

Roteamento de comboios de combustível para abastecimento de equipamentos de mina em campo: Um estudo de caso

Renan Portela de Souza*, ** Natanael Salgado Coutinho*
Luiz Carlos Alves Rodrigues ** Luciano Perdigão Cota ***

* Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração, Universidade Federal de Ouro Preto e Instituto Tecnológico Vale, MG
(e-mails: renan.souza@vale.com, natanael.salgado.coutinho@aluno.itv.org)

** Vale S.A, PA (e-mail: luiz.rodrigues@vale.com)

*** Instituto Tecnológico Vale, MG (e-mail: luciano.p.cota@itv.org)

Abstract: In a large mining site, the equipments are operational in a vast geographic region, and some of these equipments have locomotion restrictions, such as shovels, tractors, and drills. Due to these limitations, these types of equipment need to be supplied at their places of operation using fuel trucks with supply infrastructure, called fuel convoys. In this study, we addressed the routing problem of these fuel convoys seeking to minimize the longest route. To solve the problem, we propose a mixed-integer linear programming formulation. We have validated this formulation using data from the Carajás Complex, Vale S.A, in Pará-PA. The results showed that the formulation is able to find good solutions to the problem and can be used to support decision-making.

Resumo: Em complexos mineradores de grande porte, os equipamentos em operação estão dispostos em uma extensa região geográfica e alguns destes equipamentos possuem restrições de locomoção, como escavadeiras, tratores e perfuratrizes. Por conta destas limitações, estes equipamentos necessitam de abastecimento nos seus locais de operação, por meio de caminhões tanque com infraestrutura de abastecimento, chamados comboios de combustível. Neste estudo é tratado o problema de roteamento destes comboios de combustível com o objetivo de minimizar a maior rota. Para resolvê-lo, foi proposto uma formulação de programação linear inteira mista. Esta formulação foi validada usando dados reais do Complexo Carajás, da Vale S.A, no Pará-PA. Os resultados mostraram que a formulação consegue encontrar boas soluções para o problema e pode ser utilizada como apoio à tomada de decisão.

Keywords: Vehicle Routing Problem; Mixed-Integer Linear Programming; Mining; Fuel Trucks.

Palavras-chaves: Roteamento de veículos; Programação Linear Inteira Mista; Mineração; Caminhões de Combustível.

1. INTRODUÇÃO

A Vale S.A descobriu sua primeira jazida de minério de ferro na região de Carajás no estado do Pará, em 1967. Após 18 anos, a empresa iniciou as suas operações em Carajás (Vale, 2022). Nascia então, o Projeto Ferro Carajás, com reservas estimadas em 18 bilhões de toneladas e teor médio de 66,13% de ferro. O Projeto Ferro Carajás é dividido em quatro grandes jazidas: Serra Norte (ou Complexo Carajás), Serra Sul, Serra Leste e Serra São Felix. A seguir, na Figura 1 ilustra-se uma cava de minério de ferro do Complexo Carajás.



Figura 1. Cava de minério de ferro do Complexo Carajás.
Fonte: Próprio autor.

* O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ), do Instituto Tecnológico Vale (ITV) e da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

Atualmente a operação no Complexo Carajás é realizada diariamente por mais de 285 ativos de grande porte, composto por caminhões fora de estrada, escavadeiras, carregadeiras, perfuratrizes, tratores, dentre outros. O diesel é o

principal combustível utilizado nestes ativos. Devido à extensa região geográfica do Complexo Carajás e à restrição de locomoção de alguns ativos de grande porte, é necessário que eles sejam abastecidos nos seus locais de operação. Os ativos que são abastecidos nos locais de operação são as escavadeiras, carregadeiras, perfuratrizes e tratores. Já os caminhões fora estrada realizam o abastecimento em postos de combustível fixos existentes no complexo, uma vez que estes ativos não possuem restrições de locomoção.

O abastecimento dos ativos com dificuldade de locomoção é realizado nos locais de operação por meio de caminhões tanque (também chamados Comboios) que possuem toda a infraestrutura necessária para abastecimento em campo. Desta maneira, os comboios operam como postos de combustível móveis. A Figura 2 ilustra um comboio do Complexo Carajás.



Figura 2. Comboio de 30.000 litros adaptado para abastecimento de equipamentos em campo.

Fonte: Próprio autor.

Os comboios operam em turnos e, atualmente, o roteamento de veículos é realizado por uma equipe de planejamento de maneira manual, por meio da estratégia de tentativa e erro. Inicialmente, a equipe coleta as informações dos ativos que devem ser abastecidos em campo no próximo turno, baseado na medição de combustível destes ativos. Por meio da quantidade de combustível e do consumo de cada ativo, calcula-se a janela de tempo para abastecimento. A seguir, com a identificação da localização e janela de tempo destes ativos é realizado o planejamento de rotas para os comboios disponíveis para o próximo turno. Portanto, trata-se de um problema de roteamento de veículos capacitado com janelas tempo.

