

Controle Robusto H_∞ para Conversores Boost PWM Afetados por Incertezas Paramétricas do Indutor^{*}

Caio dos S. Magalhães^{*} Bernardo Ordoñez^{**} Humberto X. Araújo^{***}

^{*} PPGEE, Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação,
Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA (e-mail:
caio.santos@ufba.br).

^{**} PPGEE, Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação,
Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA (e-mail:
bordonez@ufba.br)

^{***} PPGEE, Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação,
Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA (e-mail:
humberto.araujo@ufba.br)

Abstract: This paper presents a linear robust control strategy for DC-DC Boost converters operating on continuous current mode (CCM), aiming for output regulation. Besides the standard uncertainties on load resistance and duty cycle, the proposed modeling also considers uncertainties on the main inductor parameters, which are the Equivalent Series Resistance (ESR) and the inductance. Variations on temperature, frequency and current might cause parameter deviation, often disregarded in control design. A new uncertain model based on polytopic covering is proposed to include the inductor uncertainties. Although the modeling complexity is higher, the simplicity of linear state feedback controller is preserved, providing a low cost solution for output regulation. The \mathcal{H}_∞ controller synthesis is performed by an offline algorithm that solves a LMI-based optimization problem. A study of case is presented and simulation results suggest the effectiveness of the proposed concept.

Resumo: Este artigo apresenta uma estratégia de controle robusto linear para conversores CC-CC Boost operando em modo de condução contínua (CCM), com o propósito de regular a tensão de saída. Além das incertezas convencionais na resistência de carga e razão cíclica, a modelagem proposta também considera incertezas nos principais parâmetros do indutor, que são a Resistência Equivalente Série (ESR) e a indutância. Variações na temperatura, frequência e corrente podem causar desvios paramétricos, frequentemente desconsiderados em projetos de controle. Um novo modelo incerto baseado em cobertura politópica é proposto para incluir as incertezas do indutor. Embora a modelagem seja mais complexa, a simplicidade do controlador linear de realimentação de estados é mantida, resultando em uma solução econômica para a regulação da saída. A síntese do controlador \mathcal{H}_∞ é executada por um algoritmo *offline* que resolve um problema de otimização baseado em LMI. Um estudo de caso é apresentado e resultados de simulações sugerem a eficácia do conceito proposto.

Keywords: DC-DC Boost converter; robust \mathcal{H}_∞ control; polytopic uncertainty; state-space feedback; Linear Matrix Inequality.

Palavras-chaves: Conversor CC-CC Boost; controle robusto \mathcal{H}_∞ ; incertezas politópicas; realimentação em espaço de estados; Desigualdade Linear Matricial.

1. INTRODUÇÃO

Conversores de potência CC-CC são dispositivos eletrônicos que ajustam os níveis de tensão e corrente entre fontes e cargas, mantendo as perdas baixas durante o processo de conversão (Erikson and Maksimovic, 1999). Dentre as topologias básicas, o conversor elevador (*Boost*) tem ganhado destaque devido a suas inúmeras aplicações, como por exemplo: acionamento de motores CC (Orti-

goza et al., 2018; Hegazy et al., 2012), uso na indústria aeroespacial (Mattos et al., 2018) e sistemas de geração fotovoltaica (Apablaza and Muñoz, 2016; Dahmane et al., 2013). Acerca desses dispositivos, o problema de controle mais comum é a regulação da tensão de saída, que deve ser mantida dentro de uma faixa de operação a despeito de dinâmicas não-lineares e incertezas paramétricas. Além disto, é necessário satisfazer especificações de regime transitório e um nível mínimo de rejeição de perturbação para garantir o bom funcionamento do conversor de potência.

^{*} Os autores agradecem a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior (CAPES).

Trabalhos anteriores apresentaram diversas estratégias de controle robusto de conversores elevadores, tanto utilizando técnicas lineares (Ollala et al., 2010, 2011; Jr. et al., 2012) como não-lineares (Fadil and Giri, 2009; He and Luo, 2006). Em Ollala et al. (2010, 2011); Jr. et al. (2012), os autores propõem a síntese de controladores por realimentação de estado com ganhos fixos, que podem ser obtidos através de algoritmos de otimização convexa baseados em desigualdades matriciais lineares (LMIs). Estes métodos possuem várias vantagens. Primeiramente, é possível expressar critérios comuns de desempenho, tais como esforço de controle, rejeição de perturbação com limitante em norma $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_2$ e alocação de polos, utilizando-se LMIs, e desta maneira incluí-los no problema de controle de forma sistemática. Em segundo lugar, os parâmetros incertos ou variantes no tempo, comuns em conversores de potência, como, por exemplo, a carga, podem ser incorporados ao processo de síntese como novas LMIs, usando-se para isto uma representação politópica (ou multi-modelo) do conversor. Por fim, os problemas de síntese são resolvidos em modo *offline* por programas de otimização convexa eficientes, em tempo polinomial, fazendo uso, por exemplo, de métodos de pontos-interiores (Boyd et al., 1994).

Em Fadil and Giri (2009), um controlador adaptativo é projetado e a região de atração depende da magnitude da resistência parasita, considerada conhecida. A estabilidade robusta de malha fechada é garantida e sua demonstração é feita utilizando-se o teorema da invariância de LaSalle. Um novo método de controle por modos deslizantes foi proposto em He and Luo (2006). Nesta abordagem, é possível obter uma frequência de chaveamento constante. A dificuldade de inclusão de critérios de desempenho em regime transitório na síntese do controlador e sua complexidade de implementação são desvantagens importantes encontradas nas técnicas não-lineares citadas anteriormente.

É importante salientar que os trabalhos supracitados utilizam modelos que desconsideram a influência das resistências série parasitas no capacitor e indutor, o que pode resultar em desempenho indesejado ou fora das especificações de projeto. Além disto, estão bem documentadas as evidências empíricas (Crane, 2016) de que as características do indutor, notadamente ESR e indutância, variam conforme as condições de temperatura, frequência e corrente as quais o componente está submetido. Basicamente, o ESR do indutor aumenta conforme a temperatura sobe, enquanto a indutância começa a decrescer a partir da saturação da corrente (os efeitos da frequência, por sua vez, são pouco pronunciados para valores menores que várias centenas de kHz). Como estas variações podem levar a perda de desempenho ou a condições de falha do conversor, algumas publicações propõem a identificação dos parâmetros do indutor para fins de monitoramento do sistema (Chandar et al., 2015; Chen et al., 2017; Ren and Gong, 2018). Em Chen et al. (2017), a identificação *online* é também integrada a um sistema de controle preditivo.

