

Integração de Sistemas de Navegação Inercial com Atualizações Estacionárias e Restrições de Movimento

Alisson Magno Dominghetti* Felipe Oliveira e Silva*
Danilo Alves de Lima* Marcos Tadeu Xavier Ferreira*

* Departamento de Automática, Universidade Federal de Lavras, MG,
(e-mails: *alisson.dominghetti1@estudante.ufla.br*;
felipe.oliveira@ufla.br; *danilo.delima@ufla.br*;
marcos.ferreira6@estudante.ufla.br.)

Abstract: Inertial Navigation Systems (INSs) are extremely important for land, air, space, marine, and underwater vehicular applications. They provide a complete navigation solution (position, velocity and orientation) for the vehicle, at high sampling rate and high bandwidth, being also independent of external signals. Nevertheless, INSs have the disadvantage of accumulating errors in the long term, due to the numerical integrations carried out internally. One solution to mitigate this error accumulation is to aid the INS with auxiliary sensors, usually via Kalman filters. An alternative approach is to use vehicle's Motion Constraints (MCs) and/or Zero Updates (ZUPTs), as "virtual sensors" in order to aid the INS. This paper investigates the aforementioned problem and shows that the proposed aiding approach is able to greatly reduce INS error accumulation over time. As main contribution one demonstrates that individually MC and ZUPTs may not be effective in solving the problem of divergence of the terrestrial vehicular INS solution, but that, when combined, they allow a non-divergent navigation with metric level accuracy. Results from real experiments confirm the adequacy of the outlined verifications.

Resumo: Sistemas de Navegação Inercial (INSs) são sistemas de extrema importância para aplicações veiculares terrestres, aéreas, espaciais, marítimas e subaquáticas. Eles fornecem uma solução completa de navegação (posição, velocidade e orientação) do veículo a uma alta taxa de amostragem, com alta banda passante, e são independentes de sinais externos. Contudo, INSs apresentam a desvantagem de acumular erros no longo prazo, devido às integrações numéricas internamente realizadas. Uma maneira de se mitigar esse acúmulo de erros é integrando o INS com sensores auxiliares, geralmente por meio de filtros de Kalman. Uma abordagem alternativa consiste na utilização de restrições de movimento (MCs) dos veículos e/ou condições estacionárias (ZUPTs) do mesmo, como "sensores virtuais" para auxílio do INS. Este artigo investiga o problema supracitado e demonstra que a topologia de integração proposta é capaz de reduzir significativamente o acúmulo de erros do INS no tempo. Como principal contribuição, demonstra-se que, isoladamente, as MCs e ZUPTs podem não ser eficazes para resolver o problema de divergência da solução de navegação veicular terrestre, mas que, quando combinadas, elas permitem uma navegação não-divergente com exatidão de nível métrico. Resultados experimentais confirmam a validade das verificações apresentadas.

Keywords: Inertial Navigation Systems; MCs; ZUPTs; Kalman Filtering.

Palavras-chaves: Sistemas de Navegação Inercial; MCs; ZUPTs; Filtragem de Kalman.

1. INTRODUÇÃO

Navegação é o ramo da engenharia que estuda a determinação de posição, velocidade e orientação (também referida como atitude) de corpos, estando atrelada, contudo, a dois

* Os autores agradecem às seguintes agências de fomento pelo apoio financeiro: Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA), proc. no. 212-20/2018; Fundação de Desenvolvimento da Pesquisa (FUNDEP - ROTA 2030), proc. no. 27192.02.02/2021.01.00; Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), proc. no. 313160/2019-8; e Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPEMIG), proc. no. APQ-00202-21.

conceitos diferentes, segundo Groves (2013) e Grewal et al. (2013). O primeiro conceito abrange a definição supracitada, sendo também conhecida como "ciência da navegação". O segundo conceito está relacionado ao planejamento e manutenção de uma trajetória de um local para outro, evitando obstáculos e colisões, frequentemente conhecido como "arte da navegação". Este trabalho foca na ciência da navegação, que se ramifica em duas principais técnicas, a saber: *position fixing* e *dead reckoning*.

A técnica *dead reckoning* se vale do princípio de integração numérica para determinação da posição veicular, a partir do conhecimento do deslocamento e da posição em estados

anteriores, podendo, inclusive, recorrer a sensores que medem a velocidade, aceleração e velocidade angular. Para Noureldin et al. (2012), dadas as condições iniciais, uma integração numérica da aceleração fornece velocidade e uma segunda integração fornece posição. Groves (2013) cita que as principais vantagens desse tipo de sistema, em comparação com métodos do tipo *position fixing*, são: operação contínua (independente de sinais externos), alta taxa de amostragem e atualização, baixo ruído e o fornecimento de atitude, taxa angular e aceleração além da posição e velocidade.

Um exemplo de sistema *dead reckoning* é o Sistema de Navegação Inercial (INS), o qual é composto por acelerômetros e girômetros instalados na plataforma veicular de interesse. Três acelerômetros e três girômetros compõem um conjunto inercial tridimensional com seis graus de liberdade (três de rotação e três de translação). Esse agrupamento de sensores, e sua estrutura (*case*) são frequentemente chamados de Unidade de Medição Inercial (IMU). A Figura 1 mostra o esquema básico de funcionamento de um INS.

Um dos problemas da navegação inercial (e de qualquer outra técnica *dead reckoning*) é que a sua solução diverge no tempo e/ou com a distância percorrida. Uma maneira tradicional de se resolver esse problema é recorrer à fusão sensorial, i.e., integrar o INS com sensores auxiliares. Integrações bem sucedidas de INSs com sensores auxiliares foram propostas por Yadav et al. (2017) (usando Sistemas de Navegação Global por Satélites (GNSSs)), Kilic et al. (2019) (usando odômetros), Li et al. (2017) (usando magnetômetros), Zhang et al. (2012) (usando barômetros), e Takeyama et al. (2012) (usando radares Doppler).

