

Estimativa de Parâmetros de Motor de Indução Monofásico com Capacitor de Partida e Permanente para Simulação Dinâmica ^{*}

Victor C. Arruda ^{*} José A. Pomílio ^{**}

^{*} Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade de Campinas, SP,
(e-mail: victorcordeiroarruda@gmail.com).

^{**} Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade de Campinas, SP,
(e-mail: antenor@fee.unicamp.br)

Abstract: This work presents a methodology to obtain the equivalent circuit of a capacitor start-run single phase asynchronous motor for dynamic simulation. Utilizing the equivalent circuit, the aim is to obtain a more precise auxiliary winding voltage, where instead of utilizing the conventional turn ratio, obtained from the ratio of the number of turns of the main and auxiliary windings, will be utilized the equivalent turn ratio, obtained from ratio between the reactances of the main and auxiliary windings. The objective is to maintain precision of the voltage in the auxiliary winding during both, the starting of the motor and in steady state. In the end, using the obtained results and from the theoretical analysis of the circuit, the objective is to obtain information to be used in the logic of a circuit to switch on or off the start capacitor.

Resumo: Este trabalho apresenta uma metodologia para a obtenção do circuito equivalente de um motor monofásico assíncrono com capacitor de partida e capacitor permanente para simulação dinâmica. Com a utilização do circuito equivalente, se busca obter uma tensão no enrolamento auxiliar mais próxima da medida experimentalmente, onde, ao invés da utilização da relação de espiras convencional, dada pela razão do número de espiras dos enrolamentos principal e auxiliar, é utilizada a relação de espiras equivalente do motor, dada pela relação entre as reatâncias dos enrolamentos principal e auxiliar. Se busca manter a precisão da tensão obtida no enrolamento auxiliar durante a partida e em regime permanente. Por fim, a partir dos resultados obtidos e pela análise teórica do circuito, se tem como objetivo obter informações para a lógica a ser implementada em um circuito para o chaveamento do capacitor de partida.

Keywords: dynamic-simulation; single-phase-induction-motor; Simulink; start-circuit; winding-relation; electrical-machines;

Palavras-chaves: simulação-dinâmica; motor-monofásico; simulink; circuito-de-partida; relação-de-espiras; máquinas-elétricas.

1. INTRODUÇÃO

Os motores de indução monofásicos estão presentes em aparelhos eletrodomésticos e máquinas ferramenta de pequeno porte distribuídos por todo o mundo. Em diversos países, principalmente os emergentes mas também em países desenvolvidos de grande território, muitas pessoas têm acesso limitado à eletricidade que, muitas vezes lhes chegam apenas em rede monofásica. Isso implica no uso de motores monofásicos, não apenas de potência fracionária, mas eventualmente atingindo muitos quilowatts. A partida de um motor monofásico é um processo mais complexo do que a de um motor trifásico, normalmente fazendo uso de dispositivos auxiliares que têm como objetivo aumentar o torque de partida, sendo desconectados quando o motor se aproxima da velocidade de operação. A modernização destes circuitos auxiliares leva ao uso de soluções eletrônicas,

utilizando interruptores semicondutores e comandos microprocessados. O projeto adequado de todo o conjunto necessita de conhecimentos precisos sobre o comportamento dinâmico da máquina, especialmente durante a aceleração. Este trabalho busca aprimorar a obtenção de parâmetros do modelo do motor com vistas ao projeto de um circuito eletrônico de auxílio à partida. Tal circuito não é objeto de discussão no presente artigo e será apresentado apenas em linhas gerais.

Em motores monofásicos, caso se utilize apenas o enrolamento principal, de acordo com Sen, P. C. (1996), tem-se o comportamento do torque em função do escorregamento, como mostra a figura 1.

^{*} O suporte técnico e financeiro deste trabalho foi realizado pela SEW-Eurodrive.

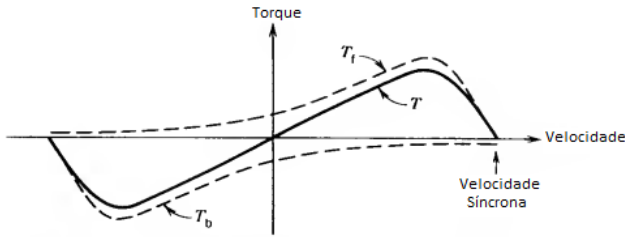


Figura 1 - Curva de torque do motor monofásico.

