

Análise de Regiões Seguras para Navegação de VANTs em Ambiente Urbano

Helen F. Oliveira * Brenner S. Rego ** Guilherme V. Raffo **,***

* Programa de Graduação em Engenharia de Controle & Automação, Universidade Federal de Minas Gerais, MG (e-mail: helenfo@ufmg.br).

** Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, MG (e-mail: brennersr7@ufmg.br)

*** Departamento de Engenharia Eletrônica, Universidade Federal de Minas Gerais, MG (e-mail: raffo@ufmg.br)

Abstract: The demand for the development of technologies associated to the urban airspace has grown considerably. Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) have been used in several activities, such as load transportation in emergency situations, package delivery, recreation, among others. In order to obtain safe regions for navigation of UAVs in an urban scenario, from a starting point to an arrival point, in this paper we use reachability analysis which is characterized by ensuring safety constraints in systems with bounded uncertainties. These uncertainties can be operation constraints, disturbances, among others. In order to use this technique, it is necessary to choose the most adequate representation of sets, which in this work is the constrained zonotope one. Since this representation deals with convex sets and, in the urban scenario, the admissible region for UAV navigation can be non-convex, the technique of partitioning non-convex sets into convex parts is applied. The application of the proposed methodology brought satisfactory results regarding the fulfillment of safety constraints and computational efficiency to obtain safe regions.

Resumo: A demanda pelo desenvolvimento de tecnologias associadas ao espaço aéreo urbano tem crescido consideravelmente. Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs) estão sendo utilizados em diversas atividades, como por exemplo no transporte de cargas em situações emergenciais, entrega de produtos, recreação, entre outros. Com o objetivo de obter regiões seguras para a navegação de VANTs em um cenário urbano, de um ponto inicial a um ponto de chegada, este artigo utiliza a análise de alcançabilidade, que é caracterizada pela garantia do cumprimento das restrições de segurança em sistemas onde há presença de incertezas limitadas. Essas incertezas podem ser restrições de operação, perturbações, dentre outras. Para a utilização desta técnica é preciso escolher a representação de conjuntos mais adequada, que neste trabalho é a de zonotopos restritos. Visto que esta representação trata de conjuntos convexas e, no cenário urbano, a região admissível para a navegação de VANTs pode ser não convexa, aplica-se a técnica de particionamento de conjuntos não convexas em partes convexas. A aplicação da metodologia proposta trouxe resultados satisfatórios quanto ao cumprimento das restrições de segurança e eficiência computacional para a obtenção das regiões seguras.

Keywords: UAVs; Reachability Analysis; Constrained Zonotopes; Safe Regions for UAVs.

Palavras-chaves: VANTs; Análise de Alcançabilidade; Zonotopos Restritos; Regiões Seguras para VANTs.

1. INTRODUÇÃO

Veículos aéreos não tripulados (VANTs) vêm sendo desenvolvidos com diversas tecnologias que visam a garantia de eficiência e segurança em suas atuações. Os benefícios na utilização destes veículos são bastante abrangentes, desde aplicações comerciais ou de recreação, até situações emergenciais, como no transporte de órgãos e bolsas de sangue, em locais de acesso restrito e dificultado (falta de ruas asfaltadas, entre outros); e também em atividades de segurança pública, onde a agilidade é necessária e há facilidade de voo.

Segundo o Departamento de Controle do Espaço Aéreo (DECEA), o Brasil participa, desde 2010, da Organização de Aviação Civil Internacional que trata sobre as aeronaves remotamente pilotadas e seus sistemas. Para o voo de um VANT remotamente pilotado no espaço aéreo brasileiro, é preciso consultar e realizar uma solicitação ao DECEA (DECEA, 2007; OACI, 2005). Para a ampliação e utilização recorrente de VANTs, uma série de desafios para as leis da aviação estão presentes, dentre elas, o controle de tráfego aéreo em ambientes urbanos para esses veículos. Como parte desse desafio é possível citar os consideráveis riscos de acidentes em regiões urbanas, envolvendo pessoas, estruturas e outros VANTs, devido à baixa altitude em que

operam e seu pequeno porte. Devido aos desafios acima citados, e outros mais, uma das diretrizes da regulamentação definida pela Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC) proíbe a operação autônoma de VANTs. Em contrapartida dessa restrição, tarefas envolvendo VANTs têm escalado consideravelmente. Atividades de auxílio na agricultura, transporte e entrega de cargas, como apresentado em Ho et al. (2019), são exemplos que vêm sendo ativamente analisados e planejados para operação usando VANTs. Dessa forma, faz-se necessário realizar um estudo de mobilidade aérea urbana para esses veículos, que consiste, dentre outros, ir de um ponto de partida ao destino desejado, garantindo o cumprimento das restrições de segurança estabelecidas para este fim.