Outro tipo de técnica bastante empregada, principalmente em veículos terrestres, e que é tema de estudo deste trabalho, são as integrações de INS com pseudo-sensores, ou seja, fazer uso de condições dinâmicas e/ou restrições físicas dos veículos como se fossem sensores auxiliares. Exemplos de tais pseudo-sensores são as chamadas atualizações estacionárias (do inglês, *Zero Updates* (ZUPTs)) e restrições de movimento (do inglês, *Motion Constraints* (MCs)).

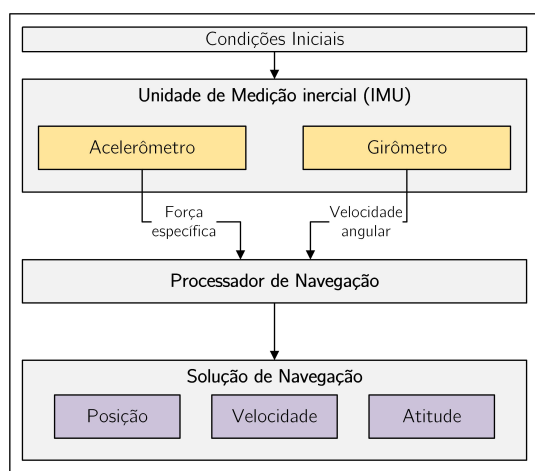


Figura 1. Diagrama de funcionamento de um sistema de navegação inercial.

Groves (2013) conceitua ZUPTs como sendo informações auxiliares utilizadas para manter limitados os erros de navegação de um veículo ou usuário que esteja parado momentaneamente. Para Noureldin et al. (2012), quando ZUPTs são passíveis de implementação, mas não o são, a precisão do INS pode ser colocada em risco por um aumento potencialmente ilimitado nos erros de velocidade e suas contribuições diretas para os erros de atitude e posição. Segundo Farrell (2008), contudo, uma grande dificuldade associada à utilização de ZUPTs reside da adequada identificação da condição estacionária do veículo, particularmente quando esse encontra-se instrumentado apenas com um INS. Algumas das técnicas utilizadas para tal finalidade consistem na detecção de variação da aceleração, da magnitude da aceleração, da taxa angular (para detectar o intervalo de tempo de paradas de um INS), além de modelos de filtros de Kalman lineares discretos, proposto por Xiaofang et al. (2014). Estudos, como o de Zhang et al. (2020b), mostram que o uso conjunto de ZUPTs para velocidade linear e angular trazem uma significativa melhoria para a navegação. Já outros autores, como Wang et al. (2020), utilizam ZUPTs para compensar os vieses da IMU, reduzindo assim o crescimento do erro de navegação no sistema.

Por outro lado, as MCs de um veículo terrestre (foco deste trabalho), estão associadas ao fato de que o movimento de um automóvel é, em geral, limitado à sua direção frontal. Supondo que o veículo não sofra fenômenos de derrapagem ou movimento vertical, a velocidade do mesmo ao longo do eixo traçado (traseiro ou dianteiro), é nula, assim como a velocidade no eixo mutuamente perpendicular a esse e ao eixo longitudinal do veículo (Sukkarieh, 2000). Exemplos de integração de MCs com INS, como o proposto por Sun and Yang (2020), têm sido concebidos visando limitar o acúmulo de erros de posicionamento do sistema no tempo, e podem inclusive utilizar ZUPTs para aumentar a precisão de navegação quando o veículo está parado (num semáforo por exemplo). Outros estudos, como o proposto por Choi et al. (2019) fazem uso da odometria, a qual mede a velocidade do veículo, para melhorar a precisão da navegação integrada aos INS/MCs.

Com base no exposto, este trabalho apresenta uma investigação acerca da eficiência das integrações INS/ZUPTs e INS/MCs, no que diz respeito às suas capacidades de mitigar o acúmulo de erros tipicamente encontrados em INSs não-auxiliados. Como principal contribuição, demonstrase que, isoladamente, as técnicas podem não ser eficazes para resolver o problema de divergência da solução de navegação, em aplicações veiculares com dinâmica típica de ambientes urbanos e envolvendo INSs de categoria tática, mas que, quando combinadas, elas permitem uma navegação não-divergente com exatidão de nível métrico.

O restante deste trabalho está dividido da seguinte forma: Na Seção 2 é apresentada a arquitetura de auxílio de INSs via Filtro de Kalman Estendido (EKF). Na Subseção 2.1, em particular, são mostrados os modelos matemáticos, definidos em Groves (2013), que são utilizados para a propagação de erros dos estados, matrizes dinâmicas e ruídos do sistema. Com relação à etapa atualizadora do EKF, são mostradas nas Subseções 2.2 a 2.4, todas as derivações das inovações de medição, propostas pelos autores, para a fusão sensorial de INSs com ZUPTs e MCs, respectivamente.

Na Seção 3, em seguida, são apresentados os resultados obtidos a partir de ensaios experimentais e os comparativos entre cada uma das técnicas de integração investigadas. Por fim, na Seção 3, são discutidas as principais conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

2. METODOLOGIA

A integração de INSs com pseudo-sensores auxiliares é uma abordagem bem difundida na literatura e, conforme ilustrado na Figura 2, a arquitetura desse tipo de sistema contém um algoritmo de estimação, capaz de realizar a previsão e correção dos erros inerentes ao INS, e assim gerar uma solução de navegação integrada aprimorada.

O algoritmo estimador desse tipo de integração geralmente consiste em um Filtro de Kalman Estendido (EKF), que utiliza a topologia por estado de erro, e o conhecimento das propriedades determinísticas e estatísticas dos parâmetros do sistema e de suas medições para obter estimativas ótimas dos estados com base nas informações disponíveis. O EKF é implementado em duas etapas, comumente chamadas na literatura de predição e atualização. A etapa de predição é geralmente a mesma para grande parte das integrações envolvendo Sistemas de Navegação Inercial (INSs), e são baseadas na dinâmica dos erros da sua solução. Já a etapa de atualização se difere para cada estratégia de fusão sensorial a ser utilizada.

