

Caracterização de uma Coluna de Destilação Desbutanizadora por Modelo Multivariável Não Linear NARMAX

Manoel O. S. Sobrinho*. Adhemar B. Fontes.**

* Colegiado de Engenharia Elétrica, Fundação Universidade Federal do Vale do São Francisco, Av. Antônio Carlos Magalhães, 510, Bairro Santo Antônio, CEP 48.902-300, Juazeiro - BA. (email manoel.sobrinho@univasf.edu.br).

** Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Bahia, Rua Aristides Novis, 02, Bairro Federação, CEP 40.210-630, Salvador - BA. (e-mail: adhemar@ufba.br)

Abstract: Distillation columns constitute one of the most important processes in the Chemical Industry, in which the implementation of advanced control techniques is an indispensable effort. Dynamic models of distillation columns are among the most complex found in process control systems. This requires the identification of suitable models, then, many difficulties arise due to the complexity of these processes. This work presents a parametric identification of a debutanizer column by a multivariable model, with two inputs and two outputs, using a NARMAX polynomial model, which serves for application in control.

Resumo: As colunas de destilação constituem um dos mais importantes processos na Indústria Química, em que a implementação de técnicas de controle avançado é um esforço indispensável. Os modelos dinâmicos de colunas de destilação estão entre os mais complexos encontrados nos sistemas de controle de processos. Isto exige a identificação de modelos adequados, e assim, muitas dificuldades surgem devido à complexidade desses processos. Este trabalho apresenta uma identificação paramétrica de uma coluna desbutanizadora por um modelo multivariável, com duas entradas e duas saídas, utilizando o modelo polinomial NARMAX, que seja útil para aplicação em controle.

Keywords: Distillation column; NARMAX Models; Multivariable Identification.

Palavras-chaves: Coluna de destilação; Modelos NARMAX; Identificação Multivariável.

1. INTRODUÇÃO

A modelagem de sistemas dinâmicos reais utilizando técnicas de identificação linear sempre foi largamente utilizada para a obtenção de modelos que caracterizem a dinâmica de sistemas em determinadas faixas de operação. Porém, os sistemas reais são inerentemente não lineares e a utilização de modelos lineares nem sempre se mostra satisfatória para determinadas aplicações na engenharia, principalmente na área de controle, na qual se requer uma melhor caracterização da dinâmica do sistema a ser controlado. No entanto, a modelagem de sistemas utilizando modelos não lineares é, em geral, bastante laboriosa, aumentando consideravelmente a complexidade dos algoritmos a serem utilizados (Fontes et al. 2001). Uma alternativa muito utilizada na literatura para se contornar este problema é a utilização de modelos paramétricos bilineares, pertencentes à classe dos “*Nonlinear Autoregressive Moving Average Models With Exogenous Variables*” (NARMAX), que caracterizam melhor a dinâmica de determinados sistemas físicos que apresentem não linearidades relevantes. Entretanto, em determinados casos, um modelo mais abrangente que os modelos bilineares são desejáveis, para melhor caracterizar as não linearidades de um determinado sistema.

Os processos químicos e petroquímicos apresentam características que requerem soluções de controle específicas, geralmente diferentes dos demais sistemas. Colunas de destilação são bons exemplos dessa especificidade. Estas constituem um dos mais frequentes e importantes processos na Indústria Química, em que a implementação de técnicas de controle avançado é um esforço indispensável. Isto exige a identificação de modelos adequados, e assim, muitas dificuldades surgem devido à complexidade desses processos. Dentre essas dificuldades pode-se destacar a dinâmica lenta e complexa, o alto grau de acoplamento entre as variáveis, as não linearidades, o atraso de transporte, as perturbações estocásticas, etc. A operação de um processo desse tipo, caracteristicamente multivariável, que possui restrições, requer na maioria dos casos um controle também multivariável que considere o acoplamento entre as diversas variáveis e também as restrições, tanto das variáveis controladas quanto das manipuladas (Riggs, 1998). De fato, um melhor controle permite que muitos processos operem próximo ao regime ótimo e um modelo que represente melhor o comportamento dinâmico do sistema é fundamental para que se obtenha um bom desempenho de controle (Åström and Wittenmark, 1995).

Os modelos bilineares têm sido muito utilizados para caracterizar uma coluna de destilação, os quais obtiveram resultados satisfatórios (Toledo e Gallegos, 1987, Fontes et al. 2002). Alguns trabalhos já foram propostos na literatura para o controle avançado de colunas de destilação utilizando modelos bilineares (Fontes e Ângelo, 2006; Kawathekar e Riggs, 2007). Evidentemente existem outras dinâmicas na coluna de destilação, diferentes das dinâmicas bilineares. Um modelo mais realístico do processo requer, naturalmente, uma ampliação deste modelo. Uma alternativa possível seria a identificação de um modelo do tipo NARMAX, mais amplo que o modelo bilinear, que seja mais representativo para caracterizar a coluna de destilação.

Este trabalho apresenta uma identificação paramétrica de uma coluna desbutanizadora com duas entradas e duas saídas utilizando um modelo multivariável polinomial NARMAX, que seja útil para aplicação em controle.