Como há fluxo no sentido horário e anti-horário, ambos serão responsáveis pela geração de torque, observando a figura 1, T_f representa o fluxo no sentido horário e T_b representa o fluxo no sentido anti-horário. O torque resultante será a soma dos dois, representado por T . Para que o motor tenha torque de partida é necessário que se utilize um enrolamento auxiliar com uma capacitância em série, provocando um deslocamento espacial do fluxo, resultando $T_f > T_b$ ou $T_b > T_f$. No motor estudado nesse trabalho, tem-se o uso de dois capacitores, um permanente, sempre conectado em série com o enrolamento auxiliar. Sua função é aumentar o torque resultante do motor em um dos sentidos durante todo o funcionamento do motor. O outro capacitor, o capacitor de partida, tem como objetivo o aumento do torque apenas durante a partida do motor, sendo desconectado após a aceleração do motor.

Para o chaveamento do capacitor pode-se utilizar uma chave centrífuga. Esta é acoplada no eixo do rotor e, a partir da força centrífuga exercida, a chave abre ou fecha fazendo com que se tenha menos ou mais torque aplicado no eixo, respectivamente. A utilização deste tipo de chave é problemática pelo fato de existirem peças móveis e contatos elétricos móveis que podem sofrer a ação de pequenos arcos elétricos que prejudicam o contato, limitando o número de operações.

Assim, é vantajoso o uso de um circuito eletrônico para a partida do motor monofásico, que, além de evitar a ocorrência dos problemas mencionados, pode prover funções adicionais devido ao uso de um microcontrolador, como sinalizar que o motor não partiu após um tempo depois de ser energizado ou informar em quanto tempo o motor atinge a rotação nominal ou um valor bem próximo.

O esquema elétrico do circuito a ser estudado está apresentado abaixo:

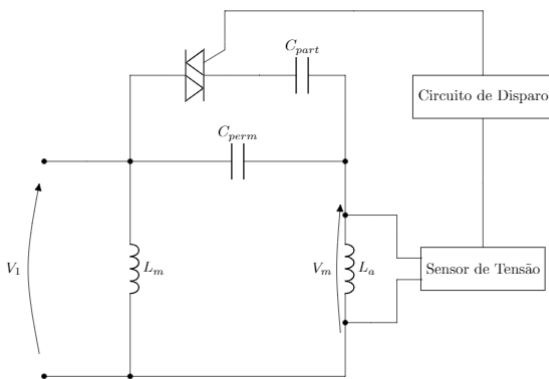


Figura 2 - Esquema elétrico do circuito a ser estudado.

Neste circuito, temos que:

- L_m é o enrolamento principal;
- L_a é o enrolamento auxiliar;
- C_{part} é o capacitor de partida;
- C_{perm} é o capacitor permanente;
- V_1 é a tensão de alimentação.

Para realizar a obtenção do circuito equivalente do motor monofásico, normalmente é realizado o procedimento apresentado por Sen, P.C. (1996) e Tolyat H. A., Levi E., and Raina, M. (2003), iniciando pela obtenção do circuito equivalente do enrolamento principal. O modelo do enrolamento auxiliar é obtido refletindo as impedâncias utilizando a relação de espiras. É possível obter um circuito mais preciso através da relação de espiras equivalente, como será apresentado. Outros métodos para o levantamento de parâmetros do circuito equivalente de motores monofásicos podem ser encontrados em Tekgun B., Sozer Y. e Tsukerman I. (2014), Ghial V. K., Saini L. M. e Saini J. S. (2014) e Merwe C. e Merwe F. S. (1995).

Inicialmente, o modelo do motor é discutido, em especial a obtenção dos parâmetros necessários ao dimensionamento do circuito de partida. O foco principal é dado para V_m e α , conforme será apresentado no início da próxima seção.

2. CIRCUITO EQUIVALENTE DO MOTOR

De acordo com Sen, P.C. (1996), temos que α é dado por:

$$\alpha_A = \frac{N_S}{N_s} \quad (1)$$

Onde:

- N_S é o número de espiras do enrolamento auxiliar.
- N_s é o número de espiras do enrolamento principal.

Para o caso dos motores monofásicos, de acordo com Sen, P.C. (1996), caso $s \rightarrow 0$, utilizando a demonstração disponível no apêndice A, α também pode ser obtido por:

$$\alpha_B \approx \sqrt{\frac{X_{ma}}{X_m}} \quad (2)$$

Onde:

- X_{ma} é a reatância de magnetização do enrolamento auxiliar.
- X_m é a reatância de magnetização do enrolamento principal.

Ambas as reatâncias podem ser visualizadas nas figuras 3 e 4.

Como temos duas definições para o mesmo parâmetro pode-se chegar às seguintes questões: as duas equações chegam sempre ao mesmo resultado? Qual delas produz uma simulação dinâmica e um valor em regime mais próximos da medição em bancada?