Este artigo tem a finalidade de promover o desenvolvimento de uma metodologia baseada em conjuntos para a determinação de regiões seguras para a navegação de VANTs em ambiente urbano. Essas regiões têm como objetivo restringir áreas nas quais rotas seguras para os VANTs possam ser planejadas. A análise de alcançabilidade será utilizada, por ser uma ferramenta eficaz na garantia de cumprimento de restrições de segurança. Essa análise calcula o conjunto alcançável, que contém todas as trajetórias possíveis que um sistema pode alcançar em um intervalo de tempo finito, a partir de um conjunto limitado de condições iniciais e sujeito a um conjunto de entradas admissíveis (Althoff, 2010). Neste trabalho a representação dos conjuntos alcançáveis é feita utilizando zonotopos restritos, conforme apresentado em Scott et al. (2016). Estes zonotopos apresentam boa eficiência computacional e comportamento desejável sob as operações essenciais para a aplicação da análise de alcançabilidade. As regiões obtidas devem ser factíveis a partir de um ponto inicial a um ponto de chegada, com base em um modelo simplificado da dinâmica de translação de um VANT quadrotor, considerando restrições de regulamentação e obstáculos (representados por condições meteorológicas adversas, zonas não permitidas para voo, entre outros). Existem outras metodologias baseadas em teoria de conjuntos, que buscam obter regiões seguras para outras aplicações, como em Althoff (2010) e Alanwar et al. (2021). Entretanto, não foram encontradas na literatura outras metodologias que geram regiões seguras com garantias formais para VANTs, considerando restrições de segurança.

Este trabalho está organizado como segue: a Seção 2 apresenta conceitos relacionados à legislação para VANTs no Brasil, bem como conceitos preliminares sobre teoria de conjuntos utilizados na metodologia proposta; a Seção 3 descreve o método proposto para obtenção das regiões seguras; a Seção 4 apresenta os resultados obtidos com a aplicação da metodologia proposta; e, por fim, a Seção 5 apresenta as conclusões obtidas.

2. DEFINIÇÕES E CONCEITOS PRELIMINARES

Neste trabalho, a análise de alcançabilidade é utilizada da seguinte forma: dado o modelo matemático que descreve o comportamento do VANT (vide Seção 3), deseja-se prever o comportamento do sistema sob um cenário de restrições operacionais e com obstáculos do ambiente urbano, de forma a determinar uma ou mais regiões em que o sistema

possa ser considerado seguro. Este método faz uso de conjuntos alcançáveis, conforme Definição 1.

Definição 1. O conjunto alcançável R_k contendo todas as trajetórias de estados após N passos de tempo, considerando as entradas $\mathbf{u}_k \in U_k \subset \mathbb{R}^m$, ruído $\mathbf{d}_k \in D_k \subset \mathbb{R}^m$ e o conjunto inicial $X_0 \subset \mathbb{R}^n$, é dado por

$$R_N = \{\mathbf{x}_{k+1} \in \mathbb{R}^n | \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k + \mathbf{G}\mathbf{d}_k, \mathbf{x}_0 \in X_0, \mathbf{u}_k \in U_k, \mathbf{d}_k \in D_k : \forall k \in \{0, \dots, N-1\}\}. \quad (1)$$

Consequentemente, necessita-se definir uma representação de conjuntos adequada tendo em vista o custo computacional e as operações necessárias para a utilização da análise de alcançabilidade. Essas operações são: transformação linear, soma de Minkowski e interseção. Para o primeiro critério da escolha da representação adequada é pertinente pontuar que os conjuntos convexos possuem duas principais vantagens: (i) sua baixa complexidade geométrica; e (ii) eficiência computacional para diversas operações. Além disso, eles são eficazes para análise de alcançabilidade de sistemas lineares, uma vez que a convexidade dos conjuntos alcançáveis em qualquer instante é preservada sob a dinâmica linear. É interessante pontuar que a análise de alcançabilidade também pode ser aplicada para sistemas não lineares, como apresentado em Alanwar et al. (2021). A seguir apresentam-se algumas definições utilizadas ao longo do trabalho.

Definição 2. Um conjunto C é convexo se, para quaisquer pontos contidos nele $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k \in C$ e quaisquer escalares $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R}^+$, tal que $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$, $\sum_{i=1}^k \alpha_i \mathbf{x}_i \in C$.

Definição 3. Um fecho convexo de um determinado conjunto C , denotado $\text{conv}(C)$, é o menor conjunto convexo contendo C .

Definição 4. O operador de interseção de dois conjuntos $X \subset \mathbb{R}^n$ e $Y \subset \mathbb{R}^n$ é dado por

$$X \cap Y \triangleq \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{x} \in X, \mathbf{x} \in Y\}. \quad (2)$$

Definição 5. O operador de união de dois conjuntos $X \subset \mathbb{R}^n$ e $Y \subset \mathbb{R}^n$ é dado por

$$X \cup Y \triangleq \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{x} \in X \text{ ou } \mathbf{x} \in Y\} \quad (3)$$

Definição 6. A soma de Minkowski de dois conjuntos $X, Y \subset \mathbb{R}^n$ é dada por

$$X \oplus Y \triangleq \{\mathbf{x} + \mathbf{y}, \mathbf{x} \in X, \mathbf{y} \in Y\}. \quad (4)$$

Definição 7. Seja $Z \subset \mathbb{R}^n$, $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, então a transformação linear de Z é dada por

$$\mathbf{R}Z \equiv \{\mathbf{R}\mathbf{z} : \mathbf{z} \in Z\}. \quad (5)$$

2.1 Representações de conjuntos politópicos convexos

Nesta seção são apresentadas as principais representações de conjuntos politópicos convexos utilizados no trabalho. As operações necessárias para a análise de alcançabilidade devem ser fechadas na representação escolhida. Isto é, quando aplicadas na representação do conjunto devem resultar em um conjunto com mesma representação. Caso contrário, requer-se o uso de métodos aproximados que mantêm a representação.

