

Estratégias de Projeto do Controlador PI Multivariável Baseadas em Dados Aplicadas a um Processo Termoelétrico

Victor Marinho Espínola Freire * Anna Paula V. de A. Aguiar *
George Acioli Júnior * Péricles Rezende Barros *

* Departamento de Engenharia Elétrica - DEE
Universidade Federal de Campina Grande - UFCG
58429-900, Campina Grande - PB - Brasil
(email: [victor.freire,anna.aguiar]@ee.ufcg.edu.br,
[georgeacioli,prbarros]@dee.ufcg.edu.br)

Abstract: Many controller tuning techniques are model-based. For multivariable processes, the model identification is a difficult task. On the other hand, these processes are often found in the industry. Thus, data-driven control techniques have been developed. In this article, the VRFT and OCI tuning techniques for the multivariable PI controller are reviewed. Two strategies for designing controllers with centralized and decentralized structures are also presented. In addition, a thermoelectric process is used to evaluate the performance of the techniques and strategies considered.

Resumo: Muitas técnicas de sintonia de controlador são baseadas em modelos. Para processos multivariáveis, a identificação do modelo é uma tarefa difícil. Por outro lado, esses processos são frequentemente encontrados na indústria. Assim, técnicas de controle baseadas em dados têm sido desenvolvidas. Neste artigo, as técnicas VRFT e OCI de sintonia do controlador PI multivariável são revisadas. Também são apresentadas duas estratégias para projetar os controladores com estruturas do tipo centralizada e descentralizada. Além disso, um processo termoelétrico é utilizado para avaliar o desempenho das técnicas e das estratégias consideradas.

Keywords: Data-Driven Control, Tuning, Re-tuning, PI control, MIMO systems, Centralized control, Decentralized control.

Palavras-chaves: Controle baseado em dados, Sintonia, Ressintonia, Controle PI, Sistemas MIMO, Controle centralizado, Controle descentralizado.

1. INTRODUÇÃO

O controlador proporcional-integral-derivativo (PID) é bastante utilizado na indústria de processos, devido à alta eficiência e fácil manutenção. Quando bem sintonizado, esse controlador mantém as variáveis do processo em seus limites operacionais desejáveis, garantindo a estabilidade do sistema em malha fechada. Além disso, esse tipo de controle é aplicável a sistemas monovariáveis e multivariáveis, o que abrange e diversifica sua usabilidade na indústria.

Para o processo multivariável, as estruturas de controle PID podem ser classificadas como: centralizada ou descentralizada. De forma geral, as vantagens de se utilizar o controlador descentralizado para processos multivariáveis são: maior flexibilidade na operação, maior tolerância a falhas e simplicidade do projeto - pela menor quantidade de parâmetros a serem calculados. Por outro lado, com o controlador centralizado é possível reduzir o acoplamento entre as malhas, resultando no melhor desempenho de controle (Couto, 2015).

Diversos pesquisadores desenvolveram técnicas de ajuste dos parâmetros do controlador PID, visando obter o melhor desempenho da malha de controle. Inicialmente, na

década de 1960, essas técnicas estavam intrinsecamente ligadas ao *Model-Based Control* (MBC): vertente da teoria de controle, em que é proposto o estudo da modelagem ou da identificação da planta a ser controlada. A partir do modelo do processo, o controlador é projetado.

Embora tais técnicas possam ser eficientes, em alguns casos sua aplicação é inviável. Isso ocorre pela necessidade da obtenção do modelo de baixa ordem do processo. No entanto, as dinâmicas de plantas de alta complexidade não podem ser representadas por modelos de primeira ou de segunda ordem. Além disso, a redução da ordem do modelo faz com que este não represente a dinâmica real do processo (Anderson and Dehghani, 2007), o que interfere no desempenho do controlador obtido.

Devido ao avanço da ciência e da tecnologia, os processos presentes nas indústrias estão cada vez mais complexos e interligados. Diante dessa perspectiva, a partir da década de 1990, cresceu o interesse por técnicas baseadas em dados (*Data-Driven Control* - DDC), para o ajuste dos controladores, com o intuito de suprir as limitações da teoria MBC.

Por definição, DDC inclui todas as teorias e métodos de controle, em que o controlador é projetado usando diretamente os dados de entrada e de saída do sistema controlado, sem utilizar de forma explícita o modelo paramétrico do processo. Esse projeto pode ser realizado de modo *on-line* ou *off-line*. Já a estabilidade, convergência e robustez podem ser garantidas por meio de uma rigorosa análise matemática, sob certas suposições razoáveis (Hou and Wang, 2013).

O objetivo desse trabalho é utilizar as técnicas *Virtual Reference Feedback Tuning* - VRFT (Campi et al., 2000) e *Optimal Controller Identification* - OCI (Campestrini et al., 2017), para sintonizar controladores do tipo PI (Proporcional-Integral), aplicados a um processo termoeletrico em escala laboratorial. Os dois tipos de estrutura de controladores são utilizados para fins de análise dos métodos DDC.

O artigo está organizado como segue: A situação-problema é definida na Seção 2. As teorias do VRFT e OCI são revisadas nas Seções 3 e 4, respectivamente. Na Seção 5, são discutidos os resultados experimentais das aplicações das técnicas DDC, em um processo termoeletrico. Na Seção 6, as conclusões sobre a usabilidade de tais técnicas, em sistemas multivariáveis, são apresentadas.

