

Uma nova abordagem de identificação por subespaços com imposição de modelos passivos

Lucas F. M. Rodrigues* Wagner F. S. Souza*
Gustavo H. C. Oliveira*

* *Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba/PR, (e-mail: fariaslucasrodrigues@gmail.com, gustavo@eletrica.ufpr.br).*

Abstract: The parameter estimation of systems that operate interconnected requires not only accuracy but also the preservation of properties intrinsic to the physical system, as passivity, in such a way that models that do not guarantee that property may incur unstable behavior in time-domain simulations. The main objective of this paper is the application of a 4SID algorithm to estimate passive state-space models, from frequency response data. To attain that purpose, passivity enforcement equations based on LMIs are formulated as constraints of the optimization problem to reach a globally optimal and passive solution. A weighting methodology, in the frequency domain, is also formulated as an LMI, and it is incorporated into the algorithm in order to improve the approximation between the response of the estimated model and the data. A case study using experimental data measured from a power transformer is presented to show and validate the proposed approach. The results reveal that the proposed algorithm solves passivity enforcement problems in a single step without interactions and is capable to estimate passive models with 4SID algorithms.

Resumo: A estimação de parâmetro de sistemas que operam interconectados requer não apenas acurácia, mas também a preservação de propriedades intrínsecas ao sistema físico, como a passividade, de tal forma que modelos que não garantem a propriedade podem incorrer em comportamento instável em simulações no domínio do tempo. Este trabalho tem como objetivo principal a aplicação de um algoritmo 4SID para estimar modelos passivos em espaço de estados, a partir de dados de resposta em frequência. Para isso, formulam-se equações de reforço de passividade como restrição do problema de otimização por meio de LMIs para alcançar uma solução globalmente ótima e passiva. Uma metodologia de ponderação, também formulada como LMI, é incorporada ao código de modo a melhorar a aproximação entre a resposta do modelo e os dados no domínio da frequência. Um estudo de caso utilizando dados experimentais medidos de um transformador de potência é apresentado para mostrar e validar a abordagem proposta. Os resultados revelam que o algoritmo proposto resolve problemas de imposição de passividade em uma única etapa sem interações e é capaz de estimar com sucesso modelos passivos através de algoritmos 4SID.

Keywords: system identification; subspace techniques; passivity property, weighting methodology; power transformer.

Palavras-chaves: identificação de sistemas; técnicas baseadas em subespaços; propriedade da passividade; metodologia de ponderação; transformador de potência.

1. INTRODUÇÃO

Os métodos baseados em subespaços para identificação de sistemas surgiram na década de 90, onde foi proposto uma alternativa para a abordagem clássica de estimação de modelos dinâmicos a partir de dados experimentais exógenos ao sistema. A técnica baseia-se em princípios de álgebra linear, ferramentas geométricas e teoria de sistemas lineares, fazendo uso das conhecidas decomposições QR e SVD. O método emprega uma projeção ortogonal das amostras de dados para revelar informações intrínsecas do sistema, que posteriormente são utilizadas para estimar os parâmetros de um modelo em espaço de estados.

Em comparação com os métodos de predição de erro (PEM, do inglês *Predictor Error Methods*), as técnicas baseadas em subespaço (4SID, do inglês *Subspace-based State-Space System Identification*) evitam problemas de convergência por não apresentarem iterações para estimar o modelo, ou seja, ao invés de obter uma sequência de estimativas até que determinado critério de convergência seja atingido, os algoritmos 4SID estimam em uma única etapa uma realização mínima em espaço de estados (Katayama, 2005). Além disso, outras vantagens como a não necessidade de uma parametrização inicial para a estrutura do modelo e a facilidade em estender o método de SISO para MIMO deram destaque à técnica nos últimos anos. Apesar dos pontos fortes, algumas desvantagens foram

reconhecidas. Em geral, as estimativas de 4SIDs não são tão precisas quanto as de PEM e, sob condições de malha fechada, alguns algoritmos 4SID tradicionais podem apresentar polarização, exigindo métodos adicionais para lidar com este problema (Chiuso and Picci, 2004b,a).