Definição 8. Um intervalo $a \in \mathbb{IR}$, é dado por

$$a = [a, \bar{a}] \triangleq \{a \in \mathbb{R} : \underline{a} \leq a \leq \bar{a}\}, \quad (6)$$

sendo \underline{a} e \bar{a} os limites inferior e superior do intervalo, respectivamente.

Além disso, o ponto médio e o diâmetro de um intervalo podem ser definidos da seguinte forma: o ponto médio de um intervalo $a \in \mathbb{IR}$ é definido por

$$\text{mid}(a) \triangleq \frac{\underline{a} + \bar{a}}{2}, \quad (7)$$

e o diâmetro de um intervalo $a \in \mathbb{IR}$ é definido por

$$\text{diam}(a) \triangleq \bar{a} - \underline{a}. \quad (8)$$

Definição 9. Um vetor intervalar $\mathbf{a} \in \mathbb{IR}^n$, também chamado de caixa, é dado por

$$\mathbf{a} \triangleq \{\mathbf{a}' \in \mathbb{R}^n : \underline{a}'_i \leq a'_i \leq \bar{a}'_i, i = 1, 2, \dots, n\}, \quad (9)$$

onde i corresponde ao i -ésimo elemento.

Os intervalos têm alta eficiência computacional, porém não são fechados na operação de transformação linear.

Definição 10. Dada uma matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e um vetor $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$, um politopo convexo do tipo H é dado por

$$P \triangleq \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}\}. \quad (10)$$

Definição 13. Um politopo P do tipo V é o fecho convexo de um conjunto finito $X = \{\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^n\}$ de pontos em \mathbb{R}^d , onde

$$P = \text{conv}(X) \triangleq \left\{ \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbf{x}^i : \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \right\}. \quad (11)$$

Os politopos são fechados em todas as operações essenciais. No entanto, sua complexidade é fortemente dependente de seu número de vértices e varia para cada operação com base em seu tipo (H ou V).

Definição 15. Seja $Z \subset \mathbb{R}^n$. Z é um paralelotopo se

$$\exists (\mathbf{G}, \mathbf{c}) \in \mathbb{R}^{n \times n} \times \mathbb{R}^n : Z \triangleq \{\mathbf{G}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{c} : \|\boldsymbol{\zeta}\|_\infty \leq 1\}. \quad (12)$$

Os paralelotopos têm baixa complexidade computacional, mas não são fechados nas operações de interseção e soma de Minkowski.

Definição 16. Dado um vetor $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$ e vetores $\{\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_m\} \in \mathbb{R}^n$, onde $n \leq m$, um zonotopo Z de ordem m , com centro \mathbf{c} e geradores \mathbf{g}_i , é definido como

$$Z \triangleq \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{x} = \mathbf{c} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \mathbf{g}_i; -1 \leq \alpha_i \leq 1\}. \quad (13)$$

Os zonotopos são uma classe especial de politopos convexos, centralmente simétricos e, por isso, são menos complexos que politopos convexos em geral. Estes porém não são fechados na operação de interseção.

Uma caixa é um caso especial de um zonotopo na qual a matriz geradora é quadrada e diagonal. Seja \mathbb{B} um intervalo unitário $[-1, 1]$ e \mathbb{B}^r uma caixa unitária de dimensão r , que é o produto Cartesiano de r intervalos unitários. Uma caixa $\mathbf{a} \in \mathbb{IR}^n$ pode ser escrita como (Rego and Raffo, 2019)

$$\mathbf{a} = \text{mid}(\mathbf{a}) + \frac{1}{2} \text{diag}(\text{diam}(\mathbf{a})) \begin{bmatrix} [-1, 1] \\ \vdots \\ [-1, 1] \end{bmatrix} = \text{mid}(\mathbf{a}) \oplus \frac{1}{2} \text{diag}(\text{diam}(\mathbf{a})) \mathbb{B}^n. \quad (14)$$

Definição 17. Um conjunto $Z \subset \mathbb{R}^n$ é um zonotopo restrito se existe $(\mathbf{G}, \mathbf{c}, \mathbf{A}, \mathbf{b}) \in \mathbb{R}^{n \times n_g} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_c \times n_g} \times \mathbb{R}^{n_c}$, tal que

$$Z \triangleq \{\mathbf{G}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{c} : \|\boldsymbol{\zeta}\|_\infty \leq 1, \mathbf{A}\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{b}\}. \quad (15)$$

Os zonotopos restritos são uma generalização de zonotopos, sendo fechados na operação de interseção e capazes de representar politopos convexos assimétricos. O custo computacional de um zonotopo é dependente do seu número de geradores. Portanto, a complexidade dos zonotopos resulta do número de geradores e da dimensão do espaço em que atuam. Sendo assim, com a utilização desse tipo de representação, é importante considerar técnicas de aproximação do zonotopo de alta ordem para um outro de ordem reduzida, que contenha o zonotopo original (Scott et al., 2016).

