela folga no entredentes gerada pelo afastamento dos diâmetros primitivos em um par de engrenagens de dentes retos de um sistema de transmissão mecânica. Vörös (2010) investiga a identificação do *backlash* (nome dado ao espaço no entredente) em sistemas dinâmicos, usando a modelagem de sistemas do tipo Hammerstein, em que a não-linearidade é uma função estática que precede a dinâmica, vista como linear. Merzouki et al. (2007) aborda a identificação da não-linearidade através da modelagem por funções contínuas não-lineares.

Ge (1998) trata o efeito do *backlash* como um problema de histerese, e essa abordagem vem sendo investigada, como em (Ruderman et al., 2009) e, mais recentemente em (Kim et al., 2019), que relaciona os efeitos do *backlash* e a histerese em uma ferramenta cirúrgica. (Ruderman et al., 2019) modela o efeito do *backlash* como a realimentação de um sistema chaveado (*feedback relay system*). Já Abreu et al. (2020) propõe uma estratégia de identificação e compensação de um sistema com histerese a partir de modelos NARX polinomiais.

O presente trabalho tem como foco demonstrar que as técnicas apresentadas em (Martins and Aguirre, 2016) para sistemas com histerese, também podem ser utilizadas para sistemas com *backlash*, ou seja, os conceitos presentes em (Martins and Aguirre, 2016) são aplicados para a identificação da não-linearidade presente em um sistema mecânico com um par de engrenagens de dentes retos com afastamento de diâmetros primitivos através de modelos NARMAX polinomiais. O restante do artigo é dividido da seguinte forma: a seção 2 traz os conceitos preliminares necessários ao entendimento do trabalho desenvolvido. A metodologia e os resultados são apresentados nas próximas duas seções, 3 e 4, respectivamente. Por fim, a conclusão está na seção 5.

2. CONCEITOS PRELIMINARES

2.1 Modelos NARMAX polinomiais

Os modelos NARMAX (não-linear auto-regressivo com média móvel e entradas externas) polinomiais são modelos discretos no tempo que buscam descrever o valor da saída $y(k)$ em função de valores anteriores da saída e de entrada $u(k)$, eles podem ser expressos em (Billings, 1980):

$$y(k) = F^\ell[y(k-1), \dots, y(k-n_y), u(k-\tau_d), \dots, u(k-n_u)e(k-1), \dots, e(k-n_e)] + e(k), \quad (1)$$

onde n_y , n_u e n_e indicam os atrasos em y , u e e respectivamente, já τ_d é o atraso puro de tempo do sistema. A parcela $e(k)$ representa todos os efeitos que não foram possíveis de serem representados por $F^\ell[\cdot]$. Esta sendo uma função polinomial com grau de não linearidade $\ell \in \mathbb{N}$.

O uso da representação NARMAX pode ser justificada por várias razões: por representar a dinâmica global do sistema e não somente em torno de um ponto de equilíbrio, consegue lidar com níveis moderados de ruído, informações analíticas sobre o modelo são fáceis de serem obtidas, etc.

2.2 Taxa de Redução de Erro - ERR

A técnica denominada taxa de redução de erro faz uso do erro dinâmico de predição um passo a frente, sendo assim, ela consegue associar cada regressor candidato a compor o modelo com um índice à contribuição de saída do sistema. Sendo definida por:

$$\sigma_\xi^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[y^T y - \sum_{i=1}^N g_i^2 w_i^T w_i \right], \quad (2)$$

g_i indica cada elemento do vetor de parâmetros, w_i o regressor ortogonal incluso (associado a um regressor ψ_i candidato ao modelo), e y representa a série temporal dos dados de saída de tamanho N . Para cada termo incluído no modelo, temos como consequência a diminuição da variância de um fator de $\frac{1}{N} (g_i^2 w_i^T w_i)$. A ERR, devido à inclusão de um i -ésimo regressor, é definida por (Korenberg et al., 1988):

$$[ERR]_i = \frac{\hat{g}_i^2 \langle w_i, w_i \rangle}{\langle y, y \rangle}, \quad (3)$$

\hat{g}_i se refere à estimativa dos parâmetros, w_i é o regressor ortogonal i e y os dados de saída. Assim, quanto maior a ERR de um determinado regressor, espera-se um melhor modelo caso ele seja utilizado. Os parâmetros, podem ser calculados pela seguinte forma:

$$\hat{g}_i = \frac{\langle w_i, y \rangle}{\langle w_i, w_i \rangle}, \quad i = 1, \dots, n_\theta, \quad (4)$$

sendo n_θ o número total de regressores candidatos para compor o modelo (Aguirre, 2015).