O método 4SID foi apresentado originalmente por Van Overschee and De Moor (1991), onde é descrito um novo algoritmo para identificação de sistemas que emprega modelos estocásticos a partir de dados no domínio do tempo. Mais tarde, van Overschee and de Moor (1996) descreveram algoritmos mais robustos em seu livro, obtendo diferentes abordagens para identificação de sistemas, ainda no domínio do tempo. Desde então, ampliou-se o escopo de emprego da técnica, observando registros na literatura para a estimação de modelos lineares (Döhler and Mevel, 2012; Houtzager et al., 2009) e modelos não lineares (Noël and Kerschen, 2013); modelos estocásticos, modelos determinísticos ou ainda um algoritmo combinado (Van Overschee and De Moor, 1991; Katayama, 2005), dentre outras classificações.

Métodos 4SID baseados em dados no domínio do tempo são amplamente utilizados na literatura. No entanto, poucos trabalhos abordam a versão no domínio da frequência, especialmente para estudo de sistemas com comportamento ressonante. Aqui, devem ser mencionados os trabalhos de McKelvey et al. (1996) e van Oversehee and Moor (1996). Ambos trabalhos são especialmente importantes pois apresentam algoritmos 4SID no domínio da frequência (FD-4SID, do inglês *Frequency-Domain 4SID*) que empregam dados não equidistantemente espaçados. Embora dados distribuídos equidistantemente sejam amplamente aplicados na identificação de sistemas no domínio do tempo, é menos comum em aplicações práticas para dados no domínio da frequência de banda larga. O uso de dados distribuídos não equidistantemente é uma ferramenta comum para superar os problemas relacionados a grandes conjuntos de amostras. Em Rodrigues et al. (2019), os autores discutem as diferenças entre os algoritmos de McKelvey et al. (1996) e van Oversehee and Moor (1996) e avaliam o desempenho dos algoritmos para aplicações de sistemas ressonantes.

O aprimoramento dos métodos baseado em subespaços foi notório com o passar dos anos. De fato, existe uma ampla gama de algoritmos que são capazes de estimar modelos para sistemas altamente complexos. Pode-se citar como exemplo a adequação de uma metodologia de ponderação para algoritmos 4SID, quando se tem especial interesse em obter modelos de sistemas ressonantes a partir de dados de resposta em frequência (Rodrigues and Oliveira, 2020). A ferramenta da ponderação é útil em casos de dados coletados a partir de experimentos práticos e é capaz de melhorar a aproximação entre a resposta do modelo estimado e os dados de medição.

No caso particular da modelagem de equipamentos que operam interconectados, uma preocupação adicional é garantir que os respectivos modelos sejam passivos. Em síntese, equipamentos passivos não são capazes de gerar energia por si só, independentemente das condições de entrada/saída. A passividade como uma propriedade do sistema tem sido amplamente explorada na literatura e sua importância reside no fato de que simulações no do-

mínio do tempo com modelos que apresentam violações de passividade podem ser instáveis (Talocia and Gustavsen, 2016). Além disso, qualquer modelo deve refletir as propriedades do sistema que representa para satisfazer critérios de consistência. Portanto, a passividade, a estabilidade e a causalidade são propriedades fundamentais que os modelos de equipamentos passivos devem apresentar.

A imposição de passividade geralmente vem como pós-processamento do modelo. Esse procedimento garante que o comportamento do modelo seja passivo sob qualquer circunstância. Isso pode ser realizado, por exemplo, através de métodos de otimização convexa que assumem conhecimento prévio da matriz A do sistema enquanto as matrizes restantes do sistema são parâmetros livres, sob restrições convexas. O problema da estimação de sistemas passivos tem sido abordado na literatura (Gustavsen, 2008; Ihlenfeld et al., 2016) e muitos algoritmos têm sido propostos, como o Vector Fitting (VF) no domínio da frequência (Gustavsen and Heitz, 2008). Um método de obter a passividade é derivando diretamente um modelo passivo de um não passivo, previamente obtido por meio de um algoritmo de identificação do sistema. Pode-se ainda optar por conceber diretamente um modelo passivo em uma única etapa, a partir de um determinado conjunto de dados, como é proposto neste trabalho.

Em relação aos algoritmos 4SID, por décadas, a passividade foi tratada como pós-processamento ou abordagem em duas etapas. Isto é, o reforço foi aplicado após a obtenção de um modelo estimado (por qualquer algoritmo 4SID), como em Neumayer et al. (2003); Stelzer et al. (2003). Recentemente, restrições de passividade foram incorporadas na formulação dos algoritmos FD-4SID, como um procedimento embutido, permitindo o cálculo de modelos passivos em uma única etapa (Rodrigues et al., 2021). Isso é feito empregando o lema Positivo-Real (PRL, do inglês *Positive Real Lemma*), também conhecido como Kalman Yakubovich Popov – KYP – lema, levando a uma solução passiva ótima. O trabalho demonstrou, em resultados preliminares, ser possível estimar em uma única etapa um modelo passivo através de algoritmos FD-4SID, e também que a solução é ótima. A proposta foi formulada e validade para sistemas caracterizados por parâmetros de espalhamento.