Dentre as principais representações de conjuntos convexos, os zonotopos restritos apresentam a melhor relação desempenho \times precisão, e atuam de forma fechada em todas as operações necessárias para a aplicação da análise de alcançabilidade. Por estes motivos, esta é a representação escolhida para o problema tratado neste artigo.

2.2 Particionamento de Conjuntos Não Convexos

Dada que a representação por zonotopos restritos é limitada a conjuntos convexos, é importante pontuar que no cenário urbano, as regiões admissíveis ao VANT podem ser não convexas. Assumindo o espaço aéreo da região de Belo Horizonte, por exemplo, para que um VANT percorra uma trajetória segura, é preciso considerar algumas particularidades da região, como:

- O relevo sobre o qual o VANT vai sobrevoar, podendo este possuir irregularidades nas quais a altitude e interferências geográficas estejam passíveis de conflito com a atuação do VANT;
- A existência de edifícios e demais estruturas com altura, consideravelmente, elevada que possam estar dentro da altitude de operação do VANT;
- Regiões que possam configurar restrições de acesso, ou *no-fly zones*, como hospitais, escolas e aeroportos;
- Condições meteorológicas adversas, como por exemplo, caso existam nuvens de chuva em parte de uma cidade, com perspectivas de intensa atividade atmosférica que possa comprometer a integridade do VANT.

Tendo em vista que tratamos com conjuntos convexos, com a utilização de zonotopos restritos, é preciso contornar o problema de lidar com conjuntos não convexas. Para isso, uma possível solução é realizar o particionamento do conjunto não convexo em partes convexas.

Definição 18. Um espaço particionado pode ser definido como

$$S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup \dots \cup S_n = \bigcup_{i=1}^n S_i, \quad (16)$$

em que S_1, S_2, \dots, S_n são as partições e n o número total de partições.

Nesse contexto, considerando o conjunto alcançável conforme a Definição 1, é preciso obter o conjunto resultante da interseção deste com a união de todos os conjuntos convexos particionados, de forma que o conjunto alcançável esteja contido nos conjuntos convexos particionados que compõem a região admissível. Aplicando a propriedade distributiva de conjuntos, conforme apresentado em Sundstrom (2020), é possível obter

$$R_k \cap \left(\bigcup_{i=1}^n S_i \right) = (R_k \cap S_1) \cup (R_k \cap S_2) \cup \dots \cup (R_k \cap S_n), \quad (17)$$

onde R_k é o conjunto alcançável.

Através da equação (17), é possível concluir que a união da interseção de cada elemento particionado de um conjunto não convexo, com o conjunto alcançável, permite contornar o problema de trabalhar com conjuntos não convexos. Além disso, também garante a obtenção de uma região segura, que satisfaz as restrições operacionais de velocidade, peso, altura, por exemplo, bem como restrições que compõem a região externa a um obstáculo fixo.

Existem diversos algoritmos na literatura que implementam o particionamento de conjuntos convexos. Este trabalho utiliza a biblioteca Computational Geometry Algorithms Library (CGAL) (Chazelle, 1984). Nesta biblioteca, os sistemas são representados por poliedros não convexos. Para poliedros deste tipo, a soma de Minkowski entre dois poliedros pode ser calculada pela decomposição destes em partes convexas, obtendo a junção da soma dos pares (Hachenberger, 2018). A Figura 1 apresenta um exemplo de particionamento de um conjunto não convexo em conjuntos convexos.

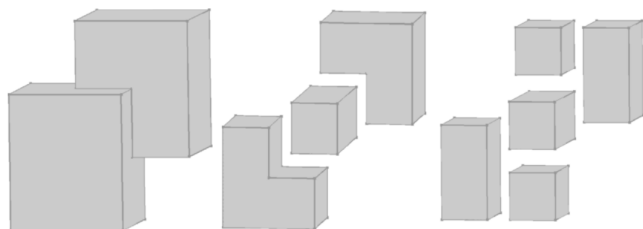


Figura 1. Exemplo de particionamento de um conjunto não convexo em conjuntos convexos.

Fonte: Hachenberger (2018)

2.3 Sistemas de Tráfego Aéreo

Para lidar com a análise de regiões seguras para VANTs, é preciso compreender alguns conceitos referentes a esses veículos, ao espaço aéreo e às regulamentações específicas para tais. O principal órgão que lida com o acesso de VANTs no espaço aéreo brasileiro é o DECEA. A ele compete o acesso ao espaço aéreo e a segurança na navegação aérea. Para as aeronaves remotamente pilotadas, o DECEA determina que a projeção vertical dela no solo e a qualquer pessoa e patrimônio físico, deve ser superior a 30 m. Considera-se que desta forma, caso ocorram falhas que ocasionem a queda do veículo, a possibilidade de impacto e acidentes é consideravelmente reduzida (DECEA, 2007; OACI, 2005).