2.3 Estimador Recursivo Estendido de Mínimos Quadrados

A escolha desse estimador se da pelo fato que esse estimador é bem útil para processos em que os parâmetros variam lentamente em função de não linearidades, desgastes, falhas (Aguirre, 2015).

$$\begin{cases} K_k = P_{k-1} \psi_k [\psi_k^T P_{k-1} \psi_k + 1]^{-1}; \\ \hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + K_k [y(k) - \psi_k^T \hat{\theta}_{k-1}]; \\ P_k = P_{k-1} - K_k \psi_k^T P_{k-1}; \\ \xi(k) = y(k) - \psi_k^T \hat{\theta}_k \end{cases}, \quad (5)$$

P é a matriz de covariância, K é a matriz de ganho, ψ é o vetor de regressores, o subscrito k indica o número de iterações e $\hat{\theta}$ é o vetor de parâmetros estimado.

Na primeira iteração, ψ_k^T não contém resíduos $\xi(k)$. A última equação no estimador, $\xi(k) = y(k) - \psi_k^T \hat{\theta}_k$, é utilizada para calcular o resíduo na iteração k e com ele atualizar o vetor de regressores (Aguirre, 2015).

2.4 Critério de Informação de Akaike - AIC

Depois de aplicada a ERR, a qual faz a classificação hierárquica dos termos, é necessário definir o número de termos que irá compor o modelo. Para isso, o método do AIC poderá ser utilizado. Esta técnica se baseia no número de termos do modelo que minimize a função de custo J_{AIC} (Akaike, 1974):

$$J_{AIC} = N \log\{\sigma_{\xi}^2\} + 2n_{\theta}, \quad (6)$$

no qual N representa o tamanho da série temporal dos dados de identificação, $\{\sigma_{\xi}^2\}$ é a variância do erro de modelagem (erro de predição um passo à frente), e n_{θ} é o número de regressores candidatos para compor o modelo.

2.5 Raiz do Erro Quadrático Médio Normalizada- NRMSE

O NRMSE, do inglês *Normalized Root Mean Square Error*, é um índice utilizado para validar a qualidade de um modelo. No presente trabalho ele foi aplicado na simulação livre dos modelos, sendo expresso pela equação:

$$NRMSE = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^n [y(k) - \hat{y}(k)]^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n [\hat{y}(k) - \bar{y}]^2}}, \quad (7)$$

sendo \hat{y} a saída do modelo e \bar{y} é o valor médio do sinal medido $y(k)$. Esse índice mede o erro em uma unidade de medida coerente com os dados reais (E.G. Nepomuceno, 2007). Nesse contexto, modelos bons, comumente, são aqueles que apresentam esse índice com o valor menor que a unidade. Quando isso ocorre, significa que, em média, o erro demonstrado pelo modelo é menor que o erro dado pela média da série temporal.

2.6 Análise de Resíduos

A análise de resíduos é uma outra alternativa para avaliação da qualidade de um modelo. O vetor de resíduos $\xi = y - \psi\theta$, onde y são os dados utilizados para estimar os parâmetros θ e montar a matriz de regressores ψ .

Para análise dos resíduos serão feitos dois testes, o primeiro sendo uma avaliação do comportamento do vetor de resíduos, é esperado que o comportamento apresentado seja de um ruído branco. A condição desejável é expressa da seguinte maneira:

$$r_{\xi} = E[\xi(k - \tau)\xi(k)] = \delta(\tau), \quad (8)$$

onde $E[.]$ representa a esperança matemática e $\delta(\tau)$ é o impulso unitário.

O segundo teste consiste em avaliar se ξ e a entrada u não possuem correlação. Caso seja verdade, o vetor de erros não depende do sinal de entrada. A condição desejável é expressa da seguinte maneira:

$$r_{u\xi} = E[u(k - \tau)\xi(k)] = 0 \quad \forall \tau. \quad (9)$$

3. METODOLOGIA

Na elaboração do trabalho, foram tomadas as seguintes etapas: (i) Montagem da planta; (ii) Coleta de dados; (iii)

Identificação do sistema. A Identificação do sistema foi subdividida em: Escolha da representação matemática e estrutura do modelo, estimação de parâmetros e validação do modelo. A planta (sistema mecânico com par de engrenagens de dentes retos com distância entre diâmetros primitivos configurável) também foi desenvolvida pelos autores.

3.1 Montagem da planta

Esta etapa consistiu na construção da planta a ser estudada para a coleta de dados. O sistema consiste em um par de engrenagens de dentes retos com a engrenagem movida acoplada a um sensor encoder LPD3806-400BM-G5-24C com características especificadas na Tabela 1. A segunda engrenagem foi acoplada a um motor de corrente contínua CC AK360/78.8P12S7000S de características destacadas na Tabela 2. Por tratar-se de uma planta com apenas um atuador (motor CC) e um único sensor (encoder), o sistema é do tipo SISO (*single input, single output*). Ambos os componentes foram alimentados por uma fonte 400W-ATX-PFC-R com 5V aplicados sobre o encoder e 12V aplicados no atuador.