2.1 Predição

A etapa de predição do EKF, também chamada de atualização temporal, propaga a estimativa dos estados e a sua incerteza, levando em consideração os efeitos dinâmicos do modelo (incerto) entre as medições. A etapa de predição do EKF aplicado a um INS auxiliado se baseia na dinâmica dos erros de posição, velocidade e atitude do próprio INS. Para esse tipo de aplicação, considera-se, geralmente, um INS implementado (ou mecanizado) em um sistema de coordenadas NED¹. Nessa mecanização, a atitude do veículo, parametrizada na forma da matriz de transformação de coordenadas C_b^n , é computada como:

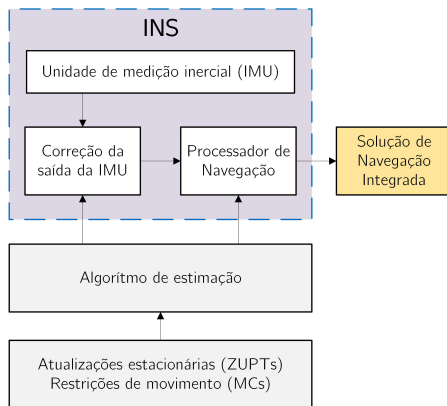


Figura 2. Arquitetura de integração de INS com ZUPTs e MCs via EKF.

¹ Em um sistema de coordenadas local do tipo NED (*North, East, Down*), o eixo x aponta para o norte verdadeiro; o eixo y aponta para o leste; e o eixo z aponta na direção vertical para baixo, perpendicular à superfície do elipsoide de referência.

$$C_b^n(+)\approx C_b^n(-)(I_3+\Omega_{ib}^b\tau_i)-(\Omega_{ie}^n(-)+\Omega_{en}^n(-))C_b^n(-)\tau_i, \quad (1)$$

onde Ω_{ib}^b é a forma anti-simétrica de taxa angular do veículo com relação ao espaço inercial (medida pelos girômetros), Ω_{ie}^b é a matriz anti-simétrica de taxa angular da Terra, Ω_{en}^b é a matriz anti-simétrica da taxa de transporte, τ_i é o tempo de integração numérica, (+) e (-) denotam variáveis antes e depois da integração numérica, respectivamente e, por fim, os sobrescritos b, i, e, n se referem aos sistemas de coordenadas do corpo, inercial (ECI), terrestre (ECEF), e de navegação (NED). Para detalhes, vide Groves (2013).

A velocidade do veículo, v_{eb}^n , pode ser obtida, via INS, fazendo-se:

$$v_{eb}^n(+)=v_{eb}^n(-)+[f_{ib}^n+g_b^n(L_b(-),h_b(-))- (\Omega_{en}^n(-)+2\Omega_{in}^n(-))v_{eb}^n(-)]\tau_i, \quad (2)$$

onde f_{ib}^n é a força específica medida pelos acelerômetros, já transformada para o sistema NED, g_b^n é a aceleração da gravidade, L_b é a latitude geodésica, h_b é a altitude geodésica do veículo e $\Omega_{in}^n=\Omega_{ie}^n+\Omega_{en}^n$.

A posição curvilínea do veículo, por fim, pode ser obtida conforme:

$$\begin{aligned} L_b(+)&=L_b(-)+\int_t^{t+\tau_i}\frac{v_{eb,N}^n(t')}{R_N(L_b(t')+h_b(t'))}dt' \\ \lambda_b(+)&=\lambda_b(-)+\int_t^{t+\tau_i}\frac{v_{eb,E}^n(t')}{(R_E(L_b(t')+h_b(t'))\cos L_b(t'))}dt' \\ h_b(+)&=h_b(-)-\int_t^{t+\tau_i}v_{eb,D}^n(t')dt', \quad (3) \end{aligned}$$

onde λ_b é a longitude do veículo, R_N e R_E são os raios de curvatura meridiano e transversal da Terra, na localidade do veículo, respectivamente, e os subscritos N, E, D fazem referências às componentes norte, leste e vertical dos respectivos vetores.

O vetor de estados de INSs auxiliados é, geralmente, o conjunto de parâmetros que descreve os erros de atitude, velocidade e posição oriundos do INS, os quais o EKF estima. Quando a solução de navegação computada pelo INS encontra-se mecanizada no sistema de coordenadas NED, os estados do EKF podem ser definidos como:

$$x_{INS}^n=\left[\delta\psi_{nb}^n{}^T\delta v_{eb}^n{}^T\delta p_b{}^Tb_a{}^Tb_g{}^T\right]^T, \quad (4)$$

onde $\delta\psi_{nb}^n$, δv_{eb}^n e δp_b são os erros de atitude, velocidade e posição do INS, respectivamente, e b_a e b_g são os vieses dos acelerômetros e girômetros, também respectivamente. Os erros de posição, em particular, são expressos em termos de erros de latitude (δL_b), longitude ($\delta \lambda_b$) e atitude (δh_b), conforme:

$$\delta p_b=[\delta L_b\delta \lambda_b\delta h_b]^T, \quad (5)$$

A matriz dinâmica do sistema pode ser expressa como ²:

$$\mathbf{F}_{INS}^n = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11}^n & \mathbf{F}_{12}^n & \mathbf{F}_{13}^n & 0_3 & \hat{\mathbf{C}}_b^n \\ \mathbf{F}_{21}^n & \mathbf{F}_{22}^n & \mathbf{F}_{23}^n & \hat{\mathbf{C}}_b^n & 0_3 \\ 0_3 & \mathbf{F}_{32}^n & \mathbf{F}_{33}^n & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