Para obtermos respostas, os circuitos equivalentes do enrolamento principal e auxiliar serão mostrados em maiores detalhes. O circuito do enrolamento auxiliar será apresentado com as reatâncias desacopladas do enrolamento principal. Então serão deduzidas uma expressão completa e expressões simplificadas para V_m em função das reatâncias

dos enrolamentos, do escorregamento do motor e da tensão de alimentação. Após isso, será apresentado um método experimental para se obter α_B a partir da equação (2). Em seguida serão comparados os valores obtidos com os valores em regime para V_m , simulações dinâmicas utilizando o modelo apresentado em MathWorks (2020) e ensaios em bancada para uma mesma condição de operação do motor. Por fim, será discutido brevemente como identificar falha na partida do motor analisado.

2.1 Circuito equivalente

Para motores monofásicos com capacitor de partida e capacitor permanente (também chamado de capacitor "start-run"), de acordo com Sen, P.C. (1996), temos o seguinte circuito equivalente dos enrolamentos principal e auxiliar:

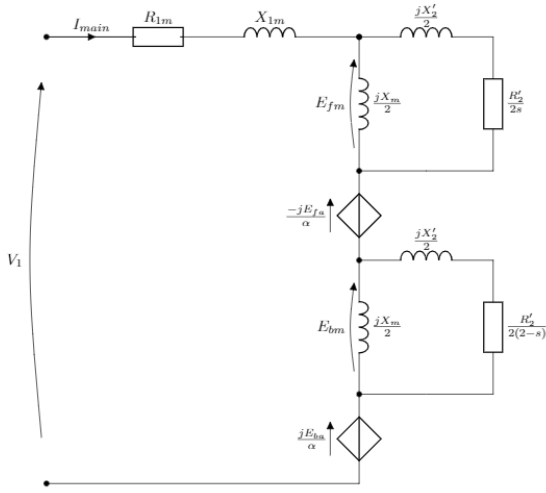


Figura 3 - Circuito equivalente do enrolamento principal.

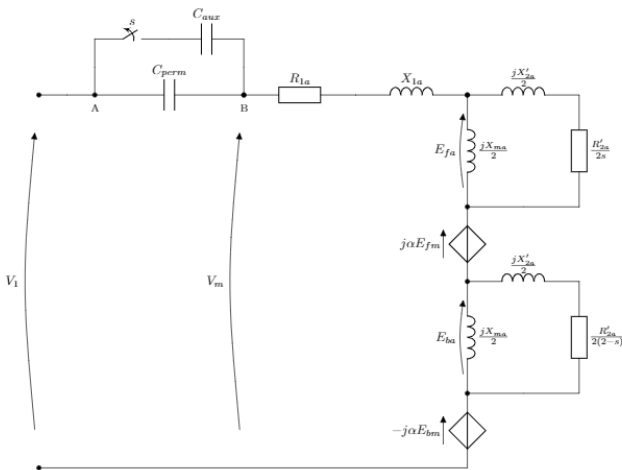


Figura 4 - Circuito equivalente do enrolamento auxiliar.

Onde:

- X_m e X_{ma} são as reatâncias de magnetização do enrolamento principal e enrolamento auxiliar, respectivamente;
- X_{1m} e X_{1a} são as reatâncias de dispersão do enrolamento principal e enrolamento auxiliar, respectivamente;

- X'_2 e X'_{2a} são as reatâncias de dispersão do rotor refletidas para o enrolamento principal e auxiliar, respectivamente;
- R_{1m} e R_{1a} são as resistências do enrolamento principal e auxiliar, respectivamente;
- R'_2 e R'_{2a} são as resistências do rotor refletidas no enrolamento principal e auxiliar, respectivamente;
- V_m é a tensão medida pelo sensor de tensão;
- s é o escorregamento.

Nas figuras 3, 4 e 6, o TRIAC foi substituído pela chave 's'. Na partida, ambos os capacitores estão conectados, garantindo uma corrente pelo enrolamento auxiliar capaz de produzir torque de partida.

Quando a velocidade é próxima o suficiente da velocidade nominal (o que se verifica medindo a tensão V_m) o capacitor auxiliar é desconectado (o TRIAC deixa de conduzir) e apenas o capacitor permanente é mantido no circuito.

3. TENSÃO NO ENROLAMENTO AUXILIAR EM FUNÇÃO DO ESCORREGAMENTO

Uma vez que a tensão no enrolamento auxiliar é utilizada para determinar o momento do desligamento do TRIAC, conhecer o comportamento desta variável durante a aceleração do motor é importante. Em relação aos valores das impedâncias, estas podem ser obtidas através de ensaios de rotor travado e sem carga efetuados no enrolamento principal e auxiliar.