Tabela 1. Encoder LPD3806-400BM-G5-24C.
 Fonte: (Robiz, 2019)

Característica	Mín	Máx	Unidade
Rotação	0	5000	RPM
Resposta em Frequência	0	20	KHz
Faixa	5	24	V
Resolução	400		PPR
Diâmetro do eixo	6,0		mm
Comprimento do eixo	12,9		mm

Tabela 2. Motor CC AK360/78.8P12S7000S.
 Fonte: (Akiyama, 2019)

Tensão		Sem Carga		Partida
Faixa	Nominal	Rotação	Corrente	Torque
6V - 24V	12V	7000 RPM	140 mA	407 gf.cm
Máximo Rendimento				
Rotação	Torque	Corrente	Potência	Eficiência
5700 RPM	78,8 gf.cm	590 mA	4,58 W	63%

Tabela 3. Fonte 400W-ATX-PFC-R

Tensão	Corrente (Mín)	Corrente (Máx)	Erro	Ripple
5V	3A	35A	± 5%	50mV
12V	2A	30A	±7 5%	120mV
-5V	0A	0,5A	±5%	150mV
-12V	0A	0,8A	±5%	150mV
+3.3V	1A	28A	± 5%	50mV
+5VSB	0.1A	2A	± 5%	50mV

Diferentemente do caso proposto na compensação da planta (Azevedo, 2019), não é necessário conhecer ou atuar sobre o afastamento dos diâmetros primitivos com precisão, pois para neste trabalho só há interesse nos valores máximo e mínimo de afastamento entre diâmetros primitivos. Por esse motivo, o motor secundário (destacado na Figura 1 como o elemento 15) foi desativado. O restante dos materiais foi reaproveitado e a montagem foi feita conforme a vista explodida.

Após a remontagem das peças conforme a vista explodida da Figura 1, o sistema foi conectado a um microcomputador Raspberry Pi 3 Model B pela GPIO (*General Purpose*

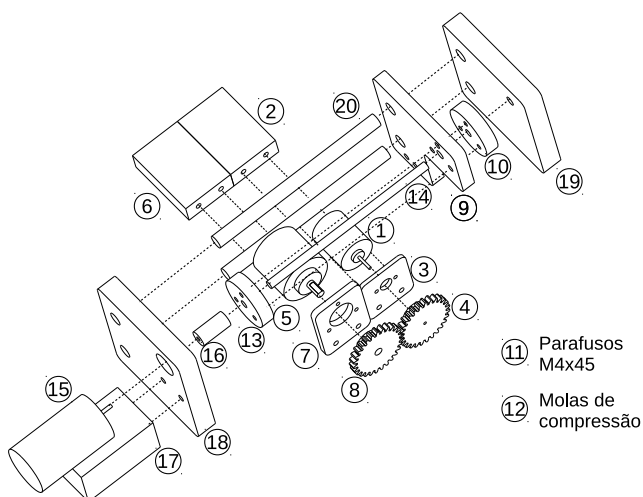


Figura 1. Vista explodida do sistema. (Azevedo, 2019)

Tabela 4. Mapa de pinos (pinout)

Componente	Função	Núm. pino
Atuador (Motor CC)	EN0	27
	EN1	18
	GND	6
Sensor (Encoder)	PHA	22
	PHB	23
	GND	6

Input/Output) do componente. O mapa de pinos consta na Tabela 4 e foi baseada nas informações em (Nuttall and Jones, 2015), documentação da biblioteca `gpiozero` utilizada no trabalho.

A referência da fonte 400W-ATX-PFC-R foi conectada ao GND do raspberry e o motor foi acionado através do módulo ponte-H L298N. Como a tensão nominal do motor CC AK360/78.8PL12S7000S e a tensão de operação do encoder LPD3806-400BM-G5-24C (12V e 5V respectivamente) são disponíveis direto da fonte, nenhum circuito auxiliar foi desenvolvido. O esquema elétrico correspondente pode ser visto na Figura 2.

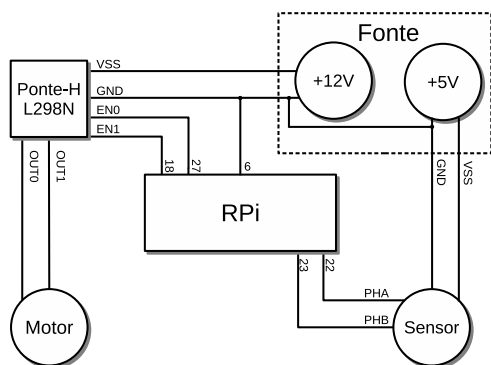


Figura 2. Esquema elétrico do sistema.