O objetivo deste trabalho é projetar um controlador robusto \mathcal{H}_∞ para conversores PWM da topologia *Boost* que trata das limitações mencionadas, mantendo a simplicidade do controle linear *offline*. Para isto, as resistências parasitas ESR tanto do capacitor quanto do indutor são levadas em consideração na modelagem, e uma nova região convexa é determinada para atender a todas os modelos

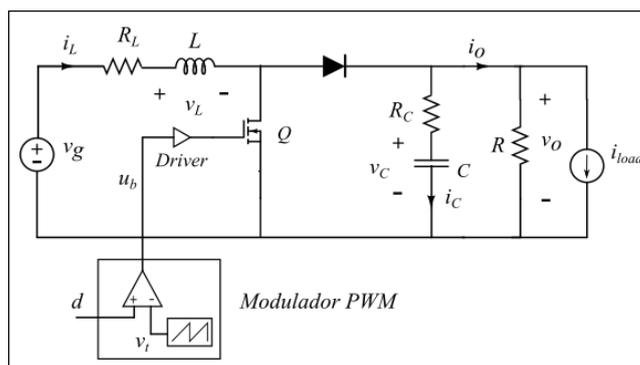


Figura 1. Diagrama de um conversor PWM da topologia *Boost*.

possíveis dentro das combinações de incertezas da indutância e do ESR do indutor, bem como das incertezas de carga e razão cíclica, estas duas últimas já tratadas em outras publicações. Este trabalho é organizado como se segue. A Seção 2 descreve o modelo linearizado do conversor *Boost* e apresenta uma nova região politópica de incerteza. Utilizando-se LMIs, o procedimento de síntese robusta \mathcal{H}_∞ , junto com as restrições de desempenho, é descrito na Seção 3. A Seção 4 apresenta os resultados das simulações, comprovando a validade da estratégia proposta, e a Seção 5 conclui o trabalho.

2. MODELAGEM DO CONVERSOR ELEVADOR COM INCERTEZAS

A Fig.1 ilustra um esquema básico de um conversor de potência da topologia *Boost* alimentando uma carga resistiva R . Neste, v_g representa a tensão de linha da entrada enquanto v_o corresponde à tensão de saída e i_{load} é a perturbação na corrente de carga. Indutor e capacitor são considerados como uma associação em série entre uma resistência pura (representando o ESR R_L ou R_C , respectivamente) e uma indutância L ou uma capacitância C puras. Os sinais mensuráveis do sistema são v_o e a corrente de indutor i_L , enquanto v_C é um estado interno não-mensurável associado ao capacitor. O sinal de controle d corresponde à razão cíclica de comutação, e é responsável por controlar o estado de chaveamento do transistor a partir de um modulador PWM de frequência f_s (Erikson and Maksimovic, 1999).

2.1 Modelo médio linearizado do conversor elevador

Assume-se que o conversor de potência trabalha no modo de condução contínua (CCM). De acordo com a teoria clássica (Erikson and Maksimovic, 1999; Bacha et al., 2014), o modelo médio representa apenas a média móvel dos sinais do conversor, que são componentes de baixa frequência. As componentes de alta frequência, causadas pelo processo de chaveamento, não são modeladas nesse método. No caso do conversor *Boost*, o modelo médio é bilinear (Ollala et al., 2011), e após a sua linearização, pode ser escrito como:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}_w w(t) + \mathbf{B}_u u(t) \\ z(t) = \mathbf{C}_z x(t) + \mathbf{D}_w w(t) + \mathbf{D}_u u(t), \end{cases} \quad (1)$$

no qual $\mathbf{A} \in R^{n \times n}$, $\mathbf{B}_w \in R^{n \times r}$, $\mathbf{B}_u \in R^{n \times m}$, $\mathbf{C}_z \in R^{p \times n}$, $\mathbf{D}_w \in R^{p \times r}$, $\mathbf{D}_u \in R^{p \times m}$ e

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \\ x_{int}(t) \end{bmatrix}, w(t) = \begin{bmatrix} v_g(t) \\ i_{load}(t) \end{bmatrix}, u(t) = d(t)$$

e $z(t) = v_o(t)$.

O estado artificial $x_{int}(t)$ é definido como a integral do erro entre a tensão de saída v_o e a referência V_{ref} . Isto garante que o controlador estabilizante em malha fechada também proporcione seguimento de referência. Além disto, a tensão $v_g(t)$ corresponde a uma perturbação CA na tensão de linha V_g e seus efeitos na saída devem ser atenuados da mesma forma que os efeitos da perturbação i_{load} . As matrizes do modelo no espaço de estados são dadas por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{(R_L R + R_L R_C + D' R_C R)}{(R_C + R)L} & -\frac{D' R}{(R_C + R)L} & 0 \\ \frac{D' R}{(R_C + R)C} & -\frac{1}{(R_C + R)C} & 0 \\ \frac{D' R_C R}{R_C + R} & \frac{R}{R_C + R} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & \frac{D' R_C R}{(R_C + R)L} \\ 0 & -\frac{R}{(R_C + R)C} \\ 0 & -\frac{R_C R}{R_C + R} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} \frac{(R_C + D' R)V_C}{(R_C + R)D' L} \\ -\frac{V_C}{(R_C + R)D' C} \\ -\frac{R_C V_C}{(R_C + R)D' R} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_z = \begin{bmatrix} \frac{D' R_C R}{R_C + R} & \frac{R}{R_C + R} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_w = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{R_C R}{R_C + R} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}_u = \begin{bmatrix} -\frac{R_C V_C}{(R_C + R)D' R} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

sendo que D é a razão cíclica de regime permanente, um valor entre 0 e 1, e $D' = 1 - D$ é a razão cíclica complementar. Os pontos de equilíbrio de v_C e i_L são dados por:

$$V_C = \frac{D' R(R_C + R)V_g}{R_L R + R_L R_C + D' R_C R + D'^2 R^2}, \quad (3)$$

$$I_L = \frac{V_C}{D' R} = \frac{(R_C + R)V_g}{R_L R + R_L R_C + D' R_C R + D'^2 R^2}.$$