2. DINÂMICA DE UMA COLUNA DE DESTILAÇÃO

A coluna de destilação é um equipamento usado para promover a separação de componentes de uma mistura, através das diferenças de volatilidades desses componentes. A volatilidade relativa entre os componentes indica a facilidade de separação por destilação, entre os compostos. Quanto maior for seu valor, maior a facilidade em separar os compostos. Quando a volatilidade relativa for igual a 1, os compostos não podem ser separados por destilação. A destilação é usada quando essas diferenças são adequadas para fornecer a faixa de concentração desejada para os produtos. Um esquema de uma unidade de destilação típica, com uma corrente de carga única e duas correntes de produtos, apresentando os principais componentes, é mostrado na Fig. 1.

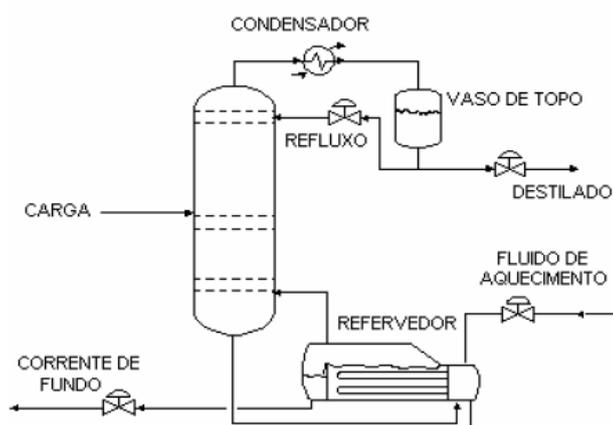


Fig. 1. Unidade de destilação típica.

Durante o processo de destilação, dois fluxos internos movem-se em contracorrente através de *dispositivos de contato*. O fluxo de líquido é no sentido descendente, por gravidade, enquanto o fluxo de vapor é forçado a subir através de orifícios da bandeja, resultando no contato pela ação do borbulhamento formado. Os componentes leves que estão na fase líquida tendem a se intercambiar com os componentes pesados que estejam na fase vapor. Sempre que um componente pesado na fase vapor se condensa, um

componente leve na fase líquida utiliza imediatamente o calor liberado na condensação para se vaporizar e escapar da fase líquida. Observa-se que a carga flui do prato de carga para a parte inferior da coluna, sendo coletada no fundo pelo refervedor. O calor fornecido ao refervedor, normalmente por meio de uma corrente de vapor d'água, vaporiza parte do líquido oriundo da carga. O vapor formado no refervedor forma a corrente ascendente de vapor no interior da coluna. O líquido não vaporizado no refervedor é removido como produto de fundo. O vapor ascendente é resfriado por um condensador. O líquido condensado é armazenado no vaso de topo. Parte do líquido formado é reciclada, voltando ao topo da coluna como vazão de refluxo. O líquido condensado ou a parte do vapor não condensado é removido do sistema como destilado ou produto de topo. A dinâmica do vapor é usualmente mais rápida que a dinâmica do líquido. Esta é a maior razão da complexidade da dinâmica da composição (Riggs, 1998). Observa-se claramente, nas colunas de destilação, que os efeitos das variações no refervedor são observados muito mais rapidamente na composição de fundo do que na composição de topo. Da mesma forma, variações na vazão de refluxo têm seus efeitos observados mais rapidamente na composição de topo do que na composição de fundo. A resposta hidráulica de um prato depende do acúmulo de líquido neste e depende do projeto dos pratos.

Como se sabe, um sistema linear se caracteriza por apresentar resposta a um sinal do tipo degrau de maneira uniforme, independentemente da amplitude e do sentido das perturbações. Numa coluna de destilação, as respostas a um degrau, em geral dependem da amplitude e sentido da perturbação da variável manipulada, e também do ponto de operação (Luyben, 1996). A Fig. 2 ilustra o resultado da aplicação de um degrau positivo no *set-point* do controlador PID de temperatura do prato sensível na coluna desbutanizadora. Como se observa, a resposta da fracionadora é típica de um processo de primeira ordem. Também nesta figura, observa-se a resposta a um degrau negativo, de mesma amplitude, a qual tem característica tipicamente de um sistema de segunda ordem. Observa-se assim que há uma assimetria no comportamento dinâmico do processo, o que caracteriza a presença de dinâmicas não lineares.

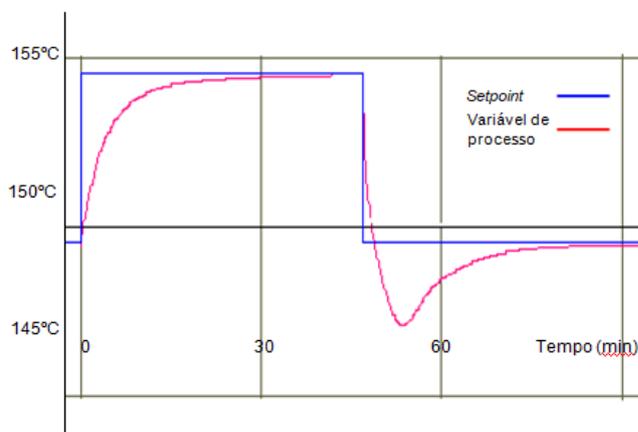


Fig. 2. Comportamento assimétrico de uma coluna de destilação.

O acoplamento entre as malhas de controle de um dado sistema impõe que este seja tratado como um sistema multivariável. Na coluna de destilação este acoplamento ocorre porque, por exemplo, a ação de controle na vazão de refluxo para a correção da composição de topo, também tem grande influência na malha de composição de fundo, e vice-versa (Riggs, 1998). Na Fig. 3 pode-se observar, também, na desbutanizadora, que a vazão de refluxo está constante, em 40 m³/h. No entanto, um degrau de 3°C, elevando a temperatura de 147°C para 150°C, aplicado no fundo da fracionadora, provocou alteração na composição de fundo e ao mesmo tempo na composição do topo da fracionadora.