A partir de agora, a capacitância no enrolamento auxiliar entre os pontos A e B será substituída pela capacitância variável C_c . Caso a chave 's' esteja aberta ou fechada a reatância de C_c , chamada de X_c , será $X_c = X_{perm}$ ou $X_c = X_{perm} + X_{aux}$, respectivamente, onde X_{perm} e X_{aux} são as reatâncias dos capacitores C_{perm} e C_{aux} .

Utilizando os circuitos das figuras 3 e 4 será feito o desenvolvimento das equações para se obter a tensão V_m em função do escorregamento e das impedâncias dos dois enrolamentos, sem considerar a reflexão das impedâncias do enrolamento principal para se ter uma melhor visualização do que está ocorrendo.

As impedâncias do enrolamento auxiliar no sentido "forward" e "backward", são respectivamente:

$$Z_{fa} = \frac{j0,5X_{ma} \left(\frac{0,5R'_{2a}}{s} + j0,5X'_{2a} \right)}{j0,5X_{ma} + \frac{0,5R'_{2a}}{s} + j0,5X'_{2a}} \quad (3)$$

$$Z_{ba} = \frac{j0,5X_{ma} \left(\frac{0,5R'_{2a}}{2-s} + j0,5X'_{2a} \right)}{j0,5X_{ma} + \frac{0,5R'_{2a}}{2-s} + j0,5X'_{2a}} \quad (4)$$

As quedas de tensão destacadas nas figuras 3 e 4 podem ser escritas como:

$$E_{fm} = I_{main} \cdot Z_f \quad (5)$$

$$E_{bm} = I_{main} \cdot Z_b \quad (6)$$

$$E_{fa} = I_{aux} \cdot Z_{fa} \quad (7)$$

$$E_{ba} = I_{aux} \cdot Z_{ba} \quad (8)$$

Onde, Z_b e Z_f podem ser obtidas de maneira análoga a Z_{ba} e Z_{fa} , respectivamente.

De acordo com os circuitos, temos:

$$Z_{1m} = R_{1m} + X_{1m} \quad (9)$$

$$Z_{1a} = R_{1a} + X_{1a} \quad (10)$$

Aplicando as leis de Kirchhoff nos dois enrolamentos (figura 3 e 4), temos:

$$V_1 = (Z_{1m} + Z_f + Z_b)I_{main} + \frac{j(Z_{ba} - Z_{fa})}{\alpha}I_{aux} \quad (11)$$

$$V_1 = (X_c + Z_{1a} + Z_{fa} + Z_{ba})I_{aux} + j\alpha(Z_f - Z_b)I_{main} \quad (12)$$

Definindo :

$$A = Z_{1m} + Z_f + Z_b \quad (13)$$

$$B = \frac{j(Z_{ba} - Z_{fa})}{\alpha} \quad (14)$$

$$C = X_c + Z_{1a} + Z_{fa} + Z_{ba} \quad (15)$$

$$D = j\alpha(Z_f - Z_b) \quad (16)$$

$$E = Z_{1a} + Z_{fa} + Z_{ba} \quad (17)$$

Assim, temos que:

$$I_{aux} = \frac{V_1(A - D)}{AC - BD} \quad (18)$$

$$I_{main} = \frac{V_1(C - B)}{AC - BD} \quad (19)$$

O valor de V_m em função das correntes é dado por:

$$V_m = EI_{aux} + DI_{main} \quad (20)$$

Assim, temos que:

$$V_m = \frac{V_1(AE - BD + CD - DE)}{AC - BD} \quad (21)$$

Como na maior parte do tempo os motores operam em regime permanente e com um escorregamento próximo de 1 (o rotor travado, ou carga mecânica muito elevada no eixo) ou próximo de 0, é importante estimar os valores de V_m nessas condições.

Utilizando a equação (21), para reduzir o tamanho das expressões a serem obtidas, serão feitas as seguintes simplificações:

- X'_2 e $X'_{2a} \approx 0$
- Z_{1m} e $Z_{1a} \approx 0$
- $p/s \approx 0 \rightarrow Z_b$ e $Z_{ba} \approx 0$

- $p/s \approx 1 \rightarrow Z_b \approx Z_f$ e $Z_{ba} \approx Z_{fa}$

Para $s \rightarrow 0$, a equação (21) se reduz a:

$$|V_m| \simeq \alpha|V_1| \quad (22)$$

Para $s \rightarrow 1$, definindo $Z_a = Z_{ba} = Z_{fa}$, a equação (21) se reduz a:

$$V_m \simeq \frac{V_1 Z_a}{Z_a + 0,5X_c} \quad (23)$$

4. ENSAIO PARA OBTENÇÃO DE α_B

Em resumo, deve-se realizar os ensaios de rotor travado e sem carga alimentando apenas o enrolamento principal e obter X_m pelo circuito equivalente do mesmo.

Após isso, deve-se aplicar os ensaios de rotor travado e o ensaio sem carga no enrolamento auxiliar para se obter o valor de X_{ma} pelo circuito equivalente calculado.

Com estes valores adquiridos, basta utilizar a equação (2) para se obter o valor de α_B .

Porém, para o ensaio sem carga no enrolamento auxiliar, pode ocorrer de o escorregamento não ficar próximo de zero devido ao baixo torque produzido pelo motor alimentado desta maneira (mesmo impulsionando o rotor para se obter torque maior que zero), impossibilitando a obtenção dos parâmetros necessários.

Neste caso, pode-se acoplar um outro motor, chamado motor 2, ao motor a serem obtidos os parâmetros, chamado motor de teste, conforme a figura 5.

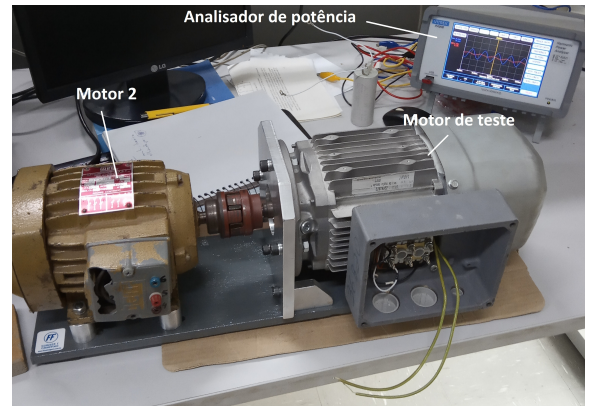


Figura 5 - Montagem para realizar o teste sem carga no enrolamento auxiliar do motor monofásico (motor de teste).

Seguem os passos a serem seguidos:

- Dispor de outro motor (motor 2) que tenha a mesma rotação nominal ou muito próxima (pode ser outro motor monofásico do mesmo modelo);
- Acoplar os dois motores;
- Alimentar com tensão nominal o motor de teste apenas pelo enrolamento auxiliar (sem capacitor em série);

- Girar o eixo para se obter torque de partida e o mesmo começar a girar;
- Identificar o sentido de rotação obtido;
- Desligar o motor de teste;
- Alimentar o motor 2;
- Identificar o sentido de rotação obtido, caso este seja o mesmo obtido com o motor de teste, manter a ligação, caso contrário, inverter o sentido de rotação do motor 2.
- Desligar o motor 2;
- Energizar o motor de teste com tensão nominal e aumentar gradativamente a tensão do motor 2 até que este atinja a rotação nominal.
- Obter os seguintes valores no motor de teste utilizando o analisador de potência:
 - Tensão aplicada;
 - Corrente;
 - Potência ativa;

Em bancada, utilizando este método, o valor de α_B obtido para o motor de indução monofásico DRK80S4 fabricado pela SEW-Eurodrive foi de $\alpha_B = 1,91$. Os dados de placa do motor são:

- Potência nominal: 0,37 kW;
- Torque nominal: 2,1 Nm;
- Velocidade nominal: 1725 rpm;
- Fator de potência: 0,92.

5. COMPARAÇÃO DOS VALORES EM REGIME E SIMULAÇÕES DINÂMICAS UTILIZANDO α_A E α_B COM ENSAIOS REALIZADOS EM BANCADA

Conforme informado pela SEW-Eurodrive, para o motor DRK80S4, temos que $\alpha_A = 1,224$ e pela equação (2), temos que $\alpha_B = 1,91$. Assim, o circuito equivalente para α_A será obtido tendo como referência Sen, P.C. (1996), obtendo as impedâncias do enrolamento principal e então refletindo para o enrolamento auxiliar conforme a figura 6.

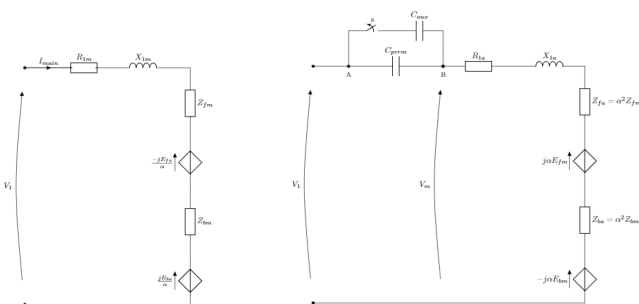


Figura 6 - Circuito de Sen, P.C. (1996) utilizado como referência.

Implementando a equação (21) através de um script no Matlab, utilizando as capacitâncias permanente e de partida de valores $C_{perm} = 25\mu F$ e $C_{aux} = 95\mu F$, respectivamente, obtemos os valores de tensão V_m mostrados nas figuras 7 e 8.

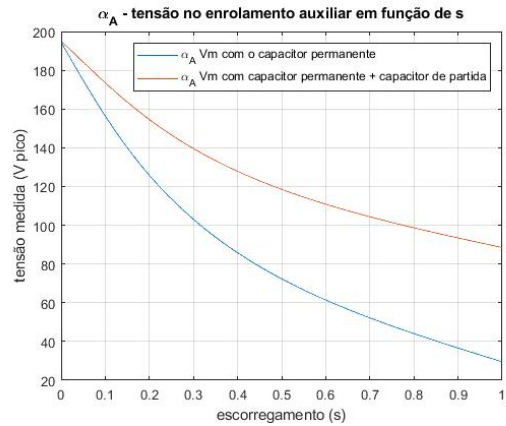


Figura 7 - α_A Tensão de pico no enrolamento auxiliar (V_m) em função do escorregamento.

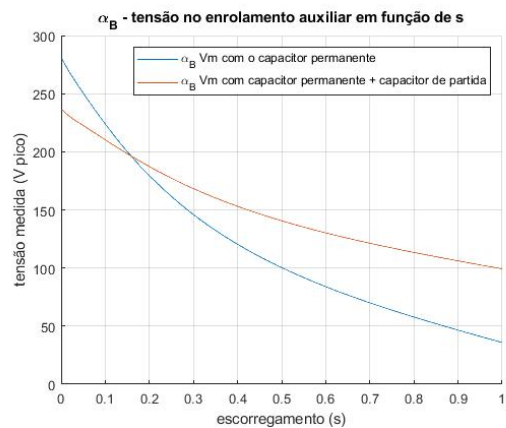


Figura 8 - α_B Tensão de pico no enrolamento auxiliar (V_m) em função do escorregamento.

Pode-se perceber que há grande diferença entre os valores obtidos por α_A e α_B .

Em bancada, partindo o motor DRK80S4 alimentado em $127V_{rms}$, sem carga acoplada, com a conexão do capacitor de partida pelo tempo em que os TRIACs conduzem e a ventoinha do motor conectada (posteriormente esta será retirada), temos o seguinte cenário:

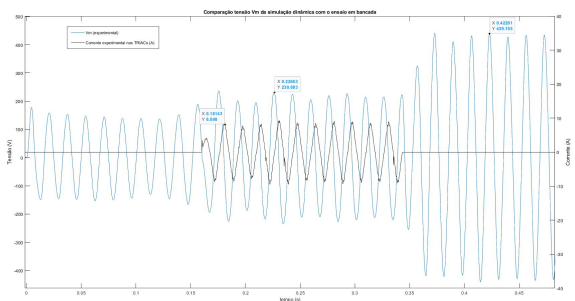


Figura 9 - Partida do motor DRK80S4 em bancada.

Podemos perceber que há um atraso para a conexão do capacitor no circuito devido à energização do protótipo, inicialização do microcontrolador que envia o sinal de gate, entre outras coisas. Após 183 ms o capacitor é

desconectado e a tensão de pico em regime permanece em $439,15V_{pico}$.

Fazendo com que a simulação dinâmica funcione de maneira análoga ao observado experimentalmente, ou seja, considerando o atraso e o período de condução dos TRIACs, e considerando que não há carga no eixo temos os seguintes resultados para α_A e α_B :

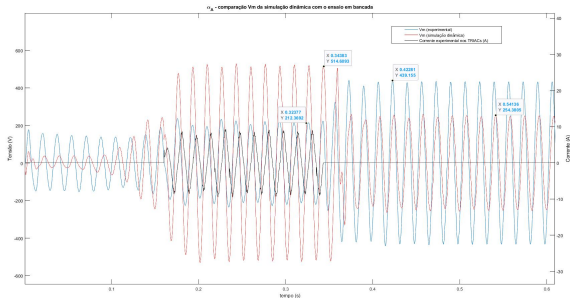


Figura 10 - Comparação da tensão V_m do modelo do Simulink com o obtido em bancada para α_A .

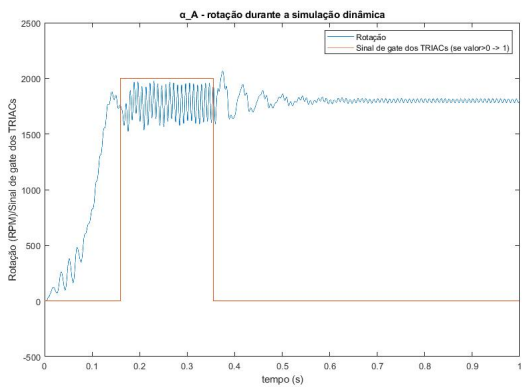


Figura 11- Sinal de gate dos TRIACs e rotação em função do tempo na simulação dinâmica com α_A .

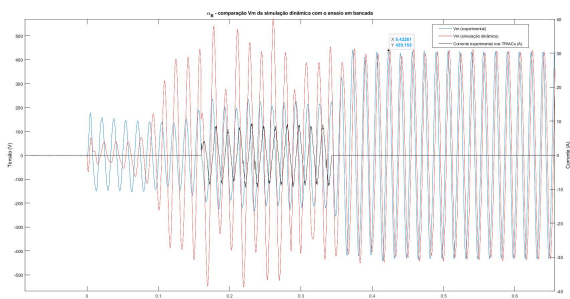


Figura 12- Comparação da tensão V_m do modelo do Simulink com o obtido em bancada para α_B .

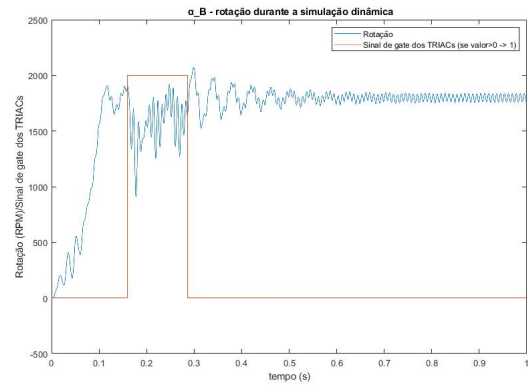


Figura 13- Sinal de gate dos TRIACs e rotação em função do tempo na simulação dinâmica com α_B .

Em ambos os casos, a simulação dinâmica não corresponde ao período transitório encontrado em bancada. Para o caso de α_B o resultado em regime foi muito mais próximo do medido experimentalmente. Para α_A o resultado em regime também diverge do obtido em bancada.

Como podemos observar nas figuras 11 e 13, a rotação tem um comportamento pulsante devido ao torque pulsante do motor, e quando o capacitor de partida está conectado, a rotação varia consideravelmente. A partir destes fatos, podemos obter as seguintes conclusões: a primeira é que no caso de α_B não seria factível o sistema mecânico responder com a taxa de variação da velocidade de rotação apresentada, invalidando a faixa de operação quando o capacitor de partida está conectado. A segunda é que como os valores dados pela equação (21) são para o sistema em regime, estes divergem mais quanto maior a variação no escorregamento do modelo dinâmico. Para α_B a equação (21) fornece valores mais aproximados dos obtidos em bancada quando o capacitor de partida está conectado, o que serve como mais um argumento para a rotação não estar sendo bem representada no modelo dinâmico para α_B quando o capacitor de partida está conectado.

Assim, a fim de obter uma simulação dinâmica mais próxima do ensaio em bancada e uma conclusão sobre qual α seria mais apropriado, para o ensaio em bancada foi retirada a ventoinha para troca de calor e não foi feita a conexão do capacitor de partida, fazendo com que o motor partisse apenas com o capacitor permanente e com torque de partida reduzido.

Para α_A e α_B temos os seguintes resultados:

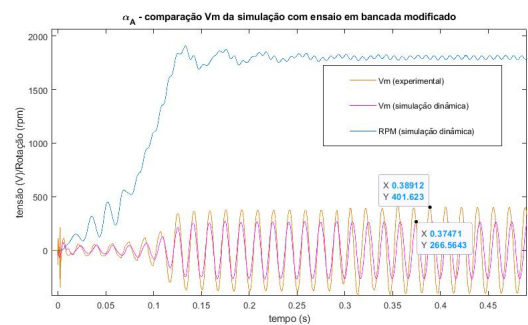


Figura 14 - Comparação simulação dinâmica com ensaio em bancada com α_A .

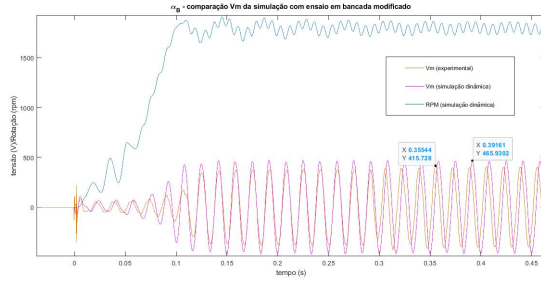


Figura 15 - Comparação da resposta da simulação dinâmica com α_B .

Podemos perceber que em ambos os casos, tanto para α_A quanto para α_B , as simulações dinâmicas foram mais próximas a este ensaio em bancada. Em relação a α , temos que α_B continua produzindo um resultado mais preciso que α_A , nesse ensaio experimental. Assim, neste caso, α_B é o α correto a ser utilizado.

6. IDENTIFICAÇÃO DE FALHA NA PARTIDA

Podemos perceber que a equação (21) mostra a diferença entre as tensões na fig. 8. Em regime, com um escorregamento elevado, ao desconectar o capacitor de partida, há um decréscimo considerável na tensão V_m . É importante perceber que o motor pode estar acelerando durante o transitório e ser medido que a tensão apenas esteja aumentando. Portanto, se o motor não acelerar após a desconexão do capacitor de partida, podemos através de V_m identificar a falha na partida, pela diferença obtida em relação ao esperado.

7. CONCLUSÃO

No presente trabalho foi observado que o valor de α que leva a resultados mais precisos é α_B , aquele obtido através das impedâncias de magnetização dos enrolamentos, indicando que para simulações envolvendo modelos de motores monofásicos a diferença entre os alphas deve ser levada em consideração.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer a SEW-Eurodrive pelo financiamento e suporte técnico e também ao prof. Dr. Mateus Giesbrecht da Universidade Estadual de Campinas pela orientação referente aos ensaios experimentais realizados.

REFERÊNCIAS

- MathWorks. Single Phase Asynchronous Machine, MathWorks, disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/physmod/sps/powersys/ref/singlephaseasynchronousmachine.html>>, (acessado em Janeiro de 2019).
- Tekgun B., Sozer Y. e Tsukerman I. (2014) *Modeling and parameter estimation of split — Single phase induction motors*. IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), Pittsburgh, PA, 2014, pp. 1317-1324, doi: 10.1109/ECCE.2014.6953553.

- Ghial V. K., Saini L. M. e Saini J. S. (2014). *A study of methods to measure the parameters of single-phase induction motors*. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 10, no. 2, pp. 248-253, doi: 10.1109/60.391889.
- Levi, E., Toliyat, H. A., and Raina, M. (2003). *Parameter Estimation of Permanent-Split Capacitor-Run Single-Phase Induction Motor Using Computed Complex Voltage Ratio* in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 61, no. 2, pp. 682-692, doi: 10.1109/TIE.2013.2253067.
- Sen. P.C. (1996). *Principles of Electric Machines and Power Electronics*. Second Edition. John Wiley & Sons, Inc. Wilmington, DE, U.S.A.
- Merwe C. e Merwe F. S. (1995). *A study of methods to measure the parameters of single-phase induction motors*. in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 10, no. 2, pp. 248-253, doi: 10.1109/60.391889.

Apêndice A. OBTENÇÃO DE α_B A PARTIR DE SEN,P.C. (1996)

Observando a figura 6, temos que Z_{fm} e Z_{fa} podem ser representados pelas impedâncias e reatâncias indutivas equivalentes:

$$Z_{fm} = R_{fm} + j.X_{fm} \quad (A.1)$$

$$Z_{fa} = R_{fa} + j.X_{fa} \quad (A.2)$$

Tendo como referência as figuras 3 e 4, X_{fm} e X_{fa} são dadas por:

$$X_{fm} = \frac{X_m \cdot (R_2'^2 + X_2' \cdot s^2 + X_m \cdot X_2' \cdot s^2)}{2 \cdot (R_2'^2 + X_2'^2 \cdot s^2 + 2 \cdot X_2' \cdot X_m \cdot s^2 + X_m^2 \cdot s^2)} \quad (A.3)$$

$$X_{fa} = \frac{X_{ma} \cdot (R_{2a}'^2 + X_{2a}' \cdot s^2 + X_{ma} \cdot X_{2a}' \cdot s^2)}{2 \cdot (R_{2a}'^2 + X_{2a}'^2 \cdot s^2 + 2 \cdot X_{2a}' \cdot X_{ma} \cdot s^2 + X_{ma}^2 \cdot s^2)} \quad (A.4)$$

Como, a partir dos circuitos apresentados na figura 6 seguinte relação é válida:

$$X_{fa} = \alpha^2 \cdot X_{fm} \quad (A.5)$$

Quando $s \rightarrow 0$ temos que:

$$\alpha \approx \sqrt{\frac{X_{ma}}{X_m}} \quad (A.6)$$

Como o modo de obtenção do valor α é diferente do apresentado na equação (1), este é chamado neste artigo de α_B .