O objetivo deste trabalho é apresentar a inclusão do reforço de passividade em algoritmos baseados em subespaços para sistemas caracterizados por parâmetros de admitância. O algoritmo proposto emprega o reforço da passividade pelo PRL formulando o problema como uma otimização convexa e com garantia de otimalidade. Além disso, é empregada a metodologia de ponderação no algoritmo, o que melhora consideravelmente a aproximação do modelo estimado aos dados experimentais.

Esse trabalho está organizado da seguinte forma: na Seção 2 é formulado o problema para o qual será proposto uma solução. A Seção 3 apresenta conceitos sobre reforço de passividade e a metodologia de identificação de sistemas passivos baseada em subespaços. Na Seção 4, é discutido resultados para um estudo de caso elaborado com dados medidos experimentais e o algoritmo é validado. Por fim, a Seção 5 apresenta as conclusões.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considere a transformada de Laplace de uma representação no espaço de estados de um sistema linear invariante no tempo e de tempo contínuo descrito pelo seguinte conjunto de equações.

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{b}u(t), \quad (1a)$$

$$y(t) = \mathbf{c}x(t) + du(t), \quad (1b)$$

com $x(t) \in \mathbb{R}^n$, o vetor de entrada $u(s) \in \mathbb{R}^m$, o vetor de saída $y(s) \in \mathbb{R}^p$ e as matrizes do sistema $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $d \in \mathbb{R}^{p \times m}$.

As amostras de resposta em frequência podem ser escritas como:

$$\mathbf{Y}(s) = d + \mathbf{c}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{b}. \quad (2)$$

Quando $s = jw_k$, tem-se $Y(jw_k)$ as amostras de resposta em frequência do sistema, onde w_k para $k = 1, 2, \dots, N$ é um vetor que contém as frequências com espaçamento não equidistante entre cada amostra. Dessa forma, denota-se o conjunto de amostras como $\mathcal{Y} = [Y(jw_1), Y(jw_2), \dots, Y(jw_N)]$. As tradicionais representações de *admitância/impedância* são caracterizadas em termos de tensões/correntes e são especialmente úteis ao descrever sistemas que operam de modo interconectado ao outros sistemas.

Este artigo pretende discutir e aplicar um algoritmo baseado em subespaço para estimar o quádruplo $(\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, d)$ de uma representação do espaço de estados com base nas amostras de medição \mathcal{Y} , caracterizadas por parâmetros de admitância.

3. MACRO-MODELAGEM PASSIVA

A macro-modelagem envolve a interconexão de vários modelos de sistemas que não podem conter nenhuma violação de passividade para garantir simulações estáveis no domínio do tempo e comportamento qualitativo consistente. Portanto, a imposição da passividade do modelo é necessária.

O objetivo desta seção é demonstrar que as restrições de passividade podem ser introduzidas na formulação do algoritmo FD-4SID para garantir uma solução passiva ótima. Para isso, alguns conceitos sobre passividade são apresentados na Subseção 3.1. Em seguida, será demonstrado como incorporar as equações que reforçam a passividade do modelo nas etapas do algoritmo de identificação na Subseção 3.2.

3.1 Reforço de Passividade

O reforço de passividade é um procedimento cujo objetivo é verificar se os critérios de passividade são cumpridos através da aplicação de uma correção ou perturbação em uma realização existente $(\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, d)$. Métodos de pós-processamento geralmente são desenvolvidos em um estágio após a identificação do modelo e pretendem garantir que o modelo estimado é passivo. Para isso, as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{b} são mantidas fixas enquanto novos \mathbf{c} e d são calculados para alcançar uma realização passiva.

Intuitivamente, modelos passivos são aqueles que não geram energia (Talocia and Gustavsen, 2016). Essa decla-

ração se traduz em condições matemáticas que dependem da descrição (admitância, espalhamento...) e da estrutura do modelo (espaço de estados, função de transferência...) que está sendo usado. O foco deste trabalho são sistemas descritos em termos de uma matriz de admitância e parametrizados como um modelo em espaço de estados linear e invariante no tempo.