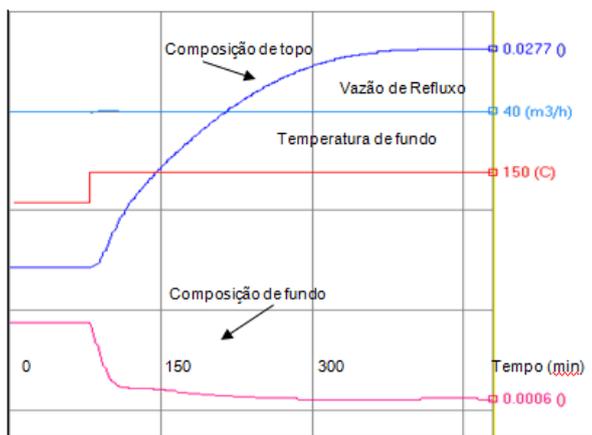


Fig. 3. Acoplamento e interação das dinâmicas da composição de topo e fundo de uma coluna de destilação.

3. MODELO DINÂMICO PARA UMA COLUNA DE DESTILAÇÃO

Os modelos dinâmicos de colunas de destilação estão entre os mais complexos encontrados nos sistemas de controle de processos. A complexidade dos modelos é devida ao grande número de equações diferenciais fortemente não lineares que devem ser resolvidas a fim de se estudar a resposta dinâmica da temperatura e composição em cada prato da coluna e a composição dos produtos. (Corripio, 1996). A seguir serão apresentadas as equações que descrevem as dinâmicas do processo de destilação. A equação 1 descreve o balanço de massa para o condensador.

$$\frac{d(M_D x_{i,D})}{dt} = V_1 y_{i,1} - L_0 x_{i,D} - D x_{i,D}, \quad (1)$$

sendo:

- M_D o *hold-up* de líquido destilado no vaso de topo;
- V_1 a vazão de vapor do prato 1;
- L_0 a vazão de refluxo;
- D a vazão do produto destilado do vaso de topo;
- $x_{i,D}$ a fração molar do componente i no líquido destilado no vaso de topo;
- $y_{i,1}$ a fração molar do componente i do vapor saindo do prato 1.

A equação 2 descreve o balanço de massa para um prato genérico da coluna.

$$\frac{d(M_j x_{i,j})}{dt} = L_{j-1} x_{i,j-1} + V_{j+1} y_{i,j+1} - L_j x_{i,j} - V_j y_{i,j}, \quad (2)$$

sendo:

- M_j o *hold-up* de líquido no prato j ;
- V_j a vazão de vapor do prato j ;
- L_j a vazão de líquido do prato j ;
- $x_{i,j}$ a fração molar do componente i no líquido do prato j ;
- $y_{i,j}$ a fração molar do componente i no vapor saindo do prato j .

A equação 3 descreve o balanço de massa para o refeedor da coluna.

$$\frac{d(M_B x_{i,B})}{dt} = L_n x_{i,n} - B x_{i,B} - V_{n+1} y_{i,n+1}, \quad (3)$$

sendo:

- M_B o *hold-up* de líquido na base da coluna;
- B é a vazão de produto na base da coluna;
- V_{n+1} a vazão de vapor entrando no prato inferior;
- L_n a vazão de líquido do último prato;
- $x_{i,n}$ a fração molar do componente i no líquido do último prato;
- $x_{i,B}$ a fração molar do componente i na base da coluna;
- $y_{i,n+1}$ a fração molar do componente i no vapor entrando no prato inferior.

A partir destas equações e da descrição feita anteriormente, pode-se observar a complexidade das dinâmicas existentes numa coluna de destilação.

4. A COLUNA DE DESTILAÇÃO DESBUTANIZADORA

A desbutanizadora é uma coluna fracionadora largamente encontrada na indústria petroquímica e de petróleo. Recebendo uma carga de butano (C4) e mais pesados, em geral ricos em pentano (C5), separa os componentes C4 no topo, retirando os componentes mais pesados, ricos em C5, no fundo. O C4 pode ser hidrogenado e retornar, por exemplo, para ser craqueado em fornos de pirólise, para se obter eteno, ou seguir para separação de butadieno 1,3. Este hidrocarboneto é largamente utilizado na indústria petroquímica como matéria-prima na produção de pneus, calçados, televisores, geladeiras, carpetes, asfalto, impermeabilizantes e, até mesmo, goma de mascar. Na indústria petroquímica, em geral, o C5 depois de hidrogenado, retorna à refinaria como gasolina de pirólise, uma gasolina de excelente qualidade, com alta octanagem.

A coluna em estudo foi simulada utilizando-se vinte e oito estágios teóricos, representando os pratos de uma coluna real. Ela possui vinte e oito pratos, sendo que a vazão de refluxo entra no primeiro prato, enquanto que a carga térmica é uma entrada no último. A entrada principal da coluna, proveniente do alinhamento do vaso pulmão, entra na coluna pelo prato

doze. Seu condensador de topo é do tipo parcial. O refeedor é do tipo “Kettle” e não equivale a um estágio.

As malhas de controle regulatório PID, de qualidade, responsáveis pela especificação dos produtos de topo e fundo são: qualidade do produto de topo, que é controlada pela vazão de refluxo da coluna (PV), manipulada pela própria vazão de refluxo (MV); qualidade do produto de fundo, que é controlada pela temperatura no prato 28 (PV), manipulada pela quantidade de calor fornecida pelo refeedor (MV).

