

## Estimação do Ângulo Entre os Módulos em Projeto de Árvore Solar

Larissa B. Grassi\* Daniela P. A. Marins\* Lohane B. Palaoro\*\*  
Jussara F. Fardin\*\*\* José L.F. Salles\*\*\* Marcelo E. V. Segatto\*  
Marcia H.M. Paiva\*

\* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica Ufes,  
Laboratório de Gestão de Energias Renováveis, Centro de Pesquisa  
Inovação e Desenvolvimento, ES, (e-mail: larissa.grassi@edu.ufes.br,  
daniela.pawelski@gmail.com, segatto@ele.ufes.br,  
marcia.paiva@ufes.br).

\*\* Laboratório de Gestão de Energias Renováveis, Centro de Pesquisa  
Inovação e Desenvolvimento, ES, (e-mail: lohanebpaoro@gmail.com).

\*\*\* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica Ufes, ES,  
(e-mail: jussara.fardin@ufes.br, jleandro@ele.ufes.br).

---

**Abstract:** In order to increase the generation of solar energy in a smaller installation area, that is, to maximize the captured irradiation, a solar tree project was developed. There are several parameters used in its construction and, among them, the divergence angle, angle between two consecutive photovoltaic modules, is a variable that helps in the efficiency of light capture. Studies in plants involving mathematical models show that divergent angles equal to the Fibonacci angle (or golden angle), whose value is  $137,5^\circ$  and equal to the Lucas angle, whose value is  $99,5^\circ$ , provide better results in irradiation because they decrease the shading of the leaves in the spiral model. Thus, in order to obtain a mathematical model of the tree and verify the divergent angle relationship with irradiation and, thus, study the maximum points of this curve, a system identification process was used to model a tree. The objective is to verify which are the angles that provide the maximum irradiation. The model used was static model, using the least-squares method (MMQ), through data collected by simulation via *software Rhinoceros*.

**Resumo:** Com o intuito de aumentar a geração de energia solar em uma menor área de instalação, ou seja, maximizar a irradiação captada, desenvolveu-se o projeto de uma árvore solar. Vários são os parâmetros utilizados em sua construção e, dentre eles, o ângulo de divergência, ângulo entre dois módulos fotovoltaicos consecutivos, é uma variável que auxilia na eficiência de captura de luz. Estudos em plantas envolvendo modelos matemáticos comprovam que ângulos divergentes iguais ao ângulo de Fibonacci (ou ângulo de ouro), cujo valor é  $137,5^\circ$  e iguais ao ângulo de Lucas, cujo valor é  $99,5^\circ$ , proporcionam melhores resultados na irradiação pois diminuem o sombreamento das folhas no modelo em espiral. Assim, para se obter um modelo matemático da árvore e verificar a relação ângulo divergente com irradiação e, dessa forma, estudar os pontos de máximo dessa curva, foi utilizado o processo de identificação de sistemas para modelar uma árvore. O objetivo é verificar quais são os ângulos que fornecem a máxima irradiação. O modelo utilizado foi o modelo estático, utilizando o método de mínimos quadrados (MMQ), através de dados coletados por simulação via *software Rhinoceros*.

**Keywords:** irradiation; solar tree; divergence angle; Fibonacci angle; Lucas angle; shading; systems identification; static model; least-squares method.

**Palavras-chaves:** irradiação; árvore solar; ângulo de divergência; ângulo de Fibonacci; ângulo de Lucas; sombreamento; identificação de sistemas; modelo estático; método dos mínimos quadrados.

---

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 Motivação

Para combater os problemas ambientais, como aquecimento global, tem-se investido nos últimos tempos em energias renováveis. Dentre as fontes de energia renovável, a energia solar tem crescido significativamente, principalmente com o desenvolvimento de grandes usinas solares (Nishiwaki and Yachi, 2014; Vyas et al., 2022).

A energia solar tem sido amplamente utilizada em instalações isoladas e com isso surgiu o problema de construir um sistema para otimizar a produção de energia, em um certo intervalo de tempo, em uma menor quantidade de área, ou seja, maximizar a geração de energia, em um certo intervalo de tempo, por área de instalação projetada. Em outras palavras, maximizar a irradiação ( $Wh/m^2$ ) (Nishiwaki and Yachi, 2014). Para isso, foi pensado em uma forma de disposição dos módulos que cresça verticalmente em substituição à disposição de módulos na horizontal. Sendo assim, será estudada a construção de uma árvore solar, uma estrutura tridimensional, com tronco, galhos e folhas, sendo as folhas representadas por módulos fotovoltaicos. Para essa estrutura ser otimizada com relação à irradiação solar, deve-se construí-la de modo que diminua ao máximo o sombreamento que um módulo solar faz sobre os módulos mais baixos.

