

# Interpolação em Tempo Real e Método IpDFT para Estimativa de Harmônicas e Inter-harmônicas

Luiz F. A. Rodrigues\* Henrique L. M. Monteiro\*  
Danton D. Ferreira\* Thales W. Cabral\*\* Felipe M. Dias\*\*\*\*  
Mateus O. Mostaro\*\*\* Leandro R. M. Silva\*\*\* Renato A. Ribeiro\*\*\*  
Marcelo A. A. Lima\*\*\* Carlos A. Duque\*\*\*

\* *Universidade Federal de Lavras (UFLA)*

\*\* *Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)*

\*\*\* *Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF)*

\*\*\*\* *Universidade de São Paulo (USP)*

---

Resumo: A estimativa de harmônicas e inter-harmônicas é uma tarefa essencial para analisar a Qualidade da Energia Elétrica (QEE). Essas componentes podem interferir na funcionalidade do dispositivo, levando ao aquecimento de motores e ineficiência no consumo de energia. Normalmente, a estimação dessas componentes é realizada pela Transformada de Fourier, no entanto, a precisão da estimativa pode diminuir em cenários adversos. Sendo assim, este trabalho propõe um método de três pontos da Transformada Discreta de Fourier Interpolada (IpDFT) para aumentar o desempenho da estimação de harmônicas e inter-harmônicas, considerando componentes de alta frequência com baixa amplitude em cenários de desvio de frequência. Os resultados mostram que o método proposto possui boa acurácia, robustez e baixa complexidade computacional. Portanto, este método é adequado para aplicações reais em Sistemas Elétricos de Potência, considerando diferentes cenários, como a presença de ruídos e desvio de frequência.

Palavras-chaves: Estimativa de parâmetros em tempo real; Harmônicas; Inter-harmônicas; Qualidade da Energia Elétrica; Re-amostragem; Redes inteligentes; Sistemas Elétricos de Potência; Sistemas Variante no Tempo.

---

## 1. INTRODUÇÃO

O Sistema Elétrico de Potência (SEP) tem se tornado cada vez mais complexo, devido à inserção de cargas não lineares, geração distribuída, dentre outros [1, 2]. O crescente emprego de tais dispositivos contribuiu na redução da Qualidade da Energia Elétrica (QEE) [3, 4], pois provocam distúrbios na rede elétrica. Imerso neste contexto, pode-se citar as harmônicas, componentes com frequência múltiplas da frequência fundamental, que são responsáveis pela distorção da forma de onda. Além das harmônicas, há também as inter-harmônicas (componentes com frequências não múltiplas inteiras da fundamental) e supra-harmônicas (componentes com frequências maiores do que a quinquagésima harmônica até a frequência de cento e cinquenta kHz), como descrito em [6, 7, 8] que, também, são geradas por equipamentos e cargas não lineares e contribuem na distorção do sinal. Portanto, a estimação destas componentes para a análise da distorção da tensão e corrente [5], bem como análises da QEE, são primordiais para as concessionárias de energia.

Geralmente, para a estimação das componentes harmônicas, utiliza-se a Transformada Discreta de Fourier (DFT), devido à sua baixa complexidade computacional [9]. No entanto, para a estimação de inter-harmônicas e supra-harmônicas, são necessários métodos mais complexos, como apresentado em [10, 11]. Em alguns cenários, a apli-

cação da DFT pode resultar no espalhamento espectral, pois a janela, utilizada para estimar as componentes de frequência, não compreende um número inteiro de ciclos da componente fundamental. Consequentemente, a energia dessas componentes se espalha ao longo do espectro de frequência.

Dessa forma, a amostragem assíncrona e a presença de inter-harmônicas não múltiplas inteira da resolução do espectro são os dois dos principais fatores para o espalhamento espectral [13, 12]. Em se tratando das componentes inter-harmônicas, cuja frequência não é um número inteiro múltiplo da frequência fundamental [14, 15, 16, 17], pode-se considerar dois tipos de espalhamentos: espalhamento de curto alcance e espalhamento de longo alcance [18]. O primeiro ocorre quando a frequência da inter-harmônica está longe das componentes harmônicas, enquanto que o segundo apresenta componentes de frequência próximas a alguma harmônica.

Para mitigar o erro na estimação das componentes, causado pelo espalhamento, a norma IEC 61.000-4-7 [37] propõe a aplicação de grupos e subgrupos de harmônicas e inter-harmônicas. No entanto, para a amostragem assíncrona, a utilização desses grupos e subgrupos não é satisfatória. Assim, são utilizados alguns métodos definidos como métodos paramétricos e não paramétricos [20]: ESPRIT [21], Decomposição de Modo Variável (VMD) [22], Transformada Discreta de Fourier Interpolada (IpDFT)

sem um método de sincronização [24, 25, 26, 27, 28], dentre outros. Além destes métodos, há também a possibilidade da aplicação de métodos de re-amostragem a fim de reduzir os efeitos do espalhamento espectral devido à amostragem assíncrona. Alguns exemplos de funções que podem ser utilizadas para re-amostrar o sinal são as funções B-spline e Lagrange descritas em [29, 30, 31, 32]. Ambas as funções possuem baixa complexidade computacional e podem ser aplicadas em tempo real.

Assim, neste trabalho, é proposto uma estratégia baseada na re-amostragem do sinal, utilizando as funções B-spline e Lagrange. O método é aplicado para aprimorar a estimação harmônica em um cenário onde há variação de frequência e ruído. O espalhamento causado pela amostragem assíncrona é mitigado e não é preciso armazenar as amostras de frequência, pois as re-amostragens são executadas em tempo real. Além disso, o trabalho utiliza a IpDFT de três pontos para estimar as inter-harmônicas. Os resultados obtidos mostram uma boa acurácia e robustez do método para estimação de componentes de frequência em cenários com ruído e desvio de frequência.

