

Formulação do Problema de Fluxo de Potência Ótimo Através de um Modelo Implicitamente Acoplado

Lucas C. Yamaguti*, Juan M. Home-Ortiz*, José R. S. Mantovani*

*Departamento de Engenharia Elétrica
UNESP, Ilha Solteira Brasil

lucas.yamaguti@unesp.br, juan.home@unesp.br, mant@dee.feis.unesp.br

Abstract: In this work, the optimal power flow problem is formulated based on the implicitly coupled method (CRIC - *Calcul de Reseaux Implicitement Couples*) with the objective of optimizing energy generation costs and the voltage level of the electrical power system while satisfying the main operational and network security constraints. The characteristics and implementation processes used in the development of the implicit coupling method are presented and discussed in detail. The proposed method was implemented in the AMPL language, solved using the solver KNITRO, and applied to IEEE 118-, ACTIVSg200-, and ACTIVSg500-bus systems. The obtained results demonstrate that, compared to the traditional coupled method, the proposed method for solving the optimal power flow problem determines solutions of comparable quality, if not superior. This presents the implicitly coupled method as a novel and promising alternative for the large-scale electrical system optimization.

Resumo: Neste trabalho, o problema de fluxo de potência ótimo é formulado baseado no método implicitamente acoplado (CRIC - *Calcul de Reseaux Implicitement Couples*) com o objetivo de otimizar os custos de geração de energia e o nível de tensão do sistema elétrico, atendendo às principais restrições operacionais e de segurança da rede. As características e os processos de implementação utilizados no desenvolvimento do método implicitamente acoplado são apresentados e discutidos em detalhes. O método proposto foi implementado na linguagem AMPL, resolvido usando o *solver* KNITRO, e aplicado aos sistemas elétricos IEEE 118, ACTIVSg200 e ACTIVSg500. Os resultados obtidos mostram que método proposto para o problema de fluxo de potência ótimo determina soluções de qualidade similar, e até melhores, em relação ao método acoplado tradicional. Desta forma, o método implicitamente acoplado apresenta-se como uma nova e promissora alternativa para a otimização do sistema elétrico de grande porte.

Keywords: Optimal power flow, Newton method, Implicit coupling method, Mathematical modeling.

Palavras-chaves: Fluxo de potência ótimo, Método de Newton, Método implicitamente acoplado, Modelagem matemática.

NOMENCLATURA

Conjuntos/Índices

Γ_B	Conjunto de barras;
Γ_E	Conjunto de barras que possuem instaladas fontes de compensação de potência reativa (<i>shunt</i>);
Γ_G	Conjunto de unidades geradoras;
Γ_R	Conjunto de ramos;
Γ_T	Conjunto de ramos que possuem transformadores instalados;
km	Índice de ramo;
k	Índice de barra;

* O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processos: 2019/01841-5 e 2015/21972-6. O Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo 304726/2020-6, a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Parâmetros

a_{km}, φ_{km}	Relação de transformação e ângulo de defasamento do transformador instalados no ramo $km \in \Gamma_T$;
b_k^{sh}, g_k^{sh}	Susceptância e condutância <i>shunt</i> instaladas na barra $k \in \Gamma_E$;
b_{km}, g_{km}	Susceptância e condutância entre os ramos $km \in \Gamma_R$;
b_{km}^{sh}, g_{km}^{sh}	Susceptância e condutância <i>shunt</i> entre os ramos $km \in \Gamma_R$;
c_2, c_1, c_0	Coefficientes das componentes quadrática, linear e constante dos custos das unidades geradoras;
$Iter, Iter^{max}$	Iteração atual e máxima utilizadas na técnica de solução, respectivamente;
P_k^D, Q_k^D	Potências ativa/reativa demandadas pela carga instalada na barra $k \in \Gamma_B$;
$\bar{P}_k, \underline{P}_k$	Limite máximo/mínimo de geração de potência ativa das unidades geradoras $k \in \Gamma_G$;