O estado não-mensurável v_C pode ser obtido a partir da filtragem de v_o , visto que $v_o = v_C + R_C i_C = v_C + R_C C \dot{v}_C$ (ou $V_C(s) = \frac{V_o(s)}{1+sR_C C}$, no domínio da frequência) para qualquer momento da comutação. A dedução de um modelo no qual v_o seja um estado exige a derivação da corrente de diodo, o que não é possível devido à descontinuidade entre as fases de comutação (Ren and Gong, 2018). O que inviabiliza a obtenção de um modelo em tempo contínuo para o conversor elevador considerando-se a tensão de saída como estado.

2.2 Construção do politopo convexo de incertezas

Neste trabalho, são considerados incertos os valores de D' , R , R_L e L . É possível agrupar todos estes parâmetros incertos em um vetor $p = [p_1 \dots p_{n_p}]^T$, supondo-se que todas as suas componentes são independentes e têm seus limites conhecidos na forma $p_i \in [\underline{p}_i, \bar{p}_i]$. Desta maneira, o vetor incerto p pertence ao politopo convexo $C_o(g_1, \dots, g_N)$, e g_i representa os seus vértices, com $N = 2^{n_p}$. Ademais, se a dependência entre os elementos das matrizes do sistema e p é linear, então existe outro politopo convexo $C_o(\mathcal{G}_1, \dots, \mathcal{G}_N)$ que contém todas possíveis combinações para o sistema incerto, definido por:

$$[\mathbf{A}(p), \mathbf{B}_w(p), \dots, \mathbf{D}_u(p)] \in C_o(\mathcal{G}_1, \dots, \mathcal{G}_N) = \left\{ \sum_{i=1}^N \sigma_i \mathcal{G}_i, \sigma_i \geq 0, \sum_{i=1}^N \sigma_i = 1 \right\}. \quad (4)$$

Porém, como pode ser visto em (2), a relação entre os parâmetros incertos e os elementos das matrizes do modelo não é linear, impossibilitando a aplicação direta de (4). Para contornar este problema, os seguintes parâmetros auxiliares são definidos:

$$\beta = \frac{1}{R_C + R}, \mu = \frac{R}{R_C + R}, \eta = \frac{D' R}{R_C + R},$$

$$\delta = \frac{V_C R}{(R_C + R)D' V_g} = \frac{R^2}{R_L R + R_L R_C + D' R_C R + D'^2 R^2}, \quad (5)$$

$$\epsilon = \frac{(R_C + D' R)V_C}{(R_C + R)D' V_g} = \frac{D' R^2 + R_C R}{R_L R + R_L R_C + D' R_C R + D'^2 R^2}.$$

Assim, as matrizes no espaço de estados podem ser reescritas como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{(R_L + R_C)\eta}{L} & -\frac{\eta}{L} & 0 \\ \frac{\eta}{C} & -\frac{\beta}{C} & 0 \\ R_C \eta & \mu & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & \frac{R_C \eta}{L} \\ 0 & -\frac{\mu}{C} \\ 0 & -R_C \mu \end{bmatrix}, \mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} \frac{V_g \epsilon}{L} \\ -\frac{V_g \delta}{R_C} \\ -\frac{R_C V_g \delta}{R} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{C}_z = [R_C \eta \quad \mu \quad 0], \mathbf{D}_w = [0 \quad -R_C \mu],$$

$$\mathbf{D}_u = \begin{bmatrix} -\frac{R_C V_g \delta}{R} \end{bmatrix}.$$

Nota-se que ainda há não-linearidades envolvendo grandezas incertas em (6) devido a divisões pelos parâmetros R

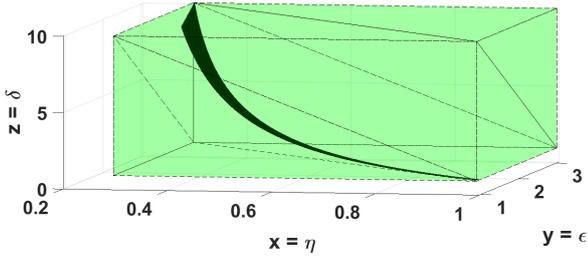


Figura 2. Função de incerteza $f(D', R_L, R)$ (em preto).

e L . Entretanto, essa formulação permite o isolamento dos parâmetros auxiliares η , ϵ e δ visto que são mais sensíveis à variação de D' do que à variação dos outros parâmetros incertos (R_L e R) e R_C . De fato, considerando-se que os ESRs R_L e R_C costumam ser muito menores que a carga R , mesmo na presença de incerteza, os parâmetros η , ϵ e δ (5) podem ser aproximados por $\eta \approx D'$, $\epsilon \approx \frac{1}{D'}$ e $\delta \approx \frac{1}{D'^2}$, que são funções exclusivas da razão cíclica complementar. Assim, para evitar a construção de um polítopo excessivamente conservador, pode-se tratar esses três parâmetros auxiliares separadamente, visto que são dependentes entre si. O objetivo é encontrar uma função que represente geometricamente os parâmetros auxiliares η , ϵ e δ para todas as possíveis incertezas de modelagem, para então determinar um polítopo convexo que englobe toda a região de incerteza inicial. Uma abordagem semelhante é feita em Ollala et al. (2011), porém desconsiderando-se as incertezas em R_L e L na modelagem. Para incorporar estas incertezas, é necessário criar uma nova função de incerteza:

$$f(D', R_L, R) = \left\{ (\eta, \epsilon, \delta) : \begin{aligned} D' &\in [\underline{D}', \overline{D}'], \\ R_L &\in [\underline{R}_L, \overline{R}_L], R \in [\underline{R}, \overline{R}] \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Para este estudo, os valores dos parâmetros do conversor são: $D' \in [0, 3; 1, 0]$, $R_L \in [0, 4; 1, 2]\Omega$, $R \in [20; 50]\Omega$ e $R_C = 0, 2\Omega$. A função de incerteza $f(D', R_L, R)$ associada se assemelha a uma superfície e é ilustrada na Fig. 2. Um polítopo convexo que engloba a função de incerteza $f(D', R_L, R)$ é o hiper-retângulo presente na Fig.2. É composto por 8 vértices que correspondem às 8 combinações possíveis entre os limites de incerteza de cada parâmetro auxiliar. Esta solução é tecnicamente correta, porém bastante conservadora devido ao grande volume do polítopo (13,55), pois não leva em consideração a dependência dos três parâmetros auxiliares. Além de resultar em uma solução de controle muito aquém da ótima, esse excesso de conservadorismo pode tornar o algoritmo de síntese infactível.