A Coluna Desbutanizadora foi simulada com os seguintes componentes: metano; etano; propano; i-butano; n-butano; i-pentano; n-pentano; n-hexano; n-heptano; n-octano e n-nonano.

A simulação dinâmica de um processo possibilita avaliar seu comportamento em regime transitório entre dois estados. Os resultados da simulação estática servem como ponto de partida para o desenvolvimento da simulação dinâmica, na medida em que estes estabelecem as condições iniciais.

5. IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Um modelo matemático de um sistema físico é um análogo que representa algumas das características observadas de tal sistema (Aguirre, 2004). Deve-se observar, no entanto, que o modelo desenvolvido para um determinado sistema é apenas uma representação aproximada de algumas características do mesmo, numa determinada faixa de operação. Seria impraticável desenvolver-se um modelo com muitas das características do sistema físico. Isto seria bastante laborioso, demandaria muito tempo, e, muitas vezes, o modelo que seria obtido, não acrescentaria muito quando comparado com um modelo significativamente mais simples, mas que consegue interpretar as principais dinâmicas do sistema físico. A obtenção de um modelo dinâmico, que representa um sistema numa determinada faixa de interesse, pode servir para diversas aplicações, tais como: predição de comportamento de saída do sistema; estimação de estado; diagnóstico de falhas e treinamento de operação, etc. (Ljung, 1999). Dentre os modelos dinâmicos, diversos tipos são propostos, como, por exemplo: modelos lineares ou não lineares; modelos variantes ou invariantes no tempo; modelos determinísticos ou estocásticos; modelos contínuos ou discretos; modelos a parâmetros concentrados ou a parâmetros distribuídos, que são escolhidos de acordo com o escopo do problema.

No processo de obtenção de modelos, normalmente fazem-se considerações simplificadoras. Por exemplo, um sistema pode ser modelado como sendo linear, invariante no tempo, determinístico, discreto e a parâmetros concentrados, embora se tenha conhecimento que estas propriedades não são inerentes ao sistema. Porém, um modelo assim concebido pode apresentar um comportamento dinâmico satisfatório, tendo-se em vista o que se pretende do modelo.

Os diversos tipos de modelos dinâmicos possuem também diversas formas de representação, quais sejam: por meio de uma equação diferencial; por meio de uma equação a diferença; por meio de uma função de transferência; por meio

de uma equação de estado; por meio de modelos paramétricos ou não paramétricos. Como já mencionado, a escolha de uma dada representação depende da aplicação que se deseja fazer com o modelo a ser obtido.

Os modelos autorregressivos não lineares são bastante conhecidos e utilizados na literatura. Essa classe de modelos pode representar satisfatoriamente sistemas que possuem diversas dinâmicas não lineares. Os modelos polinomiais apresentam algumas vantagens sobre as demais representações para dinâmicas não lineares. Geralmente, é possível obter modelos polinomiais NARMAX que ajustem dados com boa exatidão, desde que esses dados não apresentem variações abruptas. Outra vantagem da representação polinomial é a facilidade com que a informação analítica sobre a dinâmica do modelo pode ser obtida (Aguirre, 2004).

Como a estrutura NARMAX é muito ampla, para a finalidade deste trabalho, e de acordo com a dinâmica observada do sistema, será utilizado um modelo, com a seguinte estrutura:

Para a composição de topo,

$$A_{11}(q^{-1})y_1(k) = B_{11}(q^{-1})u_1(k-1) + B_{12}(q^{-1})u_2(k-1) + \sum_{i=1}^{n1} \sum_{j=1}^{m1} \sum_{h=1}^{m2} \sum_{p1=0}^{r1} \sum_{p2=0}^{r2} \sum_{p3=0}^{r3} [\beta_{i,j,h,p1,p2,p3} u_1(k-i-j+1)^{p1} u_2(k-i-h+1)^{p2} y_1(k-i)^{p3}]; \quad (4)$$

E para a composição de fundo,

$$A_{22}(q^{-1})y_2(k) = B_{21}(q^{-1})u_1(k-1) + B_{22}(q^{-1})u_2(k-1) + \sum_{i=1}^{n1} \sum_{j=1}^{m1} \sum_{h=1}^{m2} \sum_{p1=0}^{r1} \sum_{p2=0}^{r2} \sum_{p3=0}^{r3} [\gamma_{i,j,h,p1,p2,p3} u_1(k-i-j+1)^{p1} u_2(k-i-h+1)^{p2} y_2(k-i)^{p3}]. \quad (5)$$

Sendo que:

$A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, são polinômios da seguinte forma:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{na} q^{-na}; \quad (6)$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{nb} q^{-nb};$$

k o instante atual de amostragem; $u_n(k)$ a entrada n no instante k ; $y_m(k)$ a saída m no instante k ; q^{-i} o operador atraso tal que $q^{-i}y(k) = y(k-i)$; $n1$, $m1$, $m2$, $r1$, $r2$ e $r3$ são números inteiros positivos definidos de acordo com o modelo desejado. Deve-se notar que $na \geq nb$, e também que os coeficientes $\beta_{i,j,h,p1,p2,p3}$ e $\gamma_{i,j,h,p1,p2,p3}$ podem ser nulos quando não existirem os respectivos termos.