$\bar{Q}_k, \underline{Q}_k$ Limite máximo/mínimo de geração de potência reativa das unidades geradoras $k \in \Gamma_G$;
 \bar{S}_{km} Limite máximo de transferência de potência do ramo $km \in \Gamma_R$;
 $\bar{V}_k, \underline{V}_k$ Limites máximo/mínimo da magnitude de tensão na barra $k \in \Gamma_B$;
 $\bar{\theta}_k, \underline{\theta}_k$ Limites máximo/mínimo do ângulo de tensão na barra $k \in \Gamma_B$;
 ρ_q, ρ_v , Fatores de penalização das variáveis q^+, q^-, v^+ e v^- ;
 $\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_v$ Tolerâncias adotadas nos critérios de paradas das variáveis de folga/excesso de potências ativa e reativa e nível de tensão, respectivamente;
Variáveis
 q^+, q^- Variável de folga/excesso positiva da potência reativa nodal;
 p_k, q_k Potência ativa/reativa total fornecida pela unidade geradora $k \in \Gamma_G$;
 $p_k^{G_{total}}, q_k^{G_{total}}$ Potência ativa/reativa total fornecida na barra $k \in \Gamma_B$ considerando a presença de multigeração no barramento;
 p_{km}, q_{km} Fluxos de potências ativo/reactivo no ramo $km \in \Gamma_R$;
 v^+, v^- Variáveis de folga/excesso positivas do nível de tensão nodal;
 v_k, θ_k Magnitude e ângulo da tensão da barra $k \in \Gamma_B$;
 $\Psi, \Psi_{P\theta}, \Psi_{QV}$ Função objetivo do método acoplado e do método proposto durante os Subproblemas $P\theta$ e QV , respectivamente;

1. INTRODUÇÃO

A análise do fluxo de potência deve permitir, dentre outros aspectos operacionais, o planejamento do despacho de geração e controle de potência reativa do sistema elétrico de potência (SEP). Para isso que isso ocorra, deve-se determinar o estado operacional da rede considerando as condições de operação e de segurança para garantir o fornecimento de energia a todos os consumidores com qualidade, segurança e confiabilidade. O problema de fluxo de potência ótimo (FPO) é um problema de programação não linear inteiro misto de grande porte de difícil resolução e, tradicionalmente, busca otimizar o custo de geração de energia das unidades geradoras, perdas de potência ativa do sistema de transmissão, entre outros objetivos, respeitando as principais condições de segurança, qualidade, confiabilidade e continuidade de fornecimento de energia do SEP (Gomez-Exposito et al. (2018); Zhu (2015); Carpentier (1979); Frank e Rebennack (2016)).

Um dos primeiros trabalhos que iniciou o estudo do problema de FPO por meio de modelos matemáticos com diferentes funções objetivos e restrições foi apresentado por Carpentier (1962). Posteriormente, em Carpentier (1979), definiu-se o problema de FPO, seus subproblemas e seus principais métodos de solução. Em Dommel e Tinney (1968), os autores aplicaram pela primeira vez o método do gradiente reduzido (GR) generalizado na resolução do problema de FPO considerando a minimização de perdas no sistema, e as restrições de desigualdade violadas durante o processo de otimização são tratadas por meio da aplicação do método das penalidades quadráticas (variáveis dependentes). A principal desvantagem dos

métodos baseados no gradiente ótimo é a necessidade de calcular o tamanho do passo, já que para passos muito pequenos o método apresenta convergência lenta e para passos muito longos o método encontra dificuldade para obter soluções ótimas.

No trabalho de Sun et al. (1984) formula-se o problema de FPO por meio dos modelos acoplado e desacoplado ($P\theta, QV$) de forma explícita e propõe-se o método de Newton para a sua solução. O conjunto de restrições de desigualdade é dividido entre restrições penalizadas e restrições ativas na iteração corrente que são introduzidas nas restrições de igualdade. Dessa forma, a solução do problema de FPO é finalizada quando as condições de otimalidade de Karush-Khun-Tucker (KKT) são alcançadas e as equações de balanço de fluxo de potência satisfazem a tolerância preestabelecida. O método de Newton apresenta convergência de segunda ordem e sua maior desvantagem ocorre durante a identificação das restrições de desigualdade ativas no processo iterativo. Em Carpentier (1987) define-se um novo processo de acoplamento P-Q, denominado método implicitamente acoplado com restrição de potência reativa (*Constrained Reactive Implicit Coupling - CRIC*), cuja análise é o objetivo deste artigo. Em Van Cutsem (1991) aplica-se o método CRIC na separação dos subproblemas P-Q, o que possibilita melhor eficiência no cálculo da margem de potência reativa da rede em casos de colapso de tensão. Em Abmed e Strbac (1999) aplica-se o método CRIC buscando melhorar o fornecimento de energia e a análise dos custos de mercado de potência reativa. Em Hoji e Padilha-Feltrin (2006) analisa-se a sensibilidade da rede por meio do modelo implicitamente acoplado para aliviar a sobrecarga nas linhas de transmissão e evitar possíveis contingências na rede. Em Estevam et al. (2010) desenvolve-se um algoritmo para a análise do despacho ótimo de reativo modelado por meio do método CRIC e resolvido utilizando a técnica de pontos interiores do tipo não linear.