Na literatura são encontradas diversas aplicações do problema de roteamento de veículos com janelas de tempo (Toth and Vigo, 2014). A seguir, apresentam-se alguns estudos recentes neste tema.

No trabalho de Pan et al. (2021a) é tratado o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo, no qual o tempo total da viagem varia conforme os diferentes níveis de congestionamento ao longo do dia. No artigo é notado que o horário de saída do veículo representa uma decisão importante para a redução do custo total da rota. Para resolvê-lo é proposto a utilização de um *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS) (Shaw, 1998), que tem seus parâmetros de entrada ajustados automaticamente por uma ferramenta de configuração. No mesmo ano, os

autores também trataram um problema de transporte urbano com múltiplas viagens com o objetivo de minimizar a distância total em Pan et al. (2021b). Para resolver o segundo problema é proposto um algoritmo baseado na meta-heurística *Variable Neighborhood Descent* (VND) (Hansen et al., 2010).

Um problema de roteamento de veículos elétricos com pontos de recarga de bateria é abordado em Keskin et al. (2021). Um algoritmo meta-heurístico baseado no ALNS é proposto para resolvê-lo. Um ALNS também é proposto em Chen et al. (2021) para resolver um problema de roteamento de furgões e robôs autônomos para entrega de encomendas. Em Zulvia et al. (2020) é abordado um problema de transporte de produtos perecíveis, como alimentos e medicamentos. Para solucioná-lo é proposto um algoritmo baseado no *Many-objective Gradient Evolution* (MOGE) buscando minimizar os custos operacionais, custos de deterioração e emissões de carbono, além de atender a satisfação dos clientes.

Em Utama et al. (2021) é proposto um algoritmo meta-heurístico *Artificial Bee Colony* (ABC) (Mernik et al., 2015) para resolver um problema de roteamento de veículos verdes com janelas de tempo. Neste problema os veículos não utilizam combustíveis fósseis e a função objetivo busca minimizar o custo total de consumo de combustível, além do atraso no tempo de entrega. Para o referido estudo foram considerados 30 clientes e um centro de distribuição, no qual os resultados foram comparados com o algoritmo de vizinho mais próximo. Um problema de roteamento verde com janelas de tempo também é tratado em Ali-naghian et al. (2021). Neste problema busca-se minimizar o custo total das rotas, o consumo de combustível e o custo de veículos. As inclinações das estradas, velocidades e carga do veículo são consideradas neste estudo. Para a resolução do problema foi proposto um modelo de programação linear inteira mista e dois algoritmos meta-heurísticos, um baseado na Busca Tabu (Glover, 1986) e o outro baseado na Evolução Diferencial (Storn and Price, 1997). Ao final é realizada uma análise de sensibilidade para investigar a variabilidade da função objetivo.

Um algoritmo meta-heurístico híbrido é apresentado por Wu et al. (2021) para tratar o problema de roteamento de produtos estocáveis com janelas de tempo e consumo de combustível. No artigo é apresentada a otimização simultânea de rotas, depósitos e inventário para os clientes e centros de distribuição. Para maior proximidade com casos reais é incorporado ao custo de transporte, o consumo de combustível dos veículos. A meta-heurística híbrida proposta para tratar o problema é baseada no algoritmo genético (Goldberg, 1989) e no algoritmo de gradiente descendente.

Apesar do problema de roteamento de veículos com janelas de tempo ser amplamente tratado na literatura, não foi encontrado um estudo com as mesmas características do problema de roteamento de comboios de combustível para abastecimento de ativos de mina. Neste artigo é proposta uma formulação de programação linear inteira mista para resolvê-lo. Neste problema busca-se minimizar a maior rota, gerando assim, rotas balanceadas para os comboios. Esta formulação possui características inéditas, como o cálculo dinâmico da quantidade de combustível necessário

para abastecer cada equipamento por instante de tempo, o tempo requerido para o abastecimento baseado na bomba utilizada e o controle de capacidade do comboio calculado também de maneira dinâmica. Para avaliar a formulação matemática proposta foram utilizados dados reais do Complexo Carajás da Vale S.A, localizado em Carajás-PA.

O restante deste artigo é organizado como segue. Na Seção 2, apresenta-se a caracterização do problema. A formulação matemática proposta é descrita na Seção 3. Na Seção 4, é reportado um estudo de caso para validação da formulação proposta. Por fim, na Seção 5, são apresentadas as conclusões.

2. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

O problema de roteamento de comboios de combustível, aqui tratado, envolve um conjunto K de comboios de combustível, $K = \{1, \dots, |K|\}$, e um conjunto E de equipamentos de carga e de infraestrutura em atividades de mina, $E = \{1, \dots, |E|\}$, a serem abastecidos nos seus locais de operação no próximo turno de trabalho. Este problema tem as seguintes características:

- (1) Horizonte de Planejamento (H)
 - (a) Existe um horizonte de planejamento do roteamento H , $H = \{1, \dots, |H|\}$, em minutos, que corresponde a um turno de trabalho;
- (2) Comboios de combustível (K)
 - (a) No início de cada turno todos os comboios, K , saem de um depósito v_0 localizada em DL e retornam à esta base no final do turno para a troca de operador;
 - (b) Cada comboio $k \in K$ possui uma capacidade FLC_k de diesel a ser transportado;
 - (c) Cada comboio $k \in K$ possui uma bomba de abastecimento com uma taxa de FFR_k litros por minuto (L/min);
- (3) Equipamentos de carga e infraestrutura em atividades de mina (E)
 - (a) O conjunto E é composto por Carregadeiras, Escavadeiras e Perfuratrizes que são abastecidos em campo;
 - (b) Cada equipamento $i \in E$ possui uma localização EL_i ;
 - (c) Existe uma capacidade FSC_i de combustível do tanque de cada equipamento $i \in E$, em litros;
 - (d) Cada equipamento $i \in E$ tem um consumo de diesel FC_i em litros por hora;
 - (e) Para cada equipamento $i \in E$ existe uma estimativa da quantidade de combustível $AF_{i v_0}$ presente no tanque, no início de cada turno;
 - (f) Existe uma janela de tempo $[a_i, b_i]$ para abastecimento de cada equipamento $i \in E$. O valor de a_i corresponde ao instante h em que o equipamento i está habilitado para abastecimento. Já o valor de b_i é dado pelo instante h em que o equipamento i irá atingir o limite crítico de combustível. Após este limite crítico, o equipamento pode ter uma pane seca.

O problema consiste em rotar os $|K|$ comboios de combustível para realizar o abastecimento dos $|E|$ equipamentos de mina no próximo turno com o objetivo de minimizar a maior rota.

A seguir, para facilitar o entendimento, apresenta-se um exemplo simplificado do problema de roteamento de comboios. Neste exemplo tem-se cinco ativos para abastecimento em campo e dois caminhões tanque. Os tempos de abastecimento dos equipamentos em campo e a capacidade dos comboios foram desconsiderados, para efeito de simplificação.

Na Figura 3 apresenta-se a matriz de tempo de viagem, em minutos, dos cinco ativos para abastecimento em campo (pontos 1, 2, 3, 4 e 5) e da garagem de onde partem os comboios (ponto 0).

		DESTINOS					
		0	1	2	3	4	5
ORIGENS	0	0	38	56	18	49	51
	1	38	0	32	41	46	90
	2	56	32	0	66	77	102
	3	18	41	66	0	33	57
	4	49	46	77	33	0	88
	5	51	90	102	57	88	0

Figura 3. Matriz de tempos de viagem em minutos.
Fonte: Próprio autor.

A seguir, na Tabela 1, é apresentada uma solução factível para o roteamento dos comboios. O Comboio 01 sai da garagem em direção à localização do equipamento E3, realiza o seu abastecimento, segue em direção ao equipamento E4, realiza o seu abastecimento, e, por fim, segue em direção à garagem para finalizar a rota. Já o Comboio 02 abastece primeiramente o equipamento E1, se dirige ao equipamento E2, depois faz o abastecimento do equipamento E5 e, então, retorna à garagem.

Tabela 1. Exemplo de solução.

		Rotas				
Comboio 01	Garagem	E3	E4	Garagem		
Comboio 02	Garagem	E1	E2	E5	Garagem	

Para o planejamento realizado, verifica-se que a rota do comboio 01 tem o custo de 100 minutos e a rota do comboio 02 tem o custo de 223 minutos.

3. MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO

Nesta seção é apresentada uma formulação linear inteira mista para resolver o problema de roteamentos de comboios de combustível no abastecimento de equipamentos de mina. Algumas características do problema em estudo não foram encontradas em outras formulações da literatura, destacam-se as restrições que tratam do cálculo dinâmico da quantidade de combustível necessário para abastecer cada equipamento, do controle dinâmico da quantidade de combustível em cada comboio e do cálculo do tempo de abastecimento de acordo com a bomba utilizada pelo comboio.