Uma construção politópica menos conservadora é feita empregando um raciocínio similar ao utilizado em Ollala et al. (2011). Inicialmente, são determinados os vértices que correspondem aos extremos da função de incerteza que, neste caso, são quatro pontos. Assim, bastam mais dois vértices para construir o polítopo convexo e estes podem ser calculados a partir da cobertura ótima de cada projeção da função de incerteza. Os seis vértices do polítopo estão expressos na Tabela 1, e sua representação gráfica é mostrada na Fig.3. Além do número de vértices

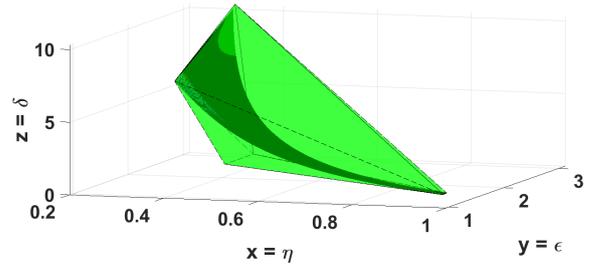


Figura 3. Polítopo convexo menos conservador.

reduzido, o novo polítopo tem volume muito menor (0,71) do que o do polítopo visto na Fig. 2, o que indica uma considerável redução de conservadorismo.

Tabela 1. Vértices do polítopo convexo.

Eixo-x(η)	Valor	Eixo-y(ϵ)	Valor	Eixo-z (δ)	Valor
x_1	0,297	y_1	3,116	z_1	10,350
x_2	0,297	y_2	2,018	z_2	6,510
x_3	0,996	y_3	0,992	z_3	0,988
x_4	0,996	y_4	0,938	z_4	0,924
x_5	0,479	y_5	1,898	z_5	1,849
x_6	0,479	y_6	1,379	z_6	1,849

Nota-se que essa construção politópica cobre apenas as incertezas relacionadas aos parâmetros auxiliares η , ϵ e δ , que contêm toda a informação da incerteza em D' . Assim, este parâmetro incerto pode estar representado no vetor p utilizando-se apenas os vértices $v_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$, $i = 1, 2, \dots, 6$, do polítopo convexo da Fig.3. Os outros parâmetros incertos podem ser incluídos individualmente em p fazendo $p = [R_L \ R \ v]^T$, com $L \in [\underline{L}, \overline{L}]$. Portanto, o polítopo final irá conter $N = 48$ vértices, considerando todas as combinações possíveis entre os vértices v_i e os extremos dos parâmetros incertos R_L , R e L . Este resultado pode ser expresso como

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1 &= [\mathbf{A}(p_1), \mathbf{B}_w(p_1), \dots, \mathbf{D}_u(p_1)], p_1 = [\underline{R}_L, \underline{R}, \underline{C}, v_1]; \\ &\vdots \\ \mathcal{G}_{48} &= [\mathbf{A}(p_{48}), \mathbf{B}_w(p_{48}), \dots, \mathbf{D}_u(p_{48})], p_{48} = [\overline{R}_L, \overline{R}, \overline{C}, v_6]. \end{aligned} \quad (8)$$

Por fim, é importante ressaltar que as não-linearidades devido aos produtos de $1/R$ ou $1/L$ com η , ϵ , δ e R_L não invalidam o modelo politópico proposto. Isso ocorre porque as grandezas são todas estritamente decrescentes ou estritamente crescentes, de modo que os produtos estão sempre contidos no polítopo final formado pela combinação dos valores extremos.

3. PROCEDIMENTO DE SÍNTESE ROBUSTA

Com o objetivo de regular a tensão de saída do conversor *Boost*, o esquema de controle expresso na Fig.4 é proposto. Considera-se uma lei de controle por realimentação de estado $u(t) = Kx(t)$, $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$, e a sua síntese é feita utilizando-se como critério de desempenho a norma \mathcal{H}_∞ , levando-se em consideração as incertezas politópicas do modelo do conversor elevador. Utiliza-se uma formulação LMI para o problema e o controlador robusto K é projetado via programação convexa.

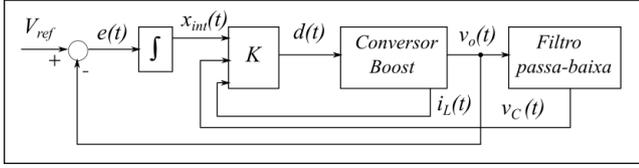


Figura 4. Diagrama do sistema de controle do conversor elevador.

3.1 Controle robusto \mathcal{H}_∞

Seja o sistema descrito em (1). A norma \mathcal{H}_∞ é definida como em Zhou and Doyle (1999):

$$\|H(s)\|_\infty = \sup_{w(t) \neq 0} \frac{\|z(t)\|_2}{\|w(t)\|_2}, \quad (9)$$

sendo que a matriz de transferência $H(s)$, neste trabalho, é definida pela relação entre a perturbação $w(t)$, que corresponde à tensão $v_g(t)$ e à corrente $i_{load}(t)$, e a saída controlada $z(t)$, ou seja, a tensão $v_o(t)$. $\|\cdot\|_\infty$ e $\|\cdot\|_2$ denotam, respectivamente, as normas infinita e Euclidiana. No domínio da frequência, a norma \mathcal{H}_∞ corresponde ao supremo do valor singular de $H(s)$. De acordo com Gahinet and Apkarian (1994), é possível demonstrar que o sistema incerto definido em (1), com o conjunto de incerteza (4), é estabilizável por uma lei de controle $u(t) = Kx(t)$, $K \in R^{m \times n}$, com $\|H(s)\|_\infty < \gamma$, se existem uma matriz simétrica definida positiva $\mathbf{W} \in R^{n \times n}$, $\mathbf{W} \succ 0$, e uma matriz $\mathbf{Y} \in R^{m \times n}$ tais que as seguintes LMIs são factíveis