A organização deste trabalho se dá da seguinte forma: Na seção 2, são apresentados os conceitos básicos de estimativa das componentes de frequência. Na seção 3, são mostrados os métodos de re-amostragem. Na seção 4, são apresentados os resultados obtidos. Finalmente, a seção 5 resume as observações conclusivas obtidas neste trabalho.

## 2. CONCEITOS BÁSICOS

A DFT é uma ferramenta muito utilizada na estimação de harmônicas (componentes com frequências múltiplas inteiras da fundamental), devido, principalmente a baixa complexidade computacional. Porém, há alguns pontos a serem considerados quando há inter-harmônicas no sinal (somente as componentes não múltiplas inteira da resolução do espectro) e quando a frequência fundamental do sinal é diferente da frequência da rede, ocasionando a amostragem assíncrona. Em ambos os casos, ocorre o que é denominado de espalhamento espectral, o que faz com que as componentes sejam estimadas com baixa acurácia. A seguir, são apresentadas as técnicas utilizadas na estimação de componentes de frequência, contidas nos sinais de tensão e corrente, bem como os aspectos que devem ser considerados ao realizar a estimação de tais componentes.

### 2.1 Transformada Discreta de Fourier para análise de componentes de frequência

A Transformada Discreta de Fourier (DFT) é uma ferramenta amplamente utilizada para a análise do sinal espectral devido a sua baixa complexidade computacional. Para analisar o processo de estimação utilizando a DFT, pode-se considerar um sinal  $x[n]$  com frequência fundamental  $f_1$  e uma frequência de amostragem  $f_s = (N \cdot f_1) / N_c$ , aonde  $N_c$  é o número de ciclos e  $N$  é o número total de pontos em  $N_c$  ciclos, este sinal pode ser definido como

$$x[n] = A_0 + \sum_{k=1}^{h_{max}} A_{h,k} \cdot \sin\left(2\pi k \frac{f_1[n]}{f_s} n + \Phi_{h,k}\right) + \sum_{k=1}^{ih_{max}} A_{ih,k} \cdot \sin\left(2\pi \frac{f_{ih,k}[n]}{f_s} n + \Phi_{ih,k}\right) + s[n], -\infty < n < \infty, \quad (1)$$

em que  $A_0$  é a amplitude da componente de frequência zero,  $k$  é a ordem da harmônica e  $n$  corresponde às amostras do sinal.  $A_{h,k}$  e  $A_{ih,k}$  são as amplitudes das  $k$ -ésimas componentes harmônicas e inter-harmônicas, respectivamente.  $f_{ih,k}[n]$  são as frequências inter-harmônicas.  $\phi_{h,k}$  and  $\phi_{ih,k}$  são as fases da  $k$ -ésimas componentes harmônicas e inter-harmônicas.  $h_{max}$  e  $ih_{max}$  são as ordens harmônicas e inter-harmônicas máximas, consideradas no sinal. O sinal  $s[n]$  é o ruído juntamente com as componentes supra-harmônicas.

Para as aplicações práticas, o sinal apresentado em (1) deve ter um comprimento finito. Assim, uma função de janela  $w[m]$  é aplicada em  $x[n]$ , resultando em

$$x_w[n] = x[n] \cdot w[m], 0 < m < N \quad (2)$$

em que  $w[m]$  pode representar várias funções de janelas aplicadas ao sinal  $x[n]$  (janela retangular, hanning, hamming, kaiser, dentre outras).

Após a aplicação da janela, a DFT pode ser aplicada em  $x_w[n]$ , como dado por

$$X_w[k] = \sum_{m=0}^N x_w[m] e^{-j2\pi km/N}. \quad (3)$$

Assim, tem-se o sinal no domínio de frequência e pode-se analisar o conteúdo espectral do sinal. Porém, alguns aspectos devem ser levados em conta para que as componentes sejam estimadas com uma boa acurácia. Para isso, deve-se garantir uma amostragem síncrona (após a multiplicação da janela, o sinal deve ter um número inteiro de ciclos) e deve-se atentar para a presença de componentes não múltiplas da frequência fundamental (inter-harmônicas).

### 2.2 Espalhamento devido ao desvio da frequência fundamental

Para entender o espalhamento espectral, podemos observar a Figura 1, que mostra o espectro de frequência para um sinal síncrono e assíncrono. <sup>1</sup> Analisando a Figura 1 (a), percebe-se a presença de somente um componente com energia não nula, definido pelo *bin* referente à frequência principal. Na Figura 1 (b), em que a amostragem é assíncrona, há o espalhamento de energia para os *bins* laterais próximos à frequência fundamental. <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Neste caso, considera-se uma frequência nominal de 60 Hz para amostragem síncrona e 59 Hz para amostragem assíncrona.

<sup>2</sup> O espalhamento ocorre devido ao tamanho da janela, que não engloba um número inteiro de amostras múltiplas da quantidade em um ciclo da componente fundamental quando a sua frequência é 59 Hz.