### 1.2 Árvore Solar

As árvores solares podem ser unidades isoladas (*off grid*) de geração de energia ou ligadas à rede (*on grid*) (Nishiwaki and Yachi, 2014), que, dentre as diversas aplicações, podem ajudar a fornecer energia a residências, empresas e serviços públicos, como iluminação e carregamento de dispositivos eletrônicos (Spanne, 2021). Além da economia de espaço para a geração de energia, a árvore é uma alternativa para instalação de geradores fotovoltaicos em locais que não seria aplicável módulos convencionais, como em imóveis onde o telhado não aponta na melhor direção da captura de luz, por exemplo.

Há diversos estudos e construções desse tipo de árvore. Um exemplo é a árvore solar baseada na sequência de Fibonacci, proposta por Nishiwaki and Yachi (2014). Nessa construção, as configurações da filotaxia (arranjo das folhas em uma planta) podem ser denotadas como  $1/3$ ,  $2/5$  ou  $3/8$ , onde o denominador representa o número de folhas e o numerador representa o número de rotações que um ciclo da estrutura faz em torno do eixo do caule. O ângulo de divergência em um arranjo de filotaxia  $1/3$  é de  $120^\circ$ , podendo ter vários estágios. Estágios são as repetições da filotaxia ao longo do caule central. A Figura 1 mostra um exemplo esquemático de filotaxia  $1/3$  de dois estágios, e a Figura 2 mostra a construção do esquemático apresentado, usando módulos fotovoltaicos.

\* Este projeto foi parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Espírito Santo (FAPES), Secretaria de Inovação e Desenvolvimento do Espírito Santo (SECTIDES) e Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) - Finance Code 001.

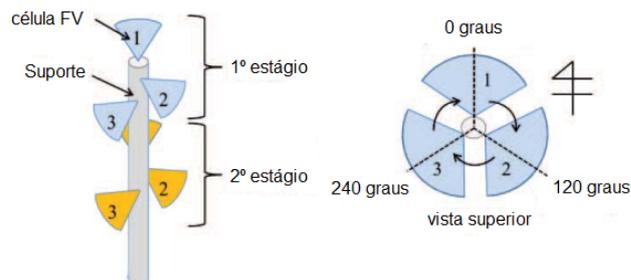


Figura 1. Esquemático de filotaxia de  $1/3$  com dois estágios.

Fonte: (Nishiwaki and Yachi, 2014).

Nota: Traduzido pela autora.

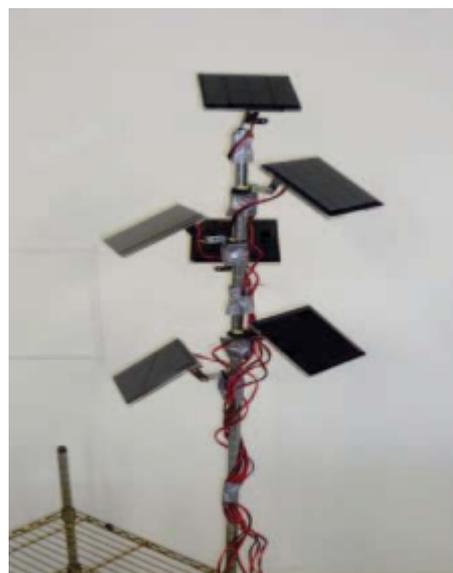


Figura 2. Construção de árvore solar usando módulos fotovoltaicos.

Fonte: (Nishiwaki and Yachi, 2014).

Biologicamente, as plantas se ajustam em diferentes arranjos de modo a se organizarem para escapar da sobreposição das outras folhas a fim de aumentar a eficiência de captura de luz sobre estruturas de árvores (Okabe et al., 2019). Estudos envolvendo a filotaxia das plantas concluem que a filotaxia espiral garante bons resultados para evitar o sombreamento, principalmente em determinados ângulos de divergência (ângulo entre duas folhas ou galhos consecutivos). Através de observações e testes com exemplos da natureza, baseados em formulações matemáticas, chegou-se a ângulos ótimos de divergência. Um deles é o ângulo de ouro  $d = 137,5^\circ$ , obtido a partir da sequência de Fibonacci, e o outro é o ângulo de Lucas  $d = 99,5^\circ$ , obtido a partir da sequência de mesmo nome (Okabe, 2012; Okabe et al., 2019; Strauss et al., 2020).

Ainda em outra obra de Okabe (2012), o autor mostra fórmulas matemáticas para se chegar a um modelo espiral de Fibonacci. Para isso, são avaliadas variáveis como número de folhas do modelo (se for modelada uma planta) ou número de galhos (se for modelada uma árvore), e número de folhas ou galhos por nó da planta ou árvore, respectivamente. A partir dessas variáveis são calculadas

as coordenadas cilíndricas (pontuais) das folhas ou da ponta dos galhos, assim, chega-se no raio  $r$ , altura  $h$  entre os nós (entrenós) e ângulo de azimute  $\lambda$ , que também dependem do número de ouro e ângulo de divergência  $d = 137,5^\circ$  para seguir o modelo de Fibonacci.