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_i \mathbf{W} + \mathbf{W} \mathbf{A}'_i + \mathbf{B}_{u_i} \mathbf{Y} + \mathbf{Y}' \mathbf{B}'_{u_i} & \mathbf{B}_{w_i} & \mathbf{W} \mathbf{C}'_{z_i} + \mathbf{Y}' \mathbf{D}'_{u_i} \\ \mathbf{B}'_{w_i} & -\gamma \mathbf{I} & \mathbf{D}'_{w_i} \\ \mathbf{C}_{z_i} \mathbf{W} + \mathbf{D}_{u_i} \mathbf{Y} & \mathbf{D}_{w_i} & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \prec 0, \quad (10)$$

$i = 1, \dots, N.$

Além disto, o ganho do controlador é dado por $K = \mathbf{Y} \mathbf{W}^{-1}$. Em (10), a notação \mathbf{A}_i , \mathbf{B}_{u_i} e similares é equivalente a $\mathbf{A}(p_i)$, $\mathbf{B}_u(p_i)$, ou seja, representam os vértices do politopo de incerteza (8). Se as LMIs em (10) são factíveis, então a norma \mathcal{H}_∞ do sistema incerto tem um custo garantido γ para qualquer representação obtida considerando-se o politopo convexo de incerteza.

3.2 LMIs de alocação dos polos

Como a alocação dos polos está diretamente associada a especificações de regime transitório, é importante restringir a localização dos polos de malha fechada a uma região do plano s . Uma região limitada com características de resposta transitória satisfatórias é aquela contida no semi-plano esquerdo do plano s , $S(\alpha, \theta, \rho)$, definida pela interseção entre uma faixa vertical $a < -\alpha < 0$ e o setor cônico $|a \pm jb| < \rho$ e $b < a \cot \theta$, sendo a e b as partes real e imaginária do número complexo. De acordo com Chiliali and Gahinet (1996), é possível demonstrar que o sistema incerto definido em (1) e (4) é estabilizável por uma lei de controle $u(t) = Kx(t)$, com os polos de malha fechada no interior da região $S(\alpha, \theta, \rho)$, se existem uma matriz simétrica definida positiva $\mathbf{W} \in R^{n \times n}$, $\mathbf{W} \succ 0$, e uma matriz $\mathbf{Y} \in R^{m \times n}$ tais que as seguintes LMIs são factíveis

$$\mathbf{A}_i \mathbf{W} + \mathbf{W} \mathbf{A}'_i + \mathbf{B}_{u_i} \mathbf{Y} + \mathbf{Y}' \mathbf{B}'_{u_i} + 2\alpha \mathbf{W} \prec 0, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} -\rho \mathbf{W} & \mathbf{W} \mathbf{A}'_i + \mathbf{Y}' \mathbf{B}'_{u_i} \\ \mathbf{A}_i \mathbf{W} + \mathbf{B}_{u_i} \mathbf{Y} & -\rho \mathbf{W} \end{bmatrix} \prec 0, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta (\mathbf{A}_i \mathbf{W} + \mathbf{W} \mathbf{A}'_i + \mathbf{B}_{u_i} \mathbf{Y} + \mathbf{Y}' \mathbf{B}'_{u_i}) \\ \sin \theta (-\mathbf{A}_i \mathbf{W} + \mathbf{W} \mathbf{A}'_i - \mathbf{B}_{u_i} \mathbf{Y} + \mathbf{Y}' \mathbf{B}'_{u_i}) \\ \sin \theta (\mathbf{A}_i \mathbf{W} - \mathbf{W} \mathbf{A}'_i + \mathbf{B}_{u_i} \mathbf{Y} - \mathbf{Y}' \mathbf{B}'_{u_i}) \\ \cos \theta (\mathbf{A}_i \mathbf{W} + \mathbf{W} \mathbf{A}'_i + \mathbf{B}_{u_i} \mathbf{Y} + \mathbf{Y}' \mathbf{B}'_{u_i}) \end{bmatrix} \prec 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad (13)$$

e o ganho do controlador é dado por $K = \mathbf{Y} \mathbf{W}^{-1}$. Se as LMIs (11) a (13) são factíveis, então a alocação de polos em malha fechada do sistema incerto é garantida para qualquer representação tendo em vista o conjunto de incertezas.

3.3 Problema de síntese do controlador com alocação de polos

Finalmente, o ganho K do controlador robusto \mathcal{H}_∞ por realimentação de estado, com alocação dos polos de malha fechada na região $S(\alpha, \theta, \rho)$, para o sistema incerto definido em (1) e (4), pode ser obtido a partir do seguinte problema de otimização:

$$\min_{\mathbf{W} \succ 0, \mathbf{Y}} \gamma \quad \text{sujeito a (10), (11), (12), e (13),} \quad (14)$$

sendo o ganho do controlador dado por $K = \mathbf{Y} \mathbf{W}^{-1}$.

3.4 O controlador \mathcal{H}_∞ do conversor Boost

Para o conversor de potência elevador, com os parâmetros apresentados na Tabela 2, o problema (14) é resolvido utilizando-se o programa LMI *toolbox* do MATLAB. A síntese robusta é feita para a região de alocação de polos $S(\alpha, \theta, \rho)$ definida por $\alpha = 130$, $\rho = \frac{2\pi f_s}{10}$ e $\theta = 25^\circ$. Os valores definidos para os parâmetros α e θ garantem taxa de amortecimento maior que 0,42 e taxa de decaimento maior que 130, resultando em sobressinal máximo de aproximadamente 23,1% e tempo de acomodação máximo de cerca de 30,8ms (critério de 2%). O parâmetro ρ é escolhido de tal sorte que os estados do sistema variem lentamente quando comparados ao período de comutação do modulador PWM ($\frac{1}{f_s}$). Como resultado, obtém-se o seguinte controlador:

$$K = [-0,3038 \quad -0,1708 \quad -87,3641], \quad (15)$$

com o custo garantido associado $\gamma = 19,844$ (25,95dB).