2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Considere a malha fechada mostrada na Figura 1, em que $G(q)$ é um processo multivariável (*Multiple-Input Multiple-Output* - MIMO) e linear-invariante no tempo (*Linear Time-Invariant* - LTI). O modelo do processo não é conhecido e é representado em função do operador de avanço q .

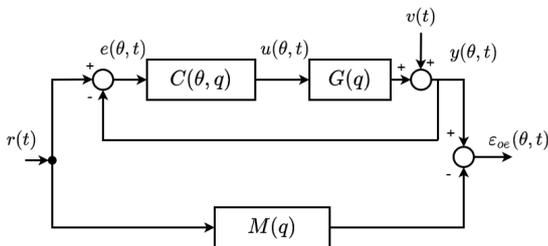


Figura 1. Diagrama de blocos do processo em malha fechada.

O controlador $C(\theta, q)$, pode ser do tipo centralizado:

$$C(\theta, q) = \begin{bmatrix} C_{11}(\theta_{11}, q) & C_{12}(\theta_{12}, q) & \cdots & C_{1n}(\theta_{1n}, q) \\ C_{21}(\theta_{21}, q) & C_{22}(\theta_{22}, q) & & C_{2n}(\theta_{2n}, q) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1}(\theta_{n1}, q) & C_{n2}(\theta_{n2}, q) & \cdots & C_{nn}(\theta_{nn}, q) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

em que todos os controladores são estimados e utilizados na malha fechada. Nesse caso, o vetor de parâmetros de $C(\theta, q)$ é $\theta = [\theta_{11} \ \theta_{12} \ \cdots \ \theta_{n1} \ \cdots \ \theta_{nn}]^T$. O controlador também pode ser do tipo descentralizado:

$$C(\theta, q) = \begin{bmatrix} C_{11}(\theta_{11}, q) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C_{22}(\theta_{22}, q) & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & C_{nn}(\theta_{nn}, q) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

em que apenas os controladores da diagonal principal são estimados e utilizados na malha fechada. Nesse caso, os seus parâmetros são: $\theta = [\theta_{11} \ \theta_{22} \ \cdots \ \theta_{nn}]^T$.

Os sinais de referência, de entrada e de saída do processo, o ruído e o erro de entrada são dados por: $r(t)$, $u(\theta, t)$, $y(\theta, t)$, $v(t)$ e $e(\theta, t)$, respectivamente. Além disso, $M(q)$ é o modelo de referência da malha fechada e $\varepsilon_{oe}(\theta, t)$ é o erro entre a malha fechada real e o modelo de referência.

O problema é ajustar o controlador para gerar uma malha fechada correspondente ao modelo de referência $M(q)$, sem o conhecimento do modelo do processo. Ou seja, o objetivo é fazer com que o erro de saída em malha fechada $\varepsilon_{oe}(\theta, t)$ tenda a zero.

3. VIRTUAL REFERENCE FEEDBACK TUNING – VRFT

Nesta seção, é revisada a teoria do método VRFT. Inicialmente, é abordado o método para sistemas com uma entrada e com uma saída (*Single-Input Single-Output* - SISO). Em seguida, sistemas MIMO são considerados.

3.1 Caso SISO

VRFT é uma abordagem não iterativa proposta em Campi et al. (2000). Nela são utilizados no máximo dois conjuntos de dados, em malha aberta, (MA) ou em malha fechada (MF), para o ajuste de um controlador de estrutura fixa. Nessa técnica, o problema de sintonia é formulado como um problema de identificação dos parâmetros do controlador, por meio da introdução de um sinal de referência virtual.

O objetivo de controle é minimizar o seguinte critério:

$$J_{MR}(\theta) = \left\| \frac{C(\theta, q)G(q)}{1 + C(\theta, q)G(q)} - M(q) \right\|^2. \quad (3)$$

O controlador ideal poderia ser obtido por meio do modelo do processo $G(q)$ e do modelo de referência $M(q)$:

$$C_d(q) = \frac{1}{G(q)} \frac{M(q)}{1 - M(q)}. \quad (4)$$

No entanto, como $G(q)$ não é conhecido, torna-se inviável minimizar (3). Assim, desconsiderando o ruído $v(t)$, define-se o sinal de referência virtual:

$$\bar{r}(t) = M^{-1}(q)y(t), \quad (5)$$

obtido a partir do sinal de saída $y(t)$. Portanto, encontra-se o sinal de referência necessário para gerar o sinal de entrada $u(t)$ e de saída $y(t)$, caso o sistema já estivesse se comportando conforme desejado. O diagrama de blocos do método VRFT é mostrado na Figura 2.

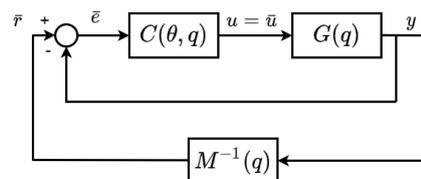


Figura 2. Diagrama de blocos do VRFT.

A partir da referência virtual, o erro virtual é computado:

$$\bar{e}(t) = \bar{r}(t) - y(t) = (M^{-1}(q) - 1)y(t). \quad (6)$$

Dessa forma, é proposta a minimização da seguinte função custo:

$$J_{VR}(\boldsymbol{\theta}) = \|u(t) - C(\boldsymbol{\theta}, q) \cdot \bar{e}(t)\|^2. \quad (7)$$

O controlador PI é linearmente parametrizado:

$$C(\boldsymbol{\theta}, q) = \boldsymbol{\theta} \cdot \beta(q)^T = [K_p \quad K_i] \cdot \left[1 \quad \frac{1}{q-1} \cdot h \right]^T, \quad (8)$$

em que $\boldsymbol{\theta} = [K_p \quad K_i]$ é o vetor de parâmetros do controlador PI, sendo K_p o ganho proporcional e K_i o integral; h é o período de amostragem.