Para se estimar os parâmetros do modelo, é necessário se utilizar uma das ferramentas matemáticas clássicas denominadas *estimadores de parâmetros* (Åström e Wittenmak, 1995). O estimador dos Mínimos Quadrados e suas variantes são os mais conhecidos e utilizados na engenharia. Os modelos polinomiais NARMAX são estruturas lineares nos parâmetros. Assim, estes parâmetros

podem ser estimados utilizando-se o algoritmo de Mínimos Quadrados. Aqui, foi utilizado o Algoritmo dos Mínimos Quadrados Recursivos, o qual possibilita o cálculo da matriz de covariância, recursivamente, evitando-se o cálculo da matriz inversa a cada iteração.

Para se obter uma boa identificação de um sistema, é necessário excitá-lo de forma que o mesmo manifeste suas dinâmicas em diversas frequências, especificamente na faixa de frequência de interesse, para que, desta forma, os coeficientes obtidos na modelagem, sejam mais eficientemente representativos. Para esse propósito, utilizam-se sinais do tipo PRS (*Pseudo Random Signal*), que devem ser concebidos de acordo com os critérios já conhecidos na literatura, como descrito, por exemplo, em Sobrinho et al. (2008).

6. CARACTERIZAÇÃO DA COLUNA DE DESTILAÇÃO DESBUTANIZADORA POR MODELO NARMAX

A coluna de destilação desbutanizadora, objeto de estudo deste trabalho, representa um sistema multivariável em função do acoplamento existente entre suas malhas. A desbutanizadora é uma coluna fracionadora largamente encontrada na indústria petroquímica e de petróleo. A carga que este tipo de coluna recebe é geralmente composta por C4 (butano) e substâncias mais pesadas, em geral ricas em C5 (pentano). A função da coluna desbutanizadora é separar os componentes C4 na saída de topo da mesma, retirando os componentes mais pesados na saída de fundo.

A caracterização da coluna em estudo foi realizada utilizando-se um modelo MIMO, de duas entradas e duas saídas. As variáveis de entrada foram a vazão de refluxo e a temperatura de fundo, e as variáveis de saída foram as concentrações dos contaminantes na composição de topo e fundo. Analisando-se o funcionamento da coluna de destilação pode-se observar que o comportamento dinâmico em cada prato depende das dinâmicas dos pratos vizinhos e que esta interação dinâmica prato a prato obviamente terá influência nas composições dos produtos de topo e de fundo. Estas últimas são decorrentes do resultado das equações de balanço de massa no condensador e no refeedor, respectivamente. Com isto, pode-se intuir que um modelo dinâmico paramétrico para a coluna de destilação com as variáveis manipuladas e controladas conforme escolhidas, devem conter termos multiplicativos mais amplos e complexos que os termos bilineares. Um modelo que inclua tais termos deve caracterizar melhor as dinâmicas da coluna de destilação que um modelo bilinear. Estes termos podem ser descritos por aqueles encontrados nos modelos pertencentes à classe dos modelos polinomiais NARMAX. Alguns trabalhos encontrados na literatura utilizaram modelos polinomiais NARMAX para caracterização de uma coluna de destilação, obtendo bons resultados no controle aplicado baseado nestes modelos (Karacan et al. 2007; Sobrinho et al. 2012).

Com esta perspectiva, baseado na fenomenologia do referido processo, pretende-se propor e selecionar termos NARMAX representativos das dinâmicas da coluna de destilação para se

obter um modelo paramétrico da mesma, que seja útil para aplicação em controle.

Os modelos polinomiais NARMAX são bastante amplos, pois possuem uma variedade de termos capazes de representar diferentes tipos de dinâmicas. Isto torna estes tipos de modelos bastante apropriados para caracterizar uma coluna de destilação, principalmente quando se pretende utilizar o modelo obtido para se projetar controladores baseados em modelos polinomiais.

Assim, baseando-se na fenomenologia do processo da coluna de destilação, propõe-se um modelo NARMAX para a mesma, com a estrutura apresentada por (4) e (5), a qual foi projetada para o caso MIMO com duas entradas e duas saídas, considerando-se o acoplamento multivariável. O funcionamento da coluna foi simulado no HYSYS, um simulador dinâmico bastante eficiente para reproduzir o comportamento dinâmico da coluna de destilação.

Os valores das variáveis no ponto de operação em que foram realizadas as simulações são os seguintes:

vazão de refluxo = 26,5m³/h;
temperatura do prato 1 = 129°C;
concentração de contaminantes no topo em fração de massa = 9,53 x 10⁻⁴;
concentração de contaminantes no fundo em fração de massa = 5,91 x 10⁻⁵.

Assim, utilizando-se dois sinais do tipo PRS descorrelacionados, aplicados simultaneamente a cada uma das entradas, e o Algoritmo dos Mínimos Quadrados Recursivos, obteve-se o seguinte modelo para a coluna desbutanizadora:

Saída 1 - Composição de Topo

$$\begin{aligned}
 A_{1,1}(q^{-1})y_1(k) &= B_{1,1}(q^{-1})u_1(k-1) + B_{1,2}(q^{-1})u_2(k-1) + \\
 &D_{1,1}(q^{-1})u_1(k-1)y_1(k-1) + D_{1,2}(q^{-1})u_1(k-2)y_1(k-1) + \\
 &D_{1,3}(q^{-1})u_2(k-1)y_1(k-1) + D_{1,4}(q^{-1})u_1(k-1)u_2(k-1)y_1(k-1) + \\
 &D_{1,5}(q^{-1})u_1(k-2)u_2(k-1)y_1(k-1) + \\
 &D_{1,6}(q^{-1})u_1(k-1)u_2(k-2)y_1(k-1) + \\
 &D_{1,7}(q^{-1})u_1(k-2)u_2(k-2)y_1(k-1) + \\
 &D_{1,8}(q^{-1})u_1(k-1)^2u_2(k-1)y_1(k-1) + \\
 &D_{1,9}(q^{-1})u_1(k-1)u_2(k-1)^2y_1(k-1) + \\
 &D_{1,10}(q^{-1})u_1(k-1)^2u_2(k-1)^2y_1(k-1) + \\
 &D_{1,11}(q^{-1})u_1(k-1)u_2(k-1)^2y_1(k-1)^2 + \\
 &D_{1,12}(q^{-1})u_2(k-1)u_2(k-2) \\
 &D_{1,13}(q^{-1})u_1(k-1)^2 + D_{1,14}(q^{-1})u_2(k-1)^2 + D_{1,15}(q^{-1})u_1(k-1)^2u_2(k-1) + \\
 &D_{1,16}(q^{-1})u_1(k-1)^2u_2(k-2) + D_{1,17}(q^{-1})u_1(k-1)u_2(k-1)^2 + \\
 &D_{1,18}(q^{-1})u_1(k-1)u_2(k-2)^2 + D_{1,19}(q^{-1})y_1(k-1)y_1(k-2) + \\
 &D_{1,20}(q^{-1})u_1(k-1)^2y_1(k-1) + D_{1,21}(q^{-1})u_1(k-2)^2y_1(k-1) + \\
 &D_{1,22}(q^{-1})u_2(k-1)^2y_1(k-1) + D_{1,23}(q^{-1})u_2(k-2)^2y_1(k-1);
 \end{aligned}$$

(7)

Saída 2 - Composição de Fundo

$$\begin{aligned}
 A_{2,2}(q^{-1})y_2(k) &= B_{2,1}(q^{-1})u_1(k-1) + B_{2,2}(q^{-1})u_2(k-1) + \\
 &D_{2,1}(q^{-1})u_2(k-1)y_2(k-1) + D_{2,2}(q^{-1})u_2(k-2)y_2(k-1) + \\
 &D_{2,3}(q^{-1})u_1(k-1)y_2(k-1) + D_{2,4}(q^{-1})u_1(k-2)u_2(k-1)y_2(k-1) + \\
 &D_{2,5}(q^{-1})u_1(k-2)u_2(k-2)y_2(k-1) + \\
 &D_{2,6}(q^{-1})u_1(k-1)u_2(k-1)^2 y_2(k-1) + \\
 &D_{2,7}(q^{-1})u_1(k-1)^2 u_2(k-1)y_2(k-1) + \\
 &D_{2,8}(q^{-1})u_1(k-1)^2 u_2(k-1)^2 y_2(k-1) + \\
 &D_{2,9}(q^{-1})u_2(k-1)u_2(k-2) + D_{2,10}(q^{-1})u_1(k-1)u_2(k-1) + \\
 &D_{2,11}(q^{-1})u_1(k-2)u_2(k-1) + D_{2,12}(q^{-1})u_1(k-2)u_2(k-1)u_2(k-2) + \\
 &D_{2,13}(q^{-1})u_1(k-1)u_2(k-1)^2 + D_{2,14}(q^{-1})u_1(k-2)u_2(k-1)^2 + \\
 &D_{2,15}(q^{-1})u_1(k-1)^2 u_2(k-1) + D_{2,16}(q^{-1})u_2(k-1)u_2(k-2)^2 + \\
 &D_{2,17}(q^{-1})y_2(k-1)y_2(k-2) + \\
 &D_{2,18}(q^{-1})u_1(k-1)^2 y_2(k-1) + D_{2,19}(q^{-1})u_1(k-2)^2 y_2(k-1) + \\
 &D_{2,20}(q^{-1})u_2(k-1)^2 y_2(k-1) + D_{2,21}(q^{-1})u_2(k-2)^2 y_2(k-1),
 \end{aligned} \tag{8}$$

sendo $A_{i,j}(q^{-1})$, $B_{i,j}(q^{-1})$, e $D_{i,j}(q^{-1})$ definidos pela seguinte forma polinomial:

$$P(q^{-1}) = p_0 + p_1q^{-1} + p_2q^{-2} + \dots + p_{np}q^{-np}. \tag{9}$$

Para os polinômios $A_{1,1}(q^{-1})$ e $A_{2,2}(q^{-1})$ obtiveram-se:

$$\begin{aligned}
 A_{1,1}(q^{-1}) &= 1 - 2.3961q^{-1} + 2.2137q^{-2} - 0.9263q^{-3} + 0.1382q^{-4}; \\
 A_{2,2}(q^{-1}) &= 1 - 1.7013q^{-1} + 0.8202q^{-2} + 0.0493q^{-3} - 0.0982q^{-4}.
 \end{aligned}$$

Deve-se observar que a característica do acoplamento multivariável está evidenciada nos termos $B_{i,j}(q^{-1})$ e $D_{i,j}(q^{-1})$.

Os coeficientes dos polinômios $B_{i,j}(q^{-1})$ e $D_{i,j}(q^{-1})$ estão listados na tabela 1.