3.5 Análise robusta do controlador \mathcal{H}_∞ via o lema de Finsler

Tendo em vista o conservadorismo associado à estabilidade quadrática, ou seja, a hipótese de uma única matriz de Lyapunov \mathbf{W} para todo conjunto de sistemas incertos, no problema (14), torna-se necessária uma análise mais acurada do limitante da norma \mathcal{H}_∞ associado ao controlador robusto projetado (15). Esta análise robusta do sistema incerto em malha fechada pode ser feita utilizando o lema de Finsler.

Baseando-se no lema de Finsler (Oliveira and Skelton, 2001), pode-se deduzir que o sistema incerto definido em

(1) e (4) é estabilizável por um controlador \mathcal{H}_∞ , com lei de controle $u(t) = Kx(t)$, se o seguinte problema de otimização é factível:

$$\min_{P \succ 0, \mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2} \gamma \quad \text{sujeito a } \mathcal{H}_i + \mathcal{H}'_i \prec 0, \quad (16)$$

$$i = 1, \dots, L,$$

com

$$\mathcal{H}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \mathbf{A}_{f_i} + \mathbf{F}_2 \mathbf{C}_{f_i} & -\mathbf{F}_1 \\ \mathbf{G}_1 \mathbf{A}_{f_i} + \mathbf{G}_2 \mathbf{C}_{f_i} + \mathbf{P}_i & -\mathbf{G}_1 \\ \mathbf{H}_1 \mathbf{A}_{f_i} + \mathbf{H}_2 \mathbf{C}_{f_i} & -\mathbf{H}_1 \\ \mathbf{J}_1 \mathbf{A}_{f_i} + \mathbf{J}_2 \mathbf{C}_{f_i} & -\mathbf{J}_1 \\ -\mathbf{F}_2 & \mathbf{F}_1 \mathbf{B}_{w_i} + \mathbf{F}_2 \mathbf{D}_{w_i} \\ -\mathbf{G}_2 & \mathbf{G}_1 \mathbf{B}_{w_i} + \mathbf{G}_2 \mathbf{D}_{w_i} \\ \frac{1}{2} \mathbf{I} - \mathbf{H}_2 & \mathbf{H}_1 \mathbf{B}_{w_i} + \mathbf{H}_2 \mathbf{D}_{w_i} \\ -\mathbf{J}_2 & -\frac{1}{2} \gamma^2 \mathbf{I} + \mathbf{J}_1 \mathbf{B}_{w_i} + \mathbf{J}_2 \mathbf{D}_{w_i} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

e $A_{f_i} = A_i + B_{u_i} K$, $C_{f_i} = C_{z_i} + D_{u_i} K$, $\mathbf{P}_i \succ 0$, $\mathbf{F}_1, \mathbf{G}_1 \in R^{n \times n}$, $\mathbf{F}_2, \mathbf{G}_2 \in R^{n \times p}$, $\mathbf{H}_1 \in R^{p \times n}$, $\mathbf{J}_1 \in R^{r \times n}$, $\mathbf{H}_2 \in R^{p \times p}$ e $\mathbf{J}_2 \in R^{r \times p}$, e, além disso, $\|H(s)\|_\infty < \gamma$, em que $H(s)$ é a matriz de transferência de malha fechada entre $z(t)$ e $w(t)$ (9).

Nota-se que o problema (16) é bilinear nas matrizes $\mathbf{F}_1, \mathbf{G}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{G}_2, \mathbf{H}_1, \mathbf{J}_1, \mathbf{H}_2, \mathbf{J}_2$ e o ganho K . Entretanto, para um controlador K conhecido, esse pode ser resolvido via programação convexa.

Resolvendo-se o problema (16) com o controlador projetado (15), o custo garantido associado é $\gamma = 7,478$ (17,48 dB). Este resultado é mais acurado do que o obtido pela solução do problema (14), pois a análise via Finsler utiliza matrizes de folga, sendo, portanto, menos conservadora. Este fato é comprovado na Fig.5, que ilustra uma comparação entre o custo garantido via Finsler com os valores das normas \mathcal{H}_∞ para um conjunto aleatório de 10^5 plantas dentro da região de incerteza. Além disto, uma verificação da alocação dos polos de malha fechada é feita para o mesmo conjunto de plantas na Fig.6. Assim, é possível constatar que o controlador K garante a alocação de polos e um nível mínimo de rejeição de perturbação dentro dos intervalos de incerteza especificados.

Tabela 2. Parâmetros do conversor *Boost*.

Parâmetro	Valor
R	[20 50] Ω
D'	[0,3 1,0]
R_L	[0,4 1,2] Ω
L	[192 240] μH
R_C	0,2 Ω
C	120 μF
V_g	12V
V_o, V_{ref}	24V
f_s	100kHz

4. RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

As simulações do circuito controlado do conversor são feitas no programa PSIM. O filtro passa-baixa utilizado é de primeira ordem com frequência de corte de aproximadamente 6,63 kHz, o que equivale à frequência de corte do capacitor $\frac{1}{2\pi R_C C}$. Para estudar o desempenho do sistema, são feitos testes com perturbações de carga, nas quais o parâmetro R varia de 50 Ω para 20 Ω (carga máxima em termos de potência). A rejeição da perturbação é

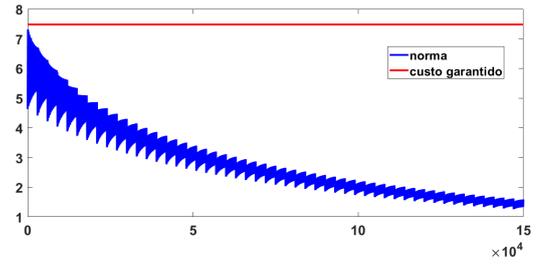


Figura 5. Comparação entre o custo garantido e os valores da norma H_∞ para o sistema incerto em malha fechada.