Substituindo (8) em (7), a nova função custo pode ser expressa na forma:

$$J_{VR}(\boldsymbol{\theta}) = \|u(t) - \boldsymbol{\theta} \cdot \beta(q)^T \bar{e}(t)\|^2 \quad (9)$$

$$= \|u(t) - \boldsymbol{\theta} \cdot \varphi(t)\|^2, \quad (10)$$

em que o vetor de regressão é dado por:

$$\varphi(t) = \beta(q)^T \bar{e}(t). \quad (11)$$

Os parâmetros do controlador são calculados usando o método dos mínimos quadrados:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left[\sum_{t=1}^N \varphi(t)^T \varphi(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi(t)^T u(t). \quad (12)$$

No entanto, caso o sistema seja perturbado por um ruído aditivo, tal que a saída em MA possa ser expressa na forma:

$$y(t) = G(q)u(t) + v(t), \quad (13)$$

é sugerido o uso de um vetor de variáveis instrumentais:

$$\zeta(t) = \beta(q)^T \frac{1 - M(q)}{M(q)} y'(t), \quad (14)$$

em que $y'(t)$ é a saída independente do ruído, ou seja, é um sinal similar a $y(t)$, porém sem a influência do ruído medido no experimento. Duas abordagens podem ser utilizadas para definir o sinal $y'(t)$, como bem revisado em Freire et al. (2021), sendo elas: **experimento adicional** e **identificação da planta**. Dessa forma, os parâmetros do controlador são estimados por:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{IV} = \left[\sum_{t=1}^N \zeta(t)^T \varphi(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \zeta(t)^T u(t). \quad (15)$$

Ademais, caso o controlador ótimo não pertença a classe do controlador utilizado ($C_d \notin \mathcal{C}$), pode-se utilizar um filtro $L(q)$ nos sinais $u(t)$ e $\bar{e}(t)$ para aproximar as funções custo J_{MR} e J_{VR} (Campi et al. (2000)). Assim, a minimização de J_{VR} será equivalente a de J_{MR} e o controlador ótimo poderá ser estimado.

3.2 Caso MIMO

Em Nakamoto (2004), é apresentada uma extensão do método VRFT para sistemas MIMO. Nesse trabalho, é considerado que o número de entradas é igual ao número de saídas e que o sistema não é afetado pelo ruído. A função custo a ser minimizada é dada por:

$$J_{VR}^{MIMO}(\boldsymbol{\theta}) = \|F(q)u(t) - C(\boldsymbol{\theta}, q) (M^{-1}(q) - \mathbf{I}) F(q)y(t)\|^2. \quad (16)$$

Se o controlador for linearmente parametrizado, J_{VR} é convexa e uma solução pode ser encontrada utilizando os mínimos quadrados (como no caso SISO). No entanto, (16)

só pode ser minimizada caso $F(q)$ comute na expressão $C(\boldsymbol{\theta}, q) (M^{-1}(q) - \mathbf{I}) F(q)$.

Consequentemente, como todos os elementos são matrizes, a comutação só é possível caso o filtro $F(q)$ seja uma matriz diagonal. Assim, é possível utilizar o filtro $F(q) = M(q)$, quando o modelo de referência tem a forma:

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11}(q) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_{11}(q) & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & M_{11}(q) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Quando o modelo de referência adotado é do tipo (17), o mínimo da função custo J_{VR}^{MIMO} corresponde ao controlador ótimo.

Percebe-se que o modelo de referência é restrito e pode não ser ideal para alguns processos. Assim, para suprir essa limitação, é apresentado um novo critério a ser minimizado (Campestrini et al., 2016):

$$J_{VRF}^{MIMO}(\boldsymbol{\theta}) = \|F(q)[u(t) - C(\boldsymbol{\theta}, q) \cdot \bar{e}(t)]\|^2. \quad (18)$$

Se $C_d \in \mathcal{C}$, então o controlador ótimo é aquele que minimiza (18), independente da escolha do filtro $F(q)$. Para projetá-lo, escreve-se (18) na forma:

$$J_{VRF}^{MIMO}(\boldsymbol{\theta}) = \|F(q)C_d [\mathbf{I} - C_d^{-1}(q)C(\boldsymbol{\theta}, q)] C_d^{-1}(q)u(t)\|^2 \quad (19)$$

e a função J_{MR} para sistemas MIMO:

$$J_{MR}^{MIMO}(\boldsymbol{\theta}) = \|M(q) [\mathbf{I} - C_d^{-1}(q)C(\boldsymbol{\theta}, q)] [G(q)C(\boldsymbol{\theta}, q) + \mathbf{I}]^{-1} r(t)\|^2. \quad (20)$$