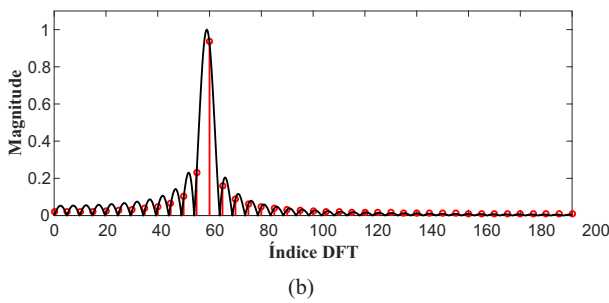
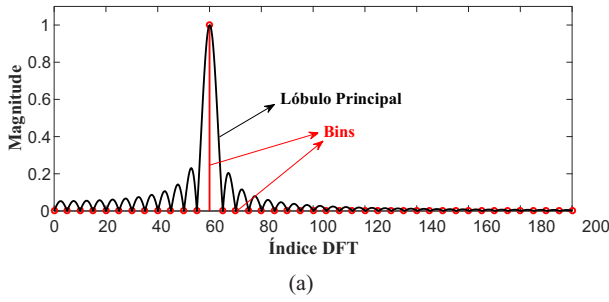


Figura 1. Espectro de frequência de um sinal amostrado: (a) de forma síncrona e (b) de forma assíncrona.

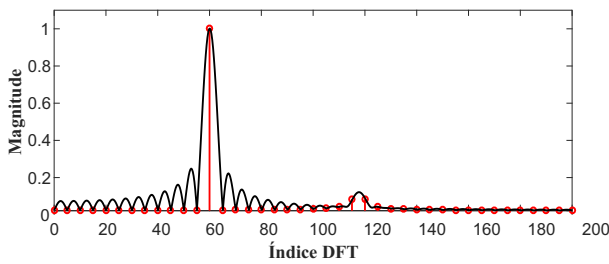


Figura 2. Espalhamento de Curto Alcance.

### 2.3 Espalhamento devido à presença de inter-harmônicas

As inter-harmônicas são componentes do sinal com frequências diferentes de um valor múltiplo inteiro da fundamental [19]. Além disso, quando estas componentes não possuem frequências com valores múltiplos inteiros da resolução do espectro, o espalhamento espectral é ocasionado ao usar DFT.

O espalhamento de curto alcance ocorre quando a componente inter-harmônica está localizada distante das componentes harmônicas presentes no sinal. Assim, o espalhamento pode ser negligenciado. A Figura 2 mostra este tipo de espalhamento no domínio da frequência, devido ao sinal representado por

$$x[n] = \sin(2\pi 60nT_s) + 0.1 \sin(2\pi 117.5nT_s). \quad (4)$$

Considerando uma janela com 12 ciclos da frequência fundamental, a resolução da frequência é de 5 Hz, de acordo com a Figura 2. O espalhamento de longo alcance ocorre devido à interferência entre a Transformada de Fourier de Tempo Discreto (DTFT) de dois ou mais componentes com valores próximos de frequências. Quando uma inter-harmônica está próxima de uma componente harmônica, ocorre uma interferência espectral devido à sobreposição

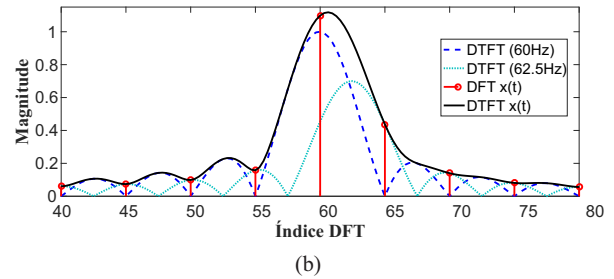
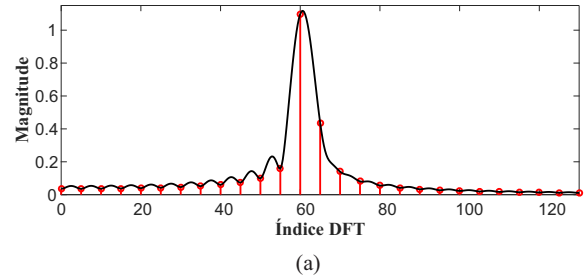


Figura 3. Espalhamento de Longo Alcance: (a) DTFT e DFT do sinal  $x[n]$  e, (b) representação dos dois componentes de frequência DTFT sobrepostos.

de suas respectivas DTFT, que está relacionada com as magnitudes e fases de ambas componentes [18]. A Figura 3 (b) mostra esta sobreposição para um sinal representado por

$$x[n] = \sin(2\pi 60nT_s) + 0.3 \sin(2\pi 62.5nT_s). \quad (5)$$

Algumas técnicas podem ser utilizadas para reduzir o espalhamento ou para agrupar a energia em um único *bin* e assim, obter o valor estimado de uma determinada componente. Considerando o espalhamento causado pela amostragem assíncrona, podem ser utilizadas técnicas de interpolação (re-amostragem) a fim de sincronizar o sinal e evitar o espalhamento provocado pela amostragem assíncrona.

Porém, mesmo com a sincronização do sinal, há o espalhamento provocado pela presença de inter-harmônicas. Para corrigir este espalhamento, considera-se a utilização da IpDFT de três pontos, tal como apresentado em [37]. Dessa forma, a região da inter-harmônica é definida e a IpDFT é realizada para estimação correta destas componentes.

A seguir, são apresentadas técnicas de re-amostragem dos sinais com o intuito de sincronizar o sinal e evitar o espalhamento provocado pela amostragem assíncrona.

## 3. RE-AMOSTRAGEM

A re-amostragem é uma técnica importante que auxilia na sincronização do sinal, fazendo com que o espalhamento espectral seja minimizado. Dessa forma, a energia das componentes de frequência não se espalha e a estimação de cada componente fica mais acurada. A seguir, serão considerados dois métodos de re-amostragem: método com função de Lagrange e com B-spline.