O modelo dinâmico dos erros do INS compreende um número de fontes de ruídos aleatórios independentes, os quais são assumidos brancos e com distribuição Gaussiana. Um dos principais erros que podem ser encontrados em INSs são os erros do tipo *random walks*, que são erros estocásticos que se originam quando se integra numericamente um ruído branco. É possível caracterizá-los a partir da matriz de covariância de ruídos do processo, conforme segue:

$$\mathbf{Q}_{INS}^n \approx \begin{bmatrix} S_{rg}\mathbf{I}_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & S_{ra}\mathbf{I}_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & S_{bad}\mathbf{I}_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & S_{bgd}\mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \tau_i, \quad (7)$$

onde 0_3 e \mathbf{I}_3 são matrizes nula e identidade, respectivamente, de dimensão 3×3 , S_{rg} , S_{ra} são as Densidades Espectrais de Potência (PSDs) dos ruídos aleatórios dos girômetros e dos acelerômetros, e S_{bad} , S_{bgd} são as PSDs dos ruídos aleatórios que dirigem os vieses instabilidade dos acelerômetros e dos girômetros, respectivamente. Sendo σ_{ra} e σ_{rg} os desvios-padrões dos ruídos nas medições de força específica dos acelerômetros e nas medições de taxa angular dos girômetros respectivamente, pode-se definir as PSDs como segue:

$$\begin{aligned} S_{ra} &= \sigma_{ra}^2 \tau_i \\ S_{rg} &= \sigma_{rg}^2 \tau_i \end{aligned} \quad (8)$$

Considerando ainda, σ_{bad} e σ_{bgd} os desvios-padrões dos vieses instabilidade dos acelerômetros e dos girômetros, respectivamente, pode-se definir as PSDs dos seus ruídos diretores como sendo:

$$S_{bad} = \frac{\sigma_{bad}^2}{\tau_{bad}}, \quad S_{bgd} = \frac{\sigma_{bgd}^2}{\tau_{bgd}}, \quad (9)$$

onde τ_{bad} e τ_{bgd} são os tempos de correlação dos vieses instabilidade dos acelerômetros e girômetros, respectivamente.

2.2 Atualização ZVU

As *Zero Velocity Updates* (ZVUs) são exemplos de ZUPTs que devem ser executadas somente quando o sistema de navegação possuir velocidade nula com relação à Terra. Essa detecção pode se dar de forma manual ou automática, e a inovação de medição para uma ZVU é regida por (10), onde \sim e $\hat{\cdot}$ representam as variáveis medidas pelos pseudo-sensores auxiliares e estimadas pelo INS, respectivamente.

² Para detalhamento das submatrizes, vide Groves (2013).

$$\delta \mathbf{z}_{ZV,k}^{n-} = \tilde{\mathbf{v}}_{eb}^n - \hat{\mathbf{v}}_{eb}^n, \quad (10)$$

Explorando melhor a equação da inovação, e considerando que a medição do pseudo-sensor ($\tilde{\mathbf{v}}_{eb}^n$) pode ser modelada como sendo a velocidade verdadeira do veículo (\mathbf{v}_{eb}^n) mais um ruído branco ($\boldsymbol{\eta}_v$); e que a estimativa da velocidade proveniente do INS ($\hat{\mathbf{v}}_{eb}^n$) pode ser modelada como a velocidade verdadeira menos uma perturbação linear (δ) da mesma, pode-se substituir tais modelos em (10), obtendo-se:

$$\tilde{\mathbf{v}}_{eb}^n - \hat{\mathbf{v}}_{eb}^n = \mathbf{v}_{eb}^n + \boldsymbol{\eta}_v - \mathbf{v}_{eb}^n + \delta \mathbf{v}_{eb}^n, \quad (11)$$

Cancelando-se as velocidades verdadeiras em (11), obtêm-se a equação (12), a partir da qual pode-se derivar o modelo para a matriz de medição do EKF, conforme:

$$\tilde{\mathbf{v}}_{eb}^n - \hat{\mathbf{v}}_{eb}^n = \delta \mathbf{v}_{eb}^n + \boldsymbol{\eta}_v, \quad (12)$$

$$\mathbf{H}_{ZV,k}^n = [0_3 \ \mathbf{I}_3 \ 0_3 \ 0_3 \ 0], \quad (13)$$

A matriz de covariância dos ruídos de medição descreve a variância e a covariância da pseudo-medição da velocidade (nominalmente nula), devido à vibração e distúrbios. As perturbações nos veículos podem ser causadas por rajadas de vento, outros veículos passando, pessoas se movimentando no interior do mesmo, operações de carga e descarga, etc.

Embora as ZVUs não forneçam informações de posição absoluta, o modelo do sistema do Filtro de Kalman Estendido (EKF) acumula informações sobre a correlação entre os erros de velocidade e posição nos elementos fora da diagonal da matriz de covariância dos erros dos estados, \mathbf{P} , permitindo a correção destes últimos.

2.3 Atualização ZARU

As *Zero Angular Rate Updates* (ZARUs) são outro exemplo de ZUPTs, aplicáveis quando o veículo não está rotacionando com relação à Terra, e ainda, em aplicações que contém girômetros de baixo desempenho. O contexto de utilização das ZARUs é diferente das ZVUs, de modo que, em alguns casos, ambas as técnicas são executadas separadamente e, em outros casos, em conjunto. Quando a odometria está disponível na aplicação veicular, essa pode ser usada para disparar uma ZARU quando o veículo estiver parado.

A inovação de medição para um INS auxiliado por ZARUs é dada por:

$$\delta \mathbf{z}_{ZA,k}^{n-} = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{eb}^n - \hat{\boldsymbol{\omega}}_{eb}^n, \quad (14)$$

onde $\boldsymbol{\omega}_{eb}^n$ é a velocidade angular do corpo com relação à Terra, representada no eixos do sistema de coordenadas NED.