Suponha que o termo $\mathbf{I} - C_d^{-1}(q)C(\boldsymbol{\theta}, q)$ possa ser comutado nas duas funções custo acima. Assim, pelo Teorema de Parseval e igualando (19) a (20), o filtro é definido:

$$F(e^{j\omega}) = M(e^{j\omega}) (G(e^{j\omega})C(\boldsymbol{\theta}, e^{j\omega}) + \mathbf{I})^{-1} \times \Phi_r^{1/2}(\omega) \Phi_u^{-1/2}(\omega) \quad (21)$$

$$\approx M(e^{j\omega}) (\mathbf{I} - M(e^{j\omega})) \times \Phi_r^{1/2}(\omega) \Phi_u^{-1/2}(\omega), \quad \forall \omega \in [-\pi, \pi], \quad (22)$$

em que $\Phi_u^{1/2}$ e $\Phi_r^{1/2}$ denotam o fator espectral de Φ_u e Φ_r , respectivamente. Logo, aproximando $(G(e^{j\omega})C(\boldsymbol{\theta}, e^{j\omega}) + \mathbf{I})$ a $(G(e^{j\omega})C_d(e^{j\omega}) + \mathbf{I})$, pode-se garantir que $J_{VRF}^{MIMO}(\boldsymbol{\theta}) = J_{MR}^{MIMO}(\boldsymbol{\theta})$. Quando os dados obtidos em MA são afetados por ruídos, o uso do vetor de variáveis instrumentais é sugerido, semelhante ao caso SISO.

4. OPTIMAL CONTROLLER IDENTIFICATION – OCI

Nesta seção é revisada a teoria do método OCI. Inicialmente, é abordado o método para sistemas SISO. Em seguida, sistemas MIMO são considerados.

4.1 Caso SISO

Proposta em Campestrini et al. (2017), na abordagem OCI os parâmetros do inverso do controlador são calculados usando método de identificação por erro de predição (PE).

A lei de controle da MF (ver Figura 1) é dada por:

$$u(t) = C(\boldsymbol{\theta}, q)(r(t) - y(t)), \quad (23)$$

em que a referência é um sinal quase-estacionário e descorrelacionado com o ruído branco de média zero $w(t)$:

$$\bar{E}[r(t)w(s)] = 0 \quad \forall t, s \quad (24)$$

e

$$\bar{E}[f(t)] \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E[f(t)]. \quad (25)$$

A saída real da MF pode ser expressa em função da equação de sensibilidade de saída:

$$y(\boldsymbol{\theta}, t) = C(\boldsymbol{\theta}, q)G(q)S(\boldsymbol{\theta}, q)r(t) + S(\boldsymbol{\theta}, q)v(t), \quad (26)$$

em que $v(t) = H(q)w(t)$, sendo $H(q)$ o modelo LTI do ruído. O objetivo é expressar o sistema (13), em função do controlador ótimo. De (4), tem-se que:

$$G(q) = \frac{M(q)}{1 - M(q)} \frac{1}{C_d(q)}. \quad (27)$$

Considerando que $C_d(q) \in \mathcal{C}$, o processo pode ser representado em função dos parâmetros do controlador:

$$G(\boldsymbol{\theta}, q) = \frac{M(q)}{1 - M(q)} \frac{1}{C(\boldsymbol{\theta}, q)}. \quad (28)$$

Assim, o sistema (13) pode ser expresso como:

$$\begin{aligned} y(\boldsymbol{\Theta}, t) &= G(\boldsymbol{\theta}, q)u(t) + H(\boldsymbol{\Theta})w(t) \\ &= \frac{M(q)}{1 - M(q)} \frac{1}{C(\boldsymbol{\theta}, q)}u(t) + H(\boldsymbol{\Theta})w(t), \end{aligned} \quad (29)$$

em que $\boldsymbol{\Theta} = [\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\eta}^T]$ e $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^c$ é o vetor do modelo do ruído. O controlador PI apresenta uma parte fixa $C^F(q)$ (devido ao polo em $q = 1$), que não precisa ser identificada. Diante disso, ele pode ser definido como:

$$C(\boldsymbol{\theta}, q) = C^I(\boldsymbol{\theta}, q)C^F(q). \quad (30)$$

Dessa forma, para o caso SISO, (29) pode ser comutada e reescrita na forma:

$$y(\boldsymbol{\Theta}, t) = \tilde{C}(\boldsymbol{\theta}, q)\tilde{u}(t) + H(\boldsymbol{\Theta}, q)w(t), \quad (31)$$

em que

$$\tilde{C}(\boldsymbol{\theta}, q) = \frac{1}{C^I(\boldsymbol{\theta}, q)} \quad (32)$$

e

$$\tilde{u}(t) = \tilde{L}(q)u(t) = \frac{M(q)}{1 - M(q)} \frac{1}{C^F(q)}u(t). \quad (33)$$

O vetor de parâmetros é estimado, a partir dos dados de entrada e de saída, minimizando:

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\Theta}} V(\boldsymbol{\Theta}), \quad (34)$$

em que a nova função custo é:

$$V(\boldsymbol{\Theta}) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|\epsilon(\boldsymbol{\Theta}, t)\|^2. \quad (35)$$

$\epsilon(\boldsymbol{\Theta}, t)$ é o erro de predição dado por:

$$\epsilon(\boldsymbol{\Theta}, t) \triangleq y(t) - \hat{y}(\boldsymbol{\Theta}, t | t-1) \quad (36)$$

e

$$\hat{y}(\boldsymbol{\Theta}, t | t-1) = H^{-1}(\boldsymbol{\Theta})\tilde{C}(\boldsymbol{\theta})\tilde{u}(t) + [1 - H^{-1}(\boldsymbol{\Theta})]y(t) \quad (37)$$

é o preditor ótimo um passo a frente associado ao modelo (29). Agora, o preditor é uma função do inverso do controlador ótimo e do modelo do ruído.