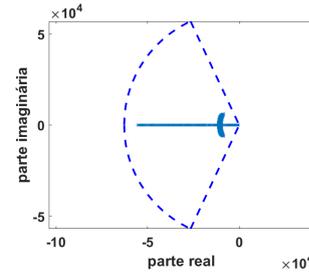


Figura 6. Alocação dos polos de malha fechada para o sistema incerto.

analisada nos domínios do tempo e frequência para três diferentes condições: indutor com parâmetros nominais, valor máximo de R_L (devido à elevação de temperatura ou corrente) e valor mínimo de L (devido à saturação do núcleo).

4.1 Indutor em condições nominais: $R_L = 0,4\Omega$ e $L = 240\mu H$

A Fig.7 mostra o comportamento da tensão de saída mediante a perturbação de carga, que ocorre no instante $t = 0,05s$. O sobressinal é de aproximadamente 7,5% com tempo de acomodação em torno de 4,2 ms (critério de 2%). A análise da rejeição de perturbação é feita no domínio da frequência, a partir do diagrama de Bode da função de transferência entre v_o e i_{load} , apresentado na Fig.8. O pico de magnitude é 10,17 dB, inferior ao custo garantido de 17,48 dB obtido na análise robusta. Embora este custo se refira à norma \mathcal{H}_∞ da matriz de transferência do sistema (que também inclui a função entre v_o e v_g), a influência da perturbação de carga é muito maior do que a da perturbação de tensão de linha, o que justifica a comparação.

4.2 Indutor sobreaquecido: $R_L = 1,2\Omega$ e $L = 240\mu H$

Replicaram-se as simulações para o indutor em condição de sobreaquecimento, o que resulta em um ESR maior. Como ilustra a Fig.9, a perturbação de carga gera um sobressinal mais elevado neste caso, de aproximadamente 10,4%, bem como um tempo de acomodação maior, em torno de 5,7 ms. No domínio da frequência, a Fig.10 demonstra que o pico de magnitude no diagrama de Bode chega a 12,3 dB, ainda inferior ao custo garantido obtido anteriormente.

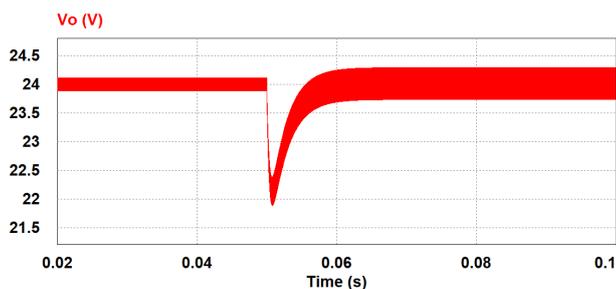


Figura 7. Efeito da perturbação de carga sobre a tensão de saída do conversor controlado com indutor em condições nominais.

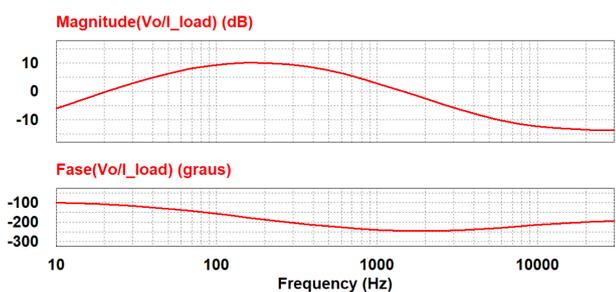


Figura 8. Diagramas de Bode da função $V_o(s)/I_{load}(s)$ com indutor em condições nominais.

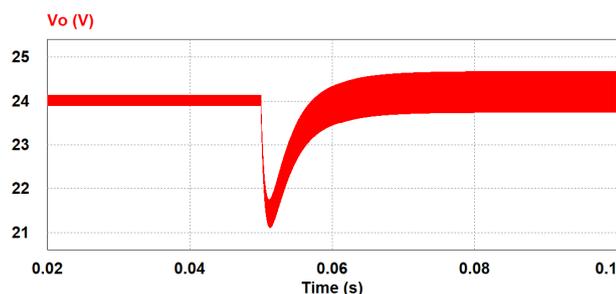


Figura 9. Efeito da perturbação de carga sobre a tensão de saída do conversor controlado com indutor sobreaquecido.

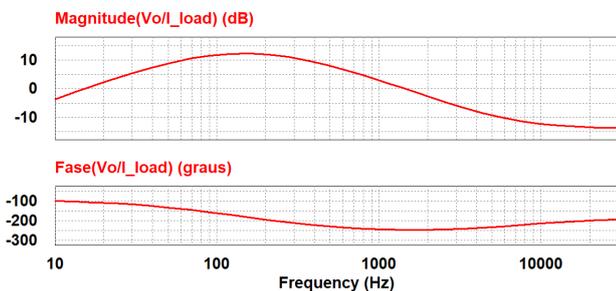


Figura 10. Diagramas de Bode da função $V_o(s)/I_{load}(s)$ com indutor sobreaquecido.

4.3 Indutor com núcleo saturado: $R_L = 0,4\Omega$ e $L = 192\mu H$

Neste caso, o indutor é considerado saturado magneticamente, o que faz sua indutância diminuir em 20%. Como ilustrado pela Fig.11, o transitório devido à perturbação de carga é muito similar ao caso nominal, com aproxima-

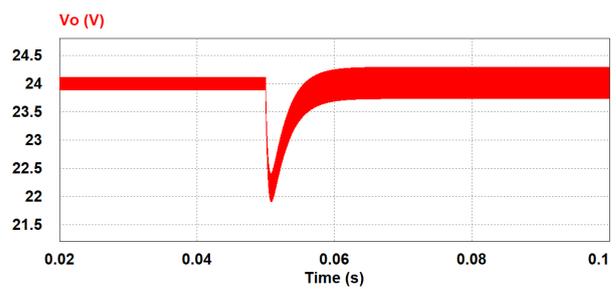


Figura 11. Efeito da perturbação de carga sobre a tensão de saída do conversor controlado com indutor saturado.