Neste trabalho formula-se o problema de FPO usando a filosofia do método implicitamente acoplado, implementado em linguagem AMPL e resolvido por meio do *solver* comercial KNITRO. A função objetivo é o custo de geração de energia das unidades geradoras e regulação do nível de tensão na rede, enquanto satisfaz as principais restrições de segurança e operação do SEP. O método proposto é aplicado aos sistemas IEEE 118, ACTIVSg200 e ACTIVSg500 encontrados na literatura (Zimmerman et al. (2010)). As principais contribuições deste estudo são:

- Propor um modelo matemático e uma técnica de solução baseados no método implicitamente acoplado para o problema de FPO desacoplado considerando a minimização dos custos de geração e despacho de reativos;
- Demonstrar a aplicabilidade do método de solução proposto em sistemas elétricos de médio porte. Os sistemas IEEE 118, ACTIVSg200 e ACTIVSg500 barras são testados e os resultados discutidos.

O restante do artigo é organizado da seguinte forma: na Seção 2 apresentam-se os modelos matemáticos utilizados na formulação do problema de FPO acoplado (tradicional) e implicitamente acoplado; na Seção 3 descreve-se a técnica de solução utilizada na formulação do método implicitamente

mente acoplado proposto; na Seção 4 apresentam-se os resultados e discussões obtidos através da implementação computacional do método proposto na solução dos SEP testes; Na Seção 5 apresentam-se as conclusões deste estudo e propostas de trabalhos futuros.

2. MODELOS MATEMÁTICOS

Nesta Seção são apresentados os modelos matemáticos do problema de FPO acoplado tradicional e implicitamente acoplado.

2.1 Modelo de FPO acoplado

O método de solução acoplado aplicado ao problema de FPO resolve, simultaneamente, os subproblemas P-Q considerando os acoplamentos forte e fraco do modelo de fluxo de potência (Sun et al. (1984)). A dificuldade computacional do modelo está relacionada ao nível de detalhamento do problema físico real, o qual utiliza restrições de igualdade não lineares e variáveis reais, inteiras e discretas. A formulação acoplada do problema de FPO é apresentada em (1)-(16).

$$\min : \Psi = \sum_{k \in \Gamma_G} (c_2 p_k^2 + c_1 p_k + c_0) + \sum_{m \in \Gamma_B} \left(\frac{(1 - v_m)^2}{2} \right) \quad (1)$$

sujeito à:

$$p_k^{G_{total}} - P_k^D - \sum_{km \in \Gamma_R} (p_{km} + p_{mk}) - g_k^{sh} v_k^2 = 0; \forall k \in \Gamma_B; \quad (2)$$

$$q_k^{G_{total}} - Q_k^D - \sum_{km \in \Gamma_R} (q_{km} + q_{mk}) + b_k^{sh} v_k^2 = 0; \forall k \in \Gamma_B; \quad (3)$$

$$p_{km} = (v_k \alpha_{km})^2 g_{km} - \alpha_{km} v_k v_m (g_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})); \quad \forall km \in \Gamma_R; \quad (4)$$

$$p_{mk} = v_m^2 g_{km} - \alpha_{km} v_k v_m (g_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) - b_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})); \quad \forall mk \in \Gamma_R; \quad (5)$$

$$q_{km} = -(v_k \alpha_{km})^2 (b_{km} + \frac{b_k^{sh}}{2}) + \alpha_{km} v_k v_m (b_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) - g_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})); \quad \forall km \in \Gamma_R; \quad (6)$$

$$q_{mk} = -v_m^2 (b_{km} + \frac{b_k^{sh}}{2}) + \alpha_{km} v_k v_m (b_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + g_{km} \sin(\theta_{km} + \varphi_{km})); \quad \forall mk \in \Gamma_R; \quad (7)$$