Portanto, ao invés de minimizar J_{MR} , que depende do modelo do processo, é minimizada a função custo $V(\boldsymbol{\Theta})$, que depende apenas dos dados conhecidos e dos modelos a serem identificados. Desse modo, como se trata de um

problema de identificação por PE, todas as propriedades da teoria de identificação por PE se aplicam. Logo,

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}} \rightarrow \boldsymbol{\Theta}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\Theta}} V(\boldsymbol{\Theta}). \quad (38)$$

Normalmente, a estrutura do modelo do ruído é desconhecida. Além disso, sua identificação não tem interesse no projeto do controlador. Portanto, o problema de controle pode ser simplificado apenas na busca por $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ (Campestrini et al. (2017)).

4.2 Caso MIMO

A teoria do método OCI para sistemas SISO pode ser diretamente aplicada para os sistemas MIMO. No entanto, algumas ressalvas devem ser consideradas (Huff, 2019). Por exemplo, para um controlador do tipo PI centralizado de ordem $n = 2$ e período de amostragem $h = 1$, tem-se:

$$C^I(\boldsymbol{\theta}, q) = \begin{bmatrix} a_{11}q + b_{11} & a_{12}q + b_{12} \\ a_{21}q + b_{21} & a_{22}q + b_{22} \end{bmatrix} \quad (39)$$

e

$$C^F(q) = \frac{1}{q-1} \mathbf{I}, \quad (40)$$

em que:

$$\begin{cases} a_{ij} = K_{pij} \\ b_{ij} = K_{iij} - K_{pij} \end{cases} \quad \forall i, j \in [1 \ 2]. \quad (41)$$

Observe que no caso SISO e também no caso MIMO (quando $M(q)$ e $C^F(q)$ correspondem a produtos entre escalares e a matriz identidade) $\tilde{L}(q)$ pode comutar com $\tilde{C}(\boldsymbol{\theta}, q)$ e a saída predita pode ser expressa da forma (31). Assim, a solução pode ser obtida por meio da toolbox `ident` (Ljung, 1988) do MATLAB $\text{\textcircled{R}}$.

No entanto, os filtros $\tilde{L}(q)$ e $\tilde{C}(\boldsymbol{\theta}, q)$ geralmente não comutam no caso MIMO. Logo, não é possível reescrever (29) como (31). Além disso, a matriz $\tilde{C}(\boldsymbol{\theta}, q)$ possui uma estrutura atípica, como demonstrado em Huff (2019). Dessa forma, quando a `toolbox ident` é utilizada, encontra-se um controlador com maior grau de liberdade. Para resolver esse problema, um algoritmo dedicado é utilizado para minimizar (35).

Em Huff (2019), dois algoritmos iterativos são utilizados sequencialmente:

(1) **Steepest Descent:**

$$\boldsymbol{\Theta}_{j+1} = \boldsymbol{\Theta}_j - \lambda_j \nabla V(\boldsymbol{\Theta}_j), \quad (42)$$

em que λ_j é a taxa de aprendizagem e $\nabla V(\boldsymbol{\Theta}_j)$ é o gradiente da função custo $V(\boldsymbol{\Theta})$.

(2) **Levenberg-Marquardt:**

$$\boldsymbol{\Theta}_{j+1} = \boldsymbol{\Theta}_j - (\nabla^2 V(\boldsymbol{\Theta}_j) + \lambda_j \mathbf{I})^{-1} \nabla V(\boldsymbol{\Theta}_j) \quad (43)$$

em que $\nabla^2 V(\boldsymbol{\Theta}_j)$ é a uma aproximação da hessiana de $V(\boldsymbol{\Theta}_j)$.

No entanto, com o objetivo de otimizar a busca pelo mínimo de $V(\boldsymbol{\Theta})$ - sem a necessidade explícita da computação das derivadas de primeira e de segunda ordem - pode-se utilizar a função `fminsearch` do MATLAB $\text{\textcircled{R}}$.

Com essa função, só é necessário definir $V(\boldsymbol{\Theta})$ em função dos parâmetros do controlador, além da estimativa dos parâmetros iniciais (obtida do primeiro experimento do método VRFT). Assim, o inverso do controlador a ser

identificado é definido como a matriz de cofatores de C^I dividida pelo determinante de C^I :

$$\tilde{C}(\theta, q) = \frac{1}{\det(C^I(\theta, q))} \text{cof}^T(C^I(\theta, q)). \quad (44)$$

Para o controlador PI:

$$\text{cof}^T(C^I(\theta, q)) = \begin{bmatrix} a_{22}q + b_{22} & -(a_{12}q + b_{12}) \\ -(a_{21}q + b_{21}) & a_{11}q + b_{11} \end{bmatrix} \quad (45)$$

e

$$\det(C^I(\theta, q)) = (a_{11}q + b_{11})(a_{22}q + b_{22}) - (a_{12}q + b_{12})(a_{21}q + b_{21}). \quad (46)$$

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta seção, inicialmente, o processo termoeletrico é apresentado. Em seguida, são discutidos os resultados experimentais, das aplicações das técnicas VRFT e OCI. Esses métodos são empregados para projetar controladores PI centralizado e descentralizado.