De uma forma geral, o Regulamento Brasileiro da Aviação Civil Especial (RBAC-E No94) divide os VANTs em algumas categorias, de acordo com a atividade a ser realizada:

- VANTs utilizados para recreação: aeromodelos;
- VANTs utilizados comercialmente: Essa categoria pode ser ainda subdividida entre autônomos e não autônomos (aeronaves remotamente pilotadas, do inglês *Remotely-Piloted Aircraft* (RPAs)).

As RPAs são classificadas de acordo com o peso máximo de decolagem (PMD):

- **Classe 1:** RPA com peso máximo de decolagem maior que 150 kg;
- **Classe 2:** RPA com peso máximo de decolagem maior que 25 kg e menor ou igual a 150 kg;
- **Classe 3:** RPA com peso máximo de decolagem menor ou igual a 25 kg.

Além da classificação dos VANTs, a classificação do espaço aéreo também se faz pertinente. Segundo a ANAC, o espaço aéreo é a projeção de todo território terrestre, fluvial, lacustre e marítimo brasileiro, tendo o Estado absoluta e exclusiva soberania sobre o mesmo (DECEA, 2018). O espaço aéreo é subdividido em diversas categorias. A altitude de operação dos VANTs é, em grande maioria, definida no espaço aéreo não controlado e aeronavegável.

- **Espaço aéreo controlado:** Região do espaço aéreo no qual existe fornecimento de serviços de controle de tráfego aéreo para voos que utilizam as cartas de navegação visual (VFR - *Visual Flight Rules*) e ou das cartas de navegação por instrumentos (IFR - *Instrument Flight Rules*). Nesta região, os pilotos recebem orientações sobre manobras pré-definidas para segurança com relação ao espaçamento entre outras aeronaves e obstáculos. Em regiões permitidas para voo, mas sem suporte de tráfego aéreo, a responsabilidade com a separação de segurança entre outras aeronaves e obstáculos é exclusiva do piloto.
- **Espaço aéreo aeronavegável:** Espaço aéreo na altitude ou acima da altitude mínima de voo para uma determinada área, incluindo o espaço aéreo necessário para pousar e decolar com segurança.

A altitude mínima imposta pelo DECEA é de 30 m do solo ou de algum elemento que apresente risco de colisão. Visando respeitar essa restrição e ampliando para uma faixa de segurança, será considerada a altura mínima de operação de 60 m e a máxima de 150 m, ambas relativas ao nível do mar. Essa restrição foi baseada nos conceitos do *U-Space* (Alarcón et al., 2020), que é um conjunto de serviços os quais visam apoiar o acesso eficiente de um número elevado de VANTs no espaço aéreo.

A velocidade de operação é relacionada ao peso máximo de decolagem do VANT. Para RPAs com peso máximo de decolagem de 2 kg, a velocidade máxima prevista é de 30 kt, sendo necessário manter-se afastado em um raio de 03 NM de aeródromos cadastrados e de rotas conhecidas de aeronaves e helicópteros tripulados. Para RPAs de peso máximo de decolagem igual à 25 kg, a velocidade máxima prevista é de 60 kt, devendo manter o afastamento de 05 NM (DECEA, 2022). Neste artigo, será considerado o

limite máximo de velocidade para aeronaves de até 25 kg, o que equivale a 30,87 m/s. Este PMD foi escolhido de acordo com as RPAs mais acessíveis comercialmente para a entrega de produtos.

3. DESCRIÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

Considere um modelo simplificado da dinâmica de translação de um veículo aéreo não tripulado, descrito por

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{G}\mathbf{d}_{k-1}, \quad (18)$$

onde $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ é o estado do sistema, $\mathbf{d}_k \in \mathbb{R}^{n_d}$ é o vetor de perturbações, que neste trabalho representa o vento ambiente e outras incertezas do modelo, o vetor $\mathbf{u}_k \in \mathbb{R}^{n_u}$ corresponde às entradas de controle, e \mathbf{A} , \mathbf{B} , e \mathbf{G} são matrizes conhecidas. Neste artigo, o modelo apresentado em (18) está sujeito a restrições nos estados, entradas e perturbações, dadas por conjuntos convexos e compactos conhecidos, que podem ser representados por politopos convexos limitados $\mathbf{x}_k \in X_A \subset \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}_k \in U_k \subset \mathbb{R}^{n_u}$, $\mathbf{d}_k \in D \subset \mathbb{R}^{n_d}$.