Tabela 1. Valores dos coeficientes dos polinômios $B_{i,j}(q^{-1})$ e $D_{i,j}(q^{-1})$

	q^0	q^{-1}	q^{-2}	q^{-3}
$B_{1,1}$	-0.61770	0.84046	-0.25122	-0.00278
$B_{1,2}$	0.04258	0.10039	-0.10712	-0.01397
$D_{1,1}$	-0.03469	0.06589	-0.03193	-
$D_{1,2}$	0.00387	-	-	-
$D_{1,3}$	0.00004	0.00594	-0.00585	-
$D_{1,4}$	-0.00478	0.00393	0.00517	-0.00143
$D_{1,5}$	0.00559	-0.00636	-	-
$D_{1,6}$	0.00119	-0.00346	-	-
$D_{1,7}$	0.00017	-	-	-
$D_{1,8}$	0.00079	-0.00056	-0.00021	-
$D_{1,9}$	-0.00094	0.00063	-	-
$D_{1,10}$	0.00033	-0.00023	-	-
$D_{1,11}$	0.00023	-0.00019	-	-
$D_{1,12}$	0.00146	0.00464	-0.00735	-
$D_{1,13}$	0.00110	0.00110	0.00110	-
$D_{1,14}$	-0.00251	-0.00051	0.00257	-

$D_{1,15}$	0.00098	-0.00031	0.00013	-0.00290
$D_{1,16}$	-0.00191	0.00409	-	-
$D_{1,17}$	-0.00006	0.00248	-	-
$D_{1,18}$	-0.00172	-0.00069	-	-
$D_{1,19}$	0.00130	-	-	-
$D_{1,20}$	-0.00023	0.00003	0.00111	-0.00250
$D_{1,21}$	0.00046	-0.00223	0.00425	-0.00115
$D_{1,22}$	0.00012	-0.00391	0.00319	-0.00064
$D_{1,23}$	0.00395	-0.00282	-	-
$B_{2,1}$	1.73184	-0.57098	-1.80448	0.42224
$B_{2,2}$	-1.09173	-0.22632	0.55826	0.37761
$D_{2,1}$	0.00807	0.03607	-0.01813	-0.00663
$D_{2,2}$	-0.03432	0.02812	-	-
$D_{2,3}$	0.01427	-0.01714	-	-
$D_{2,4}$	0.00148	0.00246	-	-
$D_{2,5}$	-0.00417	-0.00017	-	-
$D_{2,6}$	0.00001	-0.00058	-0.00051	0.00133
$D_{2,7}$	-0.00004	-0.00062	0.00058	-0.00017
$D_{2,8}$	0.00031	-0.00049	0.00030	-
$D_{2,9}$	0.03003	-0.04259	-	-
$D_{2,10}$	-0.06163	-0.01488	-	-
$D_{2,11}$	0.09103	0.03841	-0.05126	-
$D_{2,12}$	0.00296	-	-	-
$D_{2,13}$	0.00298	-0.03236	-	-
$D_{2,14}$	0.00165	0.02650	-0.00037	-
$D_{2,15}$	0.01276	-0.00425	0.01406	-
$D_{2,16}$	-0.00702	-0.01600	-	-
$D_{2,17}$	-0.00001	0.00263	0.00102	-
$D_{2,18}$	-0.00436	-	-	-
$D_{2,19}$	-0.00016	-0.00008	-0.00232	-
$D_{2,20}$	0.00057	0.00237	-0.00055	-

O período de amostragem utilizado para obtenção dos dados na coluna foi de 360 segundos. Os gráficos das figuras 4 e 5 mostram as respostas de saída, do modelo e da planta aos sinais do tipo PRS decorrelacionados aplicados, simultaneamente, às duas entradas. Foram utilizados dados diferentes daqueles utilizados para a identificação, constituindo-se assim, uma validação do modelo obtido.

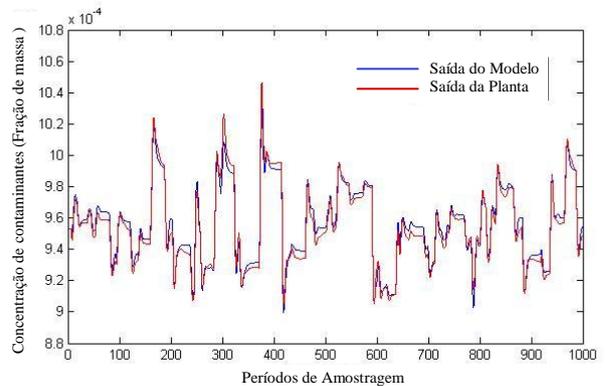


Figura 4. Concentração de contaminantes na composição de topo. Comparação das respostas do modelo e da planta ao PRS.

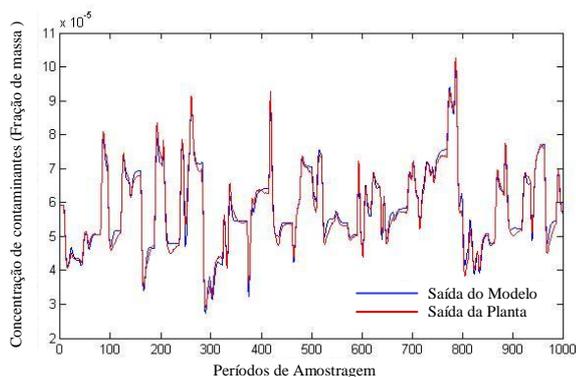


Figura 5 Concentração de contaminantes na composição de fundo. Comparação das respostas do modelo e da planta ao PRS.

Observa-se nestes gráficos que o modelo consegue representar bem as principais dinâmicas da coluna de destilação.