5.1 Processo Termoeletrico

A planta didática utilizada é um processo termoeletrico em escala laboratorial. Esse módulo é composto por: duas pastilhas Peltier, quatro placas de alumínio, quatro sensores de temperatura LM35, dois ventiladores e dois trocadores de calor.

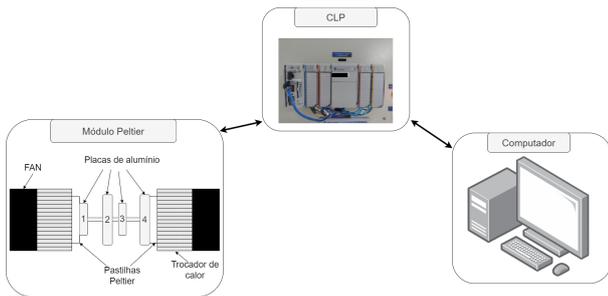


Figura 3. Configuração Experimental.

O controle é implementado por um Controlador Lógico Programável (CLP) que comunica remotamente com um servidor OPC Data Access (DA). A configuração experimental pode ser vista na Figura 3.

Os dois atuadores do módulo Peltier estão localizados nas extremidades das placas metálicas. Essas entradas podem variar de 0 V - estado mais frio - a 10 V - estado mais quente. Assim, quando um dos atuadores é acionado, o calor gerado pelo efeito Peltier é gradativamente transferido para as placas metálicas instaladas.

Os sensores de temperatura instalados, em cada uma das placas metálicas, realizam as medições das respectivas temperaturas, disponibilizando quatro saídas, que são nomeadas da esquerda para a direita como Temperatura 1, 2, 3 e 4 (Figura 3). No entanto, as saídas consideradas foram as temperaturas 1 e 4.

5.2 Experimento em malha aberta e escolha do modelo de referência

Inicialmente, um experimento em MA foi realizado com sinais do tipo degrau e o tempo de amostragem $h = 1$

segundo. Esses dados foram utilizados na sintonia *off-line* do controlador PI, por meio dos métodos VRFT e OCI. Os sinais de entrada (u_1 e u_2) variaram entre 40% e 60%, ver Figura 4. Observa-se que a interferência entre as malhas é quase nula.

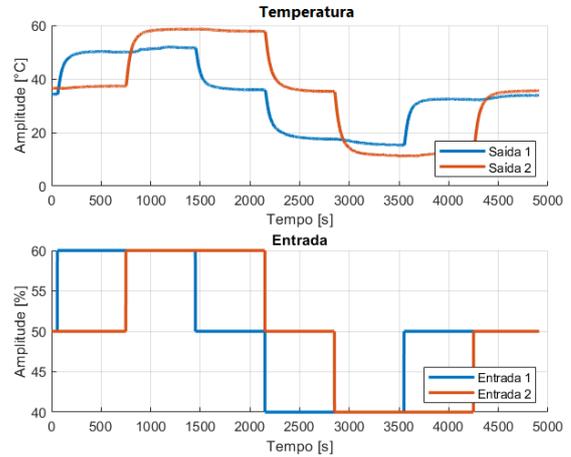


Figura 4. Respostas aos degraus em MA.

O modelo de referência considerado é dado pela matriz diagonal:

$$M(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{19,483s + 1} e^{-5s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{19,019s + 1} e^{-4s} \end{bmatrix}. \quad (47)$$

Esse modelo é discretizado para ser utilizado nos métodos DDC.

5.3 Sintonia do controlador PI centralizado

Para o controlador centralizado e dados coletados em MA com ruído, o melhor filtro a ser utilizado no método VRFT é $F(q) = M(q)$ (Couto, 2015). Os parâmetros do controlador PI foram estimados usando o VRFT. Em seguida, esses parâmetros foram resintonizados utilizando método OCI (Tabela 1). Observe que os valores dos parâmetros dos controladores da diagonal secundária (C_{ij} , com $i \neq j$) são consideravelmente menores do que os da diagonal principal. Este fato ocorre devido ao pouco acoplamento do processo.

Tabela 1. Parâmetros estimados do controlador PI centralizado com os métodos VRFT e OCI.

Parâmetros	VRFT	OCI	Parâmetros	VRFT	OCI
Kp_{11}	1,2885	1,3317	Kp_{21}	0,0028	0,0030
Ki_{11}	0,0245	0,0249	Ki_{21}	-0,0005	-0,0008
Kp_{12}	0,0891	0,1176	Kp_{22}	1,0935	1,1617
Ki_{12}	-0,0023	-0,0022	Ki_{22}	0,0183	0,0187

Com o método VRFT, o valor de J_{MR} calculado foi igual a 71,2054. Já utilizando o método OCI para resintonizá-lo, $J_{MR} = 65,1781$. Observe que as duas técnicas resultaram em controladores com parâmetros similares. Dessa forma, apenas a resposta ao degrau do experimento em MF com o controlador resintonizado pelo método OCI é apresentada

na Figura 5. Neste exemplo, percebe-se a eficiência dos métodos.

Por fim, nota-se que, com o controlador PI, o desempenho desejado (47) foi alcançado. Além disso, não observou-se saturação do sinal de controle e as saídas obtidas foram muito próximas as saídas desejadas.