Assumindo um modelo representado por (2), $\mathbf{Y}(s)$ designa a matriz de transferência conforme as representações de admitância. Tal sistema é passivo desde que as seguintes condições (equivalentes) sejam satisfeitas.

i) $\mathbf{Y}(s)$ é positivo real

$$\mathbf{Y}(j\omega) \succeq 0. \quad (3)$$

iii) O PRL

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} & \mathbf{P} \mathbf{b} - \mathbf{c}^T \\ \mathbf{b}^T \mathbf{P} - \mathbf{c} & -d^T - d \end{bmatrix} \succeq 0, \quad (4)$$

onde $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$ e $\mathbf{P} \succeq 0$ é a variável auxiliar de Lyapunov.

Essas condições podem ser usadas para verificar se um sistema modelado como a Equação (2) é passivo ou não. Isto tanto pode ser feito avaliando a factibilidade do problema baseado nas condições em (4) ou avaliando propriedades do espectro associado a $\mathbf{Y}(s)$ diretamente nas frequências individuais jw_k dada por (3).

3.2 Algoritmo 4SID com reforço de passividade

Tradicionalmente na literatura, a imposição de passividade vem sendo feita empregando as restrições PRL em um algoritmo VF (e suas modificações), como reportado em Semlyen and Gustavsen (2009); Ihlenfeld et al. (2016); Oliveira et al. (2016). Tais formulações mantêm as matrizes do sistema \mathbf{A} e \mathbf{b} fixas enquanto perturbam \mathbf{c} e d para atingir uma realização passiva. Isso compreende um processo de duas etapas para calcular o quádruplo, o que evita problemas não lineares.

Em algoritmos 4SID, as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{c} são primeiramente calculadas para que então \mathbf{b} e d sejam estimados. Isso requer uma transformação de similaridade para adaptar a PRL-LMI existente a ser usada no contexto dos algoritmos por subespaços. Transformações de similaridade permitem substituir \mathbf{c}^T por \mathbf{b} de tal forma que se $(\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, d)$ é uma realização para um determinado sistema, então $(\mathbf{A}^T, \mathbf{c}^T, \mathbf{b}^T, d)$ também é (Chen, 1999).

Em resumo, reformulamos o problema de otimização para o algoritmo de subespaço (mais especificamente na Etapa 5) para que sejam incluídas as restrições LMI para impor passividade à realização estimada em espaço de estados.

Etapa 1. Matrizes de dados

O algoritmo é inicializado com uma estimativa para a ordem do modelo dinâmico (q), ainda que essa estimativa inicial possa ser alterada em etapas posteriores. As recursões Forsythe são usados para obter matrizes de entrada \mathbf{I}_F , e de saída \mathbf{H}_F , bem condicionadas. Para tal, considere as variáveis:

$$\mathbf{D}_w = \text{diag}([jw_1, jw_2, \dots, jw_N]), \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_0 = [Y(jw_1), Y(jw_2), \dots, Y(jw_N)], \quad (6)$$

$$z_0 := \mathbf{R}_0 \mathbf{R}_0^*, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 &:= \mathbf{R}_0 \mathbf{D}_w, & (8) \\ z_1 &:= \mathbf{R}_1 \mathbf{R}_1^*. & (9) \end{aligned}$$

Em seguida, calcula-se as seguintes equações

$$\mathbf{R}_k := \mathbf{R}_{k-1} \mathbf{D}_w + \frac{z_{k-1}}{z_{k-2}} \mathbf{R}_{k-2} \quad (10)$$

$$z_k := \mathbf{R}_k \mathbf{R}_k^* \quad (11)$$

onde $\mathbf{R}_k \in \mathbf{C}^{q \times N}$ e $z_k \in \mathbf{C}^q$. Então, define-se

$$\mathbf{H}_F^c = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 \\ z_0^{1/2} \\ \mathbf{R}_1 \\ z_1^{1/2} \\ \dots \\ \mathbf{R}_{q-1} \\ z_{q-1}^{1/2} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

tal que o sobrescrito c representa uma variável complexa.

De forma correspondente, $\mathbf{H}_F = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{H}_F^c) \\ \Im(\mathbf{H}_F^c) \end{bmatrix}$, com $\Re(\cdot)$ and $\Im(\cdot)$ representando as partes reais e imaginárias de (\cdot) . As mesmas etapas são realizadas para computar uma matriz base de entrada bem condicionada. Considere $\mathbf{R}_0 = [1, 1, \dots, 1]$, similarmente é definido $\mathbf{I}_F = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{I}_F^c) \\ \Im(\mathbf{I}_F^c) \end{bmatrix}$.