As equações de movimento translacional de um VANT, podem ser obtidas utilizando a segunda lei de Newton, conforme apresentado em de Almeida Neto et al. (2014). Abaixo são apresentadas as equações que caracterizam o sistema em tempo discreto que descreve o movimento de translação de um quadrotor:

$$\begin{bmatrix} x_{1_{k+1}} \\ x_{2_{k+1}} \\ x_{3_{k+1}} \\ x_{4_{k+1}} \\ x_{5_{k+1}} \\ x_{6_{k+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1_k} + \tau_s x_{4_k} \\ x_{2_k} + \tau_s x_{5_k} \\ x_{3_k} + \tau_s x_{6_k} \\ x_{4_k} \\ x_{5_k} \\ x_{6_k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\tau_s^2}{2} \cdot \frac{F_x}{m} \\ \frac{\tau_s^2}{2} \cdot \frac{m}{F_y} \\ \frac{\tau_s^2}{2} \cdot \frac{m}{F_z} \\ 2 \cdot \frac{m}{F_x} \\ \tau_s \cdot \frac{m}{F_y} \\ \tau_s \cdot \frac{m}{F_z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\tau_s^2}{2} \cdot \frac{F_{dx}}{m} \\ \frac{\tau_s^2}{2} \cdot \frac{m}{F_{dy}} \\ \frac{\tau_s^2}{2} \cdot \frac{m}{F_{dz}} \\ 2 \cdot \frac{m}{F_{dx}} \\ \tau_s \cdot \frac{m}{F_{dy}} \\ \tau_s \cdot \frac{m}{F_{dz}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \\ \omega_5 \\ \omega_6 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

onde F_x é a força resultante no eixo x , F_{dx} é a força resultante de perturbação no eixo x , as demais variáveis são análogas para os respectivos eixos, m é a massa do VANT, τ_s é o período de amostragem, e as incertezas das forças podem ser expressas por ruídos de processo, representadas pelo vetor $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ \omega_4 \ \omega_5 \ \omega_6]^T$,

Este sistema pode ser reescrito no formato apresentado em (18), onde as matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{G} são dadas por

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \tau_s & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \tau_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \tau_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{\tau_s^2}{2m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\tau_s^2}{2m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\tau_s^2}{2m} \\ \frac{\tau_s}{m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\tau_s}{m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\tau_s}{m} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Dados pontos inicial $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^6$ e de chegada $\mathbf{x}_F \in \mathbb{R}^6$, e as matrizes em (20), o método proposto neste trabalho consiste nas seguintes etapas:

- Representação por vetor intervalar das restrições de posição** $[\mathbf{p}_{\min}, \mathbf{p}_{\max}]$, **velocidade** $[\mathbf{v}_{\min}, \mathbf{v}_{\max}]$, **entradas** $[\mathbf{u}_{\min}, \mathbf{u}_{\max}]$, e **perturbações** $[\mathbf{d}_{\min}, \mathbf{d}_{\max}]$: a representação dessas restrições é mais simples usando intervalos, onde \mathbf{v}_{\min} e \mathbf{v}_{\max} são as velocidades mínimas e máximas que o VANT pode atingir; \mathbf{p}_{\min} e \mathbf{p}_{\max} são os limites inferior e superior de alcance do VANT nos três eixos x, y e z , respectivamente; \mathbf{u}_{\min} e \mathbf{u}_{\max} são limites de entradas de controle admissíveis; e \mathbf{d}_{\min} e \mathbf{d}_{\max} são limites conhecidos para as perturbações.
- Conversão das restrições intervalares em zonotopos restritos** X_A, U , e D : a conversão de vetores intervalares obtidos em **a)** para zonotopos restritos também é simples, conforme apresentado em (14).
- Obtenção de $Z_k \subset \mathbb{R}^6$ dado $X_{k-1} \subset \mathbb{R}^6, U$, e D** : este conjunto contém todas as trajetórias possíveis de (18) para todo $(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}, \mathbf{d}_{k-1}) \in X_{k-1} \times U \times D$, e é dado por $Z_k = \mathbf{A}X_{k-1} \oplus \mathbf{B}U \oplus \mathbf{G}D$, com $X_0 \triangleq \{\mathbf{x}_0\}$.
- Redução da complexidade de Z_k** : para limitar a complexidade do conjunto Z_k , utiliza-se dos métodos de redução de geradores e eliminação de restrições desenvolvidos em Scott et al. (2016). O novo conjunto é denotado por $\bar{Z}_k \supset Z_k$.
- Cálculo de X_k por interseção de \bar{Z}_k com as restrições de estado X_A** : o conjunto de estados X_k que satisfaz $X_k \subset X_A$ (e portanto $\mathbf{x}_k \in X_A$ para todo $\mathbf{x}_k \in X_k$) é obtido por $X_k = \bar{Z}_k \cap X_A$.
- Obtenção do conjunto alcançável R_k** : as etapas **c)**, **d)** e **e)** são computadas de forma iterativa, até que a condição de parada $\mathbf{x}_F \in X_k$ seja verificada. Com isso, $R_k \triangleq X_k$.
- Particionamento em conjuntos convexos S_1, S_2, \dots, S_n da região externa ao(s) obstáculo(s)**: Os obstáculos presentes no ambiente são mapeados e a região admissível não convexa é particionada em partes convexas S_i , utilizando o algoritmo de particionamento 3D da biblioteca CGAL;
- Obtenção da região segura R_{segura}** : a região segura é finalmente obtida por $R_{\text{segura}} = R_k \cap (\bigcup_{i=1}^n S_i)$, conforme (17). Os subconjuntos $R_k \cap S_i$ resultantes da interseção do conjunto alcançável com as partições, quando não vazios, são armazenados, de forma que a união desses conjuntos compõem a região segura R_{segura} obtida.