Em seguida, diferentes testes para a verificação do funcionamento da planta foram realizados. Usando a linguagem de programação Python, foram desenvolvidos *scripts* para verificar o funcionamento do motor CC, do encoder e até a interação de ambos. Os testes permitiram encontrar falhas durante a montagem, como atritos entre as engrenagens

e os eixos, dados pelo aperto excessivo dos elementos de fixação (parafusos) e entre as engrenagens e as paredes 3, 7 e 18 da Figura 1.

Por fim, foi feita a definição do ponto de operação do motor. Para evitar efeitos indesejados como o atrito do rotor e a zona morta, o motor foi excitado até a iminência do movimento, detectada pelo sensor encoder. Após 50 testes dessa natureza, foi encontrado o sinal de controle mínimo, descrito como uma porcentagem do PWM aplicado:

$$u_0 = 3,13 \pm 1,69 \text{ (\%PWM)}. \quad (10)$$

Como a tensão máxima aplicada sobre o motor é de $V_s = 12V$, u_0 pode ser descrito em termos de tensão, como

$$V_0 = 375,6 \pm 202,8 \text{ (mV)}. \quad (11)$$

Uma vez que o efeito a ser investigado ocorre no início do engrenamento (Norton, 2008; Flores and Gomes, 2014; Azevedo, 2019), uma variação mínima Δu (e seu equivalente em tensão ΔV precisou ser encontrado para que o efeito pudesse ser melhor identificado. Após 50 testes, foi encontrado:

$$\Delta u = 4,86 \pm 1,51 \text{ (\%PWM)}, \quad (12)$$

com equivalente em tensão:

$$\Delta V = 583,2 \pm 181,2 \text{ (mV)}. \quad (13)$$

3.2 Coleta de dados

Com a planta construída (Figura 3), o projeto seguiu para a fase de coleta de dados. A partir da definição do período de amostragem T_s , um sinal PRBS do tipo sequencial foi aplicado sobre a planta. Para evitar que os dados capturados fossem tendenciosos (de dinâmicas anteriores), a planta foi levada ao ponto de operação (entrada x_0 ou V_0) e mantida por um intervalo de tempo suficientemente grande ($\approx 100T_s$). Foram realizadas múltiplas coletas para evitar a influência do ruído gaussiano de média zero.

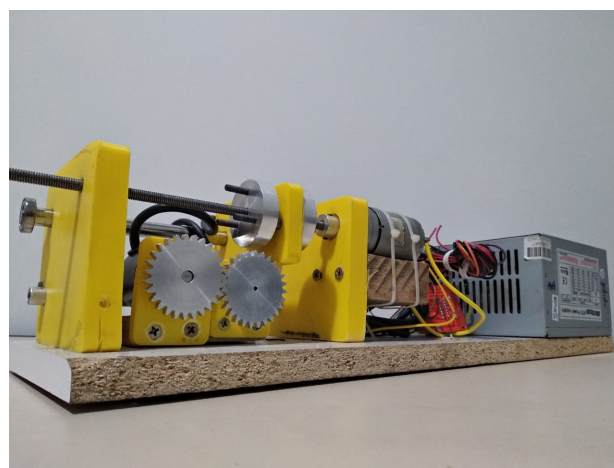


Figura 3. Sistema mecânico estudado

A primeira etapa da coleta de dados consistiu na escolha do período de amostragem, denotado por T_s . Para a mesma planta, T_s escolhido em (Azevedo, 2019) foi de $T_s = 67$ ms. Considerando que os testes de identificação seriam feitos “*offline*” (com cálculos realizados após a coleta), foi considerado um período de amostragem menor que o escolhido para o controle da planta em (Azevedo, 2019). Logo, o valor de T_s tomado foi $T_s = 50$ ms.

Para o projeto do sinal PRBS de excitação, além do período de amostragem, a amplitude do sinal deve ser considerada. Como o efeito do *backlash* ocorre no início do engrenamento, o valor de amplitude do sinal PRBS deve ser escolhido de forma a maximizar o tempo de permanência do arco j_θ da Figura 4, enquanto possibilite também estimar a dinâmica do sistema. A faixa escolhida

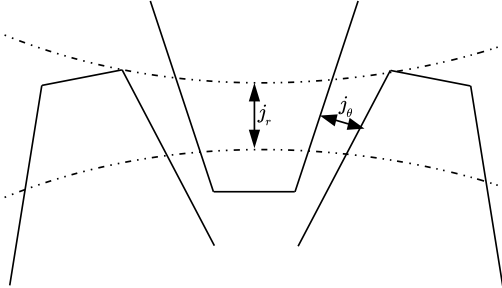


Figura 4. *Backlash* radial j_θ , j_r é a distância entre diâmetros primitivos Fonte: (Azevedo, 2019)

foi de $\Delta u = 5\% \text{PWM}$ ou $\Delta V = 600 \text{ mV}$, valores estipulados dentro da faixa apresentada nas equações (12) e (13). Logo, o sinal de entrada aplicado na planta variou entre $-\Delta u$ e Δu .