Assim como nas ZVUs, considera-se que a medição do pseudo-sensor ($\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{eb}^n$) pode ser modelada como sendo a velocidade angular verdadeira do veículo ($\boldsymbol{\omega}_{eb}^n$) mais um ruído branco ($\boldsymbol{\eta}_\omega$); e que a corresponde estimativa proveniente

do INS ($\tilde{\omega}_{eb}^n$) pode ser modelada como a velocidade angular verdadeira menos uma perturbação linear da mesma. Substituindo-se tais modelos em (14), obtêm-se:

$$\tilde{\omega}_{eb}^b - \hat{\omega}_{eb}^b = \omega_{eb}^b + \eta_\omega - \omega_{eb}^b + \delta\omega_{eb}^b, \quad (15)$$

portanto,

$$\tilde{\omega}_{eb}^b - \hat{\omega}_{eb}^b = \delta\omega_{eb}^b + \eta_\omega, \quad (16)$$

Deve ser observado, contudo, que:

$$\omega_{eb}^b = \omega_{ib}^b - \omega_{ie}^b, \quad (17)$$

Em (17), é mostrado que a velocidade angular do corpo com relação à Terra, representada nos eixos do sistema de coordenadas do corpo (ω_{eb}^b), é igual à velocidade do corpo com relação ao espaço inercial (ω_{ib}^b) menos a velocidade angular da Terra com relação ao espaço inercial (ω_{ie}^b). O termo ω_{ie}^b pode ser obtido a partir de ω_{ie}^e (um vetor constante que depende apenas da magnitude da rotação terrestre), fazendo-se:

$$\omega_{eb}^b = \omega_{ib}^b - C_e^b \omega_{ie}^e, \quad (18)$$

com $C_e^b = (C_b^n)^T C_e^n$, onde C_e^n é uma matriz de rotação que é função exclusivamente da latitude e longitude.

Logo,

$$\omega_{eb}^b = \omega_{ib}^b - (C_b^n)^T C_e^n \omega_{ie}^e, \quad (19)$$

Diferenciando linearmente em (19), pela regra da cadeia, obtêm-se:

$$\delta\omega_{eb}^b = \delta\omega_{ib}^b - (\delta C_b^n)^T C_e^n \omega_{ie}^e - (C_b^n)^T \delta C_e^n \omega_{ie}^e - (C_b^n)^T C_e^n \delta\omega_{ie}^e, \quad (20)$$

Sabendo que ω_{ie}^e é um vetor invariante no tempo, ou seja, não é função de nenhuma variável, e que C_e^n é função da longitude e latitude, originando um acoplamento fraco com as variáveis de estado, é razoável desconsiderar as perturbações lineares de ambos os termos. Dessa forma, e valendo-se da aproximação de pequenos ângulos para os erros de atitude do INS (Groves (2013)), i.e., $\delta C_b^n = -\delta\psi_{nb}^n \times C_b^n$, tem-se:

$$\delta\omega_{eb}^b = \delta\omega_{ib}^b - (-\delta\psi_{nb}^n \times C_b^n)^T C_e^n \omega_{ie}^e, \quad (21)$$

Aplicando a propriedade da transposta do produto de duas matrizes,

$$\delta\omega_{eb}^b = \delta\omega_{ib}^b + (C_b^n)^T (\delta\psi_{nb}^n \times)^T C_e^n \omega_{ie}^e \quad (22)$$

Pela regra do produto vetorial,

$$\delta\omega_{eb}^b = \delta\omega_{ib}^b + (C_b^n)^T \omega_{ie}^n \times \delta\psi_{nb}^n, \quad (23)$$

Logo, comparando (16) e (23), e supondo que o erro da medição dos girômetros ($\delta\omega_{eb}^b$) corresponde a um viés (\mathbf{b}_g)

mais um ruído branco (η_{rg}), obtém-se a seguinte matriz de medição de ZARUs para o EKF:

$$H_{ZA,k}^n = [(C_b^n)^T \omega_{ie}^n \times 0_3 \ 0_3 \ 0_3 \ I_{3,}] \quad (24)$$

A matriz de covariância dos ruídos de medição representa a variação da pseudo-medição da taxa angular (nominalmente nula), devido à vibração e distúrbios. Para um veículo terrestre estacionário, há, em geral, menos perturbação em torno do eixo de guinada do que em torno dos eixos de rolamento e arfagem, o que deve ser refletido na covariância dos ruídos de medição assumida. Um ruído de medição maior deve ser assumido para um veículo em movimento.

Conforme analisado por Groves (2013), ZARUs são úteis apenas onde os erros dos girômetros (\mathbf{b}_g) são significativos em comparação com as perturbações angulares. Dessa forma, as ZARUs às vezes são aplicadas apenas no eixo de guinada e não são normalmente usadas em IMUs contendo girômetros de alto desempenho.

2.4 Atualização MC

As chamadas restrições de movimento, do inglês *Motion Constraints* (MCs), exploram as limitações nos graus de liberdade do veículo hospedeiro para corrigir e calibrar os erros do INS embarcado (Groves, 2013). Essas restrições, alguma vezes referidas com restrições não-holonômicas, são assim denominadas pois introduzem dependência das estimativas dos estados quanto aos valores dinâmicos dos mesmos. Elas surgem em função dos aspectos construtivos do veículo, o qual, sendo terrestre, está sujeito a duas MCs principais:

- A velocidade do veículo é nula ao longo do eixo de rotação de qualquer roda.
- A velocidade do veículo é nula na direção perpendicular à superfície da estrada na qual o veículo se desloca, embora esse possa apresentar movimentos transitórios de amortecimento.

Ambas as restrições podem ser representadas como segue:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{v}_{er}^r = 0, \quad (25)$$

onde \mathbf{v}_{er}^r é a velocidade do centro do eixo traseiro do veículo com relação à Terra, representado no sistema de coordenadas do próprio eixo traseiro³. Dessa forma, as inovações de medição a serem aplicadas no EKF de integração podem ser expressas como:

$$\delta\mathbf{z}_{MC,k}^{n-} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (\tilde{\mathbf{v}}_{er}^r - \hat{\mathbf{v}}_{er}^r), \quad (26)$$

Assim como foi feito para os ZUPTs, $\tilde{\mathbf{v}}_{er}^r$ pode ser modelado como sendo a velocidade verdadeira do eixo traseiro do veículo (\mathbf{v}_{er}^r) mais um ruído branco (η_v); e $\hat{\mathbf{v}}_{er}^r$ como sendo a velocidade verdadeira menos uma perturbação