### 1.3 Identificação de Sistemas

Identificação de sistemas é uma técnica experimental que através de medidas constrói um modelo matemático do sistema, servindo para previsão, análise e projeto de sistemas de controle, supervisão, detecção de erro, diagnóstico e otimização (Aguirre, 2007).

O processo de identificação é constituído das seguintes etapas:

- (1) 1ª etapa: Coleta de  $N$  pares de dados de entrada e saída.
- (2) 2ª etapa: Determinação da estrutura de modelo com o conjunto de parâmetros  $\hat{\theta}$  a ser estimado.
- (3) 3ª etapa: Definir critério para a estimação do conjunto de parâmetros  $\theta$  que mais aproxime a previsão da saída  $\hat{y}(t)$  de seu valor real  $y(t)$ . Usualmente o critério é a minimização da norma quadrática do erro, conforme (1).

$$\left\| \sum_{t=1}^N y(t) - \hat{y}(t) \right\|_2 \quad (1)$$

Essa etapa é o processo de estimação de parâmetros ou identificação do modelo.

- (4) 4ª etapa: Avaliar a confiabilidade do modelo. Essa é a etapa de validação e aceitação do modelo. A validação é sempre feita com dados (dados de teste) distintos dos usados na etapa de estimação dos parâmetros (dados de treino). Os parâmetros são estimados usando a parte do conjunto de dados medidos para estimação e a saída é calculada a partir do modelo estimado usando a parte dos dados para validação. O modelo que apresentar menor erro em comparação com a saída real será o escolhido.

O método dos mínimos quadrados (MMQ) é uma técnica de otimização matemática que busca encontrar os parâmetros  $\hat{\theta}$  de forma a minimizar a soma dos quadrados dos resíduos ( $\xi$ ), ou seja, das diferenças entre o valor estimado e os dados reais. Sendo assim, dados  $N$  pares de dados de entrada ( $x$ ) e saída ( $y$ ), o modelo estimado é  $y = \mathbf{x}^T \hat{\theta}$ , ou  $\mathbf{Y} = \mathbf{X} \hat{\theta}$  na forma matricial, no qual aplicando MMQ, os parâmetros estimados são obtidos a partir de  $\hat{\theta} = [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$  (Montgomery and Runger, 2021).

Um modelo pode ser estático ou dinâmico. Um modelo estático é aquele em que todas as variáveis explicativas contêm dados coletados ao mesmo tempo. Já o modelo dinâmico, as variáveis explicativas são coletadas em amostras defasadas no tempo. Quanto a um modelo estático de grau  $n$ , pode ser representado por (2).

$$y = \hat{\theta}_n x^n + \hat{\theta}_{n-1} x^{n-1} + \dots + \hat{\theta}_1 x + \hat{\theta}_0 + \xi \quad (2)$$

Em (2),  $y$  é a irradiação média diária e  $x$  é o ângulo de divergência. Assim, dados  $N$  pares de dados de entrada e saída ( $x_i, y_i$ ),  $i = 1, 2, \dots, N$ , para o modelo estático tem-se

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^n & x_1^{n-1} & \dots & 1 \\ x_2^n & x_2^{n-1} & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_N^n & x_N^{n-1} & \dots & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\theta}_n \\ \hat{\theta}_{n-1} \\ \dots \\ \hat{\theta}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \dots \\ \xi_N \end{bmatrix}$$

sendo  $X = \begin{bmatrix} x_1^n & x_1^{n-1} & \dots & 1 \\ x_2^n & x_2^{n-1} & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_N^n & x_N^{n-1} & \dots & 1 \end{bmatrix}$ ,  $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_N \end{bmatrix}$  e os parâmetros estimados  $\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_n \\ \hat{\theta}_{n-1} \\ \dots \\ \hat{\theta}_0 \end{bmatrix}$  ao aplicar o MMQ.

## 2. OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é encontrar uma função não linear em relação aos dados de entrada, que relacione irradiação com ângulo de divergência da árvore solar, através de processo de identificação de sistemas, de modo a encontrar o maior valor de irradiação acumulada ( $kWh/m^2$ ) no período de um ano, a partir da variação do ângulo de divergência.

Como objetivos específicos, têm-se:

- (1) Obter o modelo matemático relacionando a irradiação solar acumulada anual com o ângulo de divergência da árvore solar.
- (2) Estimar os parâmetros da curva de irradiação acumulada em relação ao ângulo de divergência da árvore.
- (3) Verificar os ângulos que proporcionam maiores irradiação e compará-los com os ângulos otimizados pela natureza, como ângulo de ouro e ângulo de Lucas.