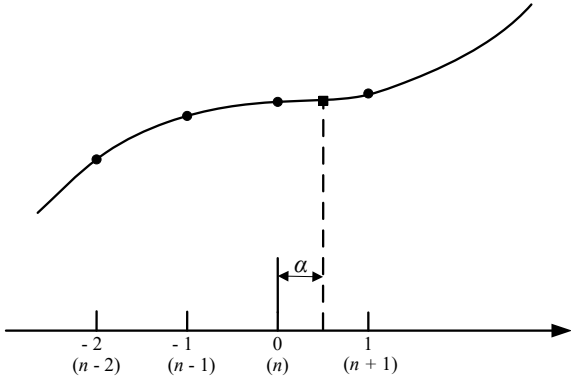


Figura 4. Ilustração do processo re-amostragem utilizando a função de Lagrange em tempo real.

### 3.1 Re-amostragem utilizando a função de Lagrange

O método de re-amostragem utilizando a função de Lagrange [32] é definido por

$$y[m] = \sum_i \left( \prod_{j \neq i} \frac{m - n_j}{n_i - n_j} \right) x[n_i], \quad i, j = 1, 2, \dots, k, \quad (6)$$

em que  $m$  é índice da seqüência  $y[m]$ ,  $i$  e  $j$  são os índices do somatório e do produtório que selecionam as amostras do sinal  $x[n]$ , apresentado em (1).

Para analisar o processo de re-amostragem, pode-se observar a Figura 4, a qual apresenta os pontos amostrados, definidos como  $n - 2$ ,  $n - 1$ ,  $n$  e  $n + 1$  e o ponto a ser re-amostrado, denominado de  $\alpha$ . Este valor pode modificar ao longo do processo de re-amostragem, de acordo com o seguinte intervalo

$$n < \alpha \leq n + 1. \quad (7)$$

Desenvolvendo (6) em função de  $\alpha$ , tem-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned} y[m] = & \alpha^3 \cdot \left( -\frac{1}{6} \cdot x[-2] + \frac{1}{2} \cdot x[-1] - \frac{1}{2} \cdot x[0] + \frac{1}{6} \cdot x[1] \right) \\ & + \alpha^2 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot x[-1] - x[0] + \frac{1}{2} \cdot x[1] \right) \\ & + \alpha \cdot \left( -\frac{1}{6} \cdot x[-2] - x[-1] + \frac{1}{2} \cdot x[0] + \frac{1}{3} \cdot x[1] \right) \\ & + x[0]. \end{aligned} \quad (8)$$

Note que o sinal de entrada  $x[n]$  possui um índice diferente do sinal re-amostrado  $y[m]$ . Isto é considerado pois em um intervalo de duas amostras de  $x[n]$ , pode haver duas ou nenhuma amostra de  $y[m]$ .

Aplicando a transformada Z em (8), tem-se:

$$Y(z) = (H_0(z)\alpha^3 + H_1(z)\alpha^2 + H_2(z)\alpha + H_3(z)) \cdot X(z), \quad (9)$$

em que  $H_0(z)$ ,  $H_1(z)$ ,  $H_2(z)$  e  $H_3(z)$  são definidos por:

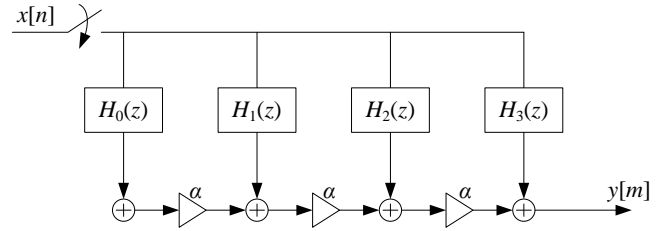


Figura 5. Estrutura de Farrow de 3ª ordem.

$$\begin{aligned} H_0(z) &= -\frac{1}{6} \cdot z^{-2} + \frac{1}{2} \cdot z^{-1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cdot z \\ H_1(z) &= \frac{1}{2} \cdot z^{-1} - 1 + \frac{1}{2} \cdot z \\ H_2(z) &= \frac{1}{6} \cdot z^{-2} - z^{-1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot z \\ H_3(z) &= 1. \end{aligned} \quad (10)$$

A Figura 5 representa a estrutura do processo de re-amostragem utilizado, em que o sinal de entrada passa por um banco de filtros composto por quatro funções, resultando no sinal de saída  $y[m]$ . Nesta estrutura, denominada de estrutura de Farrow, um multiplicador  $\alpha$ , é inserido antes de cada soma, apresentando um filtro variável no tempo. Note que se  $\alpha$  for zero, a amostra  $y[m]$  é igual a  $x[n]$  devido  $H_3(z)$  ser 1.

A fim de implementar a re-amostragem com a função de Lagrange em tempo real, de acordo com a estrutura do filtro, é utilizado o Algoritmo 1. No Algoritmo 1,  $T'_s$  é o período de amostragem estimado e  $\lambda$  é a razão entre o período de amostragem estimado e o período de amostragem estabelecido no processo ( $T_s$ ). O algoritmo inicializa-se considerando os valores anteriores de cada parâmetro. No passo 2,  $T'_s$  é atualizado por:

$$T'_s = \frac{1}{(N_{pc} \cdot f_{e1})}, \quad (11)$$

em que  $N_{pc}$  é o número de pontos em cada ciclo e  $f_{e1}$  é a frequência fundamental estimada do sistema. A razão ( $\lambda$ ) representa o ponto em que a amostra deve ser re-amostrada, e  $\alpha$  recebe seu próprio valor somado à  $\lambda$ . No passo 3, se a condição for verdadeira, o sinal re-amostrado é estimado por (8), o índice  $m$  é atualizado e o algoritmo volta ao passo 2. Se a condição no passo 3 não for verdadeira, o algoritmo vai para o passo 4, o buffer é atualizado com uma nova amostra, os parâmetros  $\alpha$  e  $n$  são atualizados e o algoritmo vai novamente para o passo 2.