4. RESULTADOS

Para demonstrar o método proposto neste trabalho, considera-se um cenário em que um VANT esteja transportando um item para um procedimento a ser realizado em um hospital. A área principal do hospital não pode ser sobrevoada, salvo o ponto de pouso e decolagem do VANT. Essa área é considerada um obstáculo a ser evitado, o que resulta na não convexidade da região permitida para voar. Esse caso é ilustrado na Figura 2, que corresponde a imagem de um hospital e seu heliponto, localizados na região central de Belo Horizonte. A região em vermelho representa o obstáculo e a parte externa a ela representa a região não convexa permitida para voar. Considerou-se os seguintes parâmetros para obtenção dos resultados através da metodologia proposta:

- $m = 20$ kg e $\tau_s = 0,1$ s. Além disso, \mathbf{x}_0 , \mathbf{x}_F , são dados por $(5, 10, 140)$ e $(45, 20, 140)$, respectivamente;
- As restrições operacionais de velocidade e altitude foram determinadas como apontado na Seção 2: alcance de 90 m (de 60 a 150 m) e velocidade máxima de 30.87m/s;
- As restrições de perturbação e entrada de controle, D e U , foram escolhidas analogamente ao apresentado em de Almeida Neto et al. (2014). Sendo assim, para D considera-se uma caixa limitada por $[-0,5, 0,5]$ e para U uma caixa limitada por $[-5, 5]$. Estes valores são os limites para cada um dos elementos de D e U ;
- O número de geradores e restrições de \tilde{Z}_k (vide etapa d)) são limitados a 40 e 5, respectivamente.



Figura 2. Região próxima ao Hospital João XXIII - Belo Horizonte. Em vermelho é apresentada a região proibida, considerada como obstáculo.

Fonte: Google Earth.

A Figura 3 apresenta como obstáculos as regiões em branco e em azul a região admissível para o VANT. Observa-se que a região em azul é uma região não convexa, particionada em partes convexas.

A aplicação da análise de alcançabilidade com zonotopos restritos pode ser ilustrada na Figura 4. Nesta é possível observar o ponto inicial do VANT, representado por \diamond e o ponto final. A região em azul mostra a região admissível, ou seja, a região de navegação do VANT, externa aos obstáculos. Em vermelho está apresentado o conjunto alcançável, que é composto pelas regiões que satisfazem a dinâmica do sistema e as restrições impostas, desde o

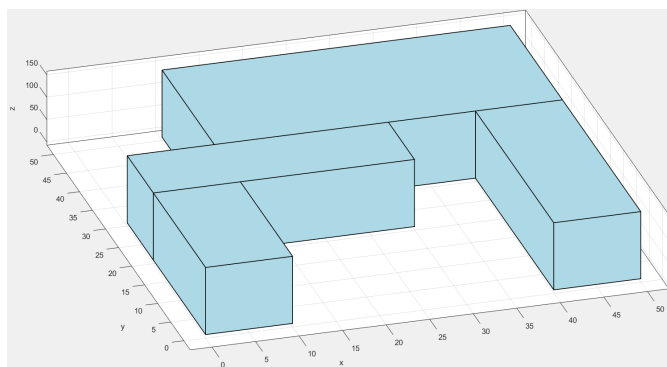


Figura 3. Região admissível particionada.

primeiro conjunto (com o ponto inicial) até o último, que contém o ponto final.

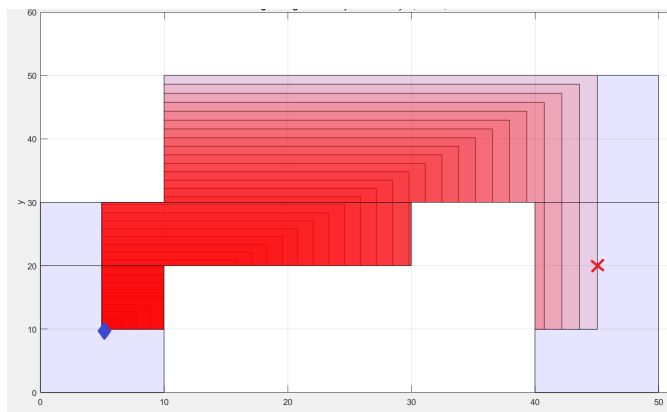


Figura 4. Obtenção do conjunto alcançável - 2D. Em vermelho é apresentado o conjunto alcançável e em azul a região admissível.

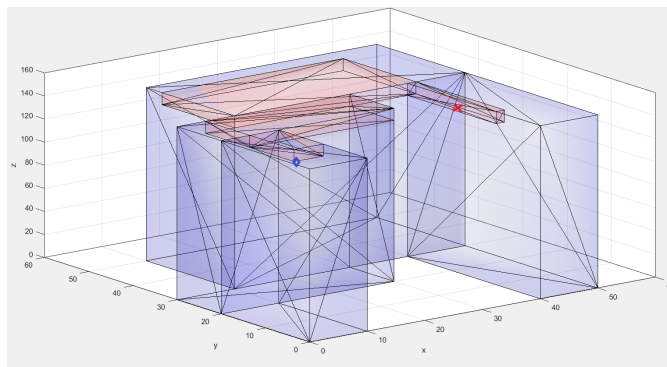


Figura 5. Região segura. Em vermelho é apresentado o conjunto alcançável e em azul a região admissível.