## 3. METODOLOGIA

De acordo com as medidas da árvore vista na Figura 2, construída por Nishiwaki and Yachi (2014), cujas variáveis construtivas são disponibilizadas por Mochizuki and Yachi (2017), foi montada a árvore da Figura 3 através do *software Rhinoceros* (Rhinoceros, 2022), utilizando do *pluggin Grasshopper*, ferramenta *Building Information Modeling* (BIM), permitindo o desenvolvimento de modelo 3D.

Assim, têm-se altura da base do tronco  $b = 20 \text{ cm}$ , altura entrenós  $h = 10 \text{ cm}$ , comprimento do galho  $r = 5 \text{ cm}$  e módulo  $l \times l = 12,95 \times 12,95 \text{ cm}$ . A diferença da árvore da Figura 3 para a árvore proposta por Nishiwaki and Yachi (2014) e Mochizuki and Yachi (2017) é a liberdade em poder ajustar o ângulo de divergência  $d$ . Dessa forma, ao invés dos módulos serem separados em dois estágios com três módulos defasadas de  $120^\circ$  (o que proporciona sombreamento dos módulos do primeiro estágio para o segundo), na construção feita, escolhido o ângulo  $d$ , todos os seis módulos, de forma consecutiva, vão se defasando entre si de um grau  $d$  à medida que os módulos são inseridos e formando uma espiral em torno do tronco principal. Na Figura 3,  $d = 180^\circ$ .

Construída a árvore, foi realizada a coleta de dados de entrada (ângulo de divergência  $d$ , representado no modelo em (2) por  $x$ ) e saída (irradiação acumulada no período de um ano, representado no modelo em (2) por  $y$ ) para o

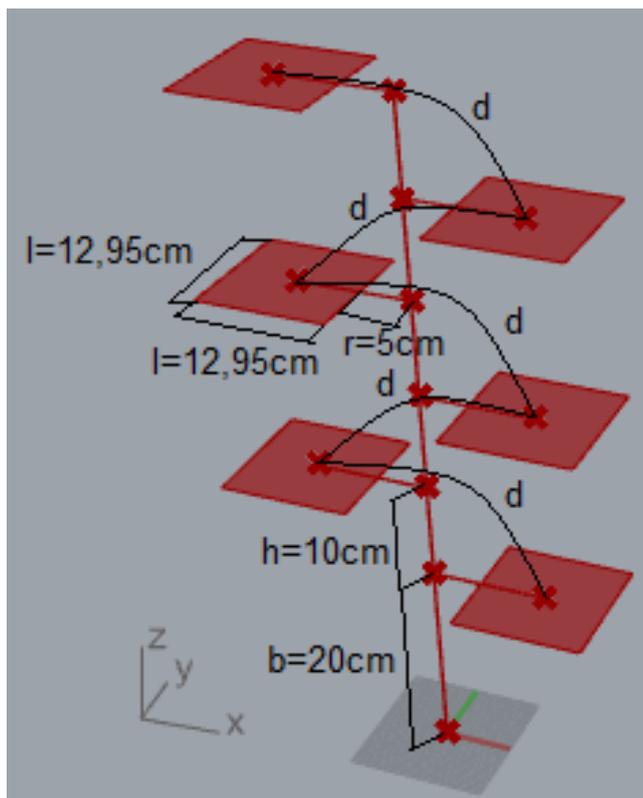


Figura 3. Parâmetros da árvore utilizada no processo de identificação.

processo de identificação. Foi-se variando o ângulo  $d$  de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , de  $5^\circ$  em  $5^\circ$ , resultando em 36 ângulos, além de incluir os ângulos de Fibonacci e de Lucas, totalizando uma coleta de 38 dados, portanto  $N = 38$ . Para cada um dos ângulos, foi-se obtendo o valor da irradiação média diária ( $kWh/m^2/dia$ ) pelo *plugin Ladybug do Grasshopper*, que inclui as parcelas de radiação direta e difusa, de acordo com as coordenadas latitudinal e longitudinal especificadas, além do período de análise. O período analisado foi do dia primeiro de janeiro a 31 de dezembro, das 6h às 18h para a localidade de Vitória (ES) (latitude  $-20,32^\circ$  e longitude  $-40,34^\circ$ ).

Em seguida, 70% dos dados de entrada foram separados para estimar os parâmetros do modelo e 30% para testá-los na etapa de validação. Foi-se variando a ordem do polinômio do modelo estático e avaliando os pontos de máximo local e seus respectivos ângulos. A ordem foi definida a partir de testes, em que para cada grau calculou-se o desempenho  $\delta$  do modelo, definido pela norma quadrática dos resíduos ( $\delta = \|\sum_{i=1}^{N^{treino}} y_i^{treino} - \hat{y}_i\|_2$ ), onde  $y_i^{treino}$  são os dados medidos de saída usados na identificação, ou seja, as irradiações médias diárias utilizadas como treino, e  $\hat{y}_i$  são os valores estimados referentes a esse conjunto de dados de treinamento. Quando a tolerância (diferença absoluta entre o desempenho do modelo do grau  $n - 1$  e modelo de grau  $n$ ,  $tol = |\delta(n) - \delta(n - 1)|$ ) fosse abaixo de certo valor determinado pelo usuário, definia-se o grau  $n$ . O valor de tolerância foi estipulado por testes e observações.