### 3.2 Re-amostragem com a função B-spline

A re-amostragem utilizando a função B-spline [34] é outro método que pode ser aplicado em tempo real. A qualidade deste método é avaliada, relativamente, à suavização das curvas, porém, o sinal re-amostrado não assume os valores dos nós (amostras do sinal de entrada  $x[n]$ ). Para contornar este problema, pode-se utilizar pré-filtros que podem ser definidos de duas maneiras, como descrito a seguir.

Em [35], a função cúbica B-spline é definida por:

**Algorithm 1** - Passos do processo de re-amostragem de Lagrange.

1: **Inicialização:**

$$\begin{aligned} T'_s &= T_s \\ \alpha &= 0 \\ m &= 0 \\ n &= 0 \end{aligned}$$

2: **Atualizar  $T'_s$  e calcular  $\lambda = T'_s/T_s$ :**

$$\alpha = \alpha + \lambda$$

3: se  $\alpha \leq 1$ , **encontrar  $y[m]$  através da equação (8).**  
Atualizar índice  $m$

$$m = m + 1$$

vai para o passo 2

4: se  $\alpha > 1$ , **atualizar buffer com a nova amostra  $x[n+1]$  e atualizar  $\alpha$  e  $n$ .**

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha - 1 \\ n &= n + 1 \end{aligned}$$

ir para o passo 2

5: **Fim**

$$\beta^{(3)}(t) = \begin{cases} \frac{2}{3} - |t|^2 + \frac{|t|^3}{2}, & 0 < |t| < 1 \\ \frac{(2 - |t|)^3}{6}, & 1 \leq |t| < 2 \\ 0, & 2 \leq |t|. \end{cases} \quad (12)$$

Considerando a função B-spline aplicada ao sinal  $x[n]$ , o sinal re-amostrado  $y[m]$  pode ser estimado de acordo com

$$y[m] = \sum_{i=-1}^2 \beta_i^{(3)}(\alpha)x[n+i], \quad (13)$$

em que  $\alpha$  é o ponto a ser re-amostrado.

A estrutura do processo de re-amostragem com a função B-spline é similar a re-amostragem com a função Lagrange, diferenciando-se pelas funções  $H(z)$ , definidas a partir de (13) como:

$$\begin{aligned} H_0(z) &= -\frac{1}{6} \cdot z^{-1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot z + \frac{1}{6} \cdot z^2 \\ H_1(z) &= \frac{1}{2} \cdot z^{-1} - 1 + \frac{1}{2} \cdot z \\ H_2(z) &= -\frac{1}{2} \cdot z^{-1} + \frac{1}{2}z + \frac{1}{3} \cdot z \\ H_3(z) &= \frac{1}{6}z^{-1} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}z. \end{aligned} \quad (14)$$

Como o processo de re-amostragem com a função B-spline não resulta nos valores de  $x[n]$  quando  $\alpha$  é zero, neste trabalho, são apresentados dois tipos de pré-filtros, um baseado na função inversa de  $H_3(z)$  [35] e outro baseado na aproximação por mínimos quadrados [29, 31].

Considerando o pré-filtro baseado na função inversa, tem-se a seguinte equação:

$$x_1[n] = \alpha \cdot x_1[n-1] - 6 \sum_{k=-M}^0 \alpha^{|k+1|} x[n-k], \quad (15)$$

em que  $x_1[n]$  é a saída do pré-filtro e  $M$  é o número de coeficientes utilizados no pré-filtro.

A segunda maneira de estabelecer o pré-filtro da função B-spline, se dá pela aproximação da resposta em frequência da função B-spline cúbica em um filtro passa-baixa ideal, ou seja, aproximação por mínimos quadrados. A função do pré-filtro é definida por:

$$P_f(\omega) = \frac{B(\omega)}{\sum_i |B(\omega + 2i\pi)|^{1,35}}, \quad (16)$$

em que  $P_f(\omega)$  é o pré-filtro B-spline e  $B(\omega)$  é definido por:

$$B(\omega) = \left( \frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2} \right)^4. \quad (17)$$

#### 4. RESULTADOS

Nesta seção, é considerado um sinal com Relação Sinal Ruído (SNR, do inglês *Signal Noise Ratio*) igual a 45 dB em um sistema de 60 Hz, contendo as componentes harmônicas de ordem 1, 3, 7, 11, 13, 15, 19, 21, 27, 31, 37, 45 e 49. A magnitude de cada componente é definida por  $1/h$ , em que  $h$  representa a ordem harmônica. Para a estimativa da frequência, a técnica Phase Locked Loop (PLL) é aplicada como apresentado em [36]. O comprimento da janela do sinal é definido com 4096 amostras em 12 ciclos da frequência fundamental. Neste trabalho, é aplicada uma janela de Hanning no sinal re-amostrado para mitigar o espalhamento e, conseqüentemente, para melhorar a estimativa das harmônicas. Além disso, será considerado uma simulação com 100 iterações para análise dos valores máximos e mínimos.

A Figura 6 ilustra como é o processo de estimativa das componentes harmônicas e inter-harmônicas, proposto neste trabalho. No primeiro passo, o sinal  $x[n]$  é submetido à estimativa de frequência, cuja saída é uma entrada do bloco de re-amostragem. Ao mesmo tempo, o sinal de entrada também é enviado para o bloco de re-amostragem onde será processado de acordo com a saída do bloco de estimação de frequência. No bloco de re-amostragem, o sinal é sincronizado de modo que  $y[m]$  contenha 4096 amostras em 12 ciclos inteiros. Após a re-amostragem, aplica-se a janela de Hanning e, em seguida, aplica-se a DFT para obtenção do espectro de frequência do sinal  $y[m]$ .