3.1 Conjuntos, parâmetros e variáveis

Definimos e consideramos no modelo os seguintes conjuntos, parâmetros e variáveis:

- Conjuntos:
 - K : Comboios de combustível
 - \mathcal{E} : Conjunto de equipamentos de carga e infraestrutura de mina para abastecimento
 - \mathcal{V} : $\mathcal{E} \cup \{v_0\}$, onde v_0 é o depósito de onde partem os comboios.
- Parâmetros de entrada:
 - T_{kij} : Tempo de viagem de um comboio $k \in \mathcal{K}$ para ir do vértice i para o vértice j (minutos);
 - FLC_k : Capacidade de transporte de diesel para cada comboio $k \in \mathcal{K}$ (litros);
 - A_i : Início da janela de tempo de cada equipamento $i \in \mathcal{E}$;
 - B_i : Fim da janela de tempo de cada equipamento $i \in \mathcal{E}$;
 - A_{v_0} : Início da janela de tempo do horizonte de planejamento;
 - B_{v_0} : Fim da janela de tempo do horizonte de planejamento;
 - FSC_i : Capacidade do tanque de combustível do equipamento $i \in \mathcal{E}$ (litros);
 - AF_{iv_0} : Estimativa da quantidade de combustível existente no tanque do equipamento $i \in \mathcal{E}$ no início do turno, v_0 (litros);
 - FC_i : Consumo de diesel para cada equipamento $i \in \mathcal{E}$ (litros por hora);
 - FFR_k : Taxa de abastecimento da bomba do comboio $k \in \mathcal{K}$ (litros por minuto);
 - M_i : Limite superior para a quantidade de combustível a ser abastecido no equipamento $i \in \mathcal{E}$ (litros).

- Variáveis de decisão e auxiliares:
 - x_{kij} : $\begin{cases} 1 & \text{Se o Comboio } k \in \mathcal{K} \text{ parte do} \\ & \text{vértice } i \in \mathcal{V} \text{ para o vértice } j \in \mathcal{V}; \\ 0 & \text{Caso contrário.} \end{cases}$
 - γ_i : Instante em que o vértice $i \in \mathcal{V}$ é visitado;
 - β_{v_0k} : Instante em que o veículo $k \in \mathcal{K}$ completa a sua rota retornando ao depósito (v_0);
 - s_{ik} : Tempo gasto pelo comboio $k \in \mathcal{K}$ para abastecer o equipamento $i \in \mathcal{E}$ (minutos);
 - δ_i : Quantidade de combustível a ser abastecido no equipamento $i \in \mathcal{E}$ (litros);
 - α_{ik} : Caso o comboio $k \in \mathcal{K}$ seja utilizado para o abastecimento do equipamento $i \in \mathcal{E}$, α_{ik} recebe a quantidade a ser abastecido, em litros. Caso contrário, α_{ik} recebe 0;
 - y_{ik} : $\begin{cases} 1 & \text{Se o Comboio } k \in \mathcal{K} \text{ abastece o} \\ & \text{equipamento } i \in \mathcal{E}; \\ 0 & \text{Caso contrário.} \end{cases}$
 - $rmax$: Custo da maior rota.

3.2 Formulação linear inteira mista

A função objetivo do problema é descrita em (1) e busca minimizar a maior rota

$$\text{Min } rmax \quad (1)$$

A seguir, são apresentadas as restrições da formulação matemática.

$$\sum_{\substack{j \in \mathcal{V} \\ j \neq v_0}} x_{kv_0j} = 1, \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (2)$$

$$\sum_{\substack{j \in \mathcal{V} \\ j \neq i}} \sum_{k \in \mathcal{K}} x_{kij} = 1, \quad \forall i \in \mathcal{V} - [v_0] \quad (3)$$

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{V} \\ i \neq h}} x_{kih} - \sum_{\substack{j \in \mathcal{V} \\ j \neq h}} x_{khj} = 0, \quad \forall h \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K} \quad (4)$$

O conjunto de restrições (2) garante que todos os comboios deixem o depósito uma única vez. A garantia que todos os equipamentos sejam visitados uma única vez é dada pelo conjunto de restrições (3). As restrições (4) asseguram o fluxo da rede.

$$\delta_i = FSC_i - AF_{iv_0} + \frac{FC_i}{60} \times \gamma_i, \quad \forall i \in \mathcal{V} \quad (5)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{V}} x_{kij} = y_{jk} \quad \forall j \in \mathcal{V} - [v_0], \forall k \in \mathcal{K} \quad (6)$$

$$\delta_i - M_i(1 - y_{ik}) \leq \alpha_{ik}, \quad \forall i \in \mathcal{V} - [v_0], \forall k \in \mathcal{K} \quad (7)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{V} - [v_0]} \alpha_{ik} \leq FLC_k, \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (8)$$

$$\frac{\alpha_{ik}}{FFR_k} = s_{ik}, \quad \forall i \in \mathcal{V} - [v_0], \forall k \in \mathcal{K} \quad (9)$$