Definidos os parâmetros, verificou-se a validade do modelo, analisando seu desempenho ( $\delta^{val} = \|\sum_{i=1}^{N^{val}} y_i^{val} - \hat{y}_i\|_2$ ),

onde  $\delta^{val}$  é o desempenho do modelo obtido com os dados de teste (ou validação),  $y_i^{val}$  são os dados de saída de teste, ou seja, as irradiações médias diárias utilizadas como teste, e  $\hat{y}_i$  são as estimações referentes a esse conjunto de teste com os parâmetros  $\hat{\theta}$  obtidos a partir dos conjuntos de treino no processo de identificação.

O Processo de identificação foi realizado pela ferramenta computacional *Matrix Laboratory (Matlab)* (MathWorks, 2022).

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 4 mostra o comportamento da irradiação média diária (dado de saída) em função do ângulo de divergência (dados de entrada) obtidos a partir da árvore construída com o *software Rhinoceros*.

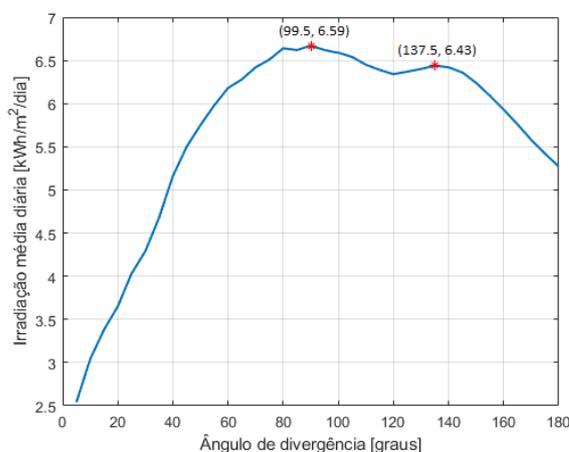


Figura 4. Irradiação média diária real em relação ao ângulo de divergência.

Os valores do ângulo de divergência de  $180^\circ$  a  $360^\circ$  proporcionam mesma curva, porém espelhada, uma vez que os dados são simétricos. Nota-se dois pontos de máximo local, um deles é em torno do ângulo de Lucas e o outro em torno do ângulo de ouro, cujos pontos estão destacados em vermelho na Figura 4.

Definindo a tolerância  $tol = 0,001$ , chegou-se a um modelo estático de grau sete. Foram avaliados os modelos estáticos de grau  $n = 2$  a  $n = 7$ , cujos valores de desempenho de treino  $\delta$ , validação  $\delta^{val}$  e tolerância  $tol$  se encontram na Tabela 1. Como o objetivo é a busca do ângulo de divergência que maximize a irradiação média diária, pode-se extrair os pontos de máximo local pela derivada da equação do modelo. Os modelos de diversos graus e pontos de máximo local se encontram na Tabela 2.

Tabela 1. Dados do modelo estático do processo de identificação para graus  $n = 2$  a  $n = 7$ .

	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$
$\delta$	1,0156	0,634	0,6259	0,3857	0,3489	0,2271
$\delta^{val}$	0,6941	0,4491	0,4464	0,2962	0,2719	0,1898
$tol$	3,621	0,3816	0,0081	0,2402	0,0368	0,1218

Como os parâmetros estimados  $\hat{\theta}$  apresentaram valores da ordem de  $10^{-6}$ , foi utilizada a padronização *z-score*, fazendo a mudança da variável de entrada  $x$  (ângulo de

divergência) para  $z$ , tal que  $z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{x-94}{53}$ , na qual  $\mu$  é a média dos valores de  $x$  e  $\sigma$  é o desvio padrão.

Tabela 2. Equação do modelo estático e pontos de máximo para graus  $n = 2$  a  $n = 7$ .

$n$	Função deslocada	Máx. local
$n = 2$	$y = -z^2 + 0,64z + 6,7$	$z = 0,32^\circ$ $x = 110,96^\circ$ $y = 6,80 \text{ kWh/m}^2/\text{dia}$
$n = 3$	$y = 0,21z^3 - z^2 + 0,28z + 6,7$	$z = 0,14679^\circ$ $x = 101,78^\circ$ $y = 6,72 \text{ kWh/m}^2/\text{dia}$
$n = 4$	$y = -0,031z^4 + 0,2z^3 - 0,92z^2 + 0,28z + 6,6$	$z = 0,16027^\circ$ $x = 102,49^\circ$ $y = 6,62 \text{ kWh/m}^2/\text{dia}$
$n = 5$	$y = -0,19z^5 - 0,054z^4 + 0,81z^3 - 0,88z^2 - 0,088z + 6,6$	$z = -0,046947^\circ$ $x = 91,51^\circ$ $y = 6,60 \text{ kWh/m}^2/\text{dia}$
$n = 6$	$y = 0,076z^6 - 0,17z^5 - 0,35z^4 + 0,77z^3 - 0,61z^2 - 0,074z + 6,6$	$z = -0,0547895^\circ$ $x = 91,096^\circ$ $y = 6,60 \text{ kWh/m}^2/\text{dia}$
$n = 7$	$y = 0,15z^7 + 0,098z^6 - 0,87z^5 - 0,41z^4 + 1,7z^3 - 0,57z^2 - 0,35z + 6,6$	$z = -0,171513^\circ$ $x = 84,909811^\circ$ $y = 6,63 \text{ kWh/m}^2/\text{dia}$