$$\underline{P}_k \leq p_k \leq \overline{P}_k; \quad \forall k \in \Gamma_G; \quad (8)$$

$$\underline{Q}_k \leq q_k \leq \overline{Q}_k; \quad \forall k \in \Gamma_G; \quad (9)$$

$$p_k^{G_{total}} = \sum_{i \in \Gamma_G, k=i} (p_i); \quad \forall k \in \Gamma_B; \quad (10)$$

$$q_k^{G_{total}} = \sum_{i \in \Gamma_G, k=i} (q_i); \quad \forall k \in \Gamma_B; \quad (11)$$

$$p_{km}^2 + q_{km}^2 \leq \overline{S}_{km}^2; \quad \forall km \in \Gamma_R; \quad (12)$$

$$p_{mk}^2 + q_{mk}^2 \leq \overline{S}_{km}^2; \quad \forall mk \in \Gamma_R; \quad (13)$$

$$\underline{V}_k \leq v_k \leq \overline{V}_k; \quad \forall k \in \Gamma_B; \quad (14)$$

$$-\pi/2 \leq \theta_k \leq \pi/2; \quad \forall k \in \Gamma_B; \quad (15)$$

$$-\pi/4 \leq \theta_{km} \leq \pi/4; \quad \forall k \in \Gamma_R; \quad (16)$$

A equação (1) representa a função objetivo do modelo de otimização do problema de FPO acoplado; as equações

(2) e (3) são os balanços de potências ativa e reativa, respectivamente; (4)-(7) apresentam os fluxos de potência ativa e reativa nos ramos do SEP; as restrições (8) e (9) apresentam os limites de geração de potências ativa e reativa, de cada unidade geradora instalada no SEP, enquanto que as equações (10) e (11) determinam as potências ativa e reativa nodais geradas devido os multigeradores instalados no SEP; as restrições (12) e (13) representam os limites de transferência de potência entre os ramos do sistema; (14) restringe os limites de magnitude de tensão nodal; as restrições (15) e (16) representam os limites angulares de tensão nodal e entre os ramos do sistema, respectivamente, onde $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$.

2.2 Modelo de FPO implicitamente acoplado

Conforme proposto em Carpentier (1987), o método CRIC baseia-se em dois conceitos para efetuar o desacoplamento dos subproblemas P-Q:

Teórico: Manter as injeções de potência ativa constantes nos ramos da rede durante a solução do subproblema reativo;

Prático: Durante a modificação dos níveis de tensões nas barras do sistema, nota-se que manter os fluxos de potência ativa constante é equivalente a manter as injeções de potência ativa constante nas linhas do sistema.

Dessa forma, no método CRIC analisam-se alternadamente, os subproblemas P-Q, e ele apresenta melhor desempenho durante a simulação de sistemas que possuem, ou não, acoplamentos P-Q desprezíveis. Esse comportamento ocorre devido a consideração dos fluxos de potência ativa constantes durante a análise do subproblema reativo, o que proporciona menores correções nos níveis de tensão, conforme analisado por Saavedra Mendez et al. (1988). As formulações dos subproblemas $P\theta$ e QV são apresentadas em (17) e (18).

$$\min : \Psi_{P\theta} = \sum_{k \in \Gamma_G} (c_2 p_k^2 + c_1 p_k + c_0) + \sum_{m \in \Gamma_B} ((p_m^+ + p_m^-) \rho_p) \quad (17a)$$

sujeito à:

Restrições: (4) – (8), (10), (12), (13), (15), (16);

$$p_k^{G_{total}} - P_k^D - \sum_{km \in \Gamma_R} (p_{km}(\theta) + p_{mk}(\theta)) - g_k^{sh} v_k^2 + p_k^+ - p_k^- = 0; \quad \forall k \in \Gamma_B; \quad (17b)$$

$$q_k^{G_{total}} - Q_k^D - \sum_{km \in \Gamma_R} (q_{km}(\theta) + q_{mk}(\theta)) + b_k^{sh} v_k^2 = 0; \quad \forall k \in \Gamma_B; \quad (17c)$$

$$p_k^+, p_k^- \geq 0; \quad \forall k \in \Gamma_B; \quad (17d)$$

$$\text{Variáveis fixas: } q_k, \forall k \in \Gamma_G; \quad v_k, \forall k \in \Gamma_B; \quad (17e)$$