Do conjunto de restrições (5) até o conjunto (9) são tratadas as restrições relacionadas ao abastecimento dos equipamentos de mina e à capacidade dos comboios, criadas especificamente para esta finalidade. Estas restrições são inéditas na literatura. Os conjuntos de restrições (5) e (6), respectivamente, calculam a quantidade de combustível a ser abastecido em cada equipamento e quais comboios devem abastecer cada equipamento. O conjunto de restrições (7) permitem que um equipamento seja abastecido apenas se houver combustível suficiente no comboio para abastecê-lo por completo. Nestas restrições o M_i faz o papel de *Big M*. As restrições (8) asseguram que a capacidade dos comboios seja respeitada. Por fim, o conjunto de restrições (9) calcula o tempo necessário para abastecimento de cada equipamento com cada comboio.

$$\gamma_{v_0} = 0 \quad (10)$$

$$\gamma_i + s_{ik} + T_{kij} - B_i(1 - x_{kij}) \leq \gamma_j, \quad \forall i \in \mathcal{V}, \forall j \in \mathcal{V} - [v_0], \forall k \in \mathcal{K} \quad (11)$$

$$\gamma_i + s_{ik} + T_{kiv_0} - B_i(1 - x_{kiv_0}) \leq \beta_{v_0k}, \quad \forall i \in \mathcal{V} - [v_0], \forall k \in \mathcal{K} \quad (12)$$

$$rmax \geq \beta_{kv_0}, \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (13)$$

Os conjuntos de restrições (10), (11) e (12) tratam dos instantes em que os comboios visitam os vértices. A restrição (10) garante que os comboios partam do depósito no instante zero. As restrições (11) asseguram que o instante em que um equipamento é visitado por um comboio deve ser maior que o instante de chegada ao equipamento visitado anteriormente, somando ao seu tempo de abastecimento e de viagem até o equipamento atual. Nas restrições anteriores, o B_i faz o papel de *Big M*. As restrições (12)

calculam o instante em que cada comboio irá retornar ao depósito. Por fim, as restrições (13) calculam a maior rota.

$$0 \leq \beta_{v_0k} \leq B_{v_0}, \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (14)$$

$$x_{kij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in \mathcal{V}, \forall j \in \mathcal{V} \quad (15)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in \mathcal{K}, \forall i \in \mathcal{V} - [v_0] \quad (16)$$

$$s_{ik} \geq 0, \quad \forall i \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K} \quad (17)$$

$$\alpha_{ik} \geq 0, \quad \forall i \in \mathcal{V}, \forall k \in \mathcal{K} \quad (18)$$

$$A_i \leq \gamma_i \leq B_i, \quad \forall i \in \mathcal{V} - [v_0], \forall k \in \mathcal{K} \quad (19)$$

Por fim, o domínio das variáveis é definido nas restrições (14), (15), (16), (17), (18) e (19).

4. ESTUDO DE CASO

Nesta seção é realizada a validação da formulação matemática proposta em um estudo de caso do Complexo Carajás, da Vale S.A. A formulação foi implementada no resolvidor Gurobi, versão 6.5.1, por meio da linguagem de programação C#. Na execução da formulação foi utilizado um tempo limite (*TimeLimit*) de 2 horas. O computador utilizado nos experimentos computacionais foi um notebook Precision 7450, com processador Intel Xeon, 2.8 GHz, 64 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 10 de 64 bits.

A organização desta seção é dada como segue. O cálculo do limite superior para a quantidade de combustível é dado na Subseção 4.1. Na Subseção 4.2 apresentam-se os cenários abordados, junto com seus dados de entrada. Já na Subseção 4.3 reportam-se os resultados obtidos.

4.1 Cálculo do limite superior para a quantidade de combustível a ser abastecido (*Big M*)

No conjunto de restrições (7) é necessário um *Big M*, representado por M_i , para o limite superior da quantidade de combustível a ser abastecido em cada equipamento de mina $i \in \mathcal{V} - [v_0]$. Para calcular este limite é usada a Eq. (20).

$$M_i = FSC_i - AFiv_0 + \frac{FC_i}{60} \times B_i, \quad \forall i \in \mathcal{V} - [v_0] \quad (20)$$

O limite superior é dado pela diferença da capacidade do tanque do equipamento i (FSC_i) e a sua quantidade de combustível no início do turno (AF_{i,v_0}). A seguir, esta diferença é somada à taxa de consumo do equipamento ($\frac{FC_i}{60}$) multiplicado pelo fim da janela de tempo (B_i), que é o último instante em que o equipamento i pode ser abastecido.

4.2 Conjunto de cenários avaliados

Para avaliar o modelo matemático proposto foram analisados três cenários baseados em dados reais do Complexo Carajás, coletados entre agosto e outubro de 2021. Para estes cenários é considerado um turno de trabalho de 9 horas.

Na Tabela 2 são apresentados os dados dos equipamentos em operação. O índice crítico descrito nesta tabela é

utilizado para calcular o fim da janela de tempo. Já na Tabela 3 são reportados os dados das caminhões tanque disponíveis. Por fim, a matriz de tempo médio de viagens está disponível em Souza et al. (2022).