A Figura 5 compara os modelos estáticos de graus  $n = 2$  a  $n = 7$ , obtidos pelo MMQ no *software Matlab*, com a curva real obtida a partir dos dados de entrada e saída do *software Rhinoceros*.

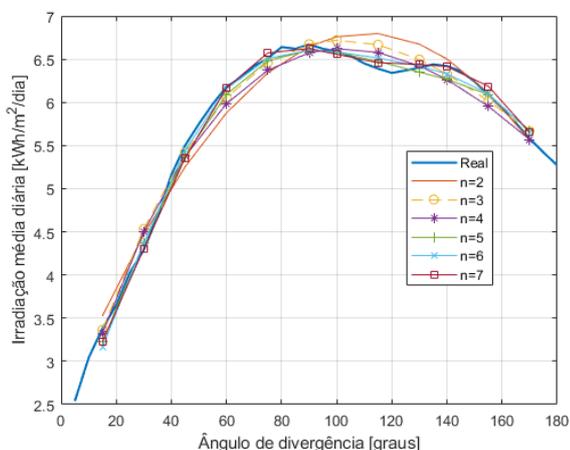


Figura 5. Comparação dos modelos estáticos de graus  $n = 2$  a  $n = 7$  com a curva real e dados de treino.

Da Tabela 1, vê-se que o valor de tolerância decresce de  $n = 2$  a  $n = 4$ , voltando a aumentar de  $n = 4$  a  $n = 7$ . Da Tabela 2, avaliando-se o ângulo de divergência do ponto de máximo local, percebe-se que o que mais se aproxima do ângulo de Lucas é quando  $n = 4$ . Sendo assim, o grau escolhido para representar o modelo estático é  $n = 4$ .

A Figura 6 compara a curva obtida a partir dos dados reais, a curva estimada para  $n = 4$  a partir dos dados de validação, bem como os erros dos dados do processo de validação.

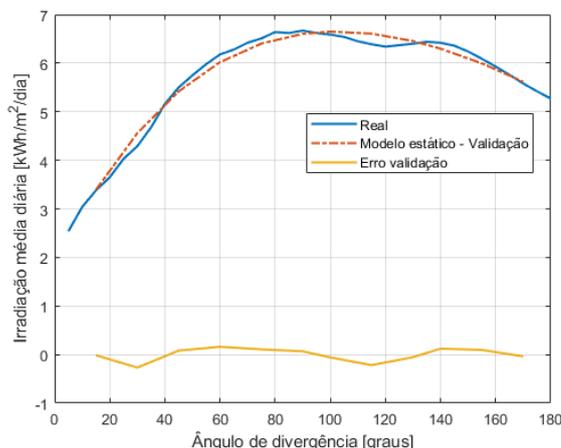


Figura 6. Curvas do modelo estático  $n = 4$  e erro.

Foi observado que o modelo estimado se aproxima da curva real e que os erros foram pequenos comparados as curvas de irradiação média diária em função do ângulo de divergência, apresentando erro máximo, em valor absoluto, igual a 0,27.

Foi simulado o modelo proposto e construído por Mochizuki and Yachi (2017), a chamada árvore de filotaxia 1/3 dois estágios. Assim como no modelo em espiral, foi considerada a região de Vitória (ES). Obteve-se irradiação diária de  $6,34 \text{ kWh/m}^2/\text{dia}$ .

Logo, o modelo obtido pela estimação de parâmetros e a nova proposta de construção da árvore em espiral, quando comparados a filotaxia 1/3 dois estágios, apresentam melhores valores de irradiação para uma determinada faixa de ângulos de divergência, isto é, proporcionam menor sombreamento e maior aproveitamento da irradiação solar. Essa faixa de ângulos cuja irradiação diária é maior que  $6,34 \text{ kWh/m}^2/\text{dia}$  inclui o ângulo de Lucas e o ângulo de ouro, corroborando, também, os estudos de filotaxia.