³ O sistema de coordenadas do eixo traseiro do veículo (subscrito r) tem sua origem definida no centro do eixo traseiro do veículo e seus eixos x , y e z orientados nas direções longitudinal, para a direita e para baixo.

linear na mesma. Substituindo-se tais modelos em (26) obtêm-se:

$$\tilde{\mathbf{v}}_{er}^r - \hat{\mathbf{v}}_{er}^r = \mathbf{v}_{er}^r + \boldsymbol{\eta}_v - \mathbf{v}_{er}^r + \delta\mathbf{v}_{er}^r, \quad (27)$$

Cancelando os termos das velocidades não corrompidas, tem-se:

$$\tilde{\mathbf{v}}_{er}^r - \hat{\mathbf{v}}_{er}^r = \delta\mathbf{v}_{er}^r + \boldsymbol{\eta}_v, \quad (28)$$

Em (28), deve ser observado que,

$$\mathbf{v}_{er}^r = \mathbf{v}_{er}^b = (\mathbf{C}_b^n)^T \mathbf{v}_{eb}^n + \boldsymbol{\omega}_{eb}^b \times \mathbf{l}_{br}^b, \quad (29)$$

onde \mathbf{l}_{br}^b é o braço de alavanca do sistema de coordenadas r para o b , e os termos relacionados à rotação da Terra e à taxa de transporte foram desprezados.

Perturbando-se linearmente (29), tem-se, pela regra da cadeia,

$$\delta\mathbf{v}_{er}^r = (\delta\mathbf{C}_b^n)^T \mathbf{v}_{eb}^n + (\mathbf{C}_b^n)^T \delta\mathbf{v}_{eb}^n + \delta\boldsymbol{\omega}_{eb}^b \times \mathbf{l}_{br}^b + \boldsymbol{\omega}_{eb}^b \times \delta\mathbf{l}_{br}^b, \quad (30)$$

Assumindo, novamente, um modelo de pequenos ângulos para os erros de atitude do INS e desprezando-se os erros no braço de alavanca,

$$\delta\mathbf{v}_{er}^r = (-\delta\boldsymbol{\psi}_{nb}^n \times \mathbf{C}_b^n)^T \mathbf{v}_{eb}^n + (\mathbf{C}_b^n)^T \delta\mathbf{v}_{eb}^n + \delta\boldsymbol{\omega}_{eb}^b \times \mathbf{l}_{br}^b, \quad (31)$$

Pelas propriedades da transversa aplicada ao produto de matrizes e do produto vetorial:

$$\delta\mathbf{v}_{er}^r = (\mathbf{C}_b^n)^T \delta\boldsymbol{\psi}_{nb}^n \times \mathbf{v}_{eb}^n + (\mathbf{C}_b^n)^T \delta\mathbf{v}_{eb}^n - \mathbf{l}_{br}^b \times \delta\boldsymbol{\omega}_{eb}^b, \quad (32)$$

Aplicando novamente a propriedade do produto vetorial, e aproximando $\delta\boldsymbol{\omega}_{eb}^b \approx \delta\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ (vide eq. (23)), devido ao seu acoplamento com o braço de alavanca:

$$\delta\mathbf{v}_{er}^r = -(\mathbf{C}_b^n)^T \mathbf{v}_{eb}^n \times \delta\boldsymbol{\psi}_{nb}^n + (\mathbf{C}_b^n)^T \delta\mathbf{v}_{eb}^n - \mathbf{l}_{br}^b \times \delta\boldsymbol{\omega}_{ib}^b, \quad (33)$$

Logo, a matriz de medição do EKF associada aos MCs é:

$$\mathbf{H}_{MC,k}^n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [-(\mathbf{C}_b^n)^T \mathbf{v}_{eb}^n \times + (\mathbf{C}_b^n)^T \mathbf{0}_3 \mathbf{0}_3 - \mathbf{l}_{br}^b \times], \quad (34)$$

Do ponto de vista funcional, as MCs supracitadas são equivalentes a ZVUs aplicadas em apenas dois eixos do veículo (y e z). A principal diferença reside no fato de que as pseudo-medições das MCs podem ser aplicadas continuamente, i.e., sem que nenhuma detecção de condição estacionária seja necessária.

A princípio, uma atualização de MC pode ser realizada sempre que a solução de navegação for atualizada. Na prática, contudo, uma taxa de atualização mais baixa,

compatível com os ciclos de processamento do EKF para outros tipos de medição, mostra-se geralmente suficiente (Zhang et al., 2020a).

3. RESULTADOS

De modo a se testar o desempenho das estratégias de integração (via ZUPTs e MCs) propostas neste trabalho para auxílio de Sistemas de Navegação Inercial (INSs), recorreu-se a um ensaio experimental. O ensaio consistiu em instrumentar um veículo Sedan com um módulo de navegação integrada INS/GNSS MTi-7 da Xsens (Figura 3), cujas principais especificações técnicas podem ser vistas nas Tabelas 1 a 4. O módulo foi instalado no porta-malas do veículo, de forma a fazer coincidir, dentro de tolerâncias aceitáveis, os sistemas de coordenadas r e b . Após instrumentado, o veículo foi conduzido por avenidas da Universidade Federal de Lavras (UFLA), perfazendo um trajeto contendo acelerações, desacelerações e paradas, típicas de um cenário urbano (Figura 7). Os dados brutos dos acelerômetros e girômetros do módulo foram salvos e processados *offline*, via software Matlab, para se testar o desempenho de um INS auxiliado pelos pseudo-sensores propostos (ZUPTs e MCs). A solução de navegação integrada INS/GNSS do módulo MTi-7, cuja exatidão de posição é da ordem de 1 metro (Tabela 2), também foi salva e considerada como sendo a trajetória de referência para fins de comparação.