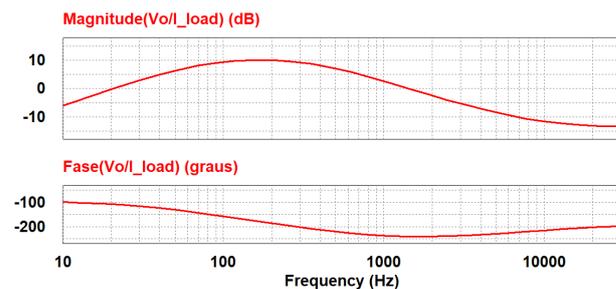


Figura 12. Diagramas de Bode da função $V_o(s)/I_{load}(s)$ com indutor saturado.

damente os mesmos sobressinal e tempo de acomodação. O diagrama de Bode da Fig.12 também mostra resultado semelhante, com um pico de magnitude de 10,11 dB.

Dessa forma, conclui-se que o sistema de controle proposto consegue atender às especificações mesmo com incertezas presentes nos parâmetros do indutor.

5. CONCLUSÃO

Este trabalho aborda uma estratégia de controle robusto \mathcal{H}_∞ para o conversor CC-CC elevador levando-se em consideração as incertezas nos parâmetros do indutor, além das incertezas presentes na carga e razão cíclica. Utilizou-se um controlador \mathcal{H}_∞ por realimentação de estados linear, e com o método proposto é possível incluir no projeto especificações de resposta transitória através da alocação de polos em qualquer região simétrica adequada, que pode ser descrita via LMI. A construção de um politopo convexo menos conservador, que é a maior contribuição deste trabalho no tratamento das incertezas paramétricas, possibilita encontrar um controlador estável com menor norma \mathcal{H}_∞ associada, tendo como consequência a redução da influência das variações da tensão de linha e da corrente de carga na tensão de saída. Esse procedimento proporciona uma solução simples e de baixo custo, pois não é necessário recorrer a outros recursos como, por exemplo, a identificação *online* de parâmetros. Resultados de simulações indicam a efetividade do método proposto.

Como trabalhos futuros, sugere-se incluir no problema as incertezas referentes às cargas indutivas, e estender sua aplicação para conversores CC-CC de topologias mais complexas, como *Buck-Boost* e *Flyback*. Além disto, planeja-se também a construção de um protótipo do conversor para testes experimentais.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior (CAPES).

REFERÊNCIAS

- Apablaza, D. and Muñoz, J. (2016). Laboratory implementation of a boost interleaved converter for pv applications. *IEEE Latin America Transactions*, 14, 2738–2743.
- Bacha, S., Munteanu, I., and Bractu, A. (2014). *Power Electronics Converters Models and Control*. Springer, London.
- Boyd, S., Ghaoui, L.E., Feron, E., and Balakrishnan, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory, Studies in Applied and Numerical Mathematics*. SIAM, Philadelphia.
- Chandar, A.S., Panda, S.K., and Nadarajan, S. (2015). Condition monitoring and winding fault detection of inductors in lcl filter integrated with active front end rectifier. In *Proc. IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, 3922–3927. IEEE.
- Chen, C., Li, L., Zhang, Q., Tong, O., Liu, K., Lyu, D., and Min, R. (2017). Online inductor parameters identification by small signal injection for sensorless predictive current controlled boost converter. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 13, 1554–1564.
- Chiliali, M. and Gahinet, P. (1996). H_∞ design with pole placement constraints: An LMI approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41, 358–367.
- Crane, L. (2016). Selecting the best inductor for your dc-dc converter. Technical report, Coilcraft.
- Dahmane, M., Bosche, J., and El-Hajjaji, A. (2013). Robust control approach for photovoltaic conversion system. In *Proceedings of 2013 International Renewable and Sustainable Energy Conference*, 123–129. IEEE.
- Erikson, W. and Maksimovic, D. (1999). *Fundamentals of Power Electronics*. Klumer Academic Publishers, Massachusetts.
- Fadil, H.E. and Giri, F. (2009). Robust nonlinear adaptive control of multiphase synchronous buck power converters. *Control Engineering Practice*, 17, 1245–1254.
- Gahinet, P. and Apkarian, P. (1994). A linear matrix inequality approach H_∞ control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 4, 421–448.
- He, Y. and Luo, F.L. (2006). Sliding-mode control for dc-dc converters with constant switching frequency. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 153(1), 37–45.
- Hegazy, O., Mierlo, J.V., and Lataire, P. (2012). Analysis, modeling and implementation of a multidevice interleaved dc/dc converter for fuel cell hybrid electric vehicles. *IEEE Transactions Power Electronics*, 27, 4445–4458.
- Jr., L.A.M., Montagner, V.F., Pinheiro, R., and Oliveira, R.C.L.F. (2012). Robust H_2 control applied to boost converters: design, experimental validation and performance analysis. *IET Control Theory and Applications*, 6, 1881–1888.
- Mattos, E., Andrade, A.M.S.S., Hollweg, G.V., Pinheiro, J.R., and Martins, M.L.S. (2018). A review of boost converter analysis and design in aerospace applications. *IEEE Latin America Transactions*, 16, 305–313.
- Oliveira, M.C. and Skelton, R.E. (2001). Stability tests for constrained linear systems. In S. Moheimani (ed.), *Perspectives in Robust Control*, volume 268, 241–257. Springer, London.
- Ollala, C., Leyva, R., Aroudi, A.E., and Quiennec, I. (2010). LMI robust control design for boost PWM converters. *IET Power Electronics*, 3, 75–85.
- Ollala, C., Leyva, R., Aroudi, A.E., and Quiennec, I. (2011). Robust optimal control of bilinear dc-dc converters. *Control Engineering Practice*, 19, 688–699.
- Ortigoza, R.S., Rodríguez, V.G.H., Márquez, E.H., Ponce, M., Sánchez, J.R.G., Juárez, J.N.A., Ortigoza, G.S., and Pérez, J.H. (2018). A trajectory tracking control for a boost converter-inverter-dc motor combination. *IEEE Latin America Transactions*, 16, 1008–1014.
- Ren, L. and Gong, C. (2018). Modified hybrid model of boost converters for parameter identification of passive components. *IET Power Electronics*, 11, 764–771.
- Zhou, K. and Doyle, J.C. (1999). *Essentials of robust control*. Prentice Hall, New Jersey.