Tabela 3. Características dos comboios.

	Comboios				
	CB1	CB2	CB3	CB4	CB5
Capacidade transportada (l)	30000	30000	30000	30000	20000
Taxa de abastecimento (l/min)	250	250	250	250	250
Velocidade média (km/h)	40	40	40	40	40

Baseado nestes dados, foram analisados três cenários:

(1) Cenário 1:

- Comboios: Apenas os 03 primeiros comboios estão disponíveis para utilização no turno;
- Equipamentos para abastecimento: Apenas os 10 primeiros equipamentos estão disponíveis para abastecimento no turno;

(2) Cenário 2:

- Comboios: Apenas os 03 primeiros comboios estão disponíveis para utilização no turno;
- Equipamentos para abastecimento: Apenas os 12 primeiros estão disponíveis para abastecimento no turno;

(3) Cenário 3:

- Comboios: Todos os comboios estão disponíveis para utilização no turno;
- Equipamentos para abastecimento: Todos os equipamentos estão disponíveis para abastecimento no turno.

4.3 Resultados

Nesta subseção são apresentados os resultados para a formulação matemática. Na Tabela 4 são reportados o identificador do cenário, o número de comboios, o número de equipamentos para abastecimento, o valor da função objetivo (custo da maior rota, conforme Eq.(1) da formulação matemática) e o tempo de execução do resolvidor em cada cenário avaliado.

Tabela 4. Resultados encontrados pelo modelo matemático.

Cenário	#Comboios	#Equip.	FO	Tempo (s)
01	3	10	151.79*	1.305
02	3	12	160.94	7.200
03	5	31	243.36	7.200

A solução com o asterisco indica que o resolvidor conseguiu comprovar que a solução encontrada no Cenário 01 é ótima. Nos outros dois cenários a otimalidade das soluções não foi comprovada.

A seguir, são apresentadas as rotas encontradas para cada cenário nas tabelas 5, 6 e 7, respectivamente. A primeira coluna indica o comboio utilizado e a segunda coluna apresenta a rota do comboio, sendo 0 a garagem. Já a última coluna reporta o custo da rota, dado pelo somatório dos tempos de abastecimentos e dos tempos de viagem até retornar à garagem. Por exemplo, no Cenário 01, o Comboio 01 deve visitar para abastecimento os equipamentos 3, 6, 4 e 10, nesta ordem. Após isso, ele

Tabela 2. Características dos equipamentos para abastecimento.

Equipamentos para abastecimento	Tipo de Equipamento	Consumo de diesel (l/h)	Capacidade do tanque (l)	Combustível no início do turno (l)	Índice crítico (%)	Início janela de tempo (min)	Fim janela de tempo (min)
CR 7707	Carregadeira	206	3.975	1867	20	0	312,23
CR 7708	Carregadeira	207	3.975	2599	20	0	522,90
CR 8102	Carregadeira	157	4.940	1939	20	0	362,70
CR 8103	Carregadeira	245	4.940	2048	20	0	259,89
CR 8104	Carregadeira	228	4.940	2692	20	0	449,07
CR 8105	Carregadeira	220	4.940	2004	20	0	277,66
CR 8106	Carregadeira	221	4.940	3750	20	0	540,00
CR 8108	Carregadeira	199	4.940	1618	20	0	190,14
CR 8109	Carregadeira	210	4.940	3774	20	0	540,00
CR 8111	Carregadeira	199	4.940	3501	20	0	540,00
CR 8113	Carregadeira	221	4.940	2669	20	0	455,76
CR 8114	Carregadeira	215	4.940	3897	20	0	540,00
CR 8115	Carregadeira	223	4.940	1493	20	0	136,17
ES 0602	Escavadeira	84	3.400	2477	20	0	540,00
ES 0603	Escavadeira	100	3.400	2762	20	0	540,00
PF 0505	Perfuratriz	26	370	186	30	0	175,00
PF 0602	Perfuratriz	120	2.000	1689	30	0	540,00
PF 0704	Perfuratriz	96	1.270	1144	30	0	478,00
PF 0706	Perfuratriz	94	1.270	635	30	0	161,00
PF 0707	Perfuratriz	98	1.270	999	30	0	364,00
PF 0708	Perfuratriz	85	1.270	842	30	0	324,00
PF 0709	Perfuratriz	85	1.270	776	30	0	279,00
PF 0710	Perfuratriz	89	1.270	689	30	0	208,00
PF 0803	Perfuratriz	92	1.370	1125	30	0	466,00
PF 0804	Perfuratriz	106	1.370	1342	30	0	522,00
PF 6702	Perfuratriz	98	1.270	744	30	0	222,00
PF 7113	Perfuratriz	97	1.270	972	30	0	328,00
PF 7301	Perfuratriz	98	1.270	912	30	0	325,00
PF 7302	Perfuratriz	91	1.270	908	30	0	347,00
PF 7304	Perfuratriz	94	1.270	1167	30	0	502,00
PF 7305	Perfuratriz	96	1.270	980	30	0	374,00

retorna para a garagem. Esta rota tem o custo de 151,79 minutos.