As Figuras 4 a 6 ilustram os erros de posição do INS puro (i.e., sem fusão sensorial), bem como do INS auxiliado por ZUPTs, MCs e ZUPTs/MCs, nas direções norte, leste e vertical, respectivamente. Como pode ser observado, os erros de posição do INS puro, nas direções norte e leste em particular, divergem rapidamente no tempo, logo a partir do instante em que o veículo inicia seu deslocamento. Na direção vertical, nota-se uma menor variação do erro no percurso, porém a partir de aproximadamente 150 segundos, a solução passa a divergir mais significativamente no tempo em virtude da integração numérica dos erros, tendo o mesmo comportamento dos demais canais.

No que diz respeito ao desempenho do INS auxiliado por ZUPTs (tanto ZVUs quanto ZARUs), pode-se verificar que a aplicação dos mesmos implicou em uma significativa redução nos erros de posição na direção norte, a qual, no entanto, não foi verificada nos demais eixos. Na direção vertical, inclusive, há uma ligeira degradação da solução de navegação quando da fusão INS-ZUPT. Tal degradação pode ter ocorrido pela falta de observabilidade do canal vertical do INS face às ZUPTs, má sintonia da matriz R



Figura 3. Módulo MTi7 instalado no veículo.

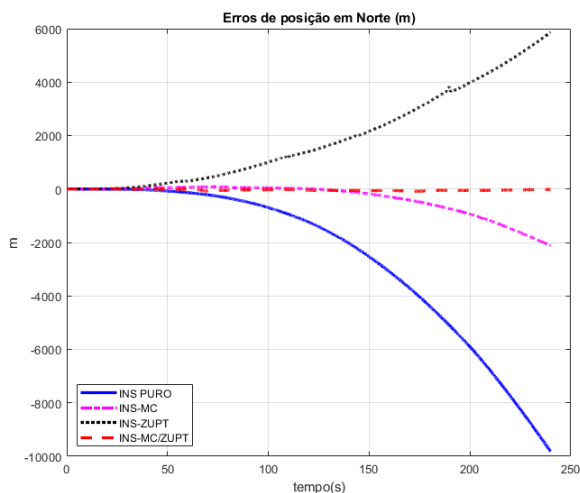


Figura 4. Erros de posição no eixo Norte.

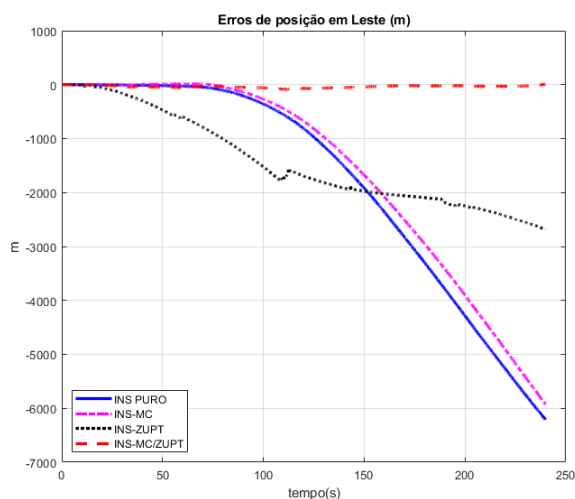


Figura 5. Erros de posição no eixo Leste.

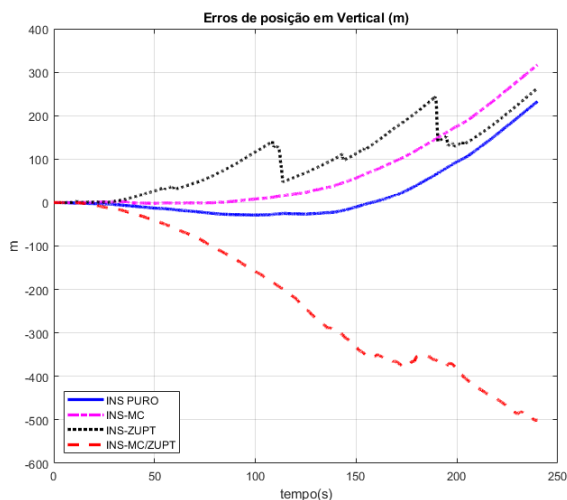


Figura 6. Erros de posição no eixo Vertical.

Tabela 1. Especificações de desempenho de orientação - MTi-7.

Parâmetro	Especificação
Rolamento/arfagem estático (RMS)	0.5°
Rolamento/arfagem dinâmico (RMS)	0.5°
Guinada (RMS)	1.5°

Tabela 2. Especificações de desempenho de posição e velocidade - MTi-7.

Parâmetro	Especificação
Posição horizontal (1σ STD)	1.0 m
Posição vertical (1σ STD)	2.0 m
Velocidade linear (1σ RMS)	0.05 m/s

Tabela 3. Especificações dos girômetros - MTi-7.

Parâmetro	Unidade	Especificação
Faixa de medição (<i>Range</i>)	°/s	±2000
Viés repetibilidade	°/h	10
Ruído aleatório	°/s/√Hz	0.007
Largura de banda (-3dB)	Hz	255
Sensibilidade (calibrado)	°/s/g	0.001
Não linearidade	%FS	0.1
Varição de sensibilidade	%	0.05

Tabela 4. Especificações dos acelerômetros - MTi-7.

Parâmetro	Unidade	Especificação
Faixa de medição (<i>Range</i>)	g	±16
Viés repetibilidade	μg	30
Ruído aleatório	μg/√Hz	120
Largura de banda (-3dB)	Hz	324
Não linearidade	%FS	0.5

do Filtro de Kalman Estendido (EKF), ou ainda or falhas de detecção de estacionariedade.

Para a integração INS-MCs, por outro lado, pode-se observar que os auxílios do pseudo-sensor contribuem para a redução dos erros de posição em todas as direções. Tais erros, contudo, permanecem em patamares bastante elevados (milhares de metros para as direções norte e leste), e assim como na integração INS-ZUPT, eles mantêm a característica divergente intrínseca da solução do INS puro.



Figura 7. Trajeto realizado com o veículo instrumentado com o módulo de navegação integrada MTi-7.