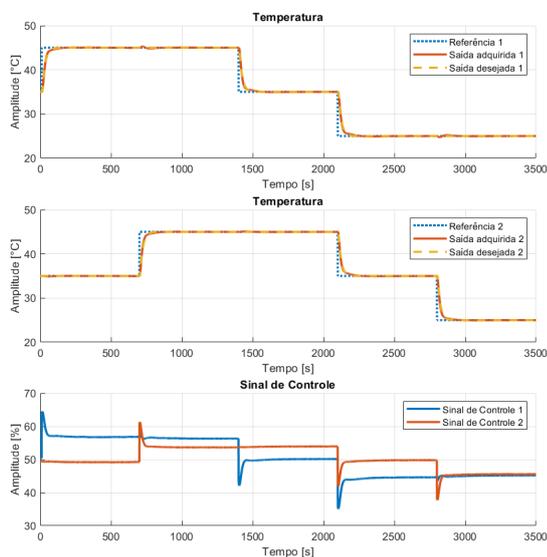


Figura 5. Respostas aos degraus em MF, com um controlador PI centralizado resintonizado com método OCI.

5.4 Sintonia do controlador PI descentralizado

Embora o controlador descentralizado seja mais flexível, com ele não é possível obter $J_{MR} \approx 0$. Além disso, como o projeto de controle ignora a interação entre as malhas, é necessário que os sinais de entrada u_1 e u_2 sejam mais ricos em frequência. Dessa forma, diferentes dinâmicas serão capturadas e os parâmetros do controlador poderão ser melhor estimados.

Assim, utilizou-se o sinal binário estocástico *Pseudo Random Binary Sequence* (PRBS) como o sinal de entrada do experimento em MA. Além de ser mais informativo, quando comparado ao sinal degrau, este sinal também produz menos distúrbios para a planta. Os períodos de *clock* T_{ck} dos sinais PRBS adotados, nesse trabalho, são definidos em função dos tempos de acomodação T_{st} da diagonal principal do processo $G(q)$:

$$T_{ck} = \frac{T_{st}}{5}. \quad (48)$$

Das respostas ao degrau, Figura 4, foram obtidos dois diferentes tempos de acomodação: $T_{st1} = 400s$ e $T_{st2} = 450s$. Assim, adotou-se $T_{ck1} = 80s$ e $T_{ck2} = 90s$. Então, cada sinal PRBS foi aplicado a respectiva entrada do processo (u_1 e u_2). As saídas desse experimento podem ser vistas na Figura 6.

Para o controlador descentralizado e dados coletados em MA com ruído, o melhor filtro a ser utilizado no método VRFT é $F(q) = M(q) \cdot (M(q) - \mathbf{I})$ (Couto, 2015). Assim, utilizando o método VRFT e, em seguida, o método OCI,

os parâmetros do controlador PI descentralizado foram estimados (Tabela 2).

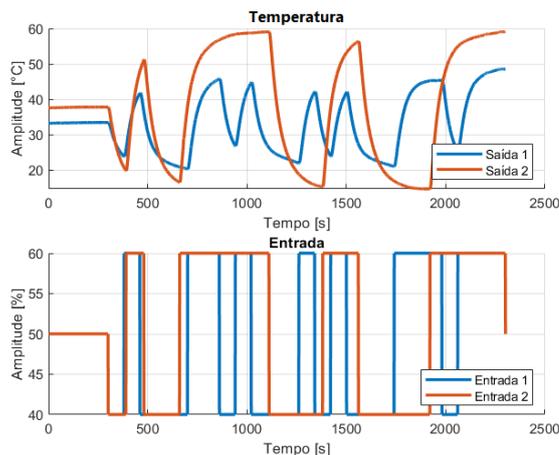


Figura 6. Respostas aos sinais PRBS em MA.

Tabela 2. Parâmetros estimados do controlador PI descentralizado com os métodos VRFT e OCI.

Parâmetros	VRFT	OCI	Parâmetros	VRFT	OCI
Kp_{11}	1,8927	1,3387	Kp_{22}	1,2861	1,2435
Ki_{11}	0,0286	0,0585	Ki_{22}	0,0204	0,0535

As respostas em MF com o controlador descentralizado, resintonizado com o método OCI, podem ser observadas na Figura 7.

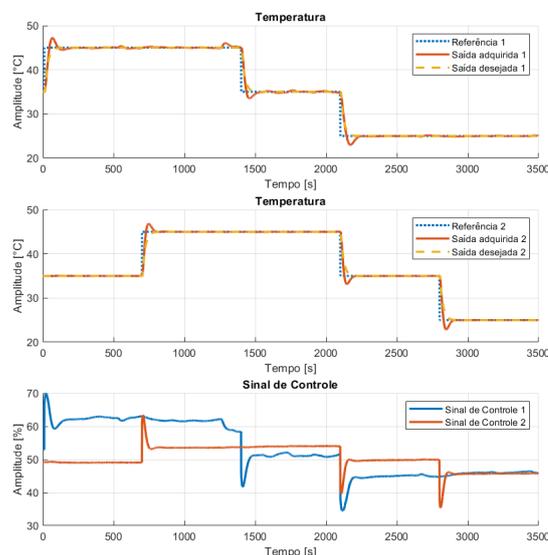


Figura 7. Respostas aos degraus em MF, com um controlador PI descentralizado resintonizado com o método OCI.

Observe que houveram sobressinais em ambas as saídas da MF, além de uma oscilação indesejada na Saída 1. Ou seja, o método OCI não foi eficaz na resintonia do controlador PI descentralizado ($J_{MR} = 1210, 5196$).