Etapa 2. Projeção Ortogonal

Computados \mathbf{H}_F e \mathbf{I}_F , uma projeção ortogonal é aplicada aos dados

$$\mathbf{H}_F / \mathbf{I}_F^\perp = \mathbf{H}_F - \mathbf{H}_F \mathbf{I}_F^T \mathbf{I}_F, \quad (13)$$

tal que $\mathbf{I}_F \mathbf{I}_F^T = \mathbf{I}_q$, onde \mathbf{I}_q é uma matriz identidade de ordem q .

Etapa 3. Decomposição em Valores Singulares

A partir do número de valores singulares dominantes, pode-se estimar a ordem do sistema (n). É comum aos métodos 4SID, adotar-se a ordem do sistema como o posto da matriz Σ

$$\mathbf{H}_F / \mathbf{I}_F^\perp = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^T, \quad (14)$$

de forma que $\mathbf{U} = [\mathbf{U}_1 \ \mathbf{U}_2]$, $\mathbf{V}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^T \\ \mathbf{V}_2^T \end{bmatrix}$ e sendo Σ

aproximado para $\begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, com $\Sigma_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

Isso significa truncar a matriz Σ para evitar valores singulares desprezíveis. Observe que Σ_1 é uma partição quadrada derivada de Σ , cujo tamanho corresponde ao número de colunas linearmente independentes de Σ .

Etapa 4. Cálculo das matrizes do sistema \mathbf{A} e \mathbf{c}

A realização em espaço de estados (1) começa a ser estimada a partir dessa etapa, iniciando pelas matrizes \mathbf{A} e \mathbf{c} .

$$\mathbf{A} = [\gamma]^\dagger \bar{\gamma}, \quad (15)$$

e

$$\mathbf{c} = \gamma_1, \quad (16)$$

tal que $\gamma \in \mathbb{R}^{q \times n}$

$$\gamma = \mathbf{U}_1 \Sigma_1^{1/2}. \quad (17)$$

Note que $\bar{\gamma}$ (γ) denota γ com a primeira (última) linha removida. Além disso, γ_1 é o vetor definido como a pri-

meira linha de γ . Com o objetivo de evitar problemas relacionados ao condicionamento numérico das matrizes, isto é, evitar cálculos com matrizes mal condicionadas, utiliza-se a decomposição QR para fatorar $\bar{\gamma}$, solução amplamente empregada na literatura específica (Bjorck, 1996; Döhler and Mevel, 2012). Consequentemente, o algoritmo computa \mathbf{A} a partir de uma matriz bem condicionada de ordem reduzida.

Etapa 5. Cálculo das matrizes do sistema \mathbf{b} e d

Essa etapa tem dois objetivos: empregar a metodologia de ponderação (Rodrigues and Oliveira, 2020); e estimar as matrizes \mathbf{b} e d do sistema de forma a garantir a passividade do modelo (Rodrigues et al., 2021).

Inicialmente, define-se uma estratégia de ponderação

$$W(jw_k) = \begin{cases} \left(\frac{1}{|Y(jw_k)|} \right) & \text{linear} \\ \left(\frac{1}{|Y(jw_k)|^2} \right) & \text{quadrática} \\ \left(\frac{1}{\sqrt{|Y(jw_k)|}} \right) & \text{raiz quadrada} \end{cases} \quad (18)$$

de forma que $\mathbf{W} = \text{diag}(W(jw_k))$. Considere também

$$\mathbf{F}^c = \begin{pmatrix} Y(jw_1) \\ Y(jw_2) \\ \vdots \\ Y(jw_N) \end{pmatrix}, \quad (19)$$

$$\mathbf{M}^c = \begin{pmatrix} (\mathbf{c}(jw_1 \mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{1}) \\ (\mathbf{c}(jw_2 \mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{1}) \\ \vdots \\ (\mathbf{c}(jw_N \mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{1}) \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Correspondentemente, $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{F}^c) \\ \Im(\mathbf{F}^c) \end{bmatrix}$ e $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{M}^c) \\ \Im(\mathbf{M}^c) \end{bmatrix}$. Em seguida, fatora-se $\mathbf{M} \mathbf{W} = \mathbf{Q} \mathbf{R}$, sendo $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1 \ \mathbf{Q}_2]$, $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ 0 \end{bmatrix}$. O problema de otimização é definido empregando um limitante superior:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{b}, d, \mu} \quad & \mu \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{E}^T \mathbf{E} \prec \mu \\ & \mu \succeq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

tal que, $\mathbf{E} = \left(\mathbf{R}_1 \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ d \end{bmatrix} - \mathbf{Q}_1^T \mathbf{F} \right)$.