Por fim, define-se a região em que estão as componentes inter-harmônicas pelo método IpDFT considerando três amostras. Na estimação, considera-se um limiar para definir a maior amplitude contida entre as harmônicas. Logo após, estima-se o valor de  $\delta$  a partir de:

$$\delta = \frac{|X(M+1)| - |X(M-1)|}{|X(M+1)| + 2|X(M)| + |X(M+1)|}, \quad (18)$$

em que  $M$  é o índice do vetor do sinal no domínio da frequência com maior amplitude entre duas harmônicas.

Com o valor de  $\delta$  pode-se calcular a amplitude e frequência:

$$A_{ih} = |X(M)| \frac{\pi\delta}{\text{sen}(\pi\delta)} (\delta^2 - 1), \quad (19)$$

$$f_{ih} = (M + \delta) \frac{f_s}{N_\omega}, \quad (20)$$

em que  $N_\omega$  é o número de pontos em uma janela do sinal.

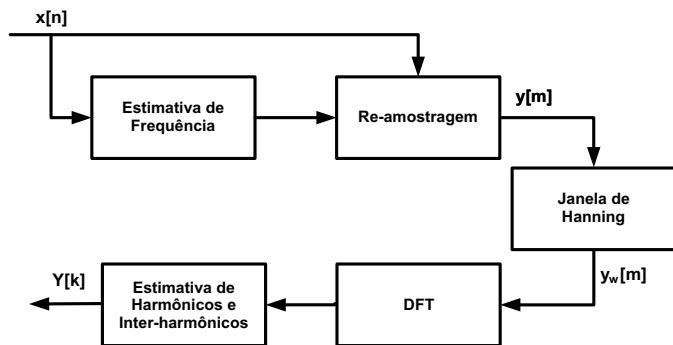


Figura 6. Representação esquemática do processo de estimação das componentes harmônicas e inter-harmônicas.

A seguir, são apresentados alguns casos para análise da acurácia e robustez do método proposto.

#### 4.1 Sinal com inter-harmônicas

Neste caso, os resultados são obtidos a partir do sinal contendo inter-harmônicas e frequência fundamental igual a 60,03 Hz. A amplitude das inter-harmônicas é considerada igual a 10% da amplitude da fundamental, e as frequências iguais a 82,5 Hz e 145 Hz.

A amplitude e frequência das inter-harmônicas estimadas são apresentadas na Tabela 1, em que o maior erro de frequência é obtido pela B-spline com pré-filtro utilizando uma aproximação por mínimos quadrados. O erro é de 0,05 e 0,08 Hz, considerando as inter-harmônicas com 82,5 Hz e 145 Hz, respectivamente. Comparando a amplitude, o erro máximo é obtido pela re-amostragem utilizando a função Lagrange na frequência inter-harmônica igual a 82,5 Hz.

A Figura 7 mostra os erros relativos das harmônicas obtidos pelos métodos de re-amostragem temporal, em que os erros obtidos mantêm-se abaixo de 1,2%. O maior erro é obtido com a função B-spline e pré-filtro de aproximação por mínimos quadrados. O valor máximo é aproximadamente 1,1% para a 49ª harmônica. Os resultados obtidos com a re-amostragem com função B-spline com pré-filtro de função inversa e com a função Lagrange permanecem abaixo de 0,8%.

Tabela 1. Resultados da inter-harmônica com frequências de 82,5 e 145 Hz.

	Mag./Freq.	Mag./Freq.
Real	0,1000/82,5	0,1000/145
Lagrange	0,1002/82,46	0,1000/144,93
B-spline Função Inversa	0,1001/82,46	0,1000/144,93
B-spline Mín. Quadrado	0,0999/82,45	0,1001/144,92

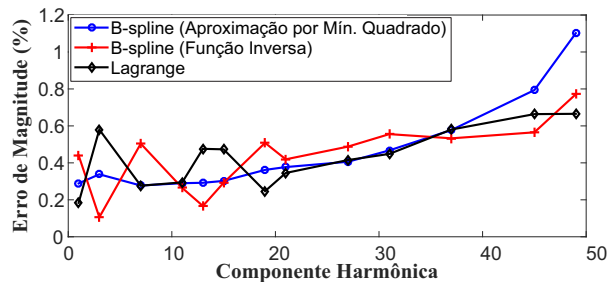


Figura 7. Erro de componentes harmônicas considerando um sinal com componentes inter-harmônicas.

O Erro Relativo Médio (MRE) e o Erro Quadrático Médio (MSE) das harmônicas, são apresentados na Tabela 2, na qual os resultados para todos os métodos são satisfatórios. Os erros maiores de MRE são obtidos por Lagrange e B-spline com pré-filtro de aproximação por mínimos quadrados. O maior erro MSE é obtido por B-spline aplicando o pré-filtro de aproximação por mínimos quadrados e o menor é B-spline utilizando o pré-filtro com função inversa.

Tabela 2. MRE e MSE obtidas considerando um sinal com inter-harmônica.

Método de Re-amostragem	MRE	MSE
Lagrange	0,44	0,50
B-spline Função Inversa	0,36	0,38
B-spline Mín. Quadrado	0,44	0,51

#### 4.2 Sinal com inter-harmônicas e desvio de frequência

Neste caso, é considerado um sinal com componentes harmônicas e inter-harmônicas com frequências iguais a 82,5 Hz e 145 Hz. A componente fundamental é definida com uma frequência igual a 60,1 Hz.