Dessa forma, um segundo experimento em MA foi realizado, com os mesmos sinais PRBS, para construir o vetor de variáveis instrumentais, utilizado no método VRFT. Assim, o controlador PI descentralizado foi estimado utilizando apenas esse método:

$$C_{VRFT\zeta}(\theta, q) = \begin{bmatrix} \frac{1,8950q - 1,8666}{q - 1} & 0 \\ 0 & \frac{1,2868q - 1,2665}{q - 1} \end{bmatrix}. \quad (49)$$

Percebe-se que os parâmetros do controlador (49) são muito próximos da primeira estimativa do método VRFT (Tabela 2). De fato, como o processo é pouco perturbado por ruídos, o uso do vetor de variáveis instrumentais não interfere de forma significativa no desempenho do algoritmo.

As respostas aos degraus em MF com o controlador descentralizado, sintonizado apenas com o método VRFT, podem ser observadas na Figura 8.

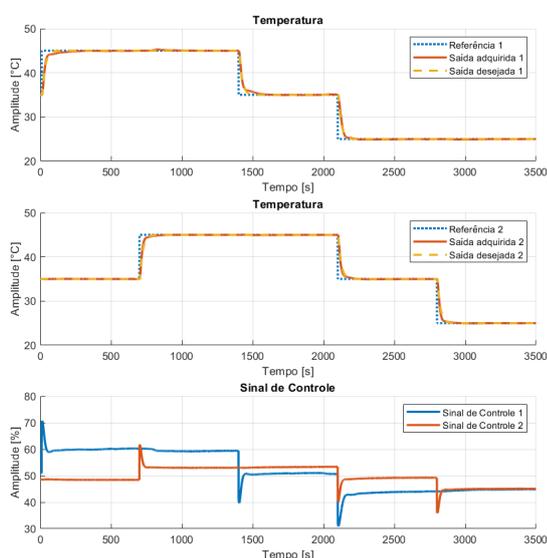


Figura 8. Respostas aos degraus em MF, com um controlador PI descentralizado sintonizado com o método VRFT, com auxílio do vetor de variáveis instrumentais.

Verifica-se que as saídas obtidas foram muito próximas as desejadas, mesmo com o uso do controlador PI descentralizado. Uma das razões para esse resultado satisfatório é que a temperatura de um processo não interfere de modo significativo na temperatura do outro (Figura 6). Ou seja, há pouco acoplamento entre as malhas. Ainda assim, como esperado, o valor da função custo encontrado foi maior ($J_{MR} = 129,8124$), quando comparado àquele obtido com o controlador PI centralizado.

6. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi realizada uma revisão dos métodos baseados em dados: *Virtual Reference Feedback Tuning* – VRFT e *Optimal Controller Identification* – OCI. Buscando uma alta eficiência, atrelada a um baixo custo

experimental, duas estratégias distintas foram utilizadas para a sintonia de controladores PI centralizado e descentralizado.

Para o controle centralizado, a estratégia que se mostrou mais eficiente foi utilizar os dados obtidos de apenas um experimento em MA, para sintonizar o controlador PI com o método VRFT e resintonizá-lo com o método OCI. Já para o controle descentralizado, são realizados dois experimentos em MA e apenas o método VRFT é utilizado, com o auxílio do vetor de variáveis instrumentais.

Para o processo estudado, percebe-se que ambas as estratégias se mostraram eficientes, uma vez que as saídas em malha fechada conseguiram rastrear as referências, com comportamentos semelhantes ao modelo de referência. Por fim, os resultados foram bastante satisfatórios, tanto para o controle centralizado quanto para o descentralizado. No entanto, o processo utilizado é pouco acoplado. Dessa forma, essas estratégias podem ser validadas, em estudos futuros, para outros tipos de processos com maior acoplamento.

REFERÊNCIAS

- Anderson, B.D. and Dehghani, A. (2007). Historical, generic and current challenges of adaptive control. *IFAC Proceedings Volumes*, 40(14), 1–12.
- Campestrini, L., Eckhard, D., Bazanella, A.S., and Gevers, M. (2017). Data-driven model reference control design by prediction error identification. *Journal of the Franklin Institute*, 354(6), 2628–2647.
- Campestrini, L., Eckhard, D., Chia, L.A., and Boeira, E. (2016). Unbiased mimo vrft with application to process control. *Journal of Process Control*, 39, 35–49.
- Campi, M., Lecchini, A., and Savaresi, S.M. (2000). Virtual reference feedback tuning (vrft): a new direct approach to the design of feedback controllers. In *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 00CH37187)*, volume 1, 623–629. IEEE, Australia.
- Couto, F.B.d.O. (2015). Estudo de casos da aplicação do método vrft para sistemas mimo.
- Freire, V.M.E., Aguiar, A.P.V.d.A., Júnior, G.A., de Sá Formiga, V.B., Ramos, E.T.G., and Barros, P.R. (2021). Projeto não iterativo de controlador pi baseado em dados aplicado a um módulo didático com interface web. In *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente-SBAI*, volume 1.
- Hou, Z.S. and Wang, Z. (2013). From model-based control to data-driven control: Survey, classification and perspective. *Information Sciences*, 235, 3–35.
- Huff, D.D. (2019). Identificação por meio do erro de predição aplicada ao projeto baseado em dados de controladores multivariáveis.
- Ljung, L. (1988). System identification toolbox. *The Matlab user's guide*.
- Nakamoto, M. (2004). An application of the virtual reference feedback tuning for an mimo process. In *SICE 2004 Annual Conference*, volume 3, 2208–2213. IEEE, Japan.