Também foi simulada a irradiação média diária da árvore em espiral e extraídos os valores de irradiação média diária a partir da equação do modelo estático, ambos para os ângulos considerados ótimos ( $99,5^\circ$  e  $137,5^\circ$ ) e os ângulos de máximo local do modelo estático e da curva obtida a partir dos valores reais da árvore em espiral simulada. O modelo estático obtido pela estimação de parâmetros proporcionou máximo local de  $6,62 \text{ kWh/m}^2/\text{dia}$  com ângulo de divergência  $d = 102,49^\circ$  e a curva obtida a partir dos valores reais da árvore em espiral proporcionou máximos locais de  $6,57 \text{ kWh/m}^2/\text{dia}$  e  $6,35 \text{ kWh/m}^2/\text{dia}$  com ângulo de divergência  $d = 90^\circ$  e  $d = 135^\circ$ , respectivamente. A Tabela 3 apresenta os resultados.

Os resultados obtidos a partir do modelo de grau quatro se aproximam dos valores reais obtidos via *software Rhinoceros*, validando novamente o modelo. Os ângulos de máximo local da espiral simulada se aproximam do ângulo de Lucas e ângulo de Fibonacci, assim como o máximo local do modelo se aproxima do ângulo de Lucas, validando novamente o estudo da filotaxia de árvores e plantas com a disposição de módulos solares na máxima captura de luz. Nota-se que estes ângulos ótimos mencionados proporcionam maiores

Tabela 3. Comparação dos ângulos ótimos.

	Ângulo ótimo	Irradiação média diária Modelo estático $n = 4$ [kWh/m <sup>2</sup> /dia]	Irradiação média diária Valor real [kWh/m <sup>2</sup> /dia]
Ângulo de Lucas	99,5°	6,62	6,59
Ângulo de Fibonacci	137,5°	6,31	6,43
Máx. Local valor real	90° 135°	6,57 6,35	6,67 6,44
Máx. Local modelo	102,49°	6,62	6,56
Filotaxia 1/3 dois estágios	120°	6,34	6,34

valores de irradiação média diária quando comparados à filotaxia 1/3 dois estágios.

As Figuras 7, 8 e 9 ilustram, respectivamente, as simulações realizadas no *software Rhinoceros* para a filotaxia de 1/3 dois estágios, filotaxia em espiral com ângulo de divergência igual ângulo de ouro  $d = 137,5^\circ$  e espiral com ângulo de divergência igual ângulo de Lucas  $d = 99,5^\circ$ . As figuras mostram como se comporta o efeito do sombreamento para cada caso, onde os módulos de baixo nas árvores com ângulo de divergência igual ao de Lucas e Fibonacci sofrem menos efeito do sombreamento, enquanto os módulos de baixo na árvore de filotaxia 1/3 dois estágios possuem menos luz solar incidente. Esse efeito pode ser visualizado pelo padrão de cores nas Figuras 7, 8 e 9. Cores mais frias, como azul, representam incidência solar média anual menor que as cores mais quentes, como amarelo, laranja e vermelho. À medida que as cores se tornam mais quentes há um aumento na incidência solar média anual, sendo a máxima incidência representada pela cor vermelha.

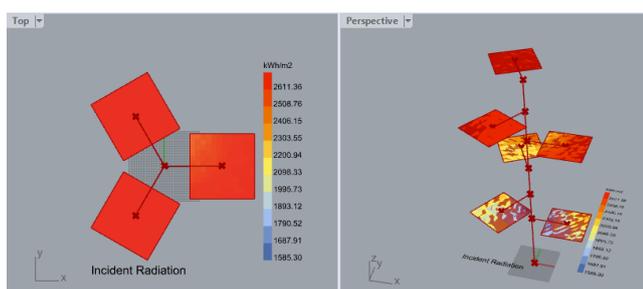


Figura 7. Simulação da incidência solar média anual para árvore de filotaxia 1/3 dois estágios.

## 5. CONCLUSÃO

A fim de otimizar a produção de energia por área de instalação, foi proposto um modelo de árvore solar, cuja incidência solar sobre suas folhas fotovoltaicas foi analisada em função do ângulo de divergência. Para entender o comportamento do ângulo entre os módulos e sua relação com a incidência solar, além de realizar estimativas sobre

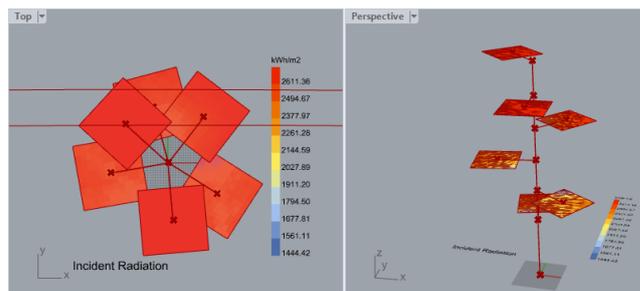


Figura 8. Simulação da incidência solar média anual para árvore em espiral com  $d = 137,5^\circ$ .