A otimização convexa epígrafe pode ser reescrita como uma Programação Semi-Definida (SDP, do inglês *Semi-Definite Programming*), conforme demonstrado por Coelho et al. (2004), através do complemento de Schur necessitando de requisitos de computação aprimorados (21). Para garantir que o algoritmo compute modelos passivos, a LMI definida em (4) é incorporada no problema de otimização. Reescrevendo de tal forma a garantir um problema linear, com garantia de passividade, obtém-se

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{b}, d, \mu, \mathbf{P}} \quad \mu \\
 & \text{subject to} \quad \begin{bmatrix} \mu & \mathbf{E}^T \\ \mathbf{E} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \succeq 0 \\
 & \quad \quad \quad \mu \succeq 0 \\
 & \quad \quad \quad \mathbf{P} \succ 0 \\
 & \quad \quad \quad \begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T & \mathbf{P}\mathbf{c}^T & \mathbf{b} \\ \mathbf{c}\mathbf{P} & -1 & -d \\ \mathbf{b}^T & d^T & -1 \end{bmatrix} \preceq 0
 \end{aligned} \quad (22)$$

tal que \mathbf{A} and \mathbf{c} são dados do problema, provenientes da etapa anterior. Este problema (Eq. (22)) é resolvido para encontrar o par $[\mathbf{b}, d]^T$ com o solver CVX.

O caso em que a LMI do reforço de passividade em (22) é retirada do problema de otimização, implica em uma estimativa de um modelo sem garantia de passividade. Ainda em casos como este, espera-se uma melhor aproximação do modelo aos dados quando comparado a um algoritmo 4SID padrão, devido à metodologia de ponderação.

4. MODELAGEM DE UM TRANSFORMADOR DE POTÊNCIA

Transformadores de potência são sistemas complexos com comportamento dinâmico cuja resposta em frequência pode ser representada por diferentes indutâncias e capacitâncias, devido ao enrolamento estar acoplado por efeitos indutivos e capacitivos inerentes aos demais enrolamentos, ao núcleo e ao tanque (Picher et al., 2017). Estes efeitos são observados ao longo do espectro e para simplificar a análise, é comum dividir a resposta em frequência em faixas de frequência.

Neste estudo de caso, são utilizados dados reais de medição de um transformador de potência em operação na usina hidrelétrica de Itaipu, em Foz do Iguaçu/PR. A resposta em frequência do sistema é ilustrada na Figura 1, na qual o eixo de frequência é definido de 125 rad/s a 265k rad/s.

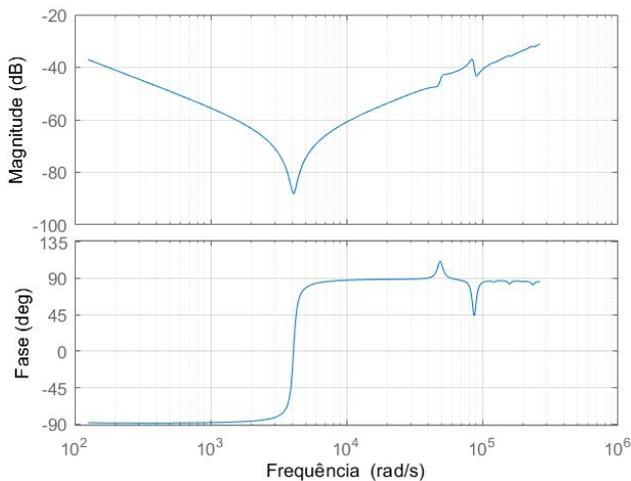


Figura 1. Resposta em frequência do transformador.