Para quantificar a diferença entre a saída gerada pelo modelo e a saída da planta, foi utilizado o *Erro Médio Quadrático Normalizado*, dado por:

$$\varepsilon_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N y_i^2}} * 100, \quad (10)$$

em que:

y_i representa a saída da planta;
 \hat{y}_i representa a saída do modelo;
 N é o número de amostras.

Neste caso, o *Erro Médio Quadrático Normalizado* foi de 12,6% para a composição de topo e de 10,7% para a composição de fundo.

As respostas ao degrau, do modelo e da planta, para as composições de topo e fundo, estão mostradas nos gráficos das figuras 6 e 7, respectivamente.

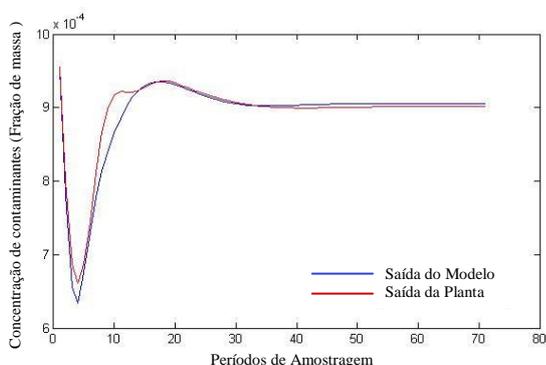


Figura 6 Respostas ao degrau da planta e do modelo para a composição de topo.

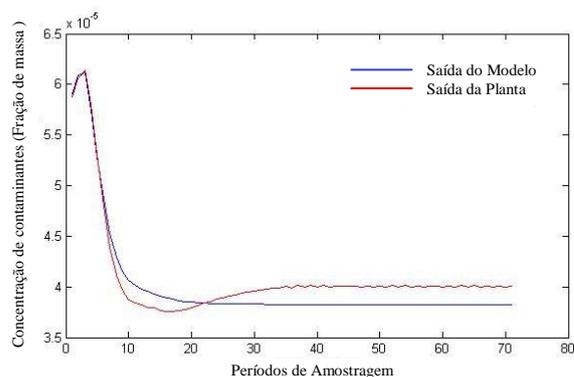


Figura 7 Respostas ao degrau da planta e do modelo para a composição de fundo.

7. CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentaram-se técnicas e métodos de identificação de um modelo multivariável utilizando-se uma estrutura polinomial NARMAX, para caracterizar uma coluna de destilação desbutanizadora. Os resultados apresentados mostraram que o modelo obtido é satisfatório para aplicação em sistemas de controle, no qual se deseja utilizar um modelo não linear, pois este modelo mostrou-se adequado para representar adequadamente as dinâmicas não lineares do sistema na faixa de interesse em que se pretende a aplicação. Sendo assim, técnicas de controle podem ser utilizadas baseadas neste modelo, tal como o controle preditivo, em que o modelo é essencial.

REFERÊNCIAS

- Aguirre, L.A. (2004). *Introdução à Identificação de Sistemas*, 2ª ed., Editora UFMG, Belo Horizonte-MG.
- Åström, K. J. and Wittenmak B. (1995). *Adaptive Control*, Addison-Wesley Publishing Company.
- Corripio, A.B. (1996). *Tuning of Industrial Control Systems*, Instrumentation Systems, NC, USA.
- Fontes A.B., Duarte, A.A. and Maitelli A.L. (2001). Identification of a Bilinear Model for a Toluene Distillation Column. *International Conference on Systems Science, Systems Science XIV*, Wroclaw, Polônia.
- Fontes, A.B., Maitelli, A.L. and Salazar, A.O. (2002). A new Bilinear Generalized Predictive Control Approach: Algorithm and Results. *15th Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control*, Barcelona.
- Fontes, A.B., e Ângelo, E. (2006). Controle Preditivo Generalizado Bilinear Aplicado a uma Coluna de Butadieno 1,3: A Compensação Iterativa, Uma Nova Abordagem. *XVI Congresso Brasileiro de Automática*, Salvador-BA.
- Riggs, J.B. (1998). Improve Distillation Column Control, *Chemical Engineering Process*, pg. 31-47.
- Karacan, S., Hapaglu, H., and Alpaz, M. (2007). Multivariable system identification and generic model

- control of a laboratory scale packed distillation column. *Science Direct - Applied Thermal Engineering*, 27, 1017–1028.
- Kawathekar, R. and Riggs, J.B. (2007). Nonlinear model predictive control of a reactive distillation column. *Control Engineering Practice* 15, 231– 239.
- Ljung L. (1999). *System Identification*. Prentice Hall, New Jersey.
- Luyben W.L. (1996). *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers*, 2nd Ed. New York, McGraw-Hill.
- Sobrinho, M.O.S., Lima, J.S. Fontes, A.B., e Almeida, L.A.L., (2008). Caracterização de um Módulo Termoelétrico por Multi-Modelo Paramétrico Bilinear. *XVII Congresso Brasileiro de Automática*, Juiz de Fora MG.
- Sobrinho, M.O.S., Fontes, A.B. e Dórea, C.E.T. (2012). Desenvolvimento de um Controlador Preditivo Não Linear Baseado em Modelo Compensado Aplicado a uma Coluna de Destilação Simulada, Caracterizada por um Modelo NARMAX. *XIX Congresso Brasileiro de Automática*, Campina Grande-PB.
- Toledo, B.C. and Gallegos J.A. (1987). Identification and Bilinear Control of a Binary Distillation Column. *International Journal of Systems Science*, Vol. 18, nº. 12, pp. 2209-2228.