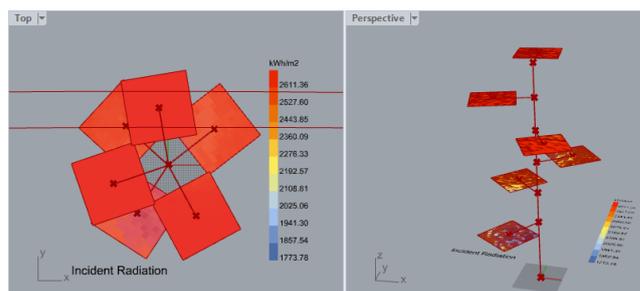


Figura 9. Simulação da incidência solar média anual para árvore em espiral com  $d = 99,5^\circ$ .

a irradiação para um dado ângulo, desenvolveu-se um modelo de curva polinomial da irradiação média diária em função do ângulo de divergência. Com os dados de simulação de irradiação média diária para determinados ângulos de divergência, chegou-se a um modelo estático de grau 4. Comparando-se os modelos com os dados reais coletados, percebeu-se que os valores chegaram próximos, validando o modelo.

Ainda foi possível corroborar os estudos de filotaxia inspirados nas plantas e em modelagens matemáticas, concluindo que o modelo em espiral com ângulos de divergência próximos ao ângulo de ouro ( $d = 137,5^\circ$ ) e ao ângulo de Lucas ( $d = 99,5^\circ$ ) proporcionam os dois pontos de máximo local dos dados coletados e, o ângulo próximo ao ângulo de Lucas é o que maximiza a irradiação, pois minimiza o sombreamento entre os módulos.

O modelo estático serve para descrever o comportamento da árvore em função de suas variáveis construtivas, que nesse artigo foi utilizado apenas o ângulo de divergência. Assim, com o modelo estático é possível obter a irradiação média diária a partir de um determinado ângulo de divergência e dessa forma, encontrar aqueles que proporcionam maior distribuição dos módulos para diminuir o sombreamento entre eles e aumentar a eficiência na captura de luz solar.

O processo de identificação utilizado foi mais simples, envolvendo apenas uma variável de entrada, ou seja, apenas um parâmetro de construção da árvore. Como projetos futuros, pretende-se incluir as demais variáveis construtivas, como altura entrenós  $h$ , comprimento e largura dos módulos e comprimento  $r$  do galho, a fim de chegar a um modelo ainda mais eficiente de árvore.

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Espírito Santo (FAPES), Secretaria de Inovação e Desenvolvimento do Espírito Santo (SECTIDES) e Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) - Finance Code 001. Agradecimento também ao Laboratório de Gestão de Energias Renováveis (Elena), localizado no Centro de Pesquisa, Inovação e Desenvolvimento (CPID) no Estado do Espírito Santo, pelos estudos desenvolvidos.

## REFERÊNCIAS

- Aguirre, L. (2007). *Introdução à Identificação de Sistemas*. Editora da UFMG, 3 edition.
- MathWorks (2022). Matlab. <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.
- Mochizuki, Y. and Yachi, T. (2017). Relationship between power generated and series/parallel solar panel configurations for 3d fibonacci pv modules. In *2017 IEEE 6th International Conference on Renewable Energy Research and Applications (ICRERA)*, 126–130. doi:10.1109/ICRERA.2017.8191253.
- Montgomery, D.C. and Runger, G.C. (2021). *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*. Editora LTC, 7 edition.
- Nishiwaki, T. and Yachi, T. (2014). Arrangement of fibonacci number photovoltaic modules for power generation woods. In *2014 International Conference on Renewable Energy Research and Application (ICRERA)*, 142–146. doi:10.1109/ICRERA.2014.7016546.
- Okabe, T. (2012). Systematic variations in divergence angle. *Journal of theoretical biology*, 313, 20–41.
- Okabe, T., Ishida, A., and Yoshimura, J. (2019). The unified rule of phyllotaxis explaining both spiral and non-spiral arrangements. *The Royal Society*, 16(151). doi:10.1098/rsif.2018.0850.
- Rhinoceros (2022). Rhinoceros — design, model, present, analyze, realize... <https://www.rhino3d.com/>.
- Spanne, A. (2021). What are solar trees? how do they compare to solar panels? — discover the environmental impacts and future of these attention-grabbing structures. <https://www.treehugger.com/what-are-solar-trees-5207944>.
- Strauss, S., Lempe, J., Prusinkiewicz, P., Tsiantis, M., and Smith, R.S. (2020). Phyllotaxis: is the golden angle optimal for light capture? *New Phytologist*, 225(1), 499–510. doi:https://doi.org/10.1111/nph.16040. URL <https://nph.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/nph.16040>.
- Vyas, M., Chowdhury, S., Verma, A., and Jain, V. (2022). Solar photovoltaic tree: Urban pv power plants to increase power to land occupancy ratio. *Renewable Energy*, 190, 283–293. doi:https://doi.org/10.1016/j.renene.2022.03.129. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S096014812200413X>.