Esse estudo de caso pretende obter um modelo passivo do transformador com base nos dados de medição utilizando o algoritmo 4SID proposto na Seção 3. Duas métricas de

erro são aplicadas para avaliar a precisão do modelo: o erro médio quadrático (RMSE, do inglês *Root Mean Square Error*) e o Erro Quadrado Relativo (RSE, do inglês *Relative Squared Error*).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\hat{Y}(jw_k) - Y(jw_k))^2} \quad (23)$$

$$RSE = \sum_{k=1}^N \left(\frac{\hat{Y}(jw_k) - Y(jw_k)}{|Y(jw_k)|} \right)^2 \quad (24)$$

Guiado por uma avaliação acerca da ordem e da melhor estratégia de ponderação entre as definidas (linear, quadrática e raiz quadrada), definiu-se que a combinação que retorna a medida do menor erro (RMSE e RSE) é um modelo de 14^a ordem com ponderação linear.

Avaliam-se dois modelos: a) Modelo 1: estimado sem a restrição referente à passividade na Equação (22) e, b) Modelo 2: estimado considerando a garantia de passividade. As respostas dos modelos são ilustradas nas Figuras 2 e 3, respectivamente. Exibe-se apenas as curvas de magnitude, na medida em que elas contêm a maioria das informações visuais relevantes para demonstrar a aproximação obtida.

O Modelo 1 não atendeu ao critério de passividade em (3) e as medidas de erro são $RMSE = 1,39 \times 10^{-4}$ e $RSE = 0,1115$. Isso torna evidente que medições oriundas de um sistema passivo não necessariamente geram um modelo passivo simplesmente estimando parâmetros para ajustar a resposta à curva. O Modelo 2 é passivo e as medidas de erro são $RMSE = 1,10 \times 10^{-3}$ e $RSE = 2,0250$. Conforme esperado, o modelo passivo apresenta um erro maior quando comparado ao modelo não passivo devido à compensação de parâmetros para restaurar as propriedades do sistema.

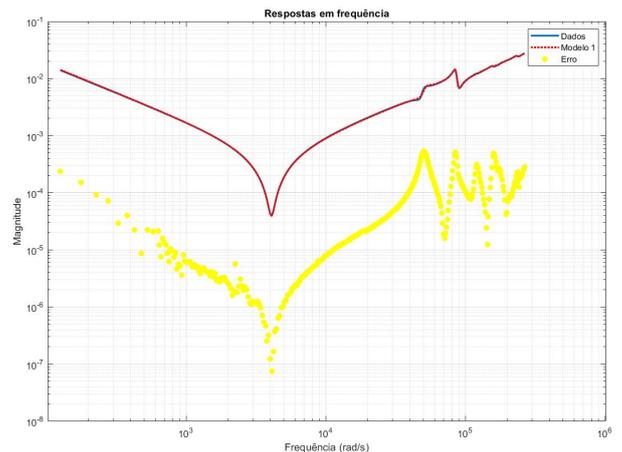


Figura 2. Resposta em frequência do modelo não passivo.

5. CONCLUSÃO

Esse artigo apresentou uma contribuição para a literatura de identificação de sistemas por técnicas baseadas em subespaços. Demonstrou-se como incluir restrições de passividade aos algoritmos 4SID de forma a obter soluções

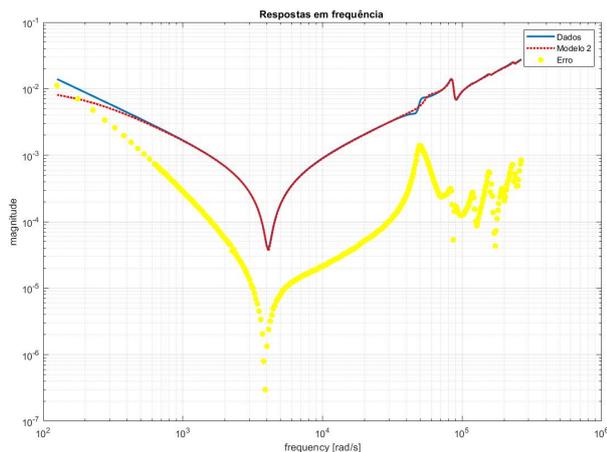


Figura 3. Resposta em frequência do modelo passivo.

ótimas em uma única etapa não iterativa. A proposta foi validada usando dados experimentais de um transformador de potência que opera na usina hidroelétrica de Itaipu e mostrou-se ser possível obter realizações passivas empregando o algoritmo proposto. Adicionalmente, a incorporação de matrizes de ponderação ao procedimento diminuiu o erro de aproximação entre o modelo e os dados. A sugestão para trabalhos futuros reside na comparação dos resultados discutidos neste artigo com outros algoritmos de macro-modelagem passiva baseados em subespaço e na formulação da extensão MIMO para a metodologia.