Tendo o período de amostragem T_s e a amplitude do sinal PRBS, foi gerada uma sequência pseudo-aleatória do tipo sequência-m, provida pelo comando `max_len_seq` do pacote `scipy`. Foi escolhido $n = 8$ bits, totalizando $N = 2^n - 1 = 255$ amostras. Com $T_b = T_s$, cada excitação durou $T = NT_b = 12,75$ segundos.

Para garantir a validade dos dados, a aplicação do sinal PRBS foi repetida por cem vezes. Antes da execução de cada ensaio, a planta foi mantida no ponto de operação $u_0 = 3\% \text{PWM}$ durante intervalos de cinco segundos, o que representa $100T_s$, intervalo de tempo suficientemente grande para o estabelecimento do regime permanente no sistema.

A coleta de dados ocorreu da seguinte forma: os diâmetros primitivos foram afastados de $j_r = 1,85 \text{ mm}$, valor limiar para o contato entre as engrenagens (Azevedo, 2019). Os dados extraídos permitem a identificação do sistema na configuração não-linear.

3.3 Identificação do sistema

De posse dos conjuntos de dados de entrada e saída da planta, é iniciada etapa de estimação dos parâmetros do sistema. Devido a semelhança do sinal de *backlash* com os sinais de sistemas com histerese, foram aplicadas técnicas semelhantes as utilizadas em (Martins and Aguirre, 2016), em que foram utilizadas entradas auxiliares com o objetivo de obter um modelo mais adequado.

Sendo assim, para esse trabalho, foram criadas duas novas entradas u_2 e u_3 , com $u_2 = \text{sign}(y(k-1) - y(k-2))$ e $u_3 = \text{sign}(u_1(k) - u_1(k-1))$, em que *sign* representa a função sinal.

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -1; & x < 0 \\ 0; & x = 0 \\ 1; & x > 0 \end{cases}$$

A adição da função sinal como regressor permite identificar o efeito de histerese, uma vez que o comportamento dinâmico do sistema pode ser alterado pelo *backlash* na inversão de sentido de rotação. O efeito de histerese, comparado em (Ge, 1998) com o *backlash*, pode ser interpretado como uma não-linearidade dependente do sinal de excitação do sistema.

Feitas as modificações apresentadas nos parágrafos anteriores, o conjunto de regressores candidatos foi escolhido considerando o valor grau de não linearidade ℓ , máximo atraso de saída n_y e o máximo atraso de entrada para n_{u_1} , n_{u_2} , e n_{u_3} . Posteriormente, classifica-se os regressores hierarquicamente utilizando a *ERR* (Equação 3).

Em seguida utiliza-se um algoritmo de determinação de estrutura baseado no *AIC*. Nesse algoritmo primeiramente determina-se todos os parâmetros dos termos candidatos através de um estimador recursivo Estendido de Mínimos Quadrados (Equação 5) e em seguida utiliza-se para compor o modelo o número de termos selecionados pelo *AIC*.

Para validar o modelo utiliza-se a predição simulação livre, com o objetivo de verificar a capacidade de adequação do modelo ao conjunto de dados de validação. O desempenho do modelo é quantizado pelo índice *NRMSE* (erro quadrático médio normalizado) descrito na Equação 7, já validação estatística do modelo é feita a partir da análise de resíduos (Equações 8 e 9), sendo utilizada para verificar se os parâmetros do modelo identificado foram ou não estimados corretamente. Essa análise indica se o modelo foi capaz de explicar de forma satisfatória o conjunto de dados. Todo o processo de identificação do sistema foi feito com auxílio da biblioteca `SysIdentPy` (Lacerda et al., 2020).

4. RESULTADOS

4.1 Coleta de dados

Após os 100 casos de testes, a média dos resultados coletados ($y(k)$) podem ser vista na Figura 5. A primeira curva representa o sinal PRBS utilizado para estimular o sistema, enquanto a segunda mostra a resposta com o *backlash*.

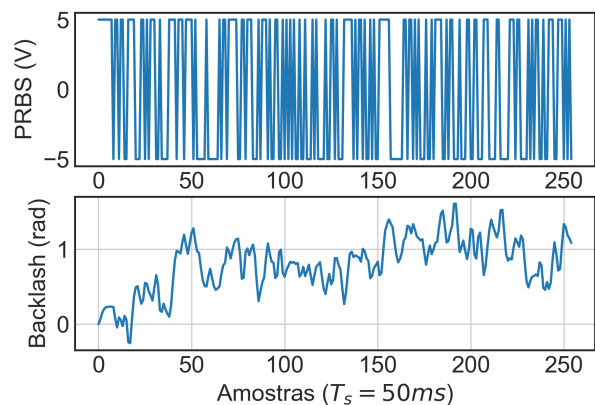


Figura 5. Resposta média ao sinal PRBS

4.2 Identificação do sistema - NARMAX

Após a coleta de dados foi iniciado o processo de identificação do sistema, primeiramente foram incluídas as duas entradas auxiliares ao sistema $u_2 = \text{sign}(y(k-1) - y(k-2))$ e $u_3 = \text{sign}(u_1(k) - u_1(k-1))$, dessa forma, o sistema tem três entradas e uma saída. Depois, foram escolhidos para o modelo NARMAX $n_y = 5$, $n_{u_1} = n_{u_2} = n_{u_3} = 5$ e $\ell = 3$.