Os erros relativos à estimação das harmônicas são mostrados na Figura 8. O menor valor é obtido com a B-spline usando pré-filtro baseado na função inversa, no qual os erros se mantêm inferiores se comparado com outros métodos quando se analisa as frequências mais altas. Considerando todos os métodos de re-amostragem, os erros são satisfatórios neste cenário.

A amplitude e frequência estimada das inter-harmônicas são apresentadas na Tabela 3, cujos erros máximos de frequência são 0,15 Hz e 0,25 Hz, obtidos pelo método de Lagrange. O maior erro de amplitude é obtido pelo método B-spline com pré-filtro baseado na aproximação por mínimos quadrados.

Os valores de MRE e MSE são apresentados na Tabela 4, em que todos os métodos apresentam resultados satisfatórios. Considerando os resultados, o maior erro é obtido pelo método de Lagrange e o menor é obtido pelo método B-spline com pré-filtro baseado na função inversa.

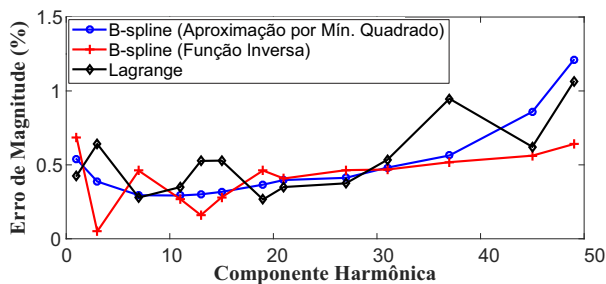


Figura 8. Erros das componentes harmônicas com componentes inter-harmônicas e desvio da frequência fundamental.

Tabela 3. Resultados da inter-harmônica com frequências de 82,5 e 145 Hz.

Método de Re-amostragem	Mag./Freq.	Mag./Freq.
Real	0,1000/82,5	0,1000/145
Lagrange	0,1000/82,35	0,0999/144,75
B-spline Função Inversa.	0,1000/82,36	0,1000/144,76
B-spline Mín. Quadrado	0,0999/82,37	0,1001/144,76

Tabela 4. MRE e MSE obtidas considerando um sinal com inter-harmônica e desvio de frequência.

Método de Re-amostragem	MRE	MSE
Lagrange	0,48	0,53
B-spline Função Inversa.	0,33	0,36
B-spline Mín. Quadrado	0,45	0,52

## 5. DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta um método para estimar harmônicas e inter-harmônicas até a 50ª ordem de sinais com ruído e que foram amostrados de forma assíncrona. A metodologia é aplicada em tempo real para evitar o armazenamento das amostras da frequência estimada e possui baixa complexidade computacional.

Inicialmente, duas funções são consideradas no processo de re-amostragem. Com este processo, objetiva-se mitigar o efeito de espalhamento espectral, causado pela amostragem assíncrona. Após a re-amostragem, o sinal torna-se síncrono e as componentes harmônicas podem ser estimadas de maneira mais acurada, pois o espalhamento espectral é mitigado.

No entanto, as inter-harmônicas que não são compreendidas na resolução de frequência, continuam provocando o espalhamento espectral mesmo com a amostragem síncrona. Para contornar isto, utiliza-se o método IpDFT, que apresentou resultados satisfatórios.

Os resultados mostram que as componentes harmônicas e inter-harmônicas são satisfatoriamente estimadas utilizando os métodos de re-amostragem B-spline e Lagrange e o método IpDFT. Contudo, o método B-spline, utilizando a função inversa como pré-filtro, obteve melhor desempenho que os demais, devido à característica da função B-spline, de contornar as amostras de uma forma mais suave e, também, em relação à função pré-filtro que auxilia na correta estimação das amostras no domínio do tempo.

Os métodos de re-amostragem foram aplicados em cenários com desvio de frequência, presença de inter-harmônicas e ruído, e mostraram ser robustos nestes cenários.

## AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer à Universidade Federal de Lavras, ao CNPq e à Fapemig (Processo APQ-01379-22).

## REFERÊNCIAS

- [1] Koley, Ebha, et al. "Protection scheme for power transmission lines based on SVM and ANN considering the presence of non-linear loads." *IET Generation, Transmission & Distribution* 11.9 (2017)
- [2] Indragandhi, V., et al. "Multi-objective optimization and energy management in renewable based AC/DC microgrid." *Computers & Electrical Engineering* 70 (2018): 179-198.
- [3] F. G. Montoya, et al. "Analysis of power flow under non-sinusoidal conditions in the presence of harmonics and interharmonics using geometric algebra." *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 111 (2019): 486-492.
- [4] H. Ardi, A. Ajami, and M. Sabahi. "Analysis and implementation of a novel three input DC-DC boost converter for sustainable energy applications." *International Transactions on Electrical Energy Systems* 29.4 (2019): e2801.
- [5] W. R. Oliveira, L. F. Anesio Filho, and J. Cormane. "A contribution for the measuring process of harmonics and interharmonics in electrical power systems with photovoltaic sources." *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 104 (2019): 481-488.
- [6] M. Bollen, et al. "Standards for supraharmônicos (2 to 150 kHz)." *IEEE Electromagnetic Compatibility Magazine* 3.1 (2014): 114-119.
- [7] T. M. Mendes, et al. "Supraharmonic analysis by filter bank and compressive sensing." *Electric Power Systems Research* 169 (2019): 105-114.
- [8] T. M. Mendes, et al. "Supraharmonic analysis by filter bank and compressive sensing." *Electric Power Systems Research* 169 (2019): 105-114.
- [9] S. K. Mitra, *Digital Signal Processing - A computer based Approach*, 3rd ed., Ed. New York: McGraw-Hill, (2006), pp.607-621.
- [10] S. Lodetti, et al. "A Robust Wavelet-based Hybrid Method for the Simultaneous Measurement of Harmonic and Supraharmonic Distortion." *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* (2020).
- [11] V. Khokhlov, et al. "Comparison of Measurement Methods for the Frequency Range 2 - 150 kHz (Supraharmonics) Based on the Present Standards Framework." *IEEE Access* 8 (2020): 77618-77630.
- [12] A. Testa, D. Gallo, and R. Langella. "On the processing of harmonics and interharmonics: Using Hanning window in standard framework." *IEEE Transactions on Power Delivery* 19.1 (2004): 28-34.
- [13] C. Altintasi, et al. "Power system harmonic and interharmonic estimation using Vortex Search Algorithm." *Electric Power Systems Research* 182 (2020): 106187.
- [14] A. Testa, et al. "Interharmonics: Theory and modeling." *IEEE Transactions on Power Delivery* 22.4 (2007): 2335-2348.
- [15] V. Ravindran, et al. "Time-varying interharmonics in different types of grid-tied PV inverter systems." *IEEE Transactions on Power Delivery* 35.2 (2019): 483-496.
- [16] A. Sangwongwanich, and F. Blaabjerg. "Mitigation of interharmonics in PV systems with maximum power point tracking modification." *IEEE Transactions on Power Electronics* 34.9 (2019): 8279-8282.