AGRADECIMENTOS

Esse trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)–Brasil.

REFERÊNCIAS

- Bjorck, A. (1996). *Numerical methods for least squares problems*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Chen, C.T. (1999). *Linear system theory and design*. New York: Oxford University Press.
- Chiuso, A. and Picci, G. (2004a). Numerical conditioning and asymptotic variance of subspace estimates. *Automatica*, 40(4), 677–683.
- Chiuso, A. and Picci, G. (2004b). On the ill-conditioning of subspace identification with inputs. *Automatica*, 40(4), 575–589.
- Coelho, C., Phillips, J., and Silveira, L. (2004). A convex programming approach for generating guaranteed passive approximations to tabulated frequency-data. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 23(2), 293–301.
- Döhler, M. and Mevel, L. (2012). Fast multi-order computation of system matrices in subspace-based system identification. *Control Engineering Practice*, 20(9), 882–894.
- Gustavsen, B. (2008). Passivity enforcement of rational models via modal perturbation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23(2), 768–775.
- Gustavsen, B. and Heitz, C. (2008). Modal vector fitting: A tool for generating rational models of high accuracy

- with arbitrary terminal conditions. *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, 31(4), 664–672.
- Houtzager, I., van Wingerden, J., and Verhaegen, M. (2009). Fast-array recursive closed-loop subspace model identification. *IFAC Proceedings Volumes*, 42(10), 96–101. 15th IFAC Symposium on System Identification.
- Ihlenfeld, L.P.R.K., Oliveira, G.H.C., and Sans, M.R. (2016). A data passivity-enforcement preprocessing approach to multiport system modeling. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 31(3), 1351–1359.
- Katayama, T. (2005). *Subspace Methods for System Identification*. Springer.
- McKelvey, T., Akcay, H., and Ljung, L. (1996). Subspace-based multivariable system identification from frequency response data. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(7), 960–979.
- Neumayer, R., Stelzer, A., and Weigel, R. (2003). Equivalent circuit modeling using frequency-domain subspace system identification. In *2003 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, 2003. EMC '03.*, volume 2, 1066–1069.
- Noël, J. and Kerschen, G. (2013). Frequency-domain subspace identification for nonlinear mechanical systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 40(2), 701–717.
- Oliveira, G.H.C., Rodier, C., and Ihlenfeld, L.P.R.K. (2016). Lmi-based method for estimating passive black-box models in power systems transient analysis. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 31(1), 3–10.
- Picher, P., Tenbohlen, S., Lachman, M., Scardazzi, A., and Patel, P. (2017). Current state of transformer fra interpretation: On behalf of cigre wg a2.53. *Procedia Engineering*, 202, 3–12.
- Rodrigues, L.F.M., Oliveira, G.H.C., and Santo, D. (2019). On the use of subspace-based system identification for estimating resonant systems. *SBAI- Simpósio Brasileiro de Automática Inteligente*.
- Rodrigues, L.F.M., Ihlenfeld, L.P., and da Costa Oliveira, G.H. (2021). A novel subspace identification approach with passivity enforcement. *Automatica*, 132, 109798.
- Rodrigues, L.F.M. and Oliveira, G.H. (2020). Metodologia de ponderação em algoritmos baseados em subespaços para modelos de tempo contínuo com comportamento ressonante. *XXIII CBA- Congresso Brasileiro de Automática*.
- Semlyen, A. and Gustavsen, B. (2009). A half-size singularity test matrix for fast and reliable passivity assessment of rational models. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 24(1), 345–351.
- Stelzer, A., Neumayer, R., and Weigel, R. (2003). Subspace based identification of broadband electrical models from frequency response data. *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, 57, 147–153.
- Talocia, S.G. and Gustavsen, B. (2016). *Passive Macromodeling- Theory and Applications*. Wiley.
- Van Overschee, P. and De Moor, B. (1991). Subspace algorithms for the stochastic identification problem. In *[1991] Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*, 1321–1326 vol.2.
- van Overschee, P. and de Moor, B. (1996). *Subspace Identification for Linear Systems Theory - Implementation - Application*. Springer.

van Oversee, P. and Moor, B.D. (1996). Continuous-time frequency domain subspace system identification. *IFAC Proceedings Volumes*, 29(1), 4086–4091. 13th World Congress of IFAC, 1996, San Francisco USA, 30 June - 5 July.