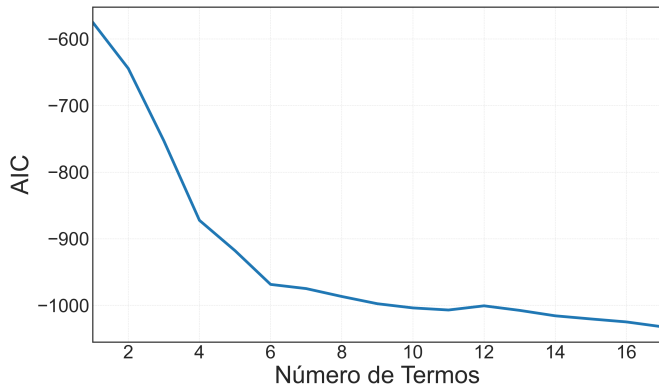


Figura 6. Critério de Informação de Akaike - AIC

O critério de informação *AIC* (Figura 6) foi inconclusivo quanto ao número exato de termos necessários para compor o modelo. Deste modo, o número de regressores escolhidos para o modelo foi de 17, pois foi o número mínimo de regressores que apresentou *NRMSE*, r_ξ e $r_{u\xi}$ satisfatórios.

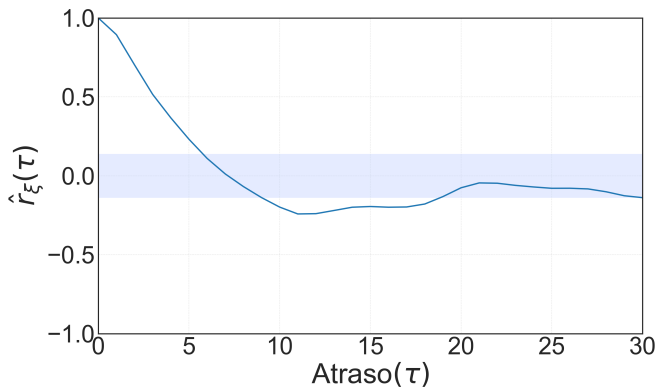


Figura 7. Função de autocorrelação do vetor de resíduos

A Tabela 5 apresenta os regressores que compõe o modelo, o modelo por sua vez apresentou $NRMSE = 0.116$, a relação entre o modelo estimado e os dados de validação pode ser observada na Figura 9.

A análise de resíduos do modelo NARMAX encontrado foi realizada utilizando as Equações 8 e 9, e os resultados são apresentados nas Figuras 7 e 8. O intervalo de confiança adotado (faixa em azul) para r_ξ e $r_{u\xi}$ foi de 95%, assim existe uma confiança de 95% que se os valores de r_ξ e $r_{u\xi}$ se encontrarem dentro dessa faixa de valores o valor da autocorrelação e correlação cruzada são nulos para qualquer valor de atraso.

Para o modelo estimado, existem valores de atraso para os quais os valores de r_ξ e $r_{u\xi}$ são diferentes de 0, porém,

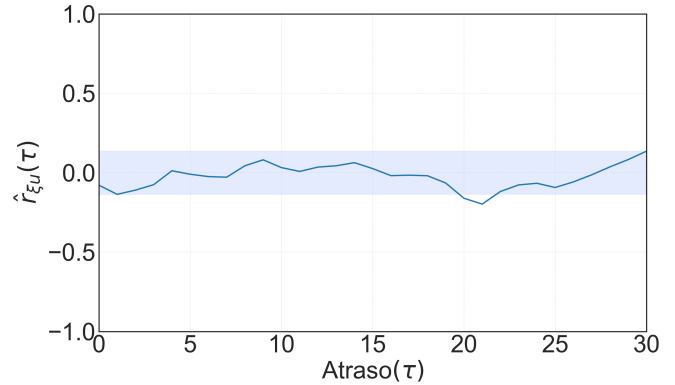


Figura 8. Função de correlação cruzada da entrada do sistema com o vetor de resíduos