Na função objetivo (17a), minimiza-se o custo de geração de energia das unidades geradoras enquanto as variáveis de folga/excesso de potência ativa são penalizadas. Neste subproblema, são satisfeitas as restrições (4)-(8), (10), (12), (13), (15) e (16) enquanto se mantêm as variáveis do subproblema QV constantes. As equações (17b) e (17c)

definem as equações de balanço de potência considerando a existência das variáveis de folga/excesso de potência ativa e a fixação das variáveis do subproblema $P\theta$. A restrição (17d) estabelece que as variáveis de folga/excesso de potência ativa sejam positivas.

$$\min : \Psi_{QV} = \sum_{m \in \Gamma_B} \left(\frac{(1 - v_m)^2}{2} + (q_m^+ + q_m^-) \rho_q + (v_m^+ + v_m^-) \rho_v \right) \quad (18a)$$

sujeito à:

Restrições: (4) – (7), (9), (11), (12) – (14);

$$p_k^{G_{total}} - P_k^D - \sum_{km \in \Gamma_R} (p_{km}(v) + p_{mk}(v)) - g_k^{sh} v_k^2 = 0; \quad \forall k \in \Gamma_B; \quad (18b)$$

$$q_k^{G_{total}} - Q_k^D - \sum_{km \in \Gamma_R} (q_{km}(v) + q_{mk}(v)) + b_k^{sh} v_k^2 + q_k^+ - q_k^- = 0; \quad \forall k \in \Gamma_B; \quad (18c)$$

$$p_{km}(v) + p_{mk}(v) - p_{km}^{perdas} = 0; \quad \forall km \in \Gamma_R; \quad (18d)$$

$$\underline{V}_k \leq v_k + v_k^+; \quad \forall k \in \Gamma_B; \quad (18e)$$

$$v_k - v_k^- \leq \bar{V}_k; \quad \forall k \in \Gamma_B; \quad (18f)$$

$$q_k^+, q_k^-, v_k^+, v_k^- \geq 0; \quad \forall k \in \Gamma_B; \quad (18g)$$

$$\text{Variáveis fixas: } p_k, \forall k \in \Gamma_G; \quad \theta_k, \forall k \in \Gamma_B; \quad p_{km}^{perdas}, \forall km \in \Gamma_R; \quad (18h)$$

A função objetivo (18a) busca regular o perfil de tensão do sistema considerando as variáveis de folga/excesso de potência reativa e nível de tensão utilizadas no *subproblema QV*, enquanto atende as restrições (4) -(7), (9), (11), (12)-(14) e mantém as variáveis do *subproblema Pθ* fixas. As equações (18b)-(18c) são as equações de balanço de potência adotando a existência das variáveis de folga/excesso da potência reativa, enquanto que as restrições (18e)-(18f) acrescentam as variáveis de folga/excesso de nível de tensão nas restrições de limite inferior e superior da magnitude de tensão nodal do SEP, respectivamente. A restrição (18d) garante que os fluxos de potência ativa entre os ramos $km \in \Gamma_R$ permaneçam fixos durante a solução do subproblema reativo, atendendo a filosofia do método CRIC. A restrição (18g) estabelece que as variáveis de folga/excesso de potência reativa e nível de tensão sejam positivas.

3. TÉCNICA DE SOLUÇÃO

Conforme apresentado na Seção 2.2, na técnica de solução proposta resolvem-se os subproblemas P-Q separada e iterativamente. De forma geral, o algoritmo proposto para a solução do modelo é apresentado a seguir:

- i) *Inicialização*: Leitura dos dados topológicos, elétricos e de carregamento do sistema elétrico. Especificação dos fatores de penalidade das variáveis de folga/excesso (ρ), tolerâncias utilizadas no processo de convergência (ε) e número de iterações máxima ($Iter^{max}$). Localização de um ponto operacional inicial, $(v_k^0, \theta_k^0), \forall k \in \Gamma_B$ (*flat start*) e inicialização do método iterativo ($Iter = 1$);
- ii) *Solução do subproblema Pθ*: A partir desta etapa inicia-se o processo iterativo da técnica de solução