No que diz respeito à integração INS-ZUPTs-MCs, pode-se observar que, finalmente, essa é capaz de mitigar o caráter divergente da solução do INS, bem como manter estimativas de posição, com exatidão da ordem de poucas dezenas de metros (ao menos para o canal horizontal). Tais informações podem ser melhor analisadas com base nos valores *Root Mean Squared* (RMS) dos erros de posição, para todas as integrações investigadas, conforme apresentado na Tabela 5.

Como pode ser concluído, embora as integrações INS-ZUPTs e INS-MCs não tenham sido capazes de melhorar individualmente o desempenho do navegador inercial, em termos de exatidão, quando implementadas em conjunto, as características divergentes do INS são claramente mitigadas, especialmente no canal horizontal (norte e leste), bem como os erros de posição são mantidos limitados dentro de poucas dezenas de metros. Embora tal exatidão não seja tipicamente suficiente para a maioria das aplicações veiculares ou de robótica móvel, as integrações propostas se mostram particularmente interessantes em cenários onde o INS é auxiliado por outros sensores (tais como os GNSSs), cujos sinais podem ser momentaneamente bloqueados (veículos dentro de túneis, viadutos, *canyons* urbanos, etc.). Em pequenos intervalos de tempo, tais como estes, integrações adicionais do INS com ZUPTs e MCs podem manter a exatidão do sistema dentro de níveis aceitáveis, até que os sinais GNSS sejam reestabelecidos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi possível validar a premissa sobre fusões sensoriais em Sistemas de Navegação Inercial (INS) e suas vantagens em aplicações veiculares, assim como avaliar o desempenho de diferentes pseudo-auxílios, a saber, as restrições de movimento (MCs) e as atualizações estacionárias (ZUPTs). Conforme foi analisado, as técnicas mostraram-se individualmente capazes de melhorar o desempenho do navegador inercial, mas foi somente com a utilização conjunta das mesmas que foi possível mitigar o comportamento divergente do INS nos canais norte e leste, e manter sua solução de posição com exatidão de poucas dezenas de metros. Como sugestões de trabalhos futuros, tem-se a investigação da integração de ZUPTs e MCs com outros sensores auxiliares tipicamente usados com INSs, tais como os GNSSs e barômetros. A fusão com barômetros mostra-se particularmente promissora dada sua reconhecida habilidade de reduzir os erros do INS no canal vertical, comportamento esse que não foi verificado com a integração INS-ZUPTs-MCs.

Tabela 5. Valores RMS (m) dos erros de posição.

Integração	Norte (m)	Leste (m)	Vertical (m)
INS-PURO	381	265	7
INS-MC	257	167	12
INS-ZUPT	68	244	11
INS-MC-ZUPT	42	42	276

REFERÊNCIAS

Choi, M.J., Kim, Y.H., Kim, E.J., Do, H.V., and Song, J.W. (2019). Land-vehicle navigation system for autonomous driving with averaged nonholonomic measure-

- ment. In *2019 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)*, 1–5. doi:10.1109/VPPC46532.2019.8952412.
- Farrell, J. (2008). *Aided Navigation: GPS with High Rate Sensors*. McGraw-Hill Professional, 1 edition.
- Grewal, M.S., Andrews, A.P., and Bartone, C.G. (2013). *Global navigation satellite systems, inertial navigation, and integration*. John Wiley & Sons, 3rd edition.
- Groves, P.D. (2013). *Principles of GNSS, Inertial, and Multi-Sensor Integrated Navigation Systems (GNSS Technology and Applications)*. GNSS Technology and Applications. Artech House Publishers, 2nd edition.
- Kilic, C., Gross, J.N., Ohi, N., Watson, R., Strader, J., Swiger, T., Harper, S., and Gu, Y. (2019). Improved planetary rover inertial navigation and wheel odometry performance through periodic use of zero-type constraints. 552–559. doi:10.1109/IROS40897.2019.8967634.
- Li, Z., Song, C., Cai, J., Hua, R., and Yu, P. (2017). An improved pedestrian navigation system using IMU and magnetometer. 1639–1642.
- Noureddin, A., Karamat, T.B., and Georgy, J. (2012). *Fundamentals of inertial navigation, satellite-based positioning and their integration*. Springer Science & Business Media.
- Sukkariéh, S. (2000). Low cost high integrity aided inertial navigation systems for autonomous land vehicles. *The University of Sydney*, (March), 212.
- Sun, W. and Yang, Y. (2020). BDS PPP/INS tight coupling method based on non-holonomic constraint and zero velocity update. *IEEE Access*, 8, 128866–128876.
- Takeyama, K., Kojima, Y., and Teramoto, E. (2012). Trajectory estimation improvement based on time-series constraint of GPS Doppler and INS in urban areas. 700–705.
- Wang, Y., Chernyshoff, A., and Shkel, A.M. (2020). Study on estimation errors in ZUPT-aided pedestrian inertial navigation due to IMU noises. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 56(3), 2280–2291. doi:10.1109/TAES.2019.2946506.
- Xiaofang, L., Yuliang, M., Ling, X., Jiabin, C., and Chunlei, S. (2014). Applications of zero-velocity detector and Kalman filter in zero velocity update for inertial navigation system. 1760–1763.
- Yadav, N.C., Shanmukha, A., Amruth, B.M., and Basavaraj (2017). Development of GPS/INS integration module using Kalman filter. 1–5. doi:10.1109/ICAMMAET.2017.8186715.
- Zhang, J., Edwan, E., Zhou, J., Chai, W., and Loffeld, O. (2012). Performance investigation of barometer aided GPS/MEMS-IMU integration. 598–604.
- Zhang, Q., Hu, Y., and Niu, X. (2020a). Required lever arm accuracy of non-holonomic constraint for land vehicle navigation. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 69(8), 8305–8316. doi:10.1109/TVT.2020.2995076.
- Zhang, Y., Feng, Q., and Gao, M. (2020b). Study on application of zero-velocity update technology to tracked vehicle inertial navigation. *2020 International Conference on Virtual Reality and Intelligent Systems (ICVRIS)*, 147–150.