- [17] A. Sangwongwanich, et al. "Analysis and modeling of interharmonics from grid-connected photovoltaic systems." *IEEE Transactions on Power Electronics* 33.10 (2018): 8353-8364.
- [18] Z. Liu, J. Himmel, and K. W. Bonfig. "Improved processing of harmonics and interharmonics by time-domain averaging." *IEEE transactions on power delivery* 20.4 (2005): 2370-2380.
- [19] International Electrotechnical Commission: IEC 61000-4-7, Testing and measurement techniques - General guide on harmonics and interharmonics measurements and instrumentation, for power supply systems and equipment connected thereto, (2002).
- [20] V. Ravindran, S. K. Rönnberg, and M. H. J. Bollen. "Interharmonics in PV systems: a review of analysis and estimation methods; considerations for selection of an apt method." *IET Renewable Power Generation* 13.12 (2019): 2023-2032.
- [21] E. Santos, et al. "ESPRIT associated with filter bank for power-line harmonics, sub-harmonics and interharmonics parameters estimation." *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 118 (2020): 105731.
- [22] P. D. Achlerkar, S. R. Samantaray, and M. Sabarimalai Manikandan. "Variational mode decomposition and decision tree based detection and classification of power quality disturbances in grid-connected distributed generation system." *IEEE Transactions on Smart Grid* 9.4 (2016): 3122-3132.
- [23] Z. Sun, et al. "Multi-interharmonic spectrum separation and measurement under asynchronous sampling condition." *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 65.8 (2016): 1902-1912.
- [24] K. Wang, H. Wen, and G. Li. "Accurate Frequency Estimation by Using Three Points Interpolated DFT Based on Rectangular Window." *IEEE Transactions on Industrial Informatics* (2020).
- [25] A. K. Singh, and B. C. Pal. "Rate of change of frequency estimation for power systems using interpolated DFT and Kalman filter." *IEEE Transactions on Power Systems* 34.4 (2019): 2509-2517.
- [26] G. Frigo, A. Derviškić, and Mario Paolone. "Reduced leakage synchrophasor estimation: Hilbert transform plus interpolated DFT." *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 68.10 (2018): 3468-3483.
- [27] A. Derviškić, P. Romano, and M. Paolone. "Iterative-interpolated DFT for synchrophasor estimation: A single algorithm for P-and M-class compliant PMUs." *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 67.3 (2017): 547-558.
- [28] Y. Wang, W. Wei, and J. Xiang. "Multipoint interpolated DFT for sine waves in short records with DC components." *Signal Processing* 131 (2017): 161-170.
- [29] D. Petrinovic,. "Causal cubic splines: Formulations, interpolation properties and implementations." *IEEE Transactions on Signal Processing* 56.11 (2008): 5442-5453.
- [30] G. W. Chang, and Cheng-I. Chen. "An accurate time-domain procedure for harmonics and interharmonics detection." *IEEE Transactions on Power Delivery* 25.3 (2009): 1787-1795.
- [31] D. Borkowski, and A. Bien. "Improvement of accuracy of power system spectral analysis by coherent resampling." *IEEE Transactions on Power Delivery* 24.3 (2009): 1004-1013.
- [32] C. Moler, (2004), *Numerical Computing with MatLab*, [Online], Available: <http://www.mathworks.com/moler/chapters.html>.
- [33] T. Bindima, and E. Elias. "Low-complexity 2-D digital FIR filters using polyphase decomposition and farrow structure." *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers* 66.6 (2019): 2298-2308.
- [34] I. J. Schoenberg. "Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions." *IJ Schoenberg Selected Papers*. Birkhäuser, Boston, MA, (1988). 3-57.
- [35] M. Unser. "Splines: A perfect fit for signal and image processing." *IEEE Signal processing magazine* 16.6 (1999): 22-38.
- [36] P. F. Ribeiro, C. A. Duque, P. M. da Silveira, A. S. Cerqueira, *Power Systems Signal Processing for Smart Grids*, New York, Wiley, (2014), p. 232.
- [37] Chen, Lei, et al. "An interharmonic phasor and frequency estimator for subsynchronous oscillation identification and monitoring." *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 68.6 (2018): 1714-1723.