Tabela 5. Rotas para o Cenário 01.

Comboio	Rota	Custo (min)
01	0-3-6-4-10-0	151,79
02	0-2-1-5-0	150,76
03	0-9-7-8-0	148,00

Tabela 6. Rotas para o Cenário 02.

Comboio	Rota	Custo (min)
01	0-2-1-5-0	150,90
02	0-11-9-7-8-0	154,25
03	0-12-10-4-6-3-0	160,94

Tabela 7. Rotas para o Cenário 03.

Comboio	Rota	Custo (min)
01	0-19-3-5-25-31-29-0	236,28
02	0-2-9-7-26-14-21-18-0	243,36
03	0-6-27-4-24-10-16-15-22-0	230,07
04	0-20-11-28-1-30-12-0	230,98
05	0-13-17-8-23-0	210,99

Pode-se verificar que em todos os cenários as rotas estão balanceadas pelos seus respectivos custos. A seguir, são reportadas nas tabelas 8, 9 e 10, respectivamente, as informações dos abastecimentos planejados em cada cenário.

Tabela 8. Informações dos abastecimentos a serem realizados no Cenário 1.

Equipamentos para abastecimento	Instante de abastecimento (min)	Quantidade de diesel a ser abastecido (l)	Tempo de abastecimento (min)
CR 7707	58,89	2310,19	9,24
CR 7708	28,00	1472,60	5,89
CR 8102	24,00	3063,93	12,26
CR 8103	77,72	3209,00	12,84
CR 8104	108,16	2658,41	10,63
CR 8105	49,26	3116,23	12,46
CR 8106	78,49	1479,47	5,92
CR 8108	98,41	3648,06	14,59
CR 8109	59,00	1372,50	5,49
CR 8111	111,56	1808,81	7,24

Tabela 9. Informações dos abastecimentos a serem realizados no Cenário 2.

Equipamentos para abastecimento	Instante de abastecimento (min)	Quantidade de diesel a ser abastecido (l)	Tempo de abastecimento (min)
CR 7707	58,89	2310,19	9,24
CR 7708	28,00	1472,60	5,89
CR 8102	123,63	3325,18	13,30
CR 8103	68,78	3172,52	12,69
CR 8104	117,16	2692,60	10,77
CR 8105	97,47	3292,65	13,17
CR 8106	91,07	1525,88	13,10
CR 8108	111,17	3690,37	14,76
CR 8109	71,41	1415,94	5,66
CR 8111	41,47	1576,48	6,32
CR 8113	43,68	2432,11	9,73
CR 8114	21,00	1118,32	4,47

Tabela 10. Informações dos abastecimentos a serem realizados no Cenário 3.

Equipamentos para abastecimento	Instante de abastecimento (min)	Quantidade de diesel a ser abastecido (l)	Tempo de abastecimento (min)
CR 7707	117,37	2510,98	10,04
CR 7708	28,00	1472,60	5,89
CR 8102	54,70	3144,43	12,58
CR 8103	73,73	3192,72	12,77
CR 8104	80,28	2552,62	10,21
CR 8105	29,00	3042,11	12,17
CR 8106	90,54	1523,93	6,10
CR 8108	145,98	3805,69	15,22
CR 8109	70,89	1414,11	5,66
CR 8111	118,10	1830,51	7,32
CR 8113	61,30	2497,11	9,99
CR 8114	202,90	1770,78	7,08
CR 8115	45,00	3613,88	14,46
ES 0602	143,56	1124,43	4,50
ES 0603	163,40	911,37	3,65
PF 0505	142,42	245,07	0,98
PF 0602	79,80	470,24	1,88
PF 0704	181,69	416,02	1,66
PF 0706	26,00	675,93	2,70
PF 0707	34,00	326,53	1,31
PF 0708	163,05	660,22	2,64
PF 0709	185,05	755,69	3,02
PF 0710	187,20	858,68	3,43
PF 0803	101,50	400,63	1,60
PF 0804	131,49	260,30	1,04
PF 6702	124,64	729,58	2,91
PF 7113	57,16	390,42	1,56
PF 7301	99,29	520,18	2,08
PF 7302	181,73	637,62	2,55
PF 7304	171,41	371,55	1,36
PF 7305	162,53	550,05	2,20

Observa-se nas tabelas que as restrições de janela de tempo e cálculo da quantidade de combustível para abastecimento foram respeitadas. Por exemplo, o equipamento CR 7707 foi abastecido no instante 58,89 minutos com 2310,19 litros de diesel nos cenários 01 e 02. Já no cenário 03, este equipamento foi abastecido mais tarde, no instante 117,37 minutos, e necessitou de 2510,98 litros de diesel para completar o seu tanque.