- proposta. Conforme apresentado na Seção 2.2, simula-se o modelo apresentado em (17), calculam-se as perdas ativas nas linhas de transmissão $(p_{km}^{perdas}, \forall km \in \Gamma_R)$ e atualização das variáveis utilizadas nesta etapa;
- iii) *Solução do subproblema QV*: Simula-se o modelo apresentado em (18), e atualização das variáveis utilizadas nesta etapa. É importante destacar que a variável de decisão nesta etapa é o nível de tensão nodal do SEP;
- iv) *Critério de parada*: Verificar se todos os critérios de paradas (19)-(21) foram satisfeitos. Caso todos os critérios de parada não sejam satisfeitos e o número máximo de iterações seja atingido (22), determina-se que o processo iterativo não atingiu convergência e finaliza-se o processo. Contudo, se o número máximo de iterações não for atingido, incrementa-se o parâmetro de iterações e retorna-se para ii.

$$p_k^+, p_k^- \leq \varepsilon_p; \quad \forall k \in \Gamma_B \quad (19)$$

$$q_k^+, q_k^- \leq \varepsilon_q; \quad \forall k \in \Gamma_B \quad (20)$$

$$v_k^+, v_k^- \leq \varepsilon_v; \quad \forall k \in \Gamma_B \quad (21)$$

$$Iter \leq Iter^{max}; \quad (22)$$

Na Figura (1) apresenta-se o diagrama de blocos do algoritmo.

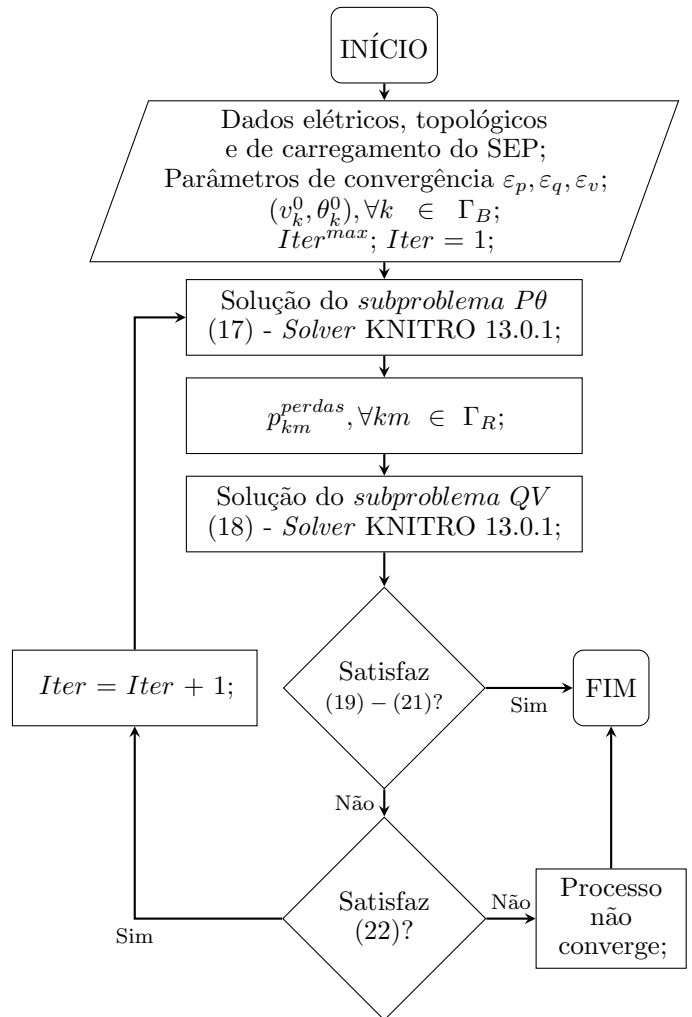


Figura 1. Fluxograma da técnica de solução proposta

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O método de solução do problema de FPO proposto foi implementado em linguagem AMPL, resolvido por meio do *solver* comercial KNITRO (Byrd et al. (2006)) v13.0.1 e aplicado na simulação dos sistemas testes IEEE 118, ACTIVSg200 e ACTIVSg500 (Zimmerman et al. (2010)) considerando um desvio de magnitude de tensão de $[0,95 \sim 1,05][p.u.]$. Os resultados do método implicitamente acoplado (17)-(18) foram comparados com os resultados obtidos pelo método acoplado (1)-(16), também programado em linguagem AMPL (Fourer et al. (1987)), resolvido utilizando o mesmo *solver* e adotado como padrão para fins de comparação. Os programas computacionais foram simulados em um servidor com processador Intel Xeon com 2,2 GHz e 64 GB de memória RAM.