Tabela 5. Regressores classificados pela EER

Regressor	Parâmetro	ERR
$y(k-1)$	1.1951	9.6044×10^{-1}
$u_3(k-1)^2 u_1(k-2)$	1.9213×10^{-2}	1.5105×10^{-2}
$u_1(k-1)^3$	7.1159×10^{-4}	1.2814×10^{-2}
$u_1(k-4)u_1(k-1)^2$	-4.2320×10^{-4}	6.4778×10^{-3}
$u_1(k-1)^2 y(k-2)$	-7.7569×10^{-3}	1.4298×10^{-3}
$u_3(k-3)u_1(k-4)u_1(k-3)$	-1.9025×10^{-3}	1.0361×10^{-3}
$u_1(k-3)y(k-5)$	4.0420×10^{-3}	2.6760×10^{-4}
$u_1(k-4)u_1(k-2)u_1(k-1)$	-1.0462×10^{-4}	2.4272×10^{-4}
$u_2(k-1)u_1(k-5)u_1(k-1)$	-4.8596×10^{-4}	1.7119×10^{-4}
$u_3(k-5)u_2(k-1)u_1(k-3)$	2.4665×10^{-3}	1.3917×10^{-4}
$u_2(k-2)u_2(k-1)u_1(k-4)$	-2.2793×10^{-3}	1.2249×10^{-4}
$u_1(k-3)y(k-5)^2$	-2.4832×10^{-3}	8.6383×10^{-5}
$u_2(k-5)u_1(k-4)u_1(k-1)$	3.2393×10^{-4}	9.5418×10^{-5}
$u_1(k-5)u_1(k-2)u_1(k-1)$	-5.1659×10^{-5}	7.7034×10^{-5}
$u_2(k-1)u_1(k-5)u_1(k-2)$	-1.9741×10^{-4}	7.1620×10^{-5}
$u_2(k-4)u_2(k-3)u_2(k-1)$	1.0431×10^{-2}	6.5048×10^{-5}
$u_3(k-5)u_2(k-1)u_1(k-5)$	2.9509×10^{-3}	8.3799×10^{-5}

ainda assim, o sistema reproduz de forma satisfatória a dinâmica dos dados de validação, esses valores de r_ξ diferentes de zero são indicativos de alguma polarização presente nos estimadores, todavia ela não é tão grande, e combinando a análise de resíduos com a análise da *NRMSE*, é possível observar que o modelo é satisfatório.

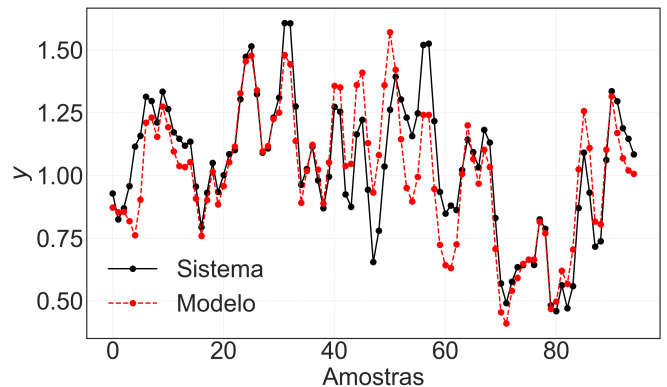


Figura 9. Validação do modelo NARMAX polinomial

5. CONCLUSÕES

Sistemas de transmissão mecânica são comumente utilizadas, e permitem a conversão de movimentos de diferentes

naturezas. Usando elementos de máquinas como correias, polias e engrenagens, é possível alterar a direção, tipo de movimento ou ainda alterar a relação entre velocidade angular e torque, em um fenômeno denominado transmissão de potência. Dos diversos componentes presentes na Engenharia Mecânica, as engrenagens de dentes retos são comuns e apresentam uma característica denominada *backlash*, dita como o espaçamento entre dentes de um par de engrenagens.

Em alguns sistemas de posicionamento, como no caso de braços robóticos, a adoção de elementos de máquina como as engrenagens podem causar efeitos que degradam a precisão fornecidas por estratégias de controles simplificadas (como o controle baseado em modelos lineares, por exemplo). Nesse sentido, a identificação dos efeitos não-lineares presentes em sistemas mecânicos se faz necessária.

Das diferentes estratégias de identificação do efeito de *backlash* em sistemas mecânicos, este trabalho propõe o uso de modelos NARMAX polinomiais. A partir de um sistema mecânico com afastamento de diâmetros primitivos configurável entre o par de engrenagens de dentes retos, os autores reproduziram diversos testes de coleta de dados em duas situações: com o afastamento mínimo dos diâmetros primitivos (*backlash* mínimo) e no limiar de contato entre as engrenagens (*backlash* máximo). Com o primeiro, foi possível levantar o comportamento dinâmico do sistema. Já os dados coletados no segundo caso foram usados para a identificação do efeito de *backlash*.