A partir dos resultados obtidos, concluí-se que para instâncias do porte dos cenários avaliados, a formulação matemática proposta pode ser utilizada para apoiar à tomada de decisão.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi tratado o problema de roteamento de comboios (ou caminhões tanque) de combustível para abastecimento de equipamentos de mineração em atividades de campo. Neste problema objetiva-se minimizar o custo da maior rota, gerando assim, rotas balanceadas para os comboios. Este problema ainda não foi tratado na literatura.

Para resolvê-lo, foi proposta uma formulação de programação linear inteira mista. Esta formulação foi baseada em outras clássicas de roteamento de veículos com janela de tempo. No entanto, foram desenvolvidas novas restrições para resolver questões específicas do problema em estudo, como as restrições que tratam do cálculo dinâmico da quantidade de combustível necessário para abastecer cada equipamento em campo e as que tratam do cálculo do tempo de abastecimento.

Para validar a formulação foram realizados experimentos computacionais utilizando cenários baseados em dados reais do Complexo Carajás, da Vale S.A. Em todos os cenários a formulação encontraram soluções com um bom balanceamento de rotas para os comboios, sendo que uma solução teve a otimalidade comprovada.

Como trabalhos futuros, pretende-se desenvolver uma interface gráfica para entrada e saída dos dados, além da comunicação com o sistema de GPS dos comboios, para que os motoristas possam visualizar os próximos pontos de abastecimento, em tempo real. Sugere-se também desenvolver métodos heurísticos para tratar instâncias de grande porte em baixo tempo computacional.

REFERÊNCIAS

- Alinaghian, M., Tirkolaee, E.B., Dezaki, Z.K., Hejazi, S.R., and Ding, W. (2021). An augmented tabu search algorithm for the green inventory-routing problem with time windows. *Swarm and Evolutionary Computation*, 60, 100802.
- Chen, C., Demir, E., and Huang, Y. (2021). An adaptive large neighborhood search heuristic for the vehicle routing problem with time windows and delivery robots. *European Journal of Operational Research*, 294(3), 1164–1180.
- Glover, F. (1986). Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers Operations Research*, 13(5), 533–549. Applications of Integer Programming.
- Goldberg, D. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA.
- Hansen, P., Mladenović, N., and Moreno Perez, J.A. (2010). Variable neighbourhood search: methods and applications. *Annals of Operations Research*, 175(1), 367–407.
- Keskin, M., Çatay, B., and Laporte, G. (2021). A simulation-based heuristic for the electric vehicle routing problem with time windows and stochastic waiting times at recharging stations. *Computers Operations Research*, 125, 105060.
- Mernik, M., Liu, S.h., Karaboga, D., and repinšek, M. (2015). On clarifying misconceptions when comparing variants of the artificial bee colony algorithm by offering a new implementation. *Information Sciences*, 291, 115–127.
- Pan, B., Zhang, Z., and Lim, A. (2021a). A hybrid algorithm for time-dependent vehicle routing problem with time windows. *Computers Operations Research*, 128, 105193.
- Pan, B., Zhang, Z., and Lim, A. (2021b). Multi-trip time-dependent vehicle routing problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, 291(1), 218–231.
- Shaw, P. (1998). Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems. In *International conference on principles and practice of constraint programming*, 417–431. Springer.
- Souza, R.P., Coutinho, N.S., and Cota, L.P. (2022). Matriz dos tempos de viagens entre a garagem e os equipamentos. Available in <https://github.com/lucianopcota/vrp-of-fuel-trucks>. Accessed on May 1, 2022.

- Storn, R. and Price, K. (1997). Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11, 341–359.
- Toth, P. and Vigo, D. (2014). *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. SIAM.
- Utama, D.M., Fitria, T.A., and Garside, A.K. (2021). Artificial bee colony algorithm for solving green vehicle routing problems with time windows. *Journal of Physics: Conference Series*, 1933(1), 012043.
- Vale (2022). Vale no Pará. Available at url = <http://www.vale.com/hotsite/PT/Paginas/vale-conhecer/Vale-visitadas/para/Home.aspx>, accessed on January 24, 2022.
- Wu, W., Zhou, W., Lin, Y., Xie, Y., and Jin, W. (2021). A hybrid metaheuristic algorithm for location inventory routing problem with time windows and fuel consumption. *Expert Systems with Applications*, 166, 114034.
- Zulvia, F.E., Kuo, R., and Nugroho, D.Y. (2020). A many-objective gradient evolution algorithm for solving a green vehicle routing problem with time windows and time dependency for perishable products. *Journal of Cleaner Production*, 242, 118428.