Durante a solução do problema por meio do método implicitamente acoplado, as tolerâncias das variáveis de folga/excesso de potência reativa, nível de tensão e fluxos de potência são iguais a $\varepsilon_p = \varepsilon_q = \varepsilon_v = 10^{-6}$; e os fatores de penalização das variáveis de folga/excesso de potência reativa e nível de tensão são iguais a $\rho_p = \rho_q = \rho_v = 10^6$ [\$/MW, \$/MVar e \$/V].

4.1 Sistema IEEE 118 barras

O sistema IEEE 118 barras é um SEP de médio porte que apresenta grande capacidade de geração de potência reativa. Sua topologia é formada por 118 barras, 54 geradores, 186 ramos com 11 transformadores e 99 cargas instaladas. Na Tabela 1 apresentam-se os resultados fornecidos pelos métodos acoplado e implicitamente acoplado.

Na Tabela 1 verifica-se que o método implicitamente acoplado proposto apresenta resultados muito próximos dos resultados fornecidos pelo método acoplado, onde os valores de custo de geração de energia e perdas de potência ativa e reativa apresentaram erros de 0,50%, 7,75% e 0,28%, respectivamente, em relação ao método acoplado. O método proposto consome um tempo computacional superior ao método acoplado, sendo 21 iterações do *solver* para o subproblema ativo e 17 iterações para o subproblema reativo.

4.2 Sistema ACTIVSg200 barras

O sistema ACTIVSg200 é de médio porte com relativa complexidade computacional devido suas dimensões e quantidade de transformadores instalados. Ele possui 200 barras, 38 geradores em operação, 245 ramos com 66 transformadores e 108 cargas. Na Tabela 2 apresentam-se os resultados obtidos pelos métodos acoplado e implicitamente acoplado.

Na da Tabela 2 verifica-se que o método proposto apresentou resultados muito próximos dos obtidos pelo método

Tabela 1. Resultados IEEE 118

Método	Acoplado (Ref)	Proposto
Iterações <i>Iter(solver)</i>	1(15)	1(38)
Custo Geração [US\$]	97298,18	97782,45
Perda Ativa [MW]	141,13	130,19
Perda Reativa [MVar]	-462,47	-461,17
Tempo [s]	0,18	0,20

Tabela 2. Resultados ACTIVSg200

Método	Acoplado (Ref)	Proposto
Iterações <i>Iter(solver)</i>	1(14)	1(33)
Custo Geração [US\$]	27567,46	27575,96
Perda Ativa [MW]	13,08	14,35
Perda Reativa [MVar]	-85,90	-60,36
Tempo [s]	0,11	0,13

acoplado, onde os valores de custo de geração de energia e perdas de potências ativa e reativa apresentaram erros de 0,03%, 6,50% e 0,52%, respectivamente, em relação ao método acoplado. Verifica-se que o tempo computacional consumido pelo método proposto, novamente, é superior ao tempo computacional do método acoplado, no entanto, o método desenvolvido executa mais que o dobro de iterações em relação ao método acoplado, onde 15 iterações do *solver* foram destinadas para a solução do subproblema $P\theta$ e 18 iterações para o subproblema QV .

4.3 Sistema ACTIVSg500 barras

O sistema ACTIVSg500 é de médio porte com relativa complexidade computacional. Ele possui 500 barras, 56 geradores em operação, 597 ramos com 131 transformadores e 200 cargas. Na Tabela 3 apresentam-se os resultados obtidos pelos métodos acoplado e implicitamente acoplado.

Na Tabela 3 verifica-se que o método proposto apresentou resultados muito próximos dos apresentados pelo método acoplado, onde os valores de custo de geração de energia e perdas de potências ativa e reativa apresentaram erros de 0,12%, 2,96% e 18,69%, respectivamente, em relação ao método acoplado. Durante as simulações dos sistemas testes, constata-se que o método proposto consome mais tempo computacional e necessita de um maior número de iterações para determinar a solução. Porém, durante a resolução do sistema ACTIVSg500, verifica-se que o método desenvolvido tem capacidade de determinar soluções de qualidade similar ao método tradicional de forma mais rápida e eficiente. Também é possível notar que, apenas nesta simulação, o erro de fluxo de potência reativa obtido pelo método proposto é relativamente elevado devido a existência de diversos ótimos locais na resolução do problema FPO.