Na Figura 5 é apresentado o conjunto alcançável em 3D. Em azul é apresentada a região admissível, ou seja, a área de alcance do VANT, externa aos obstáculos, e em vermelho, ilustra-se a região segura entre os pontos inicial e final. Nota-se que o conjunto alcançável existe apenas na região admissível em azul, conforme esperado, porém, ele não contempla toda a região. É interessante pontuar que esta é uma característica positiva da metodologia, pois apesar da região admissível, de acordo com a dinâmica e restrições do sistema, permitir uma área maior, o conjunto alcançável apresenta uma região de maior volume entre o

ponto inicial e o final, o que reduz o espaço de busca em problemas de planejamento de caminhos.

5. CONCLUSÃO

Neste artigo foi considerada a análise de alcançabilidade de conjuntos para a obtenção de regiões seguras em um cenário urbano para a navegação de um VANT, de um ponto inicial até um ponto final conhecidos. Utilizando esta análise associada à representação de conjuntos por meio de zonótopos restritos, foi possível obter o conjunto alcançável que contém as possíveis trajetórias a serem executadas pelo VANT. Este conjunto obedece o modelo simplificado da dinâmica de translação de um VANT, as restrições de altitude, velocidade e da região admissível a ser navegada pelo VANT. A abordagem proposta é computacionalmente eficiente (conforme Scott et al. (2016), onde são realizadas comparações entre métodos baseados em zonótopos restritos e politopos) e garante o cumprimento das restrições de segurança e operação do VANT. Para fins de comparação com a metodologia desenvolvida nesse artigo, trabalhos futuros estenderão métodos de planejamento de trajetórias, como o apresentado em Manzinger et al. (2020), para obter regiões seguras, assim como o desenvolvimento de métodos baseados em conjuntos não convexos.

REFERÊNCIAS

- Alanwar, A., Koch, A., Allgöwer, F., and Johansson, K.H. (2021). Data-driven reachability analysis using matrix zonotopes. In *Learning for Dynamics and Control*, 163–175. PMLR.
- Alarcón, V., García, M., Alarcón, F., Viguria, A., Martínez, Á., Janisch, D., Acevedo, J.J., Maza, I., and Ollero, A. (2020). Procedures for the integration of drones into the airspace based on u-space services. *Aerospace*, 7(9), 128.
- Althoff, M. (2010). *Reachability analysis and its application to the safety assessment of autonomous cars*. Ph.D. thesis, Technische Universität München.
- Chazelle, B. (1984). Convex partitions of polyhedra: a lower bound and worst-case optimal algorithm. *SIAM Journal on Computing*, 13(3), 488–507.
- de Almeida Neto, M.M., Schreiber, L., and Raffo, G.V. (2014). Robust state estimation for uavs-a comparison study among a deterministic and a stochastic approach. In *Congresso Brasileiro de Automática, CBA'2014*, 901.
- DECEA (2007). Comando da aeronáutica - rac 3-0-1 e parte gen. AIP BRASIL.
- DECEA (2018). Ica 100-38 - tráfego aéreo - espaço aéreo condicionado. <https://publicacoes.decea.mil.br/publicacao/ica-100-38>.
- DECEA (2022). Drone - uas. <https://www.decea.mil.br/drone/>.
- Hachenberger, P. (2018). Convex decomposition of polyhedra. In *CGAL User and Reference Manual*. CGAL Editorial Board. URL <https://doc.cgal.org/4.13/Manual/packages.html>.
- Ho, F., Goncalves, A., Salta, A., Cavazza, M., Geraldès, R., and Prendinger, H. (2019). Multi-agent path finding for uav traffic management: Robotics track. In *Proceedings of the 18th International Conference on Autonomous Agents and MultiAgent Systems (AAMAS 2019)*. Association for Computing Machinery (ACM).
- Manzinger, S., Pek, C., and Althoff, M. (2020). Using reachable sets for trajectory planning of automated vehicles. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, PP, 1–1. doi:10.1109/TIV.2020.3017342.
- OACI (2005). Rules of the air - annex 2. https://www.icao.int/Meetings/anconf12/DocumentArchive/an02_cons\%5B1\%5D.pdf.
- Rego, B.S. and Raffo, G.V. (2019). Suspended load path tracking control using a tilt-rotor uav based on zonotopic state estimation. *Journal of the Franklin Institute*, 356(4), 1695–1729.
- Scott, J.K., Raimondo, D.M., Marseglia, G.R., and Braatz, R.D. (2016). Constrained zonotopes: A new tool for set-based estimation and fault detection. *Automatica*, 69, 126–136.
- Sundstrom, T. (2020). *Mathematical Reasoning Writing and Proof, Version 3*. Grand Valley State University Libraries.