Os resultados obtidos demonstram o sistema apresentado em (Azevedo, 2019), no qual foi identificado utilizando redes neurais artificiais, também pode ser identificado de forma satisfatória por um modelo polinomial NARMAX. As técnicas apresentadas em (Martins and Aguirre, 2016), para sistemas com histerese, se mostraram capazes de ser aplicadas para sistemas com falha tipo *backlash*.

Como propostas futuras, é sugerida a escolha de diferentes métodos para a seleção de estruturas. Outro aspecto a ser abordada é a análise da característica estática do sistema.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio da UFSJ para realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Abreu, P., Tavares, L., Teixeira, B., and Aguirre, L. (2020). Identification and nonlinearity compensation of hysteresis using narx models. *Nonlinear Dynamics*, 102, 1–17.
- Aguirre, L. (2015). *Introdução à identificação de sistemas-Técnicas lineares e não-lineares: Teoria e Aplicação*. Editora UFMG, Belo Horizonte.
- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19, 215–222.
- Akiyama, M. (2019). Folha de dados: Série ak360. Disponível em <<https://bit.ly/2wA62hm>>. Acesso em 31 de agosto de 2022.
- Azevedo, M.D. (2019). Implementação de rede neural artificial para compensação de não-linearidade em sistema mecânico.
- Billings, S. (1980). Identification of nonlinear systems—a survey. In *IEE Proceedings D (Control Theory and Applications)*, 127, 272–285.
- Chen, M., Ge, S.S., and How, B.V.E. (2010). Robust adaptive neural network control for a class of uncertain mimo nonlinear systems with input nonlinearities. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 21(5), 796–812.
- E.G. Nepomuceno, R.H. Takahashi, L.A. (2007). Multi-objective parameter estimation for nonlinear systems: affine information and least-squares formulation. *International Journal of Control*, 80, 863–871.
- Flores, P. and Gomes, J. (2014). *Cinemática e Dinâmica de Engrenagens. Teoria e Exercícios de Aplicação*. McGraw Hill, Braga, Portugal. URL <https://bit.ly/2HkHOKJ>.
- Ge, P e Jouaneh, M. (1998). Modeling of the backlash hysteresis nonlinearity. *Journal of Mechanical Design*, 120.
- Kim, H., Hwang, M., Kim, J., You, J., Lim, C.S., and Kwon, D. (2019). Effect of backlash hysteresis of surgical tool bending joints on task performance in teleoperated flexible endoscopic robot. *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, 16.
- Korenberg, M., Billings, S.A., Liu, Y., and McIlroy, P. (1988). Orthogonal parameter estimation algorithm for non-linear stochastic systems. *International Journal of Control*, 48(1), 193–210.
- Lacerda, W.R., da Andrade, L.P.C., Oliveira, S.C.P., and Martins, S.A.M. (2020). Sysidentpy: A python package for system identification using narmax models. *Journal of Open Source Software*, 5(54), 2384.
- Martins, S.A.M. and Aguirre, L.A. (2016). Sufficient conditions for rate-independent hysteresis in autoregressive identified models. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 75, 607–617.
- Merzouki, R., Medjaher, H., Djeziri, M.A., and Ould-Bouamama, B. (2007). Backlash fault detection in mechatronic system. *Mechatronics*, 17, 299–310.
- Norton, R.L. (2008). *Cinemática e Dinâmica dos mecanismos (com unidades do SI)*. McGraw Hill. URL <https://amzn.to/2HoqhGh>.
- Nuttall, B. and Jones, D. (2015). gpiozero documentation. Disponível em <<https://gpiozero.readthedocs.io/en/stable/>>. Acesso em 31 de agosto de 2022.
- Robiz, E.R. (2019). Lpd3806-400bm-g5-24c ab two phase 5-24v 400 pulses incremental optical rotary encoder. Disponível em <<https://bit.ly/2NhK6A0>>. Acesso em 31 de agosto de 2022.
- Ruderman, M., Yamada, S., and Fujimoto, H. (2019). Backlash identification in two-mass systems by delayed relay feedback. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control (ASME)*.
- Ruderman, M., Hoffmann, F., and Bertram, T. (2009). Modeling and identification of elastic robot joints with hysteresis and backlash. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 56, 3840 – 3847.
- Vörös, J. (2010). Modeling and identification of systems with backlash. *Automatica*, 46, 369–374.
- Wang, A. and Kim, S. (2015). Directional efficiency in geared transmissions: Characterization of backdrivability towards improved proprioceptive control. In *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 1055–1062. IEEE.

- Xu, H., Kahraman, A., Anderson, N.E., and Maddock, D.G. (2006). Prediction of Mechanical Efficiency of Parallel-Axis Gear Pairs. *Journal of Mechanical Design*, 129(1), 58–68.
- Xu, H. (2005). *Development of a generalized mechanical efficiency prediction methodology for gear pairs*. The Ohio State University.