5. CONCLUSÃO

Considerando a filosofia do desacoplamento implícito dos subproblemas ativo e reativo das equações de fluxo de potência, propõe-se um método de programação não-linear implicitamente acoplado para o problema de FPO.

Os resultados obtidos por meio da implementação computacional do método proposto nos sistemas testes IEEE 118, ACTIVSg200 e ACTIVSg500 comprovam a sua robustez e eficiência fornecendo soluções ótimas factíveis e muito próximas dos valores determinados pelo método acoplado tradicional. As diferenças obtidas pelos modelos tanto com relação à função objetivo como com relação ao tempo computacional podem ser atribuídas às suas não convexidades, principalmente com relação ao subproblema reativo.

Como sugestão de possíveis avanços neste estudo propõe-se desenvolver um modelo de FPO implicitamente acoplado

Tabela 3. Resultados ACTIVSg500

Método	Acoplado (Ref)	Proposto
Iterações <i>Iter(solver)</i>	1(39)	1(23)
Custo Geração [US\$]	72741,82	72831,52
Perda Ativa [MW]	90,68	88,00
Perda Reativa [MVar]	487,93	579,13
Tempo [s]	0,36	0,33

para solução de sistemas elétricos de grande porte reais; obtenção de modelos de FPO descentralizados e convexos; consideração de unidades de gerações renováveis; estudos criteriosos de convergência do método proposto; entre outros estudos.

REFERÊNCIAS

- Abmed, S. e Strbac, G. (1999). A method for simulation and analysis of reactive power market. In *Proceedings of the 21st International Conference on Power Industry Computer Applications. Connecting Utilities. PICA 99. To the Millennium and Beyond (Cat. No. 99CH36351)*, 337–342. IEEE.
- Byrd, R.H., Nocedal, J., e Waltz, R.A. (2006). K nitro: An integrated package for nonlinear optimization. In *Large-scale nonlinear optimization*, 35–59. Springer.
- Carpentier, J. (1962). Contribution to the economic dispatch problem. *Bulletin de la Societe Francoise des Electriciens*, 3(8), 431–447.
- Carpentier, J. (1979). Optimal power flows. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 1(1), 3–15.
- Carpentier, J. (1987). "cric", a new active-reactive decoupling process in load flows, optimal power flows and system control. *IFAC Proceedings Volumes*, 20(6), 59–64.
- Dommel, H.W. e Tinney, W.F. (1968). Optimal power flow solutions. *IEEE Transactions on power apparatus and systems*, (10), 1866–1876.
- Estevam, C., Rider, M., Amorim, E., e Mantovani, J. (2010). Reactive power dispatch and planning using a non-linear branch-and-bound algorithm. *IET generation, transmission & distribution*, 4(8), 963–973.
- Fourer, R., Gay, D.M., e Kernighan, B.W. (1987). *AMPL: A mathematical programming language*. AT & T Bell Laboratories Murray Hill, NJ.
- Frank, S. e Rebennack, S. (2016). An introduction to optimal power flow: Theory, formulation, and examples. *IIE transactions*, 48(12), 1172–1197.
- Gomez-Exposito, A., Conejo, A.J., e Cañizares, C. (2018). *Electric energy systems: analysis and operation*. CRC press.
- Hoji, E. e Padilha-Feltrin, A. (2006). Sensitivity analysis for overload-relief in transmission lines using an implicitly coupled method (cric). In *2006 IEEE/PES Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America*, 1–6. IEEE.
- Saavedra Mendez, O.R. et al. (1988). Calculo de fluxo de carga desacoplado: modelo de matrizes constantes baseado na filosofia de acoplamento implícito.
- Sun, D.L., Ashley, B., Brewer, B., Hughes, A., e Tinney, W.F. (1984). Optimal power flow by newton approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and systems*, (10), 2864–2880.
- Van Cutsem, T. (1991). A method to compute reactive power margins with respect to voltage collapse. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(1), 145–156.
- Zhu, J. (2015). *Optimization of power system operation*. John Wiley & Sons.
- Zimmerman, R.D., Murillo-Sánchez, C.E., e Thomas, R.J. (2010). Matpower: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education. *IEEE Transactions on power systems*